

Bitte schauen Sie sich den Beweis von Lemma 1 an und versuchen Sie herauszufinden, was bewiesen wird und was dazu vorausgesetzt wird. **Formulieren Sie das Lemma.**

**Lemma 1.**

BEWEIS:

- Sei  $p(x) = a_n x^n + \cdots a_1 x + a_0$  ein Polynom mit  $a_i \in \mathbb{R}$  und  $a_n \neq 0$
- Angenommen, der Grad von  $p$ ,  $\deg(p(x)) = n = k + 1$ , ist ungerade
- 1. Fall:  $a_n > 0 \implies \lim_{x \rightarrow \infty} p(x) = \infty$  und  $\lim_{x \rightarrow -\infty} p(x) = -\infty$
- 2. Fall:  $a_n < 0 \implies \lim_{x \rightarrow \infty} p(x) = -\infty$  und  $\lim_{x \rightarrow -\infty} p(x) = \infty$
- $\implies$  es gibt also  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  mit  $p(x_1) > 0$  und  $p(x_2) < 0$
- $\implies$  es gibt somit  $x \in \mathbb{R}$  mit  $p(x) = 0$  □