

- 23-
- G eine B_2 -Gruppe $\Rightarrow \text{Bext}^i(G, T) = 0$
für alle $i \geq 1$ und alle Torsionsgruppen T
 - [CH] G ist B_2 -Gruppe $\Leftrightarrow \text{Bext}^1(G, T) = \text{Bext}^2(G, T)$
für alle Torsionsgruppen
 - $|G| = \aleph_n \Rightarrow (G \text{ ist } B_2\text{-Gruppe} \Leftrightarrow \text{Bext}^i(G, T) = 0$
für alle $i \leq n+1$ und Torsionsgruppen T)
 - $\text{Bext}^2(G, T) \neq 0$ für eine torsionsfreie Gruppe G
und Torsionsgruppe T ist konsistent mit
 $\text{ZFC} + \text{GCH}$
 - In jedem Modell von ZFC sind äquivalent
 - (i) $\text{Bext}^2(G, T) = 0$ für alle G (torsionsfrei), T (torsion)
 - (ii) CH und balanzierte Untergruppen von
vollständig zerlegbaren Gruppen sind B_2 .

Die Frage, ob B_2 -Gruppen gleich B_1 -Gruppen
sind war lange offen.

Satz IV 8: $[V=L]$

Jede B_1 -Gruppe ist eine B_2 -Gruppe

Beweis: Magidor - Shelah, Fuchs

"Butter groups of arbitrary cardinality", Israel J. 84 (1993)

Noch eine Anmerkung:

- 24 -

Ist $0 \rightarrow A \rightarrow G \xrightarrow{f} C \rightarrow 0$ balanziert exakt,
so ist f "lokal invertierbar", d.h. für jedes
 $c \in C$ existiert $\varphi_c: \langle c \rangle_x^C \rightarrow G$ mit $f\varphi_c = \text{id}_{\langle c \rangle_x^C}$.

Dies ist äquivalent dazu, dass jede rationale
Gruppe $R \subseteq Q$ projektiv bezüglich dieser Se-
quenz ist, d.h.

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \longrightarrow & A & \longrightarrow & G & \longrightarrow & C \longrightarrow 0 \\ & & & & \uparrow \varphi & & \\ & & & & \exists \varphi & & \\ & & & & R & & \end{array}$$

$\Rightarrow$ wollen wir zeigen, dass die balanziert
exakte Sequenz spaltet, so haben wir be-
reits lokale Invertierbarkeit.