WS 2012/13
Prof. Arnd Rösch

Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik

Übung Numerik partieller Differentialgleichungen

Blatt 7

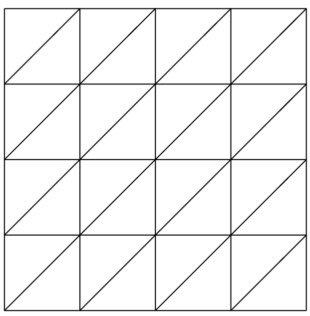
Aufgabe 1

(a) Sei $\mathcal{T}(\Omega)$ eine Triangulierung eines einfach zusammenhängenden Gebietes $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Im folgenden soll die Methode der Finiten Elemente unter Verwendung von kubischen Hermite-Elementen mit der entsprechenden Methode für kubische Lagrange-Elemente verglichen werden. Dazu bezeichne V_h^H den Ansatzrazm mit kubischen Hermite-Elementen und V_h^L den Ansatzraum mit kubischen Lagrange-Elementen. Weiterhin sei $\#T$ die Anzahl der Dreiecke in $\mathcal{T}$.

- Zeigen Sie die Inklusion $V_h^H \subset V_h^L$.
- Bestimmen Sie die Dimension der beiden Ansatzräume V_h^H und V_h^L abhängig von der Anzahl der Dreiecke, Kanten und Knoten.
- Folgern Sie, dass für $\#T \geq 2$ der Ansatzraum V_h^H im Vergleich zu V_h^L echt weniger Freiheitsgrade liefert, d.h. $\dim(V_h^H) < \dim(V_h^L)$.
- Erklären Sie, wo die fehlenden Freiheitsgrade geblieben sind.

(b) Sei K ein nicht entartetes Dreieck und $P_{3,h}(K)$ der Raum der Polynome dritten Grades bezüglich K. Zeigen Sie, dass die Menge der kubischen Polynome, deren Restriktion auf die Kanten von K quadratische Funktionen sind, einen Unterraum von $P_{3,h}(K)$ der Dimension 7 darstellt.

Aufgabe 2
Bestimmen Sie die affin lineare Transformation von einem beliebigen Dreieck T mit den Eckpunkten $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3$ auf das Referenzdreieck $\hat{T}$ mit den Eckpunkten $(0, 0), (0, 1), (1, 0)$. Wie sehen die Elementsteifigkeitsmatrizen für Dreiecke der hier abgebildeten Triangulierung des Einheitsquadrats $(0, 1) \times (0, 1)$ aus?



Bestimmen Sie die globale Steifigkeitsmatrix!

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_WS1213.shtml`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	14-16	LE 102	Arnd Rösch
	Do	14-16	LE 102	
Üb	Do	10-12	LE 102	Hendrik Feldhordt