Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. G. Törner
Dipl.-Math. M. Dieter
Dipl.-Math. Ch. Henkel

SS 2011

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 2

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Es sei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das klassische Skalarprodukt im $\mathbb{R}^3$. Von den drei Vektoren $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ sei folgendes bekannt:

$$||a|| = 2,\ ||b|| = 3,\ ||c|| = 4$$
$$\langle a, b \rangle = 1,\ \langle a, c \rangle = 1,\ \langle b, c \rangle = 0$$

Ferner sei $d \in \mathbb{R}^3$, mit $||d|| = 1$ und $d \perp b$ und $d \perp c$.
Berechnen Sie $|\langle a, d \rangle|$!

Aufgabe 6 (6 Punkte)

a) Es sei $A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$. Beweisen Sie: Genau dann gilt $x^T A x > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, wenn $A + A^T$ positiv definit ist.

b) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage:

   Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: Ist $A \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$ und sind alle Nullstellen des charakteristischen Polynoms von A reell und positiv, dann ist $x^T A x > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$.

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Sei $I = [-1, 1]$ und $C(I) = \{f \in Abb(I, \mathbb{R} \mid f \text{ stetig auf } I\}$ versehen mit dem Skalarprodukt

$$\langle f, g \rangle \longmapsto \int_{-1}^{1} f(t)g(t)dt.$$

Orthonormieren Sie die Polynome e_0, e_1, e_2, e_3 nach dem Verfahren von Gram-Schmidt.

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Es sei durch $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ eine Bilinearform definiert (dies muss nicht gezeigt werden!)

$$f((x_1, x_2, x_3)^T, (y_1, y_2, y_3)^T) = 3x_1y_1 - 2x_1y_3 + x_2y_2 - 3x_3y_2 + 2x_3y_3$$

Bestimmen Sie die Matrixdarstellung der Bilinearform f bezüglich der Basis $B = \{(1, 1, 1)^T, (1, 1, 0)^T, (1, 0, 0)^T\}$.

Abgabe: Bis Donnerstag, 28.04.2011, 10:15 Uhr, Briefkästen LE 4.Etage