Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Miriam Dieter

SS 2009

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 10

Aufgabe 37 (6 Punkte)

Bestimmen Sie $x, y, z \in \mathbb{Z}$, so dass die Matrix A positiv oder negativ definit ist.

$$A = \begin{bmatrix} y^2 & y & x & z \\ -1 & 2x^2+1 & 1 & 2 \\ x^2 & 1 & 4 & z+2 \\ 2-z^2 & 2 & z^3+8 & 9 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 38 (6 Punkte)

Transformieren Sie die folgenden Quadriken

a) $Q_1 = \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid 7x^2 - y^2 + 6xy + 52x + 4y + 58 = 0\}$

b) $Q_2 = \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid 6x^2 + 3y^2 + 4xy - 4x + 8y + 9 = 0\}$

in Normalform.

(Hinweis: “Quadrik“ ist eine Bezeichnung für die Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung der Form $x^T Ax + 2b^T x + c = 0$ für eine symmetrische Matrix $A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$, $b \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$.)

Aufgabe 39 (6 Punkte)

In Abhängigkeit von einem Parameter $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$, sei der Kegelschnitt

$$C_a = \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2axy + y^2 + 2y + 1 = 0\}$$

gegeben. Zeigen Sie: C_a ist eine Ellipse für $a^2 < 1$, eine Parabel für $a^2 = 1$ und eine Hyperbel für $a^2 > 1$.

Aufgabe 40 (6 Punkte)

Zu einer Quadrik Q im $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$, gehöre die symmetrische Matrix $A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$.

a) Zeigen Sie: Wenn Q eine Gerade enthält, kann A weder positiv noch negativ definit sein.

b) Geben Sie ein Beispiel für eine Quadrik im $\mathbb{R}^3$ an, die <u>keine</u> Gerade enthält und bei der A weder positiv noch negativ definit ist.

Abgabe: Bis Donnerstag, 02.07.2009, 12:00 Uhr, Briefkästen LE 4.Etage