Prof. Dr. M. Horn-von Hoegen, Fakultät für Physik, UDE

1. Mechanik

1.1 Grundgrößen

Maßeinheit der **Zeit** ist die **Sekunde (s)**

weitere Zeiteinheiten:
1 min = 60 s, 1 h = 60 min, 1 d = 24 h
1 Millisekunde (ms) = 10^{-3} s
1 Mikrosekunde (µs) = 10^{-6} s
1 Nanosekunde (ns) = 10^{-9} s
1 Pikosekunde (ps) = 10^{-12} s
1 Femtosekunde (fs) = 10^{-15} s

Maßeinheit der **Länge** ist das **Meter (m)**

weitere Längeneinheiten:
1 Kilometer (km) = 1000 m
1 Dezimeter = 0,1 m
1 Zentimeter = 0,01 m
1 Millimeter = 0,001m = 10^{-3} m
1 Mikrometer (µm) = 10^{-6} m
1 Nanometer (nm) = 10^{-9} m
1 Angström (Å) = 10^{-10} m
1 Pikometer (pm) = 10^{-12} m

US-Einheiten:
1 Inch (in) = 2,54 cm
1 Fuß (ft) = 30,5 cm
1 Yard (yd) = 91,4 cm
1 Meile (mile) = 1609 m

Maßeinheit der **Masse** ist das **Kilogramm (kg)**

weitere Masseneinheiten:
1 Tonne (t) = 1000 kg
1 Gramm (g) = 0,001 kg = 10^{-3} kg
1 Milligramm (mg) = 0,001 g = 10^{-6} kg
1 Mikrogramm (µg) = 10^{-9} kg
1 Nanogramm (ng) = 10^{-12} kg

1.2 Eindimensionale Bewegung

Eindimensionale, geradlinige Bewegung durch **Bahnkurve** $x(t)$ beschrieben.

Graphische Darstellung erfolgt im Weg-Zeit Diagramm.

Mittlere **Geschwindigkeit** $\langle v\rangle$ ist:

$$\langle v\rangle = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

mit der Ortsveränderung $\Delta x = x_2 - x_1$ im Zeitintervall $\Delta t = t_2 - t_1$

Maßeinheit: m/s

Gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit $v = konst.$, $a = 0$

$\langle v\rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ entspricht der Steigung der Geraden im Weg-Zeit Diagramm

$x(t) = v \cdot t + x_0$ (Strecke = Geschwindigkeit × Zeit + Startwert)

Bei **beschleunigten Bewegungen** ändert sich die Geschwindigkeit $v(t)$ mit der Zeit.

Momentane Beschleunigung $a(t)$ ist durch die Steigung der $v(t)$-Kurve gegeben:

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x}$$

Maßeinheit: m/s²

Für die **gleichförmig beschleunigte Bewegung** mit konstanter Beschleunigung gilt:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = konst$$

$v(t) = a \cdot t + v_0$ (Geschwindigkeit ändert sich linear mit der Zeit)

$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$ (Ort ändert sich quadratisch mit der Zeit)

Wenn die Anfangswerte $v_0 = 0$ und $x_0 = 0$ sind, vereinfachen sich die Ausdrücke:

$$v = a \cdot t \quad ; \quad x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

und davon abgeleitet:

$$x = v^2/2a \quad ; \quad x = v \cdot t/2$$

1.3 Newtonsche Gesetze, Impuls und Kraft

Der Impuls p beschreibt den Bewegungszustand eines Körpers:

$$p = m \cdot v$$

Grundgleichung der Mechanik: Kraft F ändert den Impuls p

$$\mathrm{F} = \frac{dp}{dt} = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot a \quad \text{(Newton II)}$$

Maßeinheit: kg m/s² = N (Newton)

In abgeschlossenen Systemen (ohne äußere Kräfte) gilt Impulserhaltung, wichtig für elastischen und inelastischen Stoß (Vorzeichen der Geschwindigkeit beachten!):

$$p_{ges} = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + m_3 \cdot v_3 + \cdots = konst \quad \text{(Newton I)}$$

1.4 Überblick über Kräfte

Gewichtskraft

Auf jede Masse wirkt im Schwerefeld der Erde eine Kraft, die eine Beschleunigung von g = 9.81 m/s² bewirkt:

$$F_g = m \cdot g$$

Eine Masse von m = 1 kg erfährt eine Kraft von F = 9,81 N, die senkrecht zum Erdmittelpunkt zeigt.

Federkräfte

Bei der Ausdehnung einer Feder um die Länge x aus dem Ruhewert ergibt sich eine Rückstellkraft entgegengesetzt zur Auslenkung:

$$F_r = -D \cdot x \quad \text{Hooke´sches Gesetz}$$

$D = \frac{\Delta F}{\Delta x}$ [N/m] ist die Federkonstante und gibt die Stärke der Feder an

Reibung

Die Reibungskraft bei Bewegung eines Körpers auf einer Unterlage ist proportional zur Auflagekraft (Normalkraft) N und einem Reibungskoeffizienten μ, hängt aber weder von der Fläche noch der Geschwindigkeit der Bewegung ab und zeigt entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung:

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\alpha$$

mit dem Neigungswinkel α der schiefen Ebene

Unterscheide Haft- und Gleitreibung $\mu_H > \mu_G$.

Die Werte von μ_H und μ_G liegen im Bereich 0,01 (Stahl auf Eis) bis 1,2 (Reifen auf trockenem Asphalt)

1.5 Bewegung in zwei Dimensionen

1.5.2 Horizontaler Wurf

Überlagerung zweier Bewegungen:

vertikal in z- Richtung:	horizontal in x - Richtung:
freier Fall mit $a = -g$ und $v_z = 0$	gleichförmige Bewegung mit $a = 0$ und $v_x = v_0$
$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2$	$x(t) = v_0 t$

Die Variable Zeit lässt sich durch $t = x/v_0$ eliminieren und damit die Wurfparabel $z(x)$ des horizontalen Wurfs angeben:

$$z(x) = -\frac{1}{2 g v_0} x^2$$

1.5.2 Kreisbewegung

Konstanter Abstand r, konstante Umlaufdauer T mit der Frequenz $f = 1/T$.

Beschreibung der Bahn durch Drehwinkel $\varphi(t)$ in Bogenmaß

$$30° = \pi/6 \qquad 45° = \pi/4 \qquad 90° = \pi/2 \qquad 360° = 2\pi$$

Durchlaufenes Bogenstück auf der Kreisbahn:

$$\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$$

Gleichförmige Kreisbewegung:

$$\varphi(t) = \omega \cdot t = \frac{2\pi}{T} t$$

$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$ ist die Winkelgeschwindigkeit oder Kreisfrequenz

Bahngeschwindigkeit der Kreisbewegung:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = r \cdot \omega$$

Betrag bleibt konstant, nur die Richtung ändert sich ständig => beschleunigte Bewegung:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = r \cdot \omega^2 \quad \text{Zentripetalbeschleunigung}$$

Damit wirkt die Zentripetalkraft, die den Körper (über z.B. die Schnur) auf der Kreisbahn hält:

$$F_{z-petal} = m \cdot r \cdot \omega^2 \quad \text{Zentripetalkraft}$$

und zum Mittelpunkt der Kreisbewegung zeigt. Objekte im Körper erfahren über ihre Trägheit die nach außen gerichtete Zentrifugalkraft:

$$F_{z-fugal} = m \cdot r \cdot \omega^2 \quad \text{Zentrifugalkraft}$$

1.6 Arbeit, Energie und Leistung

Wenn ein Körper mit einer Kraft F um ein Streckenstück Δs bewegt wird, wird an ihm Arbeit (im physikalischen Sinne) geleistet:

$W = F \cdot \Delta s$ Arbeit = Kraft × Weg

Maßeinheit: N m = kg m² / s^2 = J (Joule) = W s

1 kWh = 1000 W s × 3600 s = 3,6 × 10^6 J

Wichtig! Es ist nur der Anteil der Kraft wirksam, der in Richtung der Bewegung zeigt (Kräftezerlegung). Beschrieben durch Skalarprodukt zweier Vektoren:

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta s}$$

Kinetische Energie eines bewegten Körpers:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Potentielle Energie im Schwerefeld, mit h als Höhe des Körpers über Grund:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

Potentielle Energie einer gespannten Feder mit der Auslenkung x aus der Ruhelage:

$F = -D \cdot x$ Hooke´sches Gesetz

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$$

Energieerhaltungssatz: Energie kann von einer Form in eine andere umgewandelt werden. Die gesamte Energiemenge bleibt dabei konstant (in einem abgeschlossenen System)

Beispiel freier Fall:

$$E_{ges} = \underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{E_{kin}} + \underbrace{mgh}_{E_{pot}} = konst$$

Beim freien Fall aus Höhe h wandelt sich die potentielle Energie in kinetische Energie mit der Geschwindigkeit v um:

$$=> \frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$=> v(h) = \sqrt{2gh}$ ist die Geschwindigkeit als Funktion der Fallhöhe h !

Leistung im physikalischen Sinne ist:

$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ Arbeit pro Zeiteinheit

Maßeinheit: J / s = kg m² / s³ = W (Watt),

1 KW (Kilowatt) = 10^3 W, 1 MW (Megawatt) = 10^6 W, 1 GW (Gigawatt) = 10^9 W, 1 PS = 735 W

1.7 Rotation, Hebel und Schwerpunkt

Drehimpuls beschreibt Bewegungszustand einer Drehbewegung mit Winkelgeschwindigkeit $\omega = \Delta\varphi / \Delta t$ und Impuls $p = mv = m \cdot \omega \cdot r$:

$$L = r \cdot p = m \cdot r^2 \omega = I \cdot \omega$$

Maßeinheit: kg m² / s

mit dem Trägheitsmoment

$I = m \cdot r^2$, Maßeinheit: kg m²

Trägheitsmoment I umso größer, je mehr Masse weiter außen konzentriert ist.

Das **Drehmoment** M ändert den Drehimpuls:

$$M = r \cdot F_{\perp}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

mit dem Hebelarm r und der dazu senkrechten Kraftkomponente $F_{\perp}$.

Ohne äußere Kräfte gilt die Drehimpulserhaltung: $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$

Die **Rotationsenergie** bei der Drehbewegung ist:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Insgesamt gilt Energieerhaltung:

$$E_{ges} = \underbrace{m \cdot g \cdot h}_{E_{pot}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}_{E_{kin}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2}_{E_{rot}}$$

Analogie der Bewegungen:

Geradlinige Bewegung	Drehbewegung
Ort $\vec{r}$	Winkel φ
Geschwindigkeit $\vec{v}$	Winkelgeschwindigkeit ω
Masse m	Trägheitsmoment I
Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	Drehimpuls $\vec{L} = I \cdot \omega$
Kraft $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$	Drehmoment $\vec{M} = \dot{\vec{L}}$
Kin. Energie $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	Rotationsenergie $\frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$