Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Miriam Dieter

SS 2010

Übungen zu Algebra und Diskrete Mathematik I

Blatt 11

Aufgabe 41

Ein Gruppe G mit der Ordnung 253 operiere auf einer Menge X mit 73 Elementen. Zeigen Sie, dass G auf X mindestens 4 Fixpunkte hat.

Aufgabe 42

Wir haben 7 rote und 3 blaue Perlen, die jeweils nicht unterscheidbar sind. Bestimmen Sie die Anzahl der unterscheidbaren Halsketten, die aus den 10 Perlen hergestellt werden können.

Aufgabe 43

a) Sind a, b Elemente einer Gruppe G, so definiert $x^y := yxy^{-1}$ die Konjugierte von x unter y und $[x, y] := xyx^{-1}y^{-1}$ den Kommutator von x und y. Beweisen Sie die beiden Relationen

$$[ab, c] = [b, c]^a[a, c] \quad \text{und} \quad [a, bc] = [a, b][a, c]^b \quad \text{für alle } a, b, c \in G$$

b) Es sei G eine endliche Gruppe mit neutralem Element e und $|K(G)| = 2$. Hierbei ist $K(G)$ die Kommutatorgruppe, die eine Untergruppe von G ist und von allen Kommutatoren $[a, b]$ mit $a, b \in G$ erzeugt wird. Zeigen Sie:

$$[[a, b], b] = e \quad \text{für alle } a, b \in G$$

Aufgabe 44

a) Es sei G eine endliche abelsche Gruppe. Zeigen Sie, dass für $a, b \in G$ gilt:

$$ggT(|a|, |b|) = 1 \quad \Rightarrow \quad |ab| = |a| \cdot |b|$$

b) Bestimmen Sie bis auf Isomorphie alle abelschen Gruppen der Ordnung 600.

Abgabe: Bis Montag, den 5. Juli 2010, 9:00 im Postkasten LE 4.Etage.