Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Verena Gondek

SS 2010

Übungen zur Scheduling-Theorie

Blatt 3

Aufgabe 8

Beweisen Sie die folgenden beiden Aussagen:

(i) Die WSPT-Regel liefert eine optimale Lösung für das Problem: $1||\sum w_j L_j$.

(ii) Die SPT-Regel (Die Jobs werden in der Reihenfolge aufsteigender Bearbeitungszeiten bearbeitet.) liefert einen optimalen Schedule für das Problem $1||\overline{F}$. Dabei bezeichnet $\overline{F}$ die mittlere Flusszeit:

$$\overline{F} = \tfrac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} F_j$$

Aufgabe 9

Zeigen Sie, dass die Lösung des folgenden linearen Optimierungsproblems eine untere Schranke für den optimalen Zielfunktionswert des Problems $1|r_j|\sum w_j C_j$ darstellt.

$$\sum_j w_j C_j \rightarrow \text{ Min!} \tag{1}$$

so dass

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jt} \leq 1 \qquad \text{für alle } t = 0 \ldots, T \tag{2}$$

$$\sum_{t=0}^{T} y_{jt} = p_j \qquad \text{für alle } j = 1 \ldots, n \tag{3}$$

$$C_j = \frac{p_j + 1}{2} + \frac{1}{p_j} \left(\sum_{t=0}^{T} t y_{jt} \right) \qquad \text{für alle } j = 1 \ldots, n \tag{4}$$

Dabei sei y_{jt} eine binäre Variable, die den Wert 1 annimmt, falls Job j im Zeitintervall $[t, t+1]$ bearbeitet wird und 0 sonst, sowie $C_j \geq 0$ eine reelle Variable, welche wie gewohnt die Fertigstellungszeit des Jobs j repräsentiert. T sei eine beliebige obere Schranke für den Planungshorizont.

Aufgabe 10

Betrachten Sie das Problem $O2||C_{\max}$ mit n Jobs. Zeigen Sie, dass

$$C_{\max} \geq \max \left(\sum_{j=1}^{n} p_{1j}, \sum_{j=1}^{n} p_{2j} \right)$$

gilt. Finden Sie außerdem ein Beispiel, bei dem die Zykluszeit $C_{\max}$ des optimalen Schedules echt größer als die rechte Seite der obigen Ungleichung ist.

Abgabe: bis Mittwoch, den 05.05.2010 zu Beginn der Übung