SS 2012 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Inverse Probleme

Blatt 4

Aufgabe 1
Zeigen Sie, dass der Operator $A : L^2(0,1) \to L^2(0,1)$,

$$(Ax)(s) := \int_0^1 k(s,t)x(t)dt$$

kompakt ist.

Aufgabe 2
Im endlichdimensionalen wissen wir, dass jeder Unterraum eines normierten Raumes abgeschlossen ist. Dies ist im unendlichdimensionalen nicht mehr der Fall. Wir betrachten den Raum der stetigen Funktionen $C[0,1]$ als Unterraum von $L^1(0,1)$. Somit ist $C[0,1]$ mit der Norm

$$\|x\|_{L^1(0,1)} = \int_0^1 |x(t)|dt$$

versehen. Zeigen sie an einem geeigneten Beispiel, dass $C[0,1]$ nicht abgeschlossen ist.

Aufgabe 3

(i) Beweisen Sie ein Analogon zur Hölderschen Ungleichung für drei Terme und Exponenten p, q, r mit $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 1$.

(ii) Gegeben seien $u \in L^2(\Omega)$ und $v \in L^6(\Omega)$. In welchem Raum $L^p(\Omega)$ liegt das punktweise Produkt uv?

Aufgabe 4
In welchem Raum $H^m((-1,1))$, $m \in \mathbb{N}$ liegen die folgenden Funktionen?

(i) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ x^3, & x \geq 0 \end{cases}$

(ii) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin(n\pi x)$

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_SS12.shtml`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	10-12	LE 103	Arnd Rösch
	Do	10-12	LE 103	
Üb	Mo	14-16	LE 103	Hendrik Feldhordt