

## Versuch C 16: Thermoelektrizität

- 1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. II: Elektrizität u. Magnetismus  
 Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik  
 Pohl, Einführung in die Physik, Bd.2: Elektrizitätslehre  
 Walcher, Praktikum der Physik  
 Hellwege, Einführung in die Festkörperphysik

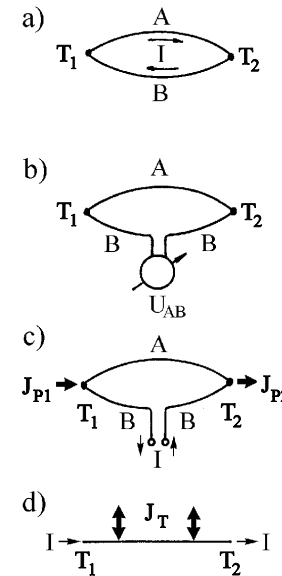
**Stichworte:** Thermoelektrische Effekte: Seebeck-, Peltier- u. Thomson-Effekt, Thermokräfte und Thermospannungen, Thermo-elemente, Thermosäule, Peltierelemente, Thermogenerator, Wärmepumpe

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Thermoelektrische Effekte

Verbindet man zwei Drähte aus verschiedenen Metallen A und B an ihren Enden miteinander, so dass sie einen geschlossenen Stromkreis bilden, und erwärmt man eine ihrer Kontaktstellen, entsteht eine elektromotorische Kraft in diesem Kreis. Es fließt ein elektr. Strom, der *Thermostrom* (s. Abb. 1a). Die hierfür notwendige Energie wird der Wärmequelle entzogen; mit dem Thermostrom ist auch ein Wärmestrom verbunden. Wird in einen der Drähte ein Voltmeter (mit genügend großem Innenwiderstand) geschaltet, so dass der elektr. Strom (nahezu) verschwindet (s. Abb. 1b), zeigt dieses eine *Thermospannung*  $U_{AB}$  an, die i. Allg. mit der Temperaturdifferenz der Kontaktstellen anwächst. Erwärmt man die andere Kontaktstelle, so kehrt die Thermospannung ihr Vorzeichen um. Das Auftreten einer Spannung in elektr. Leitern infolge eines Temperaturgefälles wird nach ihrem Entdecker Seebeck (1821) *Seebeck-Effekt* genannt. Das die Spannung liefernde Metallpaar nennt man *Thermoelement*. Es wird vor allem zur Messung von Temperaturen genutzt.

Physikalisch in engem Zusammenhang mit dem Seebeck-Effekt steht seine Umkehrung, der *Peltier-Effekt*, (Peltier, 1834): Er besagt, dass ein elektr. Strom einen Wärmestrom verursacht. Dabei ist es gleich, ob der Strom von einem Temperaturgefälle (Thermostrom) oder einer äußeren Stromquelle gespeist wird. Fließt der Strom in einem Stromkreis aus zwei verschiedenen elektr. Leitern, erwärmt sich eine der Kontaktstellen der Leiter während sich die andere abkühlt. Bei zeitlich konstanten Temperaturen  $T_1, T_2$  der Kontakte fließen zum Strom  $I$  proportionale Wärmeströme  $J_{P1}, J_{P2}$  zu bzw. von der Kontaktstelle (siehe Abb. 1c).



**Abb.1:**

Thermoelektrische Effekte in elektr. Leitern (schematisch):

A, B: verschiedene Metalle

- a)  $T_1 \neq T_2$  : Thermostrom  $I$
- b)  $T_1 \neq T_2$  : Seebeck-Effekt, Thermospannung  $U_{AB} \sim T_1 - T_2$
- c)  $I \neq 0$  : Peltier-Effekt, Wärmestrom  $J_p \sim I$
- d)  $T_1 \neq T_2, I \neq 0$  : Thomson-Effekt, Wärmeemission oder Wärmeabsorption  $J_T \sim I$

Mit der Umkehrung der Stromrichtung kehrt sich auch die Richtung der Wärmeströme um. Der Peltier-Effekt wird technisch in *Peltierelementen* vor allem bei elektr. Wärmepumpen genutzt (z.B. als Peltierkühler in Autokühlschränken).

Fließt durch einen Leiter ein elektr. Strom, bewirkt ein weiterer thermoelektrischer Effekt, der *Thomson-Effekt*, (Thomson, 1854), die Erzeugung oder Absorption von Wärme an allen Stellen des Leiters, an denen ein Temperaturgefälle herrscht (s. Abb.1d).

Seebeck-, Peltier- und Thomson-Effekt beschreiben Phänomene in elektr. Leitern, die beim Transport von Ladungen und Wärme im Gefälle des elektr. Potentials und der Temperatur auftreten. Die für diese Effekte charakteristischen Größen eines Leiters sind Transporteigenschaften wie die elektr. Leitfähigkeit oder die elektronische Wärmeleitfähigkeit. Über thermodynamische Beziehungen (s.u.) können die thermoelektrischen Transporteigenschaften eines Leiters wechselseitig berechnet werden.

## 2.2 Seebeck-Effekt

Neben elektr. oder magn. Feldern können in einem Leiter auch Temperatur- oder Konzentrationsgradienten seiner Ladungsträger elektr. Ströme verursachen. Der Seebeck-Effekt hat seine Ursache im Temperaturgradienten. Aufgrund des Temperaturgefälles haben die beweglichen Ladungsträger an verschiedenen Stellen eines Leiters im Mittel verschiedene kinetische Energien bzw. Geschwindigkeiten. Es resultieren ein diese Unterschiede ausgleichender elektrischer Strom (Thermostrom) sowie Raumladungen, die ein elektr. Potenzial  $\varphi$  (s. Versuch C17, Kraftwirkungen elektr. Ladungen) und ein zum Temperaturgradienten  $\nabla T$  proportionales inneres elektr. Feld  $\underline{E}$  erzeugen:

$$\underline{E} = - \nabla\varphi = S \nabla T \quad (1)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $S$  ist die *Thermokraft* des Leiters. Die Thermospannung  $U_{1,2}$  eines Leiters mit den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  an seinen Enden  $x_1$  und  $x_2$  erhält man durch Integration von  $\underline{E}$  längs des Leiters:

$$U_{1,2} = \varphi(x_1) - \varphi(x_2) = - \int_{x_2}^{x_1} E dx = \int_{x_1}^{x_2} S \frac{dT}{dx} dx = \int_{T_1}^{T_2} S dT \quad (2)$$

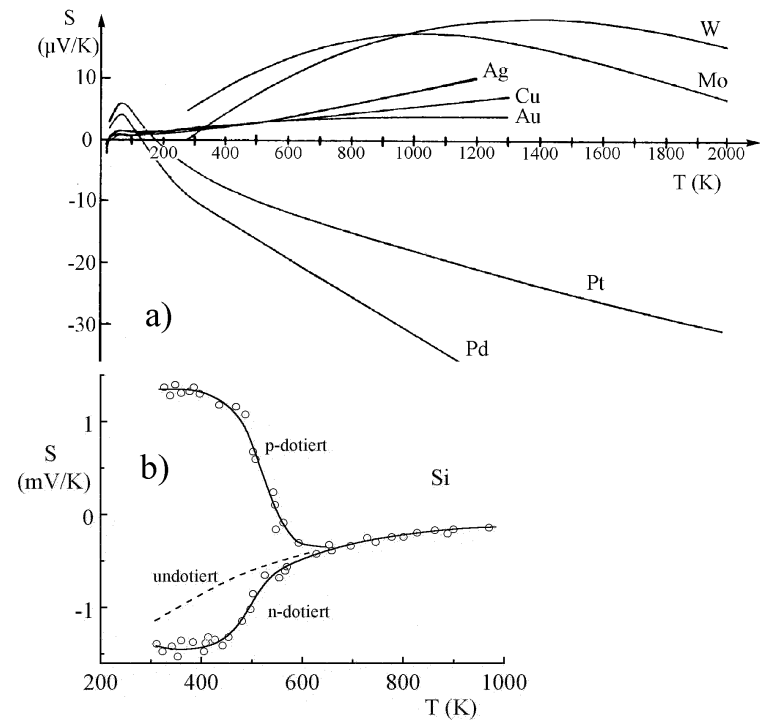
Da bei der Messung der Thermospannung Drähte an den Enden eines Leiters angeschlossen werden, die im entgegen gerichteten Temperaturgefälle ebenfalls eine Thermospannung erzeugen (s. Abb.1b), bestimmt man immer die Thermospannung  $U_{AB}$  eines Thermopaars AB als Differenz der einzelnen Thermospannungen:

$$U_{AB} = U_A - U_B = \int_{T_1}^{T_2} (S_A - S_B) dT \quad (3)$$

$$\text{bzw.} \quad S_{AB} = \frac{dU_{AB}}{dT} = S_A - S_B \quad (4)$$

Die Thermokraft  $S_{AB}$  des Thermopaars AB erhält man aus der Ableitung der Thermospannung  $U_{AB}$  nach der Temperatur. Sie ist gleich der Differenz der

(absoluten) Thermokräfte  $S_A$  und  $S_B$  der einzelnen Leiter. Gln. (3) u. (4) besagen zum einen, dass die Thermospannung eines Thermoelements nicht vom Verlauf der Temperatur im Leitermaterial sondern nur von den Temperaturen der Kontaktstellen abhängt. Zum anderen besagen sie, dass in einem Stromkreis aus nur einem (homogenen) Leitermaterial die Thermospannung verschwindet, also nur die Thermospannung bzw. Thermokraft eines Stromkreises aus (mindestens) zwei verschiedenen Leitern direkt messbar ist. Die Thermokraft eines einzelnen Leiters ist jedoch eine reale Größe. Sie kann bei tiefer Temperatur mit einem Thermoelement bestimmt werden, bei dem der andere Leiter supraleitend ist, da in Supraleitern  $S$  verschwindet. Die Thermokraft eines einzelnen Leiters kann auch über den Thomson-Effekt bestimmt werden (s.u.). Auf solchen Messungen beruht z.B. die Bestimmung der Thermokraft von Blei als Vergleichsstandard für  $S$  von tiefen Temperaturen bis hinauf zu Raumtemperatur.



**Abb.2:** Thermokraft  $S(T)$ : a) für verschiedene Edel- u. Übergangsmetalle, b) für n- und p-dotiertes Silizium.

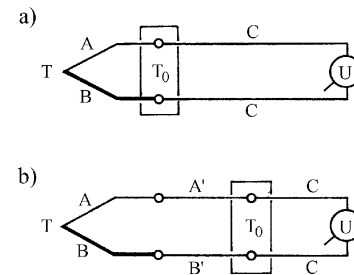
Abb. 2 zeigt die Thermokraft als Funktion der Temperatur für einige Übergangs- und Edelmetalle sowie für n- und p-dotiertes Si (s.a. Versuch C1, Elektr. Widerstand von Metallen u. Halbleitern). S hat für Metalle bei mittleren Temperaturen die Größenordnung von  $10^{-6}$  V/K bis einige  $10^{-5}$  V/K. Bei Halbleitern wie Si ist S wesentlich größer (mV/K). Das Vorzeichen von S hängt hier zudem noch von der Art der Dotierung ab, da die Bewegung der Elektronen und Löcher (Defektelektronen) entgegengesetzt ist. Die ausgeprägte Temperaturabhängigkeit der Thermokraft beruht auf ihrer starken Abhängigkeit von der elektronischen Struktur des Festkörpers. Darüber hinaus wird das (lokale) thermische Gleichgewicht der Leitungselektronen (bzw. Löcher) von thermischen Anregungen des Festkörpers und chem. Verunreinigungen sowie Gitterdefekten infolge mechanischer Beanspruchung beeinflusst. Die Thermokraft eines Leiters ist u.a. deshalb eine theoretisch schwer zu bestimmende Größe; oft stimmt nicht einmal das experimentell bestimmte Vorzeichen von S mit dem theoretisch berechneten überein.

### 2.2.1 Thermoelemente

Metallische Thermoelemente sind für viele Zwecke ideale Thermometer. Wegen ihrer geringen Masse bzw. Wärmekapazität reagieren sie fast trägheitslos auf Temperaturänderungen. Im einfachsten Fall werden nur zwei Drähte A, B mit unterschiedlichen Thermokräften benutzt (s. Abb. 1b). Einer der Kontakte, durch Verschweißen oder Verlöten der Drähte hergestellt, dient als Temperaturmessstelle, der andere als Vergleichsstelle. Diese wird auf konstanter, bekannter Temperatur gehalten (z.B. auf  $T = 0^\circ\text{C}$  durch Eintauchen in Eiswasser). Zur Messung der Thermospannung wird ein Voltmeter mit ausreichend hoher Empfindlichkeit und hohem Innenwiderstand, bei Präzisionsmessungen auch mit genügend großer Nullpunktstabilität benötigt. Zur Vervielfachung der Empfindlichkeit bei der Messung kleinen Temperaturdifferenzen werden z.B. bei Strahlungsmessern, (s. Versuch D8, Temperaturstrahlung) und Peltierelementen (s.u.) mehrere Thermoelemente in Reihe geschaltet (Thermosäule); die Kontakte AB dienen gemeinsam als Sensor, die Kontakte BA gemeinsam als Vergleichsstelle.

Technisch genutzte Thermoelemente zur Temperaturbestimmung (bis hinauf zu etwa  $2700^\circ\text{C}$ ) haben je nach Anwendung spezielle Schutzfassungen. Ihre Thermodrähte werden in Keramikröhrchen von der Messstelle zur Vergleichsstelle geführt, die auf konstanter Temperatur gehalten wird (s. Abb. 3a). Von dort führen Kupferleitungen zum Messgerät. Da diese Leitungen jeweils die gleichen Temperaturen an ihren Enden haben, treten keine zusätzlichen Thermospannungen auf. Cu hat zudem eine vergleichsweise geringe Thermokraft. Ist es nicht möglich, die Temperatur in der Nähe der Messstelle konstant zu halten, werden die

Thermodrähte (aus Kostengründen) mit speziellen Ausgleichsleitungen verlängert, die in einem beschränkten Temperaturbereich die gleiche Thermospannung liefern wie die Thermodrähte selbst (s. Abb. 3b). Generell muss bei der Thermometrie mittels Thermoelementen beachtet werden, dass zusätzliche Thermospannungen der Thermodrähte oder Zuleitungen durch mechanische Beanspruchung oder durch Temperaturunterschiede der Kontakte am Messgerät vermieden werden.



**Abb.3:**

Meßkreise kommerzieller Thermoelemente:

T: Meßstelle,  $T_0$ : Vergleichsstelle

U: Meßgerät, A,B: Thermodrähte

a) ohne, b) mit Ausgleichsleitungen A', B'

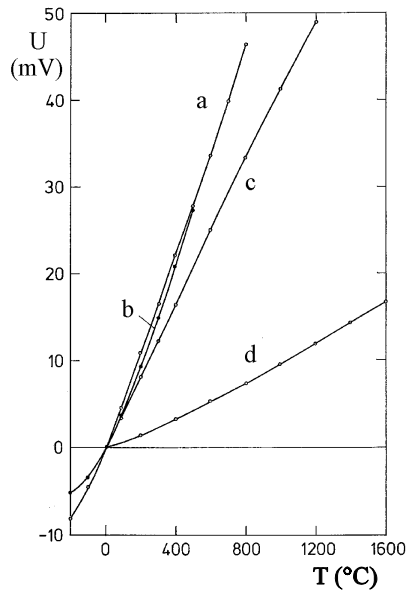
C: Cu-Anschlußdrähte;

Die Wahl des Thermopaars richtet sich nach Messobjekt und Temperaturbereich. Bevorzugt werden Materialien mit großen Thermospannungen entgegengesetzten Vorzeichens, die sich monoton mit der Temperatur ändern (warum?). Abb. 4 zeigt die Thermospannungen bezogen auf  $0^\circ\text{C}$  für einige technisch genutzte Thermopaare. Ihre Thermospannungen sind in DIN-Tabellen festgehalten.

Für Thermometriezwecke kann die Thermospannung U eines Thermoelements in einem begrenzten Temperaturbereich durch eine Potenzreihe der Temperaturdifferenz  $T - T_0$  seiner Kontaktstellen dargestellt werden:

$$U(T, T_0) = a_1(T - T_0) + a_2(T - T_0)^2 + \dots \quad (5)$$

Die Koeffizienten  $a_i$  sind hierbei material- und temperaturspezifische Konstanten;  $a_1 (= S(T_0))$ , vgl. Gl. (4)) hat bei technisch genutzten (metallischen) Thermoelementen Werte im Bereich zwischen einigen  $10^{-6}$  V/ $^\circ\text{C}$  und einigen  $10^{-5}$  V/ $^\circ\text{C}$ . Für kleine Temperaturdifferenzen können in Gl. (5) die Terme mit höheren Potenzen von  $T - T_0$  oft vernachlässigt werden. Dies ist messtechnisch von Vorteil, da die Thermospannung eines Thermoelements dann direkt proportional zur Temperaturdifferenz der Kontaktstellen ist.



**Abb.4:**

Thermospannungen einiger kommerzieller Thermoelemente bezogen auf 0 °C:

- a) Fe-Konstantan (Cu<sub>50</sub>Ni<sub>50</sub>)
- b) Cu-Konstantan
- c) Ni-Cromel (Ni<sub>90</sub>Cr<sub>10</sub>)
- d) Pt-PtRh (Pt<sub>90</sub>Rh<sub>10</sub>)

### 2.3 Peltier- und Thomson-Effekt

Fließt ein elektr. Strom der Stärke  $I$  durch einem (homogenen) Leiter (konstanter Temperatur), fließt auch ein zu  $I$  proportionaler Wärmestrom  $J = \Pi I$  durch den Leiter, welcher seine Richtung mit der des Stroms  $I$  umkehrt.  $\Pi$  ist der *Peltierkoeffizient* des Leiters. Fließt der Strom  $I$  im Stromkreis eines Thermopaars AB, wird am Übergang des Stromes von Leiter A zu Leiter B die *Peltierwärme*

$$J_P = (\Pi_A - \Pi_B) I = \Pi_{AB} I \quad (6)$$

frei. Die Größen  $\Pi_A$ ,  $\Pi_B$  sind die Peltierkoeffizienten der Leiter A, B. Beim Übergang vom Leiter B zum Leiter A wird die Wärmeleistung  $\Pi_{BA} I = -J_P$  frei, d.h. der Kontaktstelle die entsprechende Wärme entzogen. Das Vorzeichen von  $J_P$  hängt von den Peltierkoeffizienten und der Stromrichtung ab. Die Peltierwärme, Gl. (6), stellt den Überschuss bzw. das Defizit der Wärmeströme an den Kontakten dar.

Haben die Kontaktstellen unterschiedliche Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ , besteht also ein Temperaturgefälle,  $\Delta T = T_1 - T_2$  längs der Leiter A und B, ist die an einem Kontakt emittierte Peltierwärme i. Allg. von der an dem anderen absorbierten

verschieden. Die insgesamt emittierte Peltierwärme ist (näherungsweise)

$$\Sigma J_P = (\Pi_{AB}(T_1) - \Pi_{AB}(T_2)) I = \frac{d\Pi_{AB}}{dT} \Delta T I \quad (7)$$

Zusätzlich wird die mit dem Strom ebenfalls reversible *Thomsonwärme*  $J_T$  längs jedes Leiters emittiert ( $J_T > 0$ ) oder absorbiert ( $J_T < 0$ ), insgesamt:

$$\Sigma J_T = -(\tau_A - \tau_B)(T_1 - T_2) I = -\tau_{AB} \Delta T I \quad (8)$$

Die Größen  $\tau_A$ ,  $\tau_B$  sind die *Thomson-Koeffizienten* der Leiter A, B.

Der I. Hauptsatz der Thermodynamik fordert die Erhaltung der Energie: Im stationären Zustand ist die der Stromquelle entnommene elektr. Leistung  $P_{el}$  gleich der im Stromkreis des Thermopaars erzeugten Wärmeleistung\* :

$$P_{el} = U_{AB} I = S_{AB} \Delta T I = \Sigma (J_P + J_T) = \left( \frac{d\Pi_{AB}}{dT} \Delta T - \tau_{AB} \Delta T \right) I \quad (9)$$

Die elektrische Leistung  $P_{el}$  bewirkt also sowohl den Transport von Wärme über ein Temperaturgefälle als auch die Erzeugung von Wärme; der Stromkreis wirkt als *Wärmepumpe* (vgl. Versuch B3, Heißluftmotor). Umgekehrt kann aufgrund des Temperaturgefälles infolge des mit dem Wärmestrom verknüpften Thermostroms dem Stromkreis elektr. Energie, z.B. über einen Lastwiderstand  $R_L$  entnommen werden; der Stromkreis arbeitet dann als *Thermogenerator*.

Wird neben der Joule-Wärme\*  $P_J$  auch der (ohne Thermostrom vorhandene) Wärmestrom  $J_w$  infolge der Wärmeleitung über das Temperaturgefälle  $\Delta T$  (s.u.) vernachlässigt, können die Umwandlungsprozesse von Wärme und elektr. Energie als reversibel betrachtet werden. Der II. Hauptsatz der Thermodynamik besagt dann, dass die Entropie  $S$  des Thermokreises sich nicht ändert, d.h.  $dS = \Sigma \delta Q/T = 0$  ( $\delta Q =$  zugeführte Wärme,  $T =$  Kelvintemperatur) bzw.

\*) Der elektr. Strom  $I$  hat nur das Potenzialgefälle  $U_{AB}$  zu überwinden, d.h.  $P_{el} = U_{AB} I$ . Die infolge des inneren elektr. Widerstandes  $R_i$  im Stromkreis auftretende Joule-Wärme  $P_J = I^2 R_i$  wird hier vernachlässigt. Sie kann bei entsprechend geringem Strom beliebig klein gegenüber  $P_{el}$  gemacht werden.

$$\sum \frac{\delta J}{T} = \left( \frac{\Pi_{AB}(T_1)}{T_1} - \frac{\Pi_{AB}(T_2)}{T_2} - \frac{\tau_{AB}(T_1 - T_2)}{(T_1 + T_2)/2} \right) I = 0 \quad (10)$$

Die Reihenentwicklung von Gl. (10) nach Potenzen des Temperaturgefälles  $\Delta T$  und Vernachlässigung von Termen höherer Ordnungen ergibt

$$\tau_{AB} = T \frac{d}{dT} \left( \frac{\Pi_{AB}}{T} \right) \quad (11)$$

Einsetzen von Gl. (11) in Gl. (9) ergibt für den Zusammenhang zwischen dem Peltierkoeffizienten  $\Pi$  und der Thermokraft  $S$  eines Leiters die einfache Beziehung

$$\Pi = S T \quad (12)$$

Die Gültigkeit dieser von Thomson gefundenen Relation wurde später durch die Theorie der irreversiblen Thermodynamik (Onsager, 1931) streng begründet. Aus Gln. (11) u. (12) folgt ferner

$$\frac{dS_{AB}}{dT} = \frac{\tau_{AB}}{T} \quad \text{bzw.} \quad S = \int_0^T \frac{\tau}{T} dT \quad (13)$$

Die Thermokraft  $S$  eines (chem. homogenen) Leiters lässt sich also aus der im Temperaturgefälle auftretenden Thomsonwärme bestimmen.

### 2.3.1 Wärmeleitung

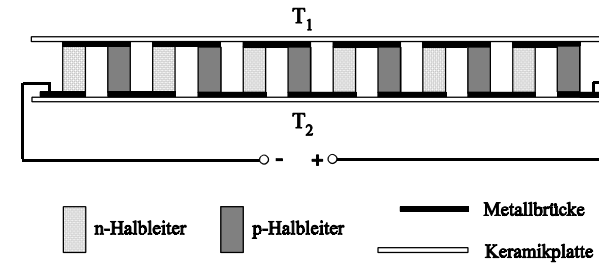
Besteht in einer Substanz ein Temperaturgefälle, bewirkt dieses einen Wärmestrom, welcher so gerichtet ist, dass er zum Temperaturausgleich, d.h. zum thermischen Gleichgewicht führt. In festen Körpern wird ein Wärmestrom sowohl durch bewegliche Ladungsträger (unterschiedlicher kinetischer Energie) als auch durch temperaturabhängige Bewegungen der Atome (Gitterschwingungen) ermöglicht. Analog zum Transport elektr. Ladungen im elektrischen Feld (s. Versuch C1, Elektrischer Widerstand von Metallen u. Halbleitern) ist die Wärmestromdichte  $j_w$  proportional zum Temperaturgradienten  $\nabla T$ , der Wärmestrom  $J_w$  zwischen Gebieten mit Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  proportional zur Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_1 - T_2$ :

$$j_w = - \lambda \nabla T \quad \text{bzw.} \quad J_w = \Lambda \Delta T \quad (14)$$

$\lambda$  ist die *Wärmeleitfähigkeit* des Körpers,  $\Lambda$  der von  $\lambda$  und Geometrie Größen abhängige *Wärmeleitwert*.

### 2.3.2 Peltierelement

Abb. 5 zeigt den typischen Aufbau eines Peltierelements, welches in Kühl- und Heizsystemen, zur Temperaturstabilisierung oder zur Kompensation von Wärmeflüssen verwendet wird. Zwei solcher Elemente werden im vorliegenden Versuch benutzt.



**Abb. 5:** Schematischer Aufbau eines Peltierelements: Schnitt entlang des Temperaturgefälles

Zwischen zwei Keramikplatten, die in gutem thermischen Kontakt zur jeweiligen zu kühlenden bzw. heizenden Umgebung stehen sollten, befinden sich (thermisch parallel geschaltet) Säulen aus nebeneinander abwechselnd n- und p-leitendem Halbleitermaterial (z. B. entsprechend dotiertes Si oder  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ). Die Säulen sind an den Keramikplatten paarweise über metallische Kontaktbrücken so verbunden, dass sie elektrisch alle in Reihe liegen. Je nach Bauart und Größe sind auf diese Weise zwischen 10 und mehr als 100 Thermopaare zusammengeschaltet. Die Materialien sind so gewählt und dimensioniert, dass die Anordnung sowohl einen möglichst geringen elektr. Innenwiderstand  $R_i$  besitzt, um die Erwärmung des Elements infolge der Joule-Wärme zu minimieren, als auch einen möglichst großen Wärmewiderstand  $R_w = 1/\Lambda$ , um den das Temperaturgefälle vermindern den Wärmestrom gering zu halten. Die Fläche der Keramikplatten beträgt typisch einige  $\text{cm}^2$ , ihr Abstand weniger als 1 cm. Bei Stromstärken von bis

zu 60 A kann die Pumpleistung mehr als 100 W betragen; das maximale Temperaturgefälle  $\Delta T$  beträgt ca. 60°C, die Maximaltemperatur materialabhängig ca. 70 °C.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bestimmen Sie durch elektrisches Beheizen einer Seite der Peltierelemente die Thermospannung  $U$  und den Wärmestrom  $J_w$  der Anordnung im Temperaturgefälle  $\Delta T$  zwischen ca. 3 und max. 40°C. Berechnen Sie in der Auswertung die Thermokraft  $S$ , den Peltierkoeffizienten  $\Pi$  und den Wärmeleitwert  $\Lambda$  der Anordnung.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie die vom Thermokreis bei maximaler Heizleistung abgegebene elektrische Nutzleistung in Abhängigkeit vom Lastwiderstand  $R_L$ . Bestimmen Sie aus den Messergebnissen die Wirkungsgrade des Thermogenerators.
- 3. Aufgabe:** Betreiben Sie die Peltierelemente als Wärmepumpe. Bestimmen Sie das Temperaturgefälle  $\Delta T$  über den Elementen als Funktion der Stromstärke  $I_p < 0$  sowie  $I_p > 0$ . Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem der ersten Aufgabe und dem theoretisch berechneten.

### 4. Versuchsaufbau

Abb. 6 zeigt den Versuchsaufbau schematisch. Zwei Peltierelemente  $Pe$  befinden sich an ihren Unterseiten im thermischen Kontakt mit einem Aluminiumkörper  $K$  der Temperatur  $T_2$ , an ihren Oberseiten mit einer Kupferplatte  $H$  der Temperatur  $T_1$ . Der Aluminiumkörper wird mit Hilfe einer Pumpe  $P$  von Eiswasser durchflossen und auf nahezu 0°C gekühlt, die Kupferplatte von zwei elektr. Filmwiderständen  $R_H$  (je ca. 44  $\Omega$ ) beheizt. Die Anordnung gestattet es - unabhängig vom Betrieb der Peltierelemente - ein bestimmtes Temperaturgefälle  $\Delta T = T_1 - T_2$  zwischen ihren Ober- und Unterseiten einzustellen. Die Temperaturen  $T_1$  u.  $T_2$  werden mit zwei NiCr-Ni-Thermoelementen bestimmt und vom Thermometer  $T$  digital angezeigt. Die aufgrund der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  an den Peltierelementen entstehende Thermospannung  $U$  wird mit einem Digitalvoltmeter gemessen. Der zeitliche Verlauf  $U(t)$  kann mittels eines Monitors analog verfolgt werden. Dieser erleichtert die Beurteilung, wann sich nach Änderung von Heiz- oder Kühlleistung ein neues stationäres

Temperaturgleichgewicht eingestellt hat. Die für die Heizung der Filmwiderstände sowie den Betrieb der Peltierelemente benötigten Gleichspannungen u. -ströme  $U_H, I_H$  bzw.  $U_p, I_p$  werden von einem U- und I-regelbaren Netzgerät geliefert, mit dem auch die Wasserpumpe betrieben wird. Im Betrieb der Anordnung als Thermogenerator kann den Peltierelementen durch Anschluss eines Lastwiderstands  $R_L$  elektr. Leistung entnommen werden.

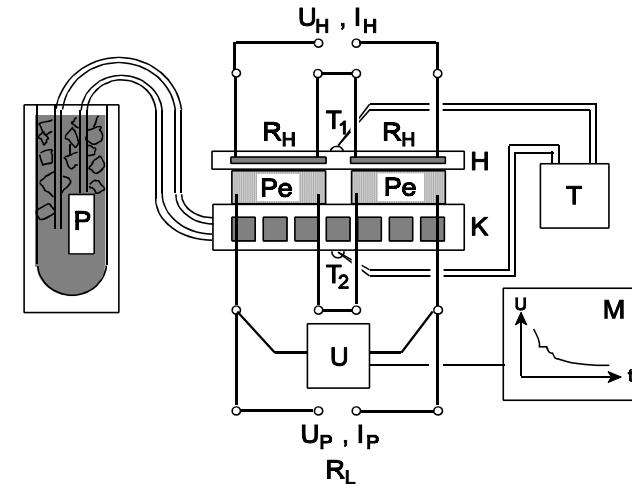


Abb. 6:

Versuchsaufbau schematisch: Peltierelemente  $Pe$  zwischen Kühlkörper  $K$  mit Wasserpumpe  $P$  und Heizplatte  $H$  mit Filmheizern  $R_H$ ; Thermoelemente  $T_1$  u.  $T_2$  mit digitaler Temperaturanzeige  $T$ ; Digitalvoltmeter  $U$  mit Monitor  $M$ ; Anschluss  $U_H, I_H$  zur Filmheizung; Anschluss  $U_p, I_p$  zum Betrieb der Peltierelemente bzw.  $R_L$  zur Leistungsentnahme.

### 4.1 Wirkungsgrade

#### 4.1.1 Thermogenerator

Abb. 7 zeigt das Energiefluss- bzw Leistungsschema des Versuchsaufbaus als Thermogenerator (vergl. Versuch B3, Heißluftmotor). Die elektrische Leistung  $P_H = U_H I_H$ , mit der die Kupferplatte geheizt wird, stellt den Wärmeinput dar, die an einen externen Lastwiderstand  $R_L$  abgegebene elektr. Leistung  $P_L = I^2 R_L$  die aus

dem Thermostrom  $I$  durch die Peltierelemente erzeugte elektr. Nutzleistung. Infolge der Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_1 - T_2$  fließt aufgrund der Wärmeleitung der (stromlosen) Peltierelemente der Wärmestrom  $J_w = \Lambda (T_1 - T_2)$  von der Heizplatte zum Kühlkörper ( $T_1 > T_2$ ). Ein weiterer Wärmestrom  $J_U = \Lambda_U (T_1 - T_U)$  wird vom Heizkörper an die Umgebung ( $T_U$ ) abgegeben oder von ihr aufgenommen. Die aufgrund des Innenwiderstands  $R_i$  des Thermokreises erzeugte Joule-Wärme  $P_J$  fließt je zur Hälfte an die Heizplatte und den Kühlkörper ab. Die Kühlleistung  $P_K$  wird über den Wasserkreislauf abgeführt.

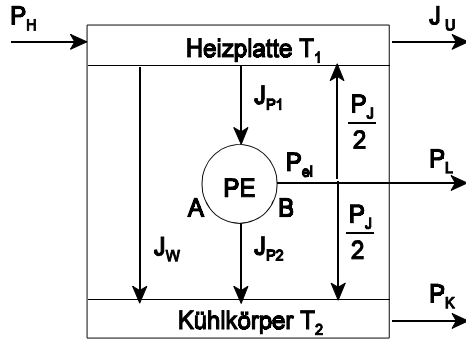


Abb. 7:  
Energieflussschema  
des Versuchsaufbaus  
als Thermogenerator

Die Thermokraft  $S$  der verwendeten Peltierelemente ist im hier zu untersuchenden Temperaturbereich nahezu eine Konstante. Dies bedeutet mit Gln. (5), (12) u. (13):  $U = S \Delta T$ ,  $\Pi = S T$ ,  $\tau \approx 0$  (d.h. der Thomson-Effekt verschwindet).

Der vom Thermokreis an den Kontakten der Temperatur  $T_1$  und  $T_2$  absorbierte bzw. emittierte Wärmestrom  $J_{P1}$  bzw.  $J_{P2}$  ist mit Gln. (6) u. (12) :

$$J_{P1,2} = \Pi(T_{1,2}) I = \frac{S T_{1,2} U}{R_L + R_i} = \frac{S^2 T_{1,2} \Delta T}{R_L + R_i} \quad (15)$$

Hierbei ist  $I$  der infolge der Thermospannung  $U$  fließende Strom. Die Differenz der Wärmeströme  $J_{P1}$  u.  $J_{P2}$  ist die vom Thermokreis erzeugte elektr. Leistung  $P_{el}$ :

$$P_{el} = \frac{U^2}{R_L + R_i} = \frac{S^2 \Delta T^2}{R_L + R_i} \quad (16)$$

Die vom Thermokreis gelieferte Nutzleistung  $P_L$  sowie die für  $R_L = R_i$  - auf  $P_{el}$  bezogen - maximale Nutzleistung  $P_L^{max}$  ist

$$P_L = I^2 R_L = \frac{S^2 \Delta T^2 R_L}{(R_L + R_i)^2} \quad \text{bzw.} \quad P_L^{max} = \frac{S^2 \Delta T^2}{4 R_i} \quad (17)$$

Der *Gesamtwirkungsgrad* des Thermogenerators  $\eta_{ges} = P_L / P_H$  (Nutzleistung / Wärmeinput) lässt sich als Produkt von *thermischem Wirkungsgrad*  $\eta_{th} = J_{P1} / P_H$ , *thermoelektr. Wirkungsgrad*  $\eta_P = P_{el} / J_{P1}$  und *elektr. Wirkungsgrad*  $\eta_{el} = P_L / P_{el}$  darstellen:

$$\eta_{ges} = \frac{P_L}{P_H} = \eta_{th} \eta_P \eta_{el} \quad (18)$$

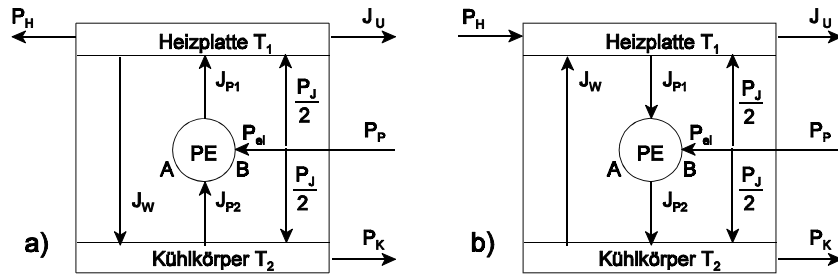
Im stationären Zustand ist  $P_H \approx J_{P1} + J_w$ . Die Wärme  $P_J/2$  kann bei der geringen Leistung  $P_{el}$  des Thermogenerators vernachlässigt werden, ebenso  $J_U$ . Damit wird:

$$\eta_{th} = \frac{1}{1 + \frac{\Lambda(R_L + R_i)}{S^2 T_1}}, \quad \eta_P = \frac{\Delta T}{T_1}, \quad \eta_{el} = \frac{R_L}{R_L + R_i} \quad (19)$$

$$\eta_{ges}(R_L = R_i) = \frac{\Delta T}{2 \left( T_1 + \frac{2 \Lambda R_i}{S^2} \right)} \approx \eta_{ges}^{max}$$

#### 4.1.2 Wärmepumpe

Abb. 8 zeigt das Leistungsschema des Aufbaus als Wärmepumpe. In der Nutzung - Heizen - (s. Abb. 8a:  $T_1 > T_2$ ,  $J_w > 0$ ) ist der in den Thermokreis eingepreßte Strom  $I_p < 0$  (definiert), ebenso die Wärmeströme  $J_{P1,2} < 0$ . Die Leistung  $-P_H$  ist die nutzbare Heizleistung. In der Nutzung - Kühlen - (s. Abb. 8b:  $T_1 < T_2$ ,  $J_w < 0$ ) ist  $I_p > 0$ ,  $J_{P1,2} > 0$  und  $P_H$  die nutzbare Kühlleistung. In beiden Fällen ist die elektrische Leistung  $P_p = U_p I_p$  der jeweils nötige Leistungsinput.



**Abb. 8:** Leistungsschema des Versuchsaufbaus als Wärmepumpe:  
 a) Heizplatte geheizt,  $T_1 > T_2$ , b) Heizplatte gekühlt,  $T_1 < T_2$

Den „Wirkungsgrad“ der Wärmepumpe beschreibt die *Leistungszahl*  $\epsilon = \pm P_H / P_P$  (Nutzleistung/Leistungsinput). Wird  $J_U$  vernachlässigt, fordert im stationären Zustand die Energieerhaltung:

$$P_H = J_{P1} + J_W - \frac{P_J}{2} = S T_1 I_P + \Lambda \Delta T - \frac{I_P^2 R_i}{2} \quad (20)$$

sowie  $P_P = P_J - J_{P1} + J_{P2} = I_P^2 R_i - S \Delta T I_P$

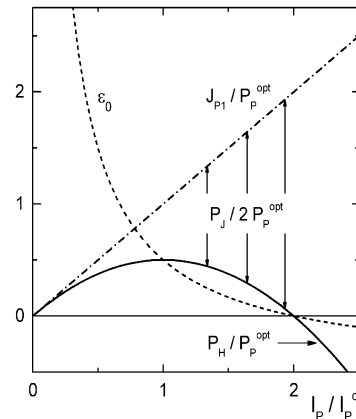
Da der Wärmestrom  $J_{P1}$  linear mit dem Strom  $I_P$ , der beim Kühlen auftretende Wärmeverlust infolge der Joule-Wärme jedoch quadratisch mit  $I_P$  anwächst, gibt es eine *optimale Stromstärke*  $I_P^{opt}$ , bei der die Kühlleistung  $P_H$  maximal wird. Aus  $dP_H/dI_P = 0$  folgt mit Gln. (20):

$$I_P^{opt} = \frac{S T_1}{R_i}, \quad P_H^{opt} = \frac{S^2 T_1^2}{2 R_i} + \Lambda \Delta T \quad (21)$$

Im Spezialfall  $T_1 = T_2$ ,  $\Delta T = 0$  ist damit die Leistungszahl  $\epsilon_0$  bzw. die *optimale Leistungszahl*  $\epsilon_0^{opt}$  zum Kühlen:

$$\epsilon_0 = \frac{I_P^{opt}}{I_P} - \frac{1}{2} \quad \text{bzw.} \quad \epsilon_0^{opt} = \frac{1}{2} \quad (22)$$

Aus Gl. (22) und Abb. 9 ist zu erkennen, dass für geringe Stromstärken  $I_P \ll I_P^{opt}$  die Leistungszahl  $\epsilon_0$  zwar große Werte annehmen kann, dann jedoch die Pumpleistung ( $P_H \approx J_{P1}$ ) sehr gering ist.



**Abb. 9:**  
 Wärmepumpe bei  $\Delta T = 0$ :  
 Wärmestrom  $J_{P1}$ ,  
 Verlustleistung  $P_J/2$ ,  
 resultierende Kühlleistung  $P_H$   
 und Leistungszahl  $\epsilon_0$  als  
 Funktion der Stromstärke  $I_P$   
 ( $J, P$  u.  $I$  in reduz. Einheiten)

Aus der Bedingung  $P_H(I_P) = 0$  kann mit Gln. (20) das beim Kühlen oder Heizen jeweils erreichbare Temperaturgefälle  $\Delta T$  der Wärmepumpe berechnet werden:

$$\Delta T = \frac{\left(\frac{1}{2} R_i I_P - S T_2\right) I_P}{\Lambda + S I_P} \quad (23)$$

### 5. Versuchsdurchführung

Vor Beginn der Messungen ist das Dewargefäß nach Einlegen der Pumpe mit Eis und Wasser zu füllen. Nach anschluss der Pumpe an das Gleichstromnetzgerät (3 - 6 V) ist mit dem Umpumpen des Kühlwassers zu beginnen. Warten Sie, bis die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  ihren Tiefstwert erreicht haben und zeitlich nahezu konstant sind.



## 5.1 Heizversuch

Erhöhen Sie bei weiterhin gekühlter Unterseite der Peltierelemente ( $T_2$ ) die Temperatur der Oberseite  $T_1$  durch elektrisches Beheizen der in Reihe geschalteten Filmwiderstände stufenweise. Ziel dieses Versuchsteils ist, die Thermospannung aufgrund der Temperaturdifferenz zwischen Ober- und Unterseiten der Peltierelemente sowie den Wärmestrom durch sie lediglich infolge der Wärmeleitung (ohne elektr. Stromfluss durch die Elemente) zu bestimmen. Erst im folgenden Versuchsteil 5.2 werden durch zunehmende elektrische Belastung durch einen Lastwiderstand  $R_L$  die Parameter der Peltierelemente als Thermogenerator bestimmt.

Schließen Sie die Filmwiderstände an das Gleichstromnetzgerät (max. 40V; 3,2A) an. Schalten Sie zur genaueren Bestimmung der elektr. Heizleistung  $P_H$  in den Heizstromkreis ein mA-Meter ( $I_H$ ); für die Spannungsmessung ( $U_H$ ) genügt die Anzeige des Netzgerätes. Erhöhen Sie  $U_H$  in Stufen von ca. 5 V von 0 bis 40 V. Notieren Sie bei jeder Messung die Heizdaten  $I_H$ ,  $U_H$ , die Temperaturen  $T_1$ ,  $T_2$  und die Thermospannung  $U$  der Peltierelemente. Warten Sie nach jeder Änderung der Heizparameter, bis sich erneut ein stationäres thermisches Gleichgewicht eingestellt hat, d.h. die Thermospannung  $U$  zeitlich konstant ist. Das thermische Gleichgewicht sollte sich innerhalb von 3 - 4 min nach Ändern der Betriebsdaten einstellen. Dies kann anhand der Anzeige  $U(t)$  des angeschlossenen Digitalmonitors (Digitales Oszilloskop) verfolgt werden. Lassen Sie sich gegebenenfalls durch den Betreuer in die Bedienung des Gerätes einweisen.

## 5.2 Thermogenerator

Nach Erreichen der höchsten Heizleistung ( $T_1$  ca. 40°C) werden bei konstanter max. Heizleistung  $P_H$  ( $U_H \approx 40V$ ;  $I_H \approx 0,5A$ ) die Betriebsdaten der Peltierelemente ( $U_H$ ,  $I_H$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $U$ ,  $R_L$ ) als Thermogenerator bestimmt. Dazu wird der Thermokreis schrittweise mit zunehmender Last, d.h. mit abnehmendem Lastwiderstand  $R_L$  überbrückt. Führen Sie die Messungen wie zuvor ohne Last nun mit folgenden Lastwiderständen durch:

$$R_L = 470; 100; 47; 14; 10; 8; 6; 4; 3; 2; 1 \Omega.$$

Warten Sie jeweils das thermische Gleichgewicht ab ( $U$  zeitlich konstant). Beachten Sie, dass die zu messende Spannung  $U$  hier nicht die Thermospannung sondern lediglich den Spannungsabfall über dem Lastwiderstand  $R_L$  infolge des Thermostroms angibt.

## 5.3 Wärmepumpe

Schalten Sie die Heizung  $U_H$ ,  $I_H$  ab, nehmen Sie den Lastwiderstand aus dem Thermokreis und verbinden Sie den Kreis über das Amperemeter mit der Gleichstromquelle  $U_p$ ,  $I_p$  ( $I_p < 0$ : + an schwarze, - an rote äußere Buchse: *Heizen*). Der Anschluss ist auf Stromregelung  $I_p = 1,2 A$  einzustellen. Dazu muss zunächst der Strom auf Null, dann die Spannung hinreichend hoch und anschließend der Strom auf den Sollwert eingestellt werden, so dass die rote Lampe ständig aufleuchtet (= Stromregelung aktiv). Füllen Sie gegebenenfalls Eis in das Dewargefäß nach.

Warten Sie das sich neu einstellende thermische Gleichgewicht ab ( $U_p$  zeitlich konstant) und notieren Sie die Messwerte  $I_p$ ,  $U_p$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ . Die Messungen sind nach Reduzieren des Stroms  $|I_p|$  in Schritten von ca. 0,3 A zu wiederholen. Nach dem Nulldurchgang ( $I_p = 0$ ,  $T_1 \approx T_2$ ) ist die Stromquelle auf *Kühlen* umzupolen und die Messungen sind nach schrittweiser Erhöhung von  $I_p$  um ca. 0,5 A bis zu  $I_p = 3 A$  fortzuführen, anschließend ist die Stromquelle abzuschalten.

## 6. Versuchsauswertung

### 6.1 Heizversuch

Tragen Sie die im thermischen Gleichgewicht ermittelte Thermospannung  $U$  und Heizleistung  $P_H$  jeweils über der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  auf und bestimmen Sie aus den Steigungen der Ausgleichsgeraden die Thermokraft  $S$  sowie den Peltierkoeffizienten  $\Pi$  und den Wärmeleitwert  $\Lambda$  der Anordnung.

### 6.2 Thermogenerator

Bestimmen Sie aus den im Versuchsteil 5.2 ermittelten Messwerten für jeden Lastwiderstand  $R_L$  die Temperaturdifferenz  $\Delta T$ , die mittlere Temperatur  $T_m$  und die elektr. Nutzleistung  $P_L = U^2/R_L$ .

Der Innenwiderstand  $R_i$  der Peltierelemente hat den temperaturabhängigen Wert

$$R_i(T_m) = (2,477 + 0,015 T_m / ^\circ C) \text{ Ohm.}$$

Bestimmen Sie den experimentellen Wirkungsgrad  $\eta_{\text{exp}} = P_L/P_H$  und tragen Sie diesen über  $^{10}\log(R_L/R_i)$  auf (Log-Papier oder  $\eta_{\text{exp}}$  über  $\lg(R_L/R_i)$ ).

Berechnen Sie mit Gl. (19) und den Ergebnissen für  $S$  und  $\Lambda$  für die gleichen  $R_L$ - u.  $R_i$ -Werte die Einzelwirkungsgrade und tragen sie zum Vergleich mit dem experimentellen Ergebnis das Produkt  $\eta_{\text{th}}\eta_p$  sowie  $\eta_{\text{ges}}$  in das Diagramm ein.

Diskutieren Sie Größe und Verlauf von  $\eta_{\text{ges}}$  ( $R_L/R_i$ ), insbesondere die Lage des Maximums.

### 6.3 Wärmepumpe

Tragen sie die im Versuchsteil 5.3 ermittelte Temperaturkennlinie  $\Delta T(I_p)$  auf. Bestimmen Sie aus den Messwerten und dem in 6.1 bestimmten Wert für  $\Lambda$  mittels Gl. (20) bzw. (23) die Mittelwerte für die Thermokräfte  $S^+$  und  $S^-$  jeweils getrennt für positive und negative Ströme  $I_p$ . Vergleichen Sie  $S^+$  u.  $S^-$  mit dem in 6.1 ermittelten Wert  $S$ . Berechnen Sie mit  $S^+$  u.  $S^-$  für einige  $I_p$ -Werte die  $\Delta T(I_p)$ -Kennlinie und tragen Sie diese zum Vergleich mit der experimentell bestimmten auf. Diskutieren Sie mögliche Unterschiede zwischen  $S^+$ ,  $S^-$  u.  $S$  insbesondere hinsichtlich systematischer Messfehler und Annahmen zur theoretischen Beschreibung der Messergebnisse.

### 7. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Was ist der *Seebeck*-, was der *Peltier*- und was der *Thomson-Effekt*? Erläutern sie diese Effekte anhand der jeweiligen Randbedingungen in elektr. Leitern (Temperatur, Strom, ...).
- 2) Was ist die physikalische Ursache für das Auftreten einer *Thermospannung* in einem elektr. Leiter?
- 3) Was ist die *Thermokraft*? In welchem Zusammenhang steht sie mit der Thermospannung?
- 4) Warum benötigt man zur Messung von Thermospannungen Drahtpaare aus verschiedenem Material?
- 5) Welche Eigenschaften sollte ein zur Thermometrie benutztes Thermolement besitzen?
- 6) Was ist bei der Messung von Temperaturen mit Thermoelementen zur Vermeidung bzw. Verringerung von Messfehlern zu beachten?
- 7) In welchem Zusammenhang stehen Seebeck- und Peltiereffekt, in welchem Thermokraft  $S_{A,B}$  und Peltierkoeffizient  $\Pi_{A,B}$  eines Leiterkreises A, B?
- 8) Welche physikalischen Eigenschaften sollte ein Material zur Nutzung als Peltierelement besitzen?
- 9) Welche physikalische Größe eines Festkörpers beschreibt seine Fähigkeit, Wärme zu leiten?

- 10) Was ist die Ursache von Wärmeströmen?
- 11) Beschreiben Sie die Funktionsweise eines elektrischen Thermogenerators! Wie ist sein Wirkungsgrad definiert?
- 12) Beschreiben Sie das Prinzip einer thermoelektrischen Wärmepumpe! Was beschreibt die Leistungszahl einer Wärmepumpe?