

Übung Inverse Probleme

Blatt 9

Aufgabe 1

Für welche Elemente $x_0 \in L^2(0, 1)$ erfüllt der Selbstfaltungsoperator $F : L^2(0, 1) \rightarrow L^2(0, 1)$,

$$[F(x)](s) := \int_0^s x(s-t)x(t)dt \quad 0 \leq s \leq 1$$

eine η -Bedingung

$$\|F(x) - F(x_0) - F'(x_0)(x - x_0)\| \leq \eta \|F(x) - F(x_0)\|, \quad \eta > 0,$$

für alle $x \in \overline{B_r(x_0)} \subset L^2(0, 1)$, $r > 0$?

Aufgabe 2

(i) Seien X, Y reelle Hilberträume, $y \in Y$ fest und $A : X \rightarrow Y$ linear und stetig. Bestimmen Sie die Fréchet-Ableitung zu $F(x) := \|Ax - y\|_Y^2$.

(ii) Für welche Funktionen u ist das Funktional $f(u) := \int_0^1 u^3(x)dx$ definiert? Für welche u ist f Fréchet-differenzierbar und wie lautet die Ableitung? Identifiziert man die Ableitung wieder mit einer Funktion, in welchem Raum liegt diese dann?

Aufgabe 3

Man zeige: Der Sinus-Operator $[F_x](t) := \sin(x(t))$ ist als Abbildung von $L^2(0, 1)$ nach $L^2(0, 1)$ nicht Fréchet-differenzierbar.

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_SS12.shtml

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	10-12	LE 103	Arnd Rösch
	Do	10-12	LE 103	
Üb	Mo	14-16	LE 103	Hendrik Feldhordt