

Didaktik der Arithmetik

Übung 12: Bruchrechnen II

Abgabe: 14.01.09 vor der Vorlesung

Schriftliche Hausaufgabe**12.1 (Gleichungskonzept)**

Der Bruch $\frac{m}{n}$ wird verstanden als Lösung der Gleichung $n \cdot x = m$, $n, m \in \mathbf{N}$.

Erläutern Sie, wie man in diesem Konzept

- a) Brüche erweitert,
- b) zwei Brüche addiert,
- c) zwei Brüche multipliziert.
- d) Diskutieren Sie Vorteile und Mängel dieses Konzeptes.

Hinweis: Die Aufgabe 43d wird **nicht** zur Korrektur abgegeben.

12.2 (Operatorkonzept)

Wir beziehen uns auf den divisiblen Größenbereich der Längen G . Die Konkretisierung des Multiplikationsoperators $(\cdot m)$ bzw. des Divisionsoperators $(:n)$ geschieht im Unterricht durch die Vorstellung, dass eine Maschine einen eingegebenen Stab zu einem neuen Stab m -facher Länge zusammensetzt bzw. in n gleich lange Stäbe zerlegt und davon einen ausgibt.

Durch das Hintereinanderschalten $\circ$ von Maschinen lässt sich eine Verkettung von Multiplikationsoperatoren bzw. Divisionsoperatoren einführen, etwa $(\cdot m) \circ (:n)$.

Diese Verkettung ist kommutativ und assoziativ.

- a) Überprüfen Sie an geeigneten Beispielen unter Benutzung von „Pfeildiagrammen“, dass

1. $(\cdot m) \circ (:n) = (\cdot(m \cdot n)) = (\cdot(n \cdot m)) = (:n) \circ (\cdot m)$,
2. $(:m) \circ (:n) = (: (m \cdot n)) = (: (n \cdot m)) = (:n) \circ (:m)$,
3. $(\cdot m) \circ (:n) = (:n) \circ (\cdot m)$.

- b) In welcher Weise kann man den Bruchoperator $(\frac{m}{n})$ „definieren“?

- c) Wie kann man Bruchoperatoren „erweitern“ und „kürzen“?

- d) Schalten Sie nun zwei Bruchoperatoren $(\frac{m}{n})$ und $(\frac{p}{q})$ hintereinander.

Welcher Bruchoperator („Ersatzoperator“) wirkt in gleicher Weise?

- e) Wie sieht der „Gegenoperator“ aus, der die Wirkung von $(\frac{m}{n})$ wieder rückgängig macht?

- f) Diskutieren Sie Vorteile und Mängel dieses Konzeptes.

Hinweis: Die Aufgabe 44f wird **nicht** zur Korrektur abgegeben.

12.3 (Teilungen eines Quadrats)

Aus einem großen Quadrat soll durch Faltung ein kleineres Quadrat hergestellt werden, dessen Flächeninhalt $\frac{1}{5}$ des Flächeninhalts des ursprünglichen Quadrats ausmacht.

Stellen Sie das Falten des Quadrats auch durch eine Zeichnung dar.

12.4 (Stammbrüche)

Geben Sie *alle* Möglichkeiten für $x, y \in \mathbf{N}$ an, so dass $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$. Begründung!

Mündliche Hausaufgabe

12.5 (Zur Wiederholung)

- Geben Sie vier Aspekte an, in denen sich Bruchzahlen von natürlichen Zahlen unterscheiden.
- Geben Sie fünf verschiedene Möglichkeiten an, eine Bruchzahl zu bestimmen, die zwischen zwei gegebenen verschiedenen Bruchzahlen liegt.
- Auf welche Weise sollen Schülerinnen und Schüler am Ende der Jahrgangsstufe 6 Bruchteile deuten können? (vgl. Kernlehrpläne / Kompetenzerwartungen)

12.6 (Stammbrüche)

- Berechnen Sie und setzen Sie fort:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}, \dots$$

Was ergibt sich, wenn man immer mehr solcher Brüche addiert?

Belegen Sie Ihre Entdeckung durch eine instruktive Zeichnung.

- In dem mehr als 3500 Jahre alten ägyptischen Rechenbuch des *Ahmes* wird bereits mit Brüchen gerechnet. Allerdings kommen nur Stammbrüche – Brüche mit dem Zähler 1 – vor;

andere Brüche werden als Summen von Stammbrüchen geschrieben.

Drücken Sie die folgenden Brüche als Summen verschiedener Stammbrüche aus:

$$\frac{7}{12}, \frac{5}{9}, \frac{19}{20}.$$