WS 2012/13 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Übung Numerik partieller Differentialgleichungen

Blatt 3

Aufgabe 1
Für $n \geq 2$ sei $\Omega \subset B_{\frac{1}{2}}(0) \subset \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$v(x) := \begin{cases} \log|\log|x|| & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

für $p = n$ im Sobolewraum $W^{1,p}(\Omega)$ liegt, aber nicht stetig ist.

Aufgabe 2
Lösen sie die Sturm-Liouville-Probleme

(a) $-y'' = \lambda y, \qquad y(0) = 0, \quad y'(1) = 0,$

(b) $-y'' = \lambda y, \qquad y'(0) = 0, \quad y'(1) = 0,$

(Geben Sie also die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Operators $y \mapsto -y''$ mit den jeweiligen Randbedingungen an).

Aufgabe 3
Lösen Sie das folgende Anfangsrandwertproblem zur Wärmeleitgleichung mit Hilfe der Fouriermethode:

$$\begin{aligned} u_t(t,x) &= u_{xx}(t,x), \qquad 0 < x < \pi,\ t > 0, \\ u(0,x) &= \sin x \\ u(t,0) &= u(t,\pi) = 0. \end{aligned}$$

(Verwenden Sie also den Anstatz $u(x,t) = v(x)\psi(t)$)

Aufgabe 4
Bestimmen Sie die Konsistenzordnung der folgenden Differenzenquotienten (in einer Raumdimension bei äquidistantem Gitter).

- $(D^+u)(x)$
- $(D^-u)(x)$
- $(D^0)(x)$
- $(D^+D^-u)(x)$

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_WS1213.shtml`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	LE 102	Arnd Rösch
	Do	14-16	LE 102	
Üb	Do	10-12	LE 102	Hendrik Feldhordt