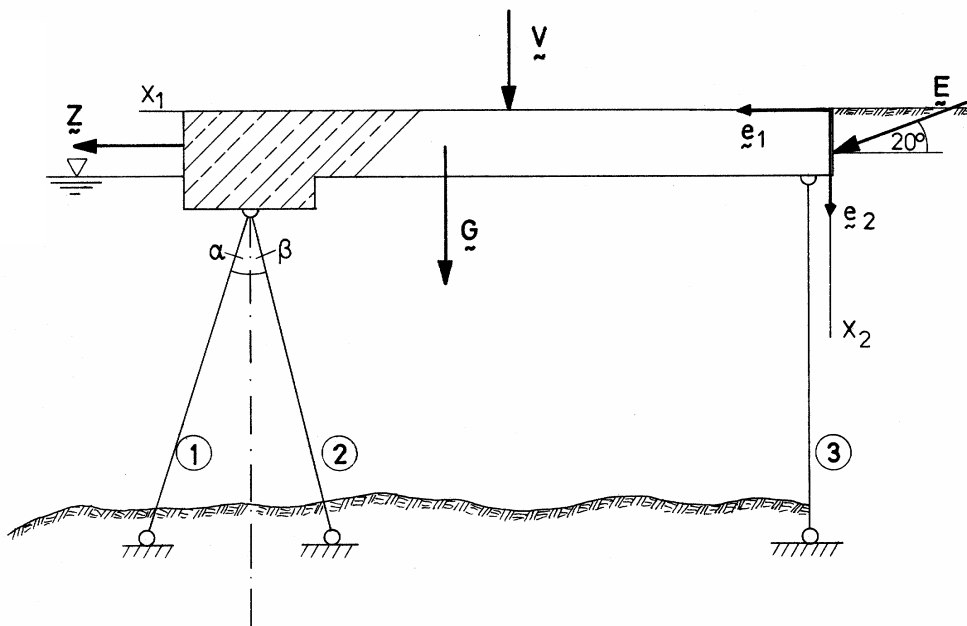


# Mechanik 1

## Übungsaufgaben



Universitätsprofessor Dr.-Ing. habil. Jörg Schröder  
Universität Duisburg-Essen, Standort Essen  
Fachbereich 10 - Bauwesen  
Institut für Mechanik

Aufgabe 1

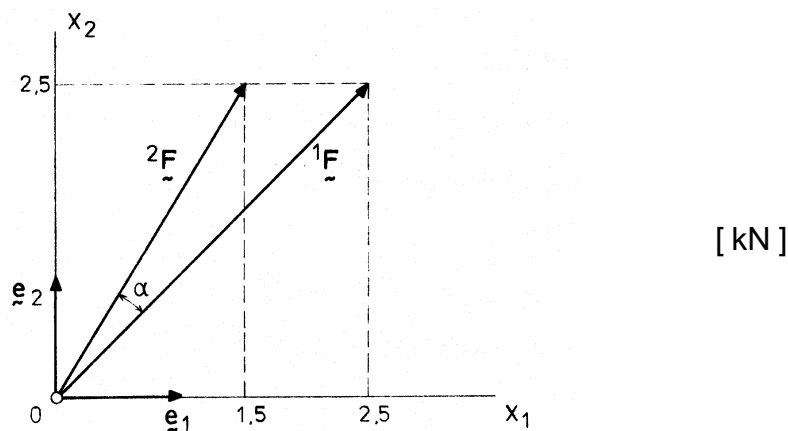
In der  $X_1$ - $X_2$ -Ebene sind im Ursprung die folgenden Vektoren gegeben:

$$\begin{aligned}
 {}^1\mathbf{F} &= 2 \mathbf{e}_1 + 3 \mathbf{e}_2 && \text{bzw. } {}^1\mathbf{F} = (2, 3) \\
 {}^2\mathbf{F} &= 3 \mathbf{e}_1 - 1 \mathbf{e}_2 && \text{bzw. } {}^2\mathbf{F} = (3, -1) \quad [\text{kN}] \\
 {}^3\mathbf{F} &= -3 \mathbf{e}_1 - 5 \mathbf{e}_2 && \text{bzw. } {}^3\mathbf{F} = (-3, -5)
 \end{aligned}$$

- a) Addieren Sie die Vektoren zeichnerisch und analytisch, und zeigen Sie, daß die Reihenfolge der Addition beliebig ist!
- b) Bestimmen Sie den Betrag des Summenvektors  $\mathbf{R}$  und den Winkel, den  $\mathbf{R}$  mit der  $X_1$ -Achse bildet!
- c) Addieren Sie zu den drei Vektoren einen vierten Vektor  $\mathbf{F}_4 = -2 \mathbf{e}_1 + 3 \mathbf{e}_2$ , und bestimmen Sie den neuen Summenvektor  $\mathbf{R}^*$ !

Aufgabe 2

In der  $X_1$ - $X_2$ -Ebene sind wie dargestellt zwei Vektoren  $\mathbf{F}_1$  und  $\mathbf{F}_2$  gegeben.



- a) Bestimmen Sie die Beträge der beiden Vektoren!
- b) Bestimmen Sie den Winkel  $\alpha$  zwischen beiden Vektoren!
- c) Bestimmen Sie graphisch, halb-graphisch und analytisch den Summenvektor  $\mathbf{R}$  (Komponenten  $R_i$ , Betrag)!

Aufgabe 3

Bestimmen Sie analytisch den Betrag und die Richtung des Summenvektors  $\mathbf{R}$ , der sich aus der Addition der Vektoren  $\mathbf{F}_1 = (1, 3, -2)$  und  $\mathbf{F}_2 = (-5, 3, 3)$  ergibt!

Aufgabe 4

Gegeben sind die Vektoren  ${}^1\mathbf{F} = (5, 3, 4)$  und  ${}^2\mathbf{F} = (-1, -1, -2)$ . Wie groß muß ein dritter Vektor  ${}^3\mathbf{F}$  sein, damit der Summenvektor der Nullvektor  $\mathbf{0}$  wird?

Aufgabe 5

Gegeben sind die Vektoren  $\mathbf{F} = (3, 1, 4)$  und  $\mathbf{s} = (1, 1, s_3)$ . Wie groß muß  $s_3$  sein, wenn das Skalarprodukt  $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$  verschwinden soll, und wie groß ist dann der Winkel zwischen beiden Vektoren?

Aufgabe 6

Bestimmen Sie das Vektorprodukt  $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ , wenn  $\mathbf{r} = (6, 5, 1)$  und  $\mathbf{F} = (2, 1, 1)$  sind!

Aufgabe 7

Gegeben sind die drei Vektoren  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$ . Berechnen Sie das skalare dreifache Produkt

$$[\mathbf{u} \ \mathbf{v} \ \mathbf{w}] = \mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) !$$

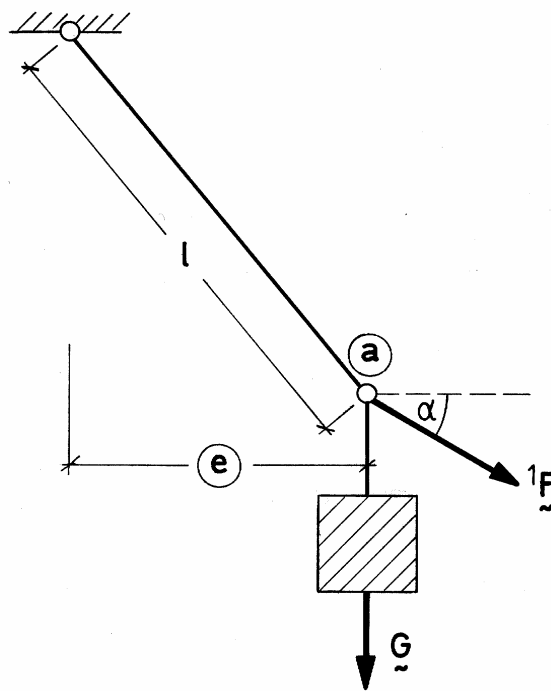
$$\mathbf{u} = \mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 - 3\mathbf{e}_3$$

$$\mathbf{v} = 2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3$$

Aufgabe 8

An einem Seil hängt eine Last vom Gewicht  $G$ . Zusätzlich wird mit einer Kraft  ${}^1F$  am Aufhängepunkt  $a$  der Last gezogen. Wie groß ist die aus  $G$  und  ${}^1F$  resultierende Kraft  $F$  und der Winkel zwischen der Wirkungslinie von  $F$  und der Horizontalen? Um welche Strecke  $e$  wird der Punkt  $a$  durch die Kraft  ${}^1F$  seitlich ausgelenkt? Die Lösung ist graphisch und analytisch durchzuführen!



$$G = 10 \text{ kN}$$

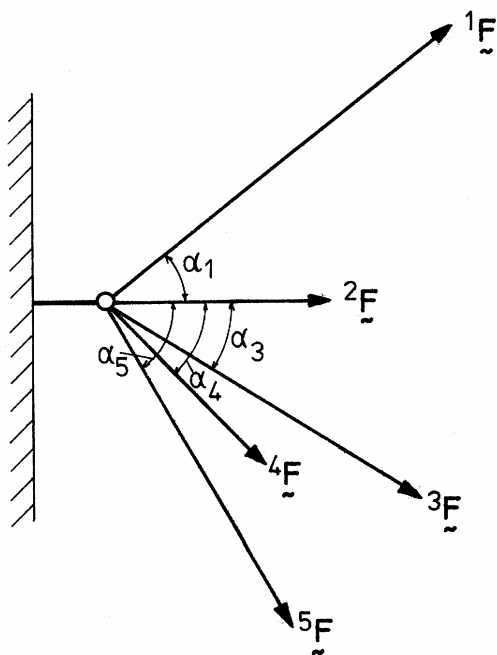
$${}^1F = 6 \text{ kN}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$l = 2,00 \text{ m}$$

Aufgabe 9

Es wird mit fünf Kräften an einem Ankerhaken gezogen (ebenes Kräftesystem). Wie groß ist die Resultierende  $\mathbf{F}$  der Kräfte und welcher Winkel liegt zwischen der Wirkungslinie von  $\mathbf{F}$  und der Vertikalen? Die Lösung ist graphisch und analytisch durchzuführen!



Gegeben:

${}^1F = 6 \text{ kN}$

${}^2F = {}^4F = 3 \text{ kN}$

${}^3F = {}^5F = 5 \text{ kN}$

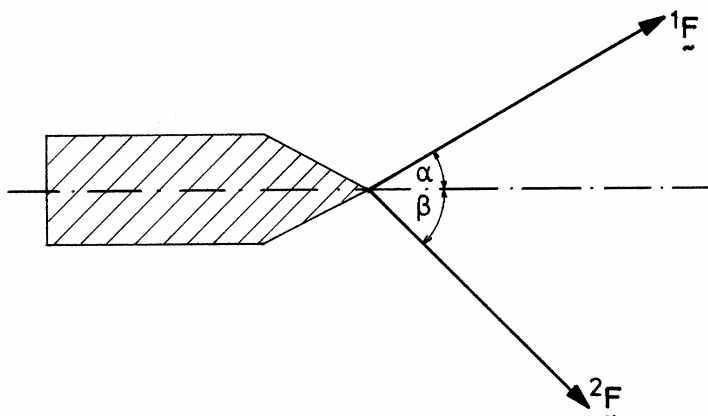
$\alpha_1 = 38^\circ; \alpha_2 = 0^\circ$

$\alpha_3 = 32^\circ; \alpha_4 = 45^\circ$

$\alpha_5 = 60^\circ$

Aufgabe 10

Ein Schiff wird an zwei Seilen gezogen. Man bestimme graphisch und analytisch den Betrag der Seilkraft  ${}^2F$  so, daß die Resultierende von  ${}^1F$  und  ${}^2F$  in die Schiffsachse fällt! Wie groß wird die Resultierende  $\mathbf{F}$ ?



Gegeben:

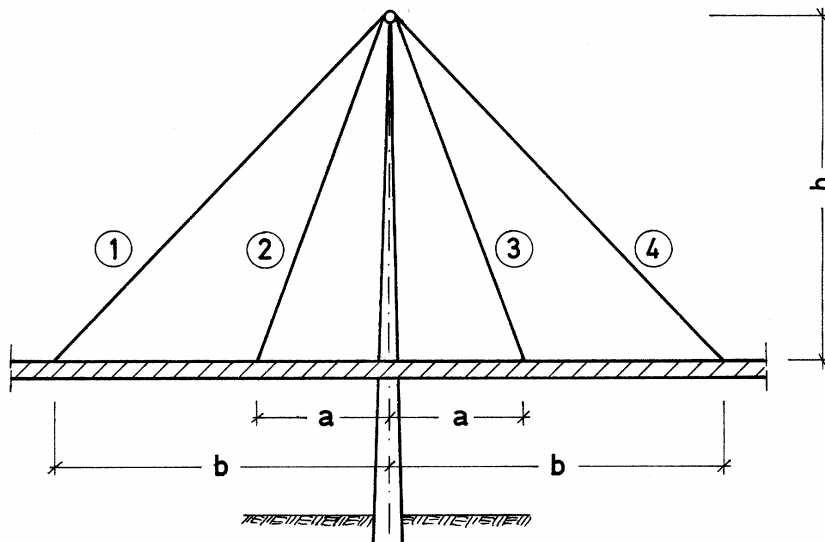
${}^1F = 100 \text{ kN}$

$\alpha = 30^\circ$

$\beta = 45^\circ$

Aufgabe 11

Bei der skizzierten Hängebrücke sind die Seile 1, 2, 3 und 4 mit den Kräften  ${}^1F$ ,  ${}^2F$ ,  ${}^3F$  und  ${}^4F$  belastet. Wie groß ist die resultierende Kraft  $F$ , die der Pylon aufnehmen muß und wie ist sie gerichtet?



Gegeben:

${}^1F = 140 \text{ kN}$

${}^2F = 200 \text{ kN}$

${}^3F = 240 \text{ kN}$

${}^4F = 200 \text{ kN}$

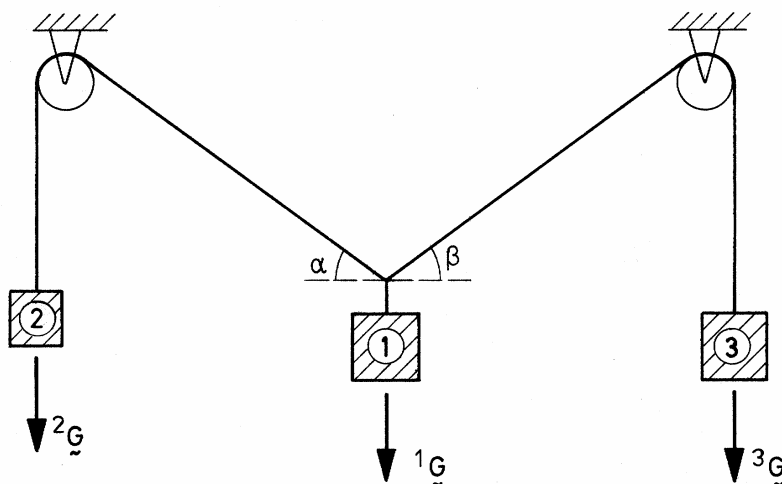
$a = 10 \text{ m}$

$b = 25 \text{ m}$

$h = 25 \text{ m}$

Aufgabe 12

Ein Körper 1 vom Gewicht  ${}^1G$  wird von zwei Seilen im Gleichgewicht gehalten, die über reibungsfreie Rollen laufen und durch die Körper 2 und 3 vom Gewicht  ${}^2G$  und  ${}^3G$  gespannt werden. Welche Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  stellen sich ein?



Gegeben:

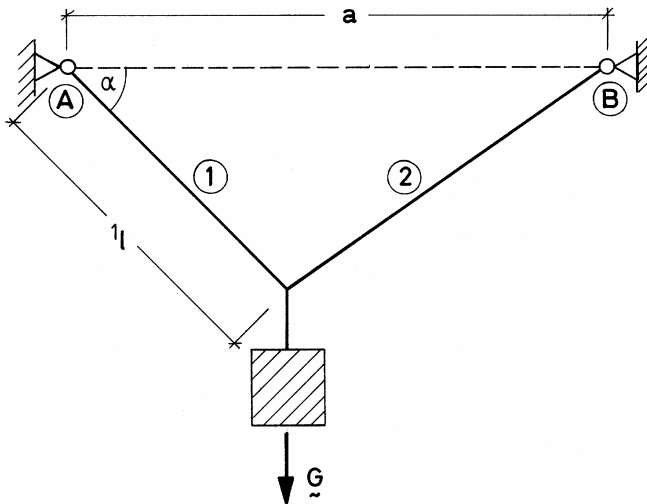
${}^1G = 250 \text{ kN}$

${}^2G = 200 \text{ kN}$

${}^3G = 250 \text{ kN}$

Aufgabe 13

Ein Körper vom Gewicht  $G$  ist mittels zweier Seile an zwei Festpunkten A und B aufgehängt. Die Länge des linken Seiles 1 beträgt  $l_1$ , die des rechten wird so eingestellt, daß der Winkel  $\alpha$  beträgt. Wie groß sind die Seilkräfte?



Gegeben:

$G = 400 \text{ N}$

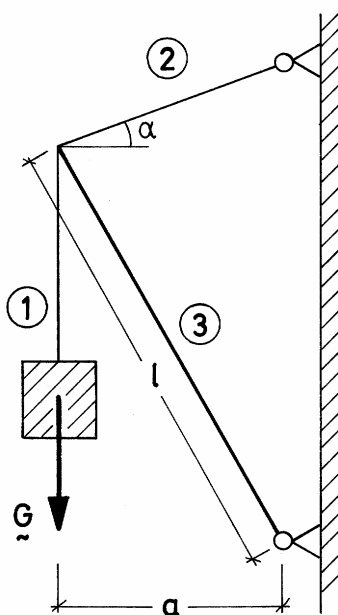
$a = 7,00 \text{ m}$

$l_1 = 4,04 \text{ m}$

$\alpha = 45^\circ$

Aufgabe 14

Wie groß sind bei der skizzierten Verladevorrichtung die Kräfte im Seil 2 und in der starren Stange 3?



Gegeben:

$G = 10 \text{ kN}$

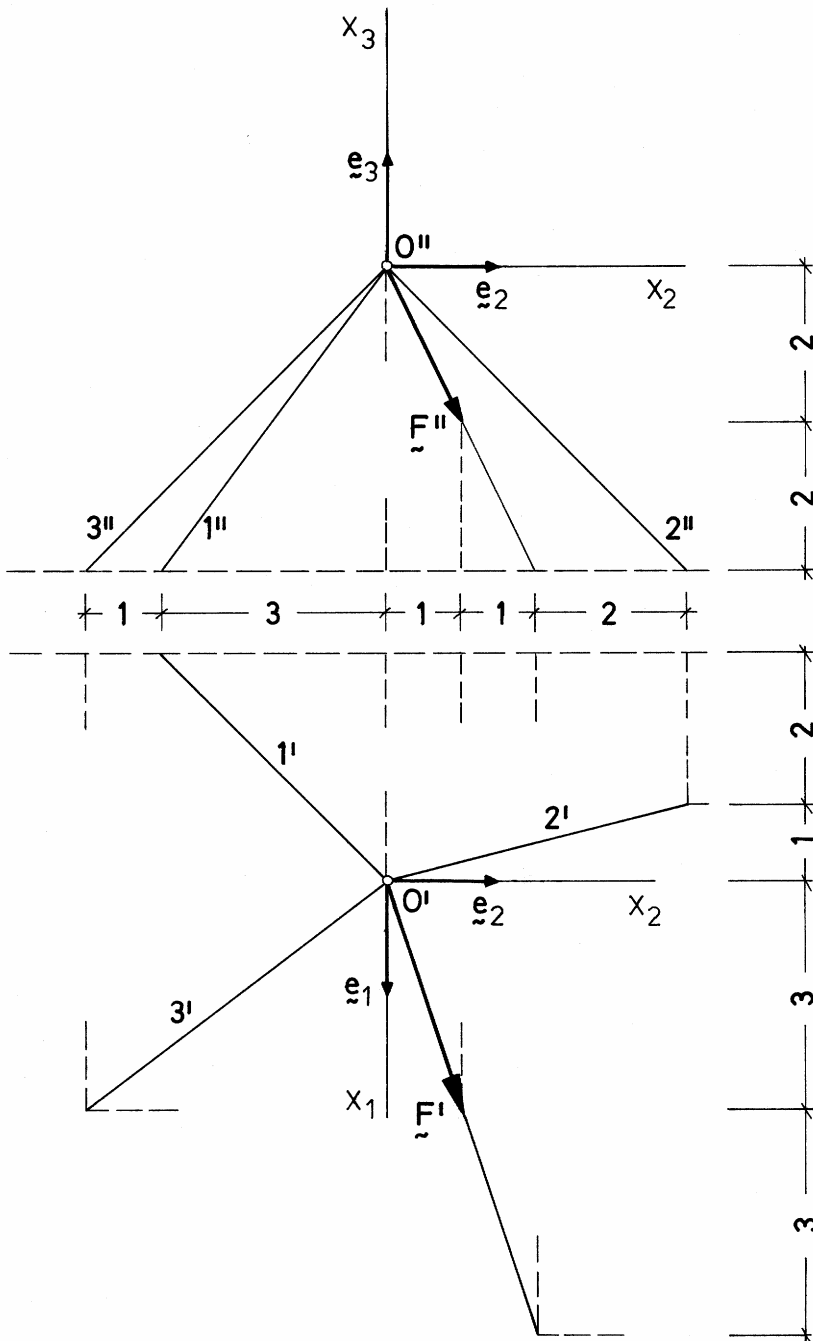
$a = 3,00 \text{ m}$

$l = 6,00 \text{ m}$

$\alpha = 20^\circ$

Aufgabe 15

Zerlegen Sie die im Grund- und Aufriß gegebene Kraft  $\mathbf{F} = (3, 1, -2)$  in die drei Kräfte  ${}^1\mathbf{F}$ ,  ${}^2\mathbf{F}$  und  ${}^3\mathbf{F}$ ! Das Ergebnis ist rechnerisch zu überprüfen. [kN, m]



Maßstäbe:

$M_L: 1 \text{ m} = 1 \text{ cm}$

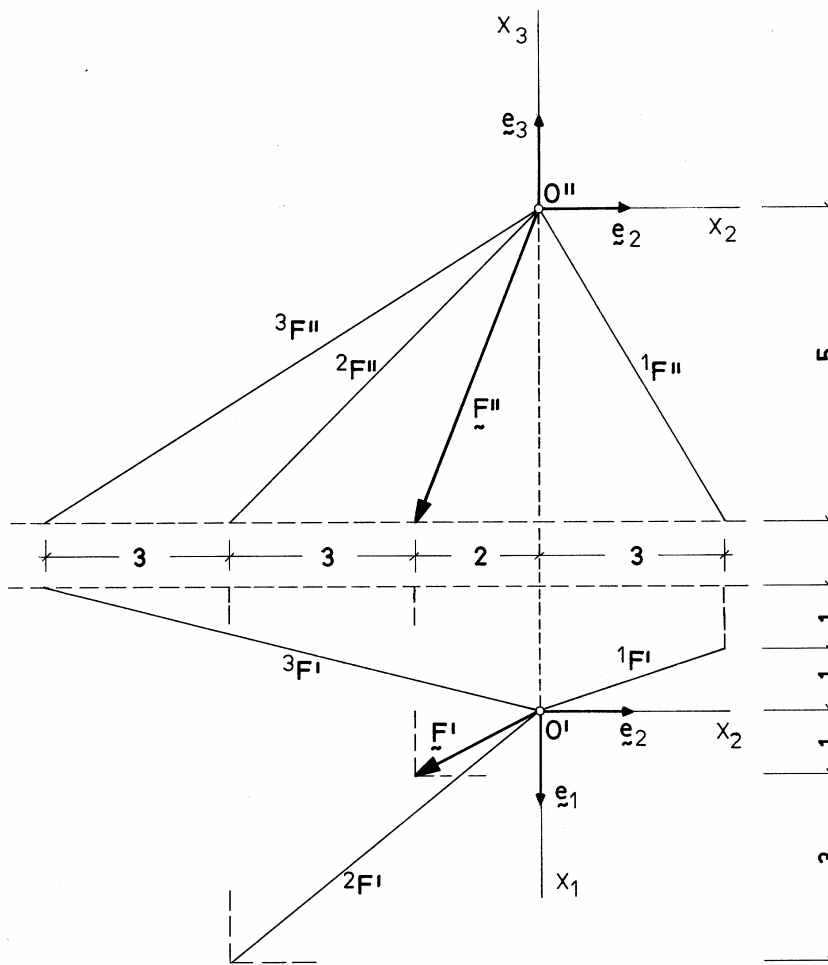
$M_F: 1 \text{ kN} = 1 \text{ cm}$



Aufgabe 16

Der im Grund- und Aufriß gegebene Kraftvektor  $\mathbf{F}$  soll im Raum in drei Kräfte  ${}^1\mathbf{F}$ ,  ${}^2\mathbf{F}$  und  ${}^3\mathbf{F}$  mit den durch die Abbildung vorgeschriebenen Wirkungslinien  ${}^1F$ ,  ${}^2F$  und  ${}^3F$  nach dem Verfahren von Cullmann zerlegt werden. Man zeichne die drei Kräfte im Grund- und Aufriß und bestimme ihre Beträge.

Das Ergebnis ist rechnerisch zu überprüfen.



Maßstäbe:

$M_L: 1 \text{ m} = 1 \text{ cm}$

$M_F: 1 \text{ kN} = 1 \text{ cm}$

Aufgabe 17

Von einem zentralen räumlichen Kräftesystem mit den drei Kräften  ${}^1\mathbf{F}$ ,  ${}^2\mathbf{F}$  und  ${}^3\mathbf{F}$  sind die Beträge sowie die Winkel

$$\angle ({}^2\mathbf{F}, {}^3\mathbf{F}) = \varphi_1, \quad \angle ({}^3\mathbf{F}, {}^1\mathbf{F}) = \varphi_2 \quad \text{und} \quad \angle ({}^1\mathbf{F}, {}^2\mathbf{F}) = \varphi_3,$$

die sie miteinander bilden, bekannt.

Man berechne den Betrag ihrer Resultierenden  $\mathbf{F}$  sowie die Winkel

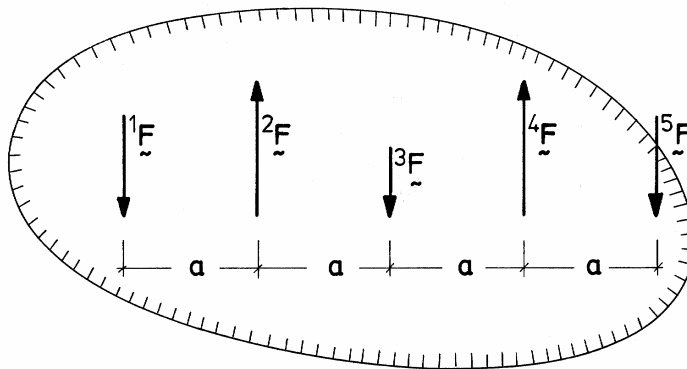
$$\angle (\mathbf{F}, {}^1\mathbf{F}) = \psi_1, \quad \angle (\mathbf{F}, {}^2\mathbf{F}) = \psi_2 \quad \text{und} \quad \angle (\mathbf{F}, {}^3\mathbf{F}) = \psi_3$$

die  $\mathbf{F}$  mit  ${}^1\mathbf{F}$ ,  ${}^2\mathbf{F}$  und  ${}^3\mathbf{F}$  bildet.

Gegeben:  ${}^1\mathbf{F} = 2 \text{ kN}; \quad {}^2\mathbf{F} = 3 \text{ kN}; \quad {}^3\mathbf{F} = 4 \text{ kN}$   
 $\varphi_1 = 90^\circ; \quad \varphi_2 = 60^\circ; \quad \varphi_3 = 120^\circ$

Aufgabe 18

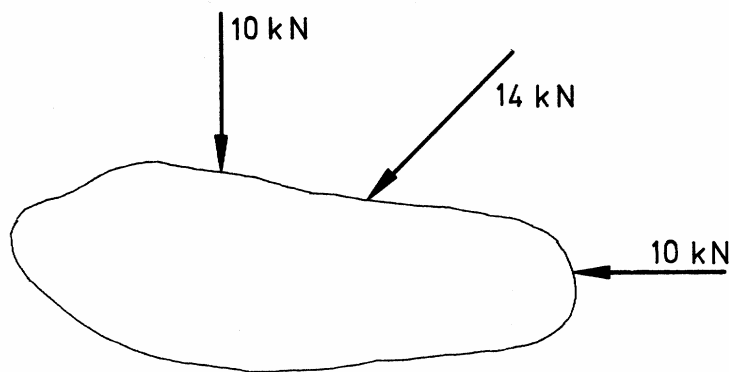
An einem Körper greifen 5 parallele Kräfte  ${}^1\mathbf{F}$  bis  ${}^5\mathbf{F}$  an. Bilden diese Kräfte ein Gleichgewichtssystem?



Gegeben:  
 ${}^1\mathbf{F} = {}^5\mathbf{F} = 3 \text{ kN}$   
 ${}^2\mathbf{F} = {}^4\mathbf{F} = 4 \text{ kN}$   
 ${}^3\mathbf{F} = 2 \text{ kN}$

Aufgabe 19

Ermitteln Sie mit Hilfe des Seileckverfahrens Betrag und Lage der Resultierenden des angegebenen allgemeinen ebenen Kräftesystems! Benutzen Sie dazu den auf diesem Blatt abgebildeten Lage- bzw. Kräfteplan!

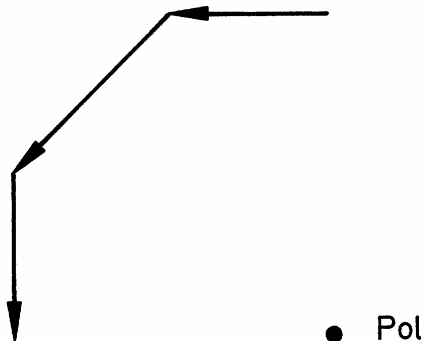


Lageplan:

$M_L: 1 \text{ m} = 1 \text{ cm}$

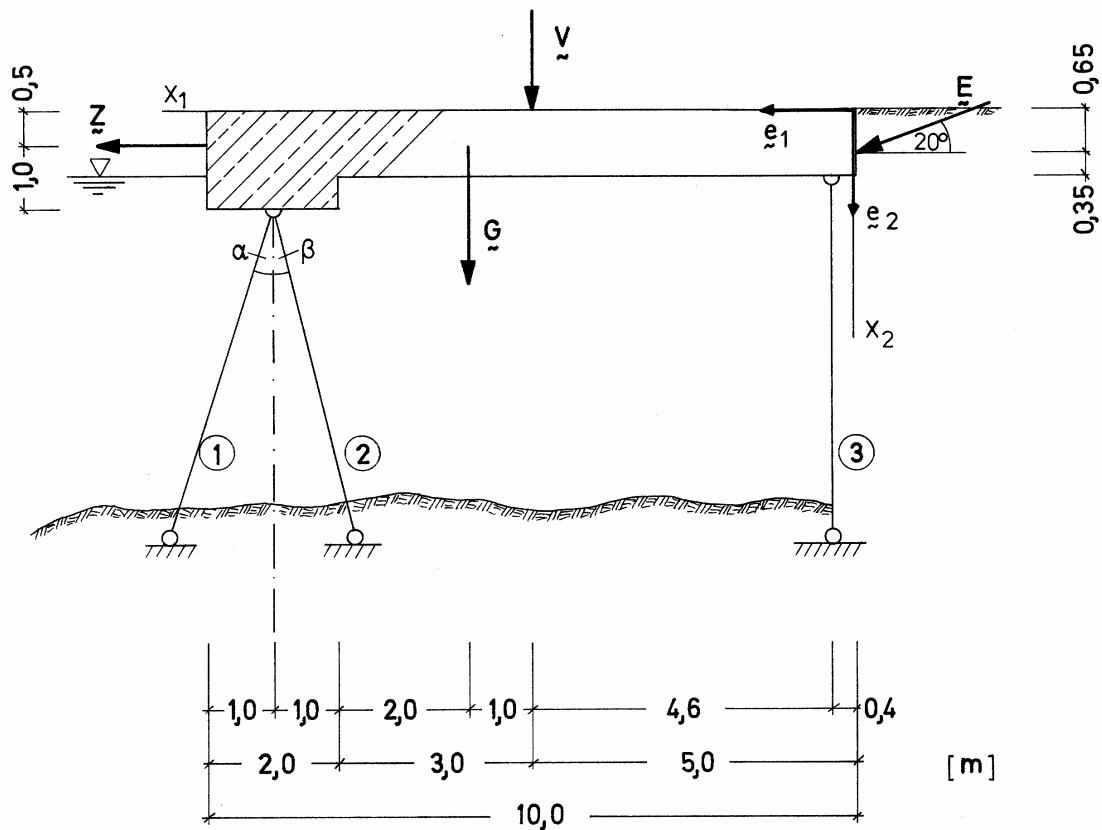
Kräfteplan:

$M_F: 5 \text{ kN} = 1 \text{ cm}$



Aufgabe 20

Auf den skizzierten Pfahlrost wirken die dargestellten Kräfte. Fassen Sie die eingepägten Kräfte zu einer Resultierenden **F** zusammen und geben Sie deren Wirkungslinie im Lageplan an.



Gegeben:

$$V = 100 \text{ kN}$$

$$G = 200 \text{ kN}$$

$$E = 60 \text{ kN}$$

$$Z = 50 \text{ kN}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\tan \beta = \frac{1}{4}$$

Aufgabe 21

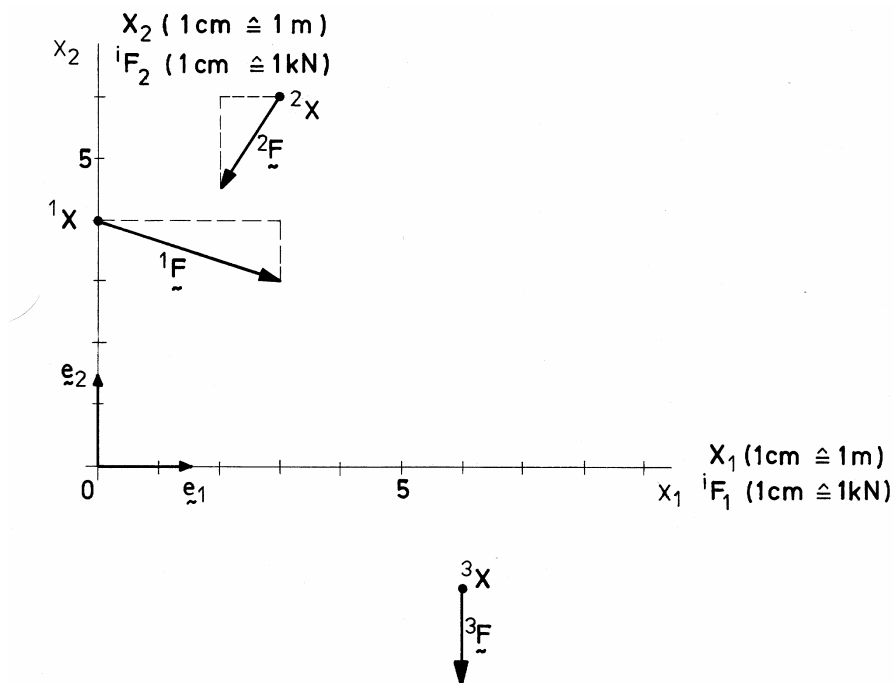
Gegeben ist das folgende allgemeine Kräftesystem bzgl. eines  $X_1$ - $X_2$ -Koordinatensystems.

${}^1\mathbf{F} = (6, -2)$  kN angreifend in  $X_1 = (0, 4)$  m

${}^2\mathbf{F} = (-2, -3)$  kN angreifend in  $X_2 = (3, 6)$  m

${}^3\mathbf{F} = (0, -3)$  kN angreifend in  $X_3 = (6, -2)$  m

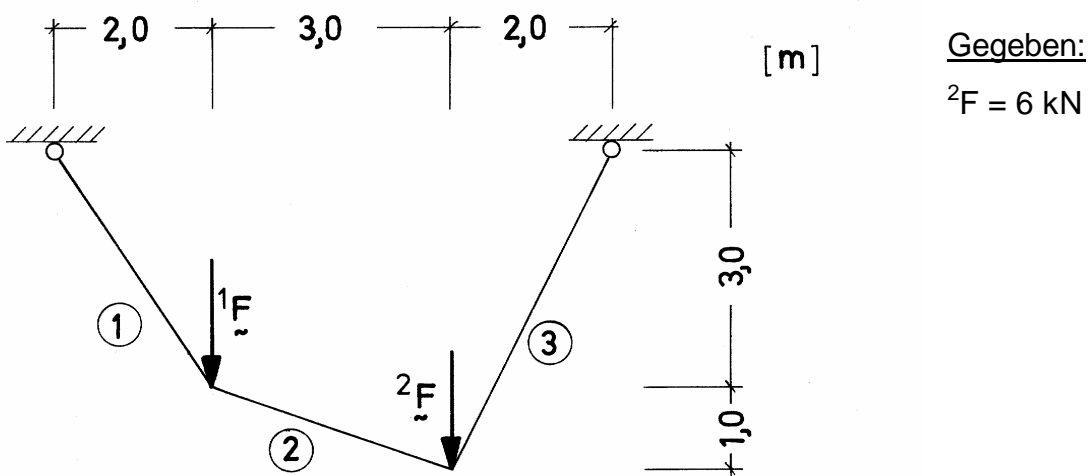
- a) Geben Sie den Betrag und die Richtung der Resultierenden  $\mathbf{F}$  an!
- b) Wie groß ist das Moment des Kräftesystems bezüglich des Koordinatenursprungs?
- c) Geben Sie die Lage (Wirkungslinie) der Resultierenden durch eine Geradengleichung der Form  $X_2 = aX_1 + b$  an!
- d) Wo schneidet die Wirkungslinie der Resultierenden die  $X_1$ -Achse?
- e) Geben Sie die Abschnittsgleichung der Wirkungslinie der Resultierenden Kraft an!



Aufgabe 22

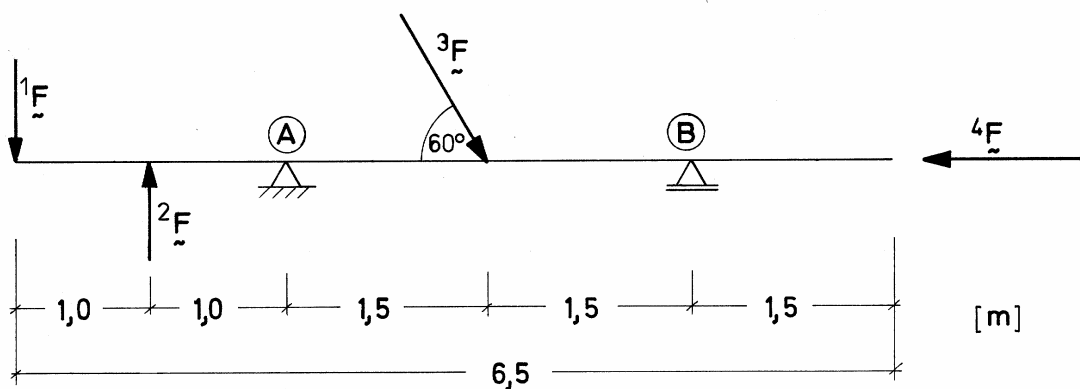
Ein Seil soll sich unter der Wirkung von zwei Einzelkräften in angegebener Weise einstellen.

- a) Welche Kraft  ${}^1\mathbf{F}$  ist dazu erforderlich?
- b) Wo liegt die Resultierende  $\mathbf{F}$  der Kräfte  ${}^1\mathbf{F}$  und  ${}^2\mathbf{F}$ ?
- c) Wie groß sind die Seilkräfte  ${}^1\mathbf{S}$ ,  ${}^2\mathbf{S}$  und  ${}^3\mathbf{S}$ ? Man trage sie im Lageplan ein.



Aufgabe 23

Bestimmen Sie rechnerisch und zeichnerisch die Resultierende  $\mathbf{F}$  der belastenden Kräfte  ${}^1\mathbf{F}$  bis  ${}^4\mathbf{F}$ , sowie die Auflagerkräfte!

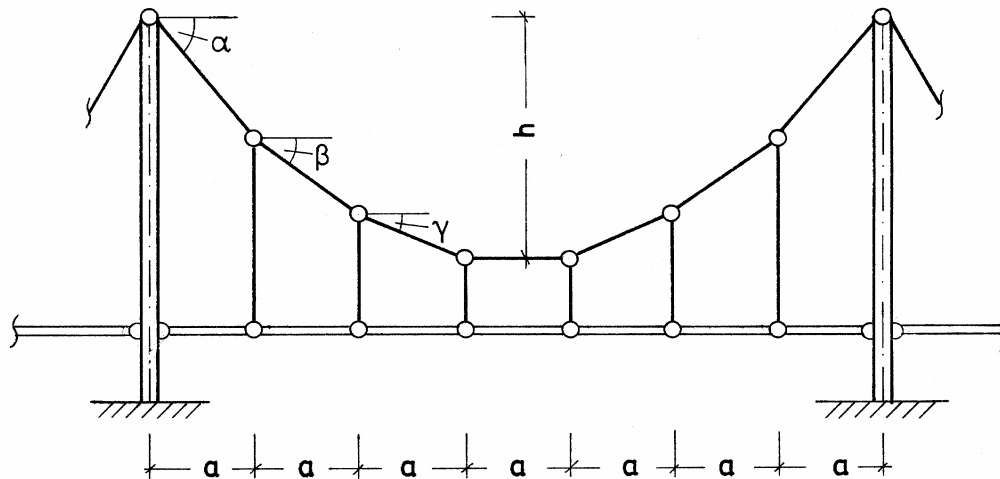


Gegeben:

${}^1\mathbf{F} = {}^2\mathbf{F} = 2 \text{ kN}; {}^3\mathbf{F} = 5 \text{ kN}; {}^4\mathbf{F} = 4 \text{ kN}$

Aufgabe 24

Bei der skizzierten Hängebrücke wird von jedem vertikalen Tragseil eine Kraft  $F$  aufgenommen. Wie sind die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  zu wählen, und wie groß wird die Kraft  $H$  in dem horizontalen Seilstück, wenn das Gewicht der Seile vernachlässigt werden kann?



Gegeben:  
 $F = 200 \text{ kN}$   
 $a = 4,00 \text{ m}$   
 $h = 12,00 \text{ m}$

Aufgabe 25

Zerlegen Sie die in Aufgabe 20 ermittelte Resultierende  $F$  in Richtung der Pfähle 1, 2 und 3. Wie groß sind die Stabkräfte  $^1S$ ,  $^2S$  und  $^3S$ ?

Aufgabe 26

Gegeben sind drei Kräfte und deren Angriffspunkte:

$${}^1\mathbf{F} = (-2, 3, 1) \quad X_1 = (4, 3, 2)$$

$${}^2\mathbf{F} = (7, 1, -4) \quad X_2 = (3, 2, 4)$$

$${}^3\mathbf{F} = (3, -1, -3) \quad X_3 = (3, 5, 0)$$

Einheiten: kN, m

a) Man bestimme das polare Moment der gegebenen Kräfte in Bezug auf den Punkt

$$X^* = (3, 2, 1)$$

b) Man bestimme das axiale Moment der gegebenen Kräfte bezüglich einer Geraden

durch den Punkt  $X^*$  mit dem Richtungsvektor  $\mathbf{e} = \left( \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

Aufgabe 27

Gegeben ist ein allgemeines, räumliches Kräftesystem durch die Komponenten der Kräfte in einem kartesischen Koordinatensystem und die Ortsvektoren der Angriffspunkte. [kN, m]

$${}^1\mathbf{F} = (1, 2, 3) \quad X_1 = (1, 2, 3)$$

$${}^2\mathbf{F} = (2, 0, -2) \quad X_2 = (1, 0, -1)$$

$${}^3\mathbf{F} = (7, 1, 1) \quad X_3 = (-1, 1, 0)$$

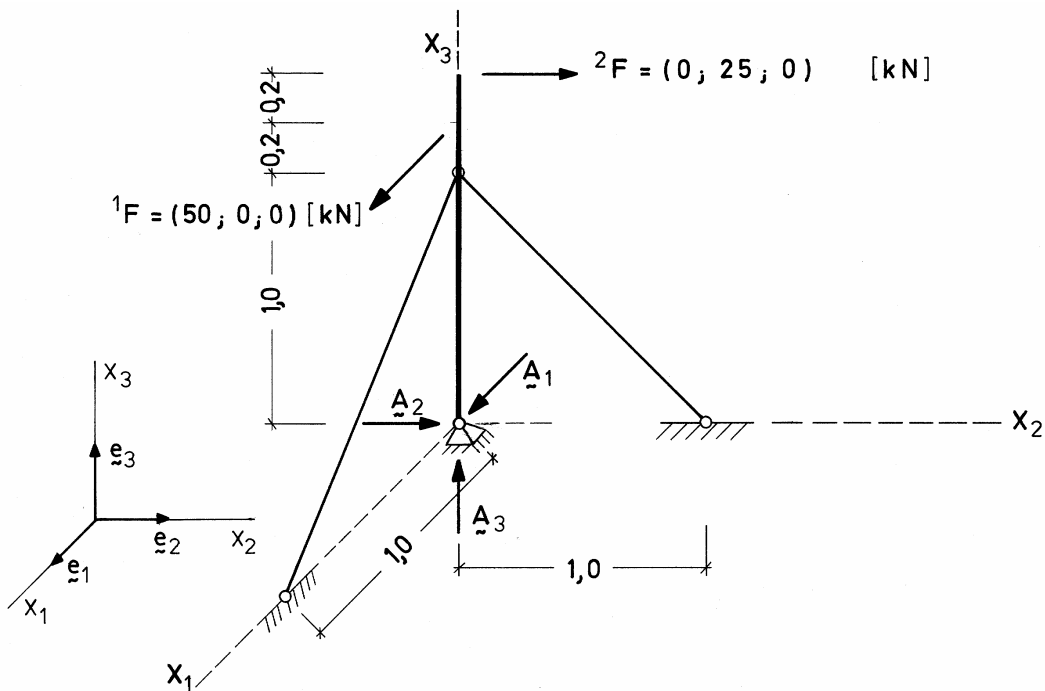
$${}^4\mathbf{F} = (-1, 1, 2) \quad X_4 = (-2, 0, 0)$$

Reduzieren Sie das Kräftesystem auf den materiellen Punkt  $X^* = (-2, 0, -1)$ , und geben Sie den Betrag der resultierenden Kraft  $\mathbf{F}$  an!



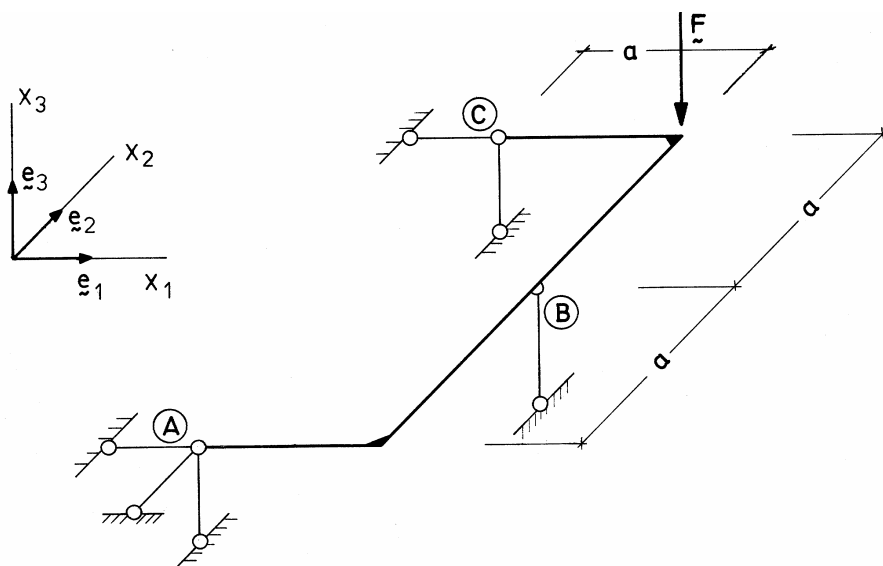
Aufgabe 28

Der Eckpfosten eines Zaunes ist durch zwei Stäbe abgestützt. Wie groß sind die Kräfte in den Stützstäben und im Auflager A?



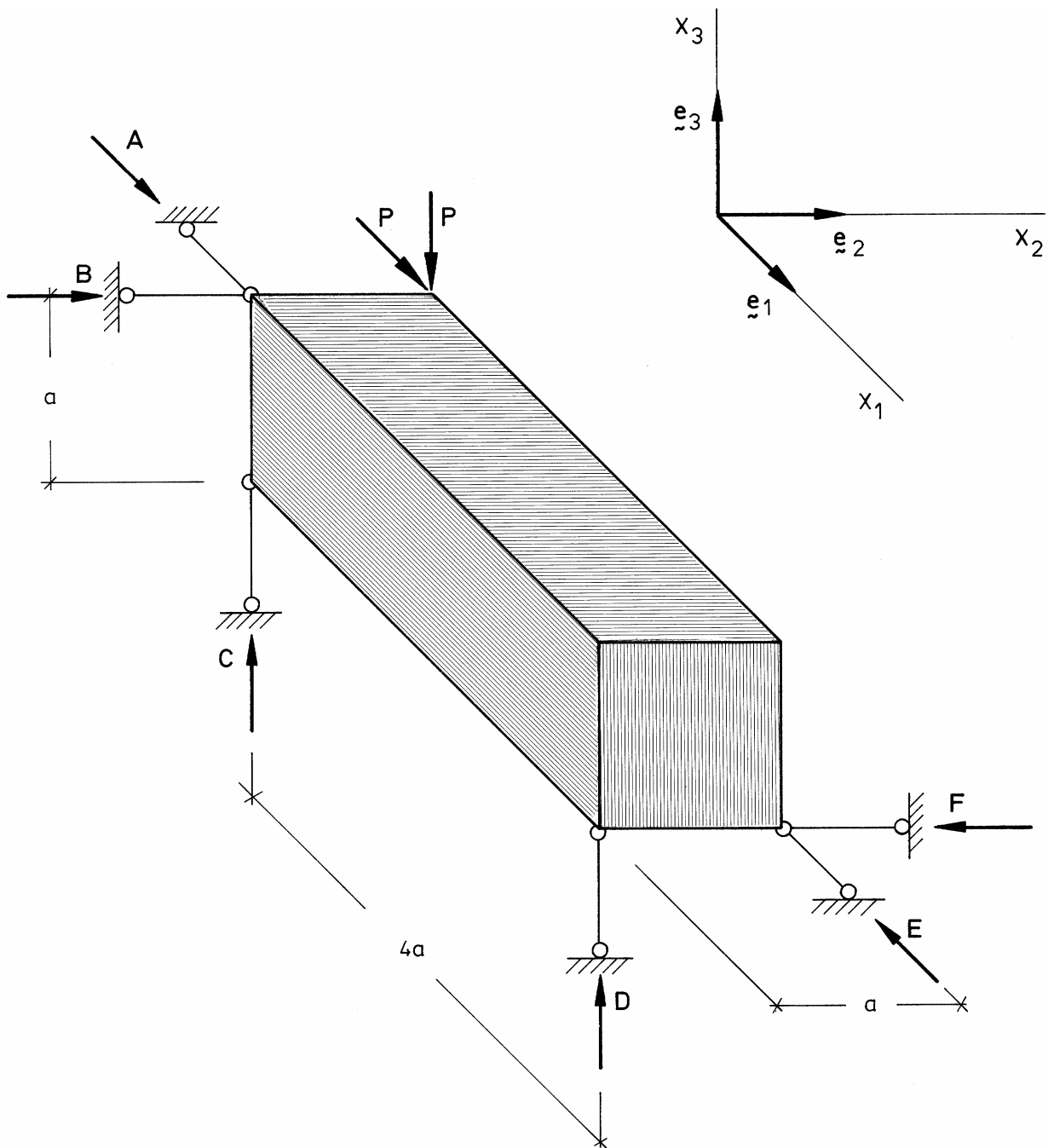
Aufgabe 29

Geben Sie die Auflagerkräfte für das skizzierte räumliche System an!



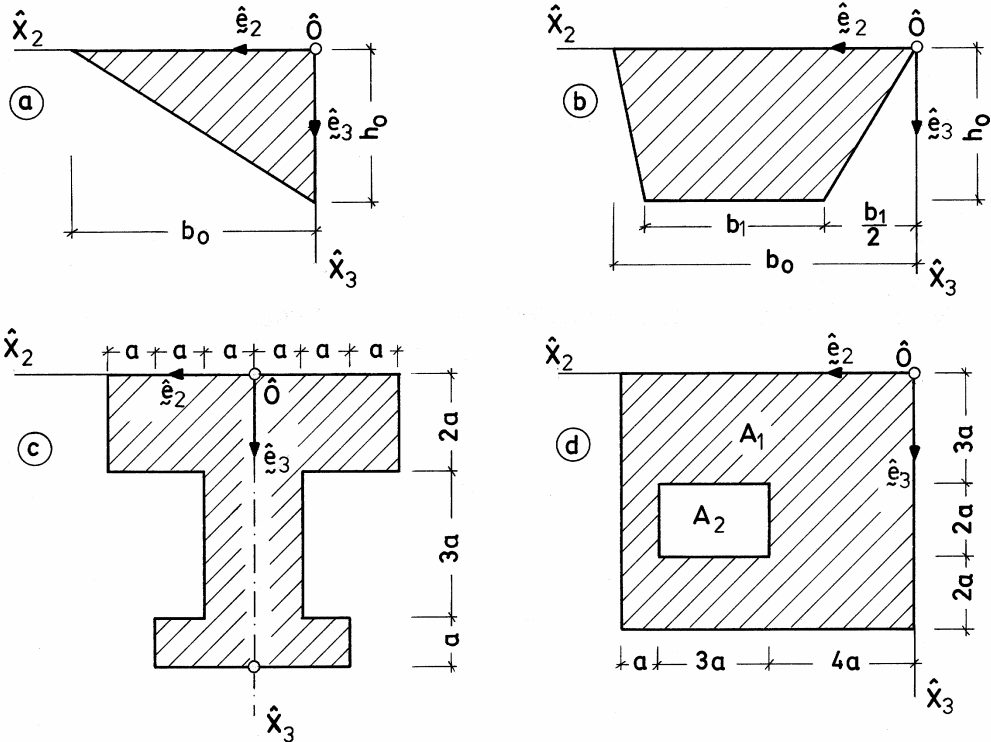
Aufgabe 30

Berechnen Sie sämtliche Auflagerkräfte des perspektivisch dargestellten Körpers!



Aufgabe 31

Geben Sie die Schwerpunkte folgender Flächen an:



Aufgabe 32

Bestimmen Sie die Lage des Flächenschwerpunktes für den dargestellten Hohlkastenquerschnitt! (Einheiten: cm)

