Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Verena Gondek

SS 2009

Übungen zu Algebra und Diskrete Mathematik I

Blatt 10

Aufgabe 37 (6 Punkte)

1. Charakterisieren Sie alle abelschen Gruppen der Ordnungen 12, 60 und 125.
2. Sind a, b Elemente einer Gruppe G, so definiert $x^y := yxy^{-1}$ die Konjugierte von x unter y, und $[x, y] := xyx^{-1}y^{-1}$den Kommutator von x und y. Beweisen Sie die beiden Relationen

$$[ab, c] = [b, c]^a[a, c] \text{ und } [a, bc] = [a, b][a, c]^b \text{ für alle } a, b, c \in G.$$

3. Es sei G eine endliche Gruppe mit neutralem Element e und $|K(G)| = 2$. Hierbei ist $K(G)$ die Kommutatorgruppe und dieses ist eine Untergruppe von G, die von allen Kommutatoren $[a, b]$ mit $a, b \in G$ erzeugt wird. Zeigen Sie: $[[a, b], b] = e$ für alle $a, b \in G$.

Aufgabe 38 (6 Punkte)

Ein Gruppe G mit der Ordnung 253 operiere auf einer Menge X mit 73 Elementen. Zeigen Sie, dass G auf X mindestens 4 Fixpunkte hat.

Aufgabe 39 (6 Punkte)

Quadratische Karten (4×4 - Felder) sollen durch das Lochen an zwei Stellen geprägt werden. Wieviele verschiedene Karten können auf diese Weise hergestellt werden?

Aufgabe 40 (6 Punkte)

Es sei G eine Gruppe und U eine Untergruppe von G. Zeigen Sie: Der Normalisator M von U ist eine Untergruppe von G und zwar die größte Untergruppe von G, in der U Normalteiler ist.

Hinweis: Der Normalisator M von U in G ist gegeben durch $M := \{g \in G | gU = Ug\}$.

Abgabe: Bis Montag, den 29. Juni 2009, 10:30 im Postkasten LE 4.Etage.