Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. G. Törner
Dipl.-Math. M. Dieter
Dipl.-Math. V. Gondek

WS 2010/2011

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 11

Aufgabe 41 (6 Punkte)

Es sei V der Vektorraum der (2×2)-Matrizen über $\mathbb{R}$ und

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie für die folgenden linearen Abbildungen f die darstellenden Matrizen bezüglich der kanonischen Basis

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

von V.

(a) $f : V \longrightarrow V$, $f(A) = MA$.

(b) $f : V \longrightarrow V$, $f(A) = MA - AM$.

Aufgabe 42 (6 Punkte)

Die lineare Abbildung $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ habe bezüglich der Standardbasen des $\mathbb{R}^3$ und des $\mathbb{R}^2$ die darstellende Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -10 & -14 \\ -16 & 23 & 32 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die darstellende Matrix von F, wenn im $\mathbb{R}^3$ die Basis $B = ((8,1,3)^T, (1,1,0)^T, (2,0,1)^T)$ und im $\mathbb{R}^2$ die Basis $C = ((4,9)^T, (-3,7)^T)$ gewählt wird.

Aufgabe 43 (6 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen $A \in Mat_{m\times m}(\mathbb{K})$, $B \in Mat_{m\times n}(\mathbb{K})$ und $C \in Mat_{n\times n}(\mathbb{K})$. Zeigen Sie:

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix} = \det A \cdot \det C$$

Aufgabe 44 (6 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden drei Aussagen:

(a) Ist $n \in \mathbb{N}$ ungerade und $A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$ schiefsymmetrisch (d.h. $-A = A^T$), dann ist A singulär.

(b) Ist $n \in \mathbb{N}$ ungerade, so gibt es keine Matrix $B \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$, mit $B \cdot B = -E_n$.

(c) Die Aussagen (1) und (2) sind für gerades $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ nicht richtig.

Abgabe: Bis Donnerstag, 20.01.2010, 10:15 Uhr, Briefkästen LE 4. Etage