Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Dr. Sergiy Nesenenko
Christian Hubacsek
Christian Thiel

Sommersemester 2011
27.04.2011

Mathematisches Modellieren für LaG/M
Gewöhnliche Differentialgleichungen

2. Übung

Gruppenübungen

(G 1)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen

1. $(1-t^2)y' - ty + 1 = 0, \qquad (|t| < 1),$
2. $(1+t^2)y' + ty - ty^2 = 0, \qquad (y > 0),$
3. $y' + y + (\sin t + et)y^3 = 0, \qquad (y > 0).$

(G 2)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ lokalen oder globalen Lipschitzbedingungen genügen.

1. $f(t,y) = y^2$
2. $f(t,y) = \frac{1}{1+y^2}$
3. $f(t,y) = e^t y$

(G 3)

Beweisen Sie die folgende Aussage:
Ist $D \subset \mathbb{R}\times\mathbb{R}^n$ offen und $f \in C^1(D, \mathbb{R}^n)$, so genügt f in D einer lokalen Lipschitzbedingung.

Hausübungen

(H 1) (6 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

(a) $y' = \dfrac{xy}{x^2-1} + e^x\sqrt{1-x^2}$, $y(0) = 1$;

(b) $y' = y^2 + \dfrac{2}{x}y$, $y(1) = -1$;

(H 2) (6 Punkte)

Entscheiden Sie, welche der folgenden Funktionen in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ einer Lipschitzbedingung oder einer lokalen Lipschitzbedingung genügen.

1. $f(x,y) := x|y|$
2. $f(x,y) := \sin(|y|^{-1})$ für $y \neq 0$, $f(x,0) = 0$ für alle x
3. $f(t,y) = \frac{1}{1+t^2+y^2}$

(H 3) (6 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Aussage:
Genügt f in der offenen Menge $D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$ einer lokalen Lipschitzbedingung und ist $K \subset D$ kompakt, so genügt f in K einer Lipschitzbedingung.