

## Versuch D 12: Faraday-Effekt

- 1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. III: Optik  
 Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik  
 Pohl, Bd. 2 u. 3: Elektrizitätslehre, Optik u. Atomphysik  
 Walcher, Praktikum der Physik

**Stichworte:** Licht als elektromagn. Welle, lineare u. zirkulare Polarisation, Dispersion, induzierte Doppelbrechung, Larmor-Präzession

### 2. Grundlagen

Grundlagen zu den Themen *elektromagnetische Wellen*, *Dispersion* sowie *Polarisation* des Lichts sind in den Versuchen D5 (Spektralanalyse), D11 (Polarisation des Lichts) sowie D16 (Mikrowellen) dargestellt.

#### 2.1 Magnetfeldinduzierte Doppelbrechung

Die Lichtausbreitung in einem optisch isotropen Stoff, d.h. die Phasengeschwindigkeit und Wellenlänge des Lichts, sowie die Lichtbrechung an seinen Grenzflächen wird durch die *Brechzahl*  $n(\lambda)$  beschrieben. Die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge des Lichts  $dn/d\lambda$  heißt *Dispersion*. Im sichtbaren Bereich des Lichts beruht sie im Wesentlichen auf der frequenzabhängigen elektronischen Polarisierbarkeit des Stoffes.

Breitet sich Licht in einem optisch isotropen, transparenten nichtmagnetischen Stoff aus, der sich zudem in einem Magnetfeld  $\underline{B}$  befindet, so wird er zirkular doppelbrechend (vergl. Versuch D11): Die Polarisationsrichtung einer ebenen linear polarisierten Lichtwelle, die sich in Richtung von  $\underline{B}$  ausbreitet, wird gedreht. Der Drehwinkel  $\alpha$  des Lichts ist proportional zur magnetischen Induktion  $B$  und der Länge  $l$  des Lichtwegs im Stoff.

$$\alpha = V l B \tag{1}$$

Dieser vom M. Faraday 1845 entdeckte Effekt wird *Magnetorotation* oder *Faraday-Effekt* genannt. Die Proportionalkonstante  $V$  in Gl. (1) ist die *Verdet-Konstante*, die u.a. von der Wellenlänge des Lichts und der Dispersion des Stoffes abhängt (s.u.).

Die Entdeckung Faradays, welche die Wechselwirkung von Licht mit einem Magnetfeld nachweist, liegt zeitlich vor der Entwicklung der Theorie elektromagnetischer Felder und des Lichts durch Maxwell (1864/65). Es sei hier ferner erwähnt, dass auch ein elektrisches Feld eine Doppelbrechung verursachen kann (*Elektrooptischer Kerr-Effekt*, Kerr 1875).

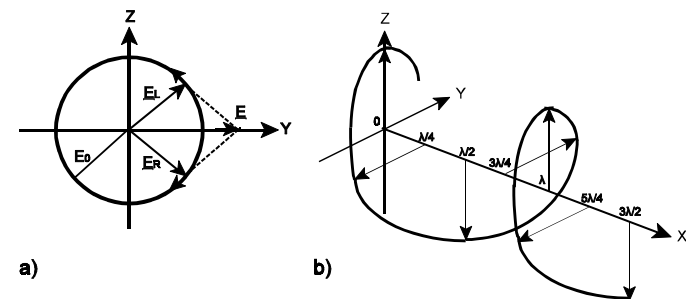
Der Faraday-Effekt lässt sich im Rahmen der klassischen Theorie elektromagnetischer Felder erklären. Er beruht auf der zirkularen Doppelbrechung von Licht, bei der sich die Brechzahl, d.h. die Phasengeschwindigkeit von rechts und links zirkular polarisiertem Licht unterscheidet.

Zur Berechnung der Verdet-Konstanten betrachten wir eine ebene in y-Richtung linear polarisierte Lichtwelle  $\underline{E}$ , die sich in x-Richtung in einem optisch transparenten Stoff ausbreitet. Sie lässt sich als Überlagerung zweier gegenläufig, d.h. links und rechts zirkular polarisierter Lichtwellen  $\underline{E}_L$  und  $\underline{E}_R$  darstellen (s. Abb. 1):

$$\begin{aligned} \underline{E} &= 2E_0(0, \cos(kx - \omega t), 0) \\ \underline{E}_{L,R} &= E_0(0, \cos(kx - \omega t), \pm \sin(kx - \omega t)) \end{aligned} \tag{2}$$

In komplexer Schreibweise ( $\underline{E} = E_y + iE_z$ ):

$$\begin{aligned} \underline{E} &= E_L + E_R = E_0(e^{i\varphi_L} + e^{i\varphi_R}) \\ \text{mit } \varphi_{L,R} &= \pm(kx - \omega t) = \pm\omega\left(\frac{nx}{c} - t\right) \end{aligned} \tag{3}$$



**Abb. 1:** a) Zerlegung einer linear polarisierten Lichtwelle in zwei zirkular polarisierte Lichtwellen; b) Momentbild einer rechtszirkular polarisierten Lichtwelle

Die E-Felder dieser zirkular polarisierten Lichtwellen rotieren (ohne Magnetfeld) an einem festen Ort  $x$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\pm \omega$  um die  $x$ -Achse; konstante Phasen  $\varphi$  der Wellen bewegen sich mit der Phasengeschwindigkeit  $v_{ph} = c/n$  entlang der  $x$ -Achse. Die rotierenden E-Felder bewirken ihrerseits rotierende elektrische Dipolmomente, d.h. Kreisströme  $j_{\pm}$  der sog. *Dispersions-Elektronen* des Stoffes, die ja aufgrund der Frequenzabhängigkeit der atomaren Polarisierbarkeit die Dispersion des Lichtes bewirken (vergl. Versuch D16, Mikrowellen).

Ein den Atomkern im Abstand  $r$  umkreisendes Elektron hat den Drehimpuls

$$\underline{l} = \underline{r} \times \underline{p} = m r^2 \underline{\omega} \quad (4)$$

und infolge des Kreisstromes  $i_{\pm} = \mp e \omega / 2\pi$  um die Fläche  $\pi r^2$  das magnetische Moment  $\mu$  der Größe  $i_{\pm} \pi r^2$ , also:

$$\underline{\mu}_{\pm} = \mp \frac{e r^2}{2} \underline{\omega} = \mp \frac{e}{2m} \underline{l} \quad (5)$$

Die Vektoren  $\underline{l}$  und  $\underline{\mu}_{\pm}$  stehen aufgrund der negativen elektronischen Ladung immer antiparallel zueinander.

Ein Magnetfeld  $\underline{B}$  übt ein Drehmoment  $\underline{D}$  auf  $\underline{\mu}_{\pm}$  aus, welches nach der klassischen Mechanik bewirkt, dass  $\underline{l}$  und  $\underline{\mu}_{\pm}$  wie ein Magnetkreisel um die Feldrichtung von  $\underline{B}$  mit der Kreisfrequenz  $\underline{\omega}_L$ , bzw.  $v_L = \omega_L / 2\pi$ , der sog. *Larmor-Frequenz* präzedieren (Vergl. auch Versuch D15, Zeeman-Effekt). Mit

$$\underline{D} = \underline{\mu}_{\pm} \times \underline{B} = \frac{d\underline{l}}{dt} = \underline{\omega}_L \times \underline{l} \quad (6)$$

ist mit Gln.(4) u. (5) unabhängig von der Richtung des Drehimpulses:

$$\omega_L = \frac{|\underline{\mu}_{\pm}|}{|\underline{l}|} B = \frac{e}{2m} B \quad (7)$$

Die Larmor-Präzession der Kreisbahnen der Dispersions-Elektronen bewirkt eine entsprechende (geringe) Verschiebung der Frequenzen der zirkular polarisierten Lichtfelder um  $\pm \omega_L$ . (Für  $B = 1\text{T}$  ist  $v_L \approx 9 \times 10^{10} \text{ Hz} \approx 10^{-4} v$ ). Mit Gl. (3) sind in

Anwesenheit eines Magnetfelds  $\underline{B}$  die Phasen.  $\varphi_{L,R}$  der zirkular polarisierten Wellen entsprechend geändert:

$$\varphi_{L,R}(x,t) = \pm(\omega \mp \omega_L) \left( \frac{x n_{\mp}}{c} - t \right) \quad (8)$$

Der Polarisationsdrehwinkel der Lichtwelle ist  $\alpha = (\varphi_L + \varphi_R)/2$ . Beim Lichteintritt in das Medium ist die Welle linear in  $y$ -Richtung polarisiert ( $\varphi_L = \varphi_R = 0$ ;  $\alpha = 0$ , s. Abb. 1). Aufgrund der unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten  $c/n_{\mp}$  benötigen die zirkular links u. rechts polarisierten Wellen unterschiedliche Zeiten  $t_L$  bzw.  $t_R$ , um die Wegstrecke  $l$  im optischen Medium zu durchlaufen. Nach der Zeit  $t_L = l n_{\pm} / c$  ist  $\varphi_L(l, t_L) = 0$  und

$$\alpha = \frac{1}{2} \varphi_R(l, t_L) = -(\omega + \omega_L) (n_{+} - n_{-}) \frac{l}{2c} \quad (9)$$

Die Reihenentwicklung von  $n_{\mp} = n(\omega \mp \omega_L)$  liefert in erster Ordnung:

$$n_{\mp} = n(\omega \mp \omega_L) = n(\omega) \pm \frac{\lambda}{\omega} \frac{dn}{d\lambda} \omega_L \quad (10)$$

Mit  $\omega + \omega_L \approx \omega$  folgt aus Gln(9) u. (10)

$$\alpha = -\omega_L \lambda \frac{dn}{d\lambda} \frac{l}{c} \quad (11)$$

Mit Gln. (1) u. (7) erhält man schließlich für die Verdet-Konstante

$$V = -\frac{e \lambda}{2mc} \frac{dn}{d\lambda} \quad (12)$$

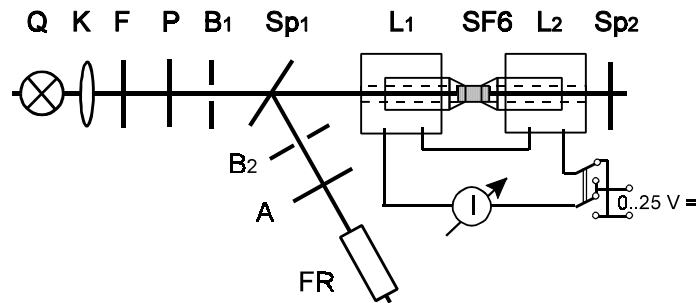
Die Drehung der Lichtpolarisation durch ein Magnetfeld ist proportional ist zur Wellenlänge  $\lambda$  und Dispersion  $dn/d\lambda$  des Stoffes. Viele Gläser zeigen im Bereich des sichtbaren Lichts normale Dispersion mit  $n$  etwa  $\sim \lambda^{-2}$  also  $dn/d\lambda \sim \lambda^{-3}$ . Silikatgläser mit hohem Gehalt an Bleioxid (*Bleisilikate* oder *Flintgläser*) weisen aufgrund ihrer hohen Dichte eine besonders große Dispersion auf und sind daher

für die Magnetorotation gut geeignet.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Drehwinkel von linear polarisiertem Licht durch Bleisilikatglas (Schwerflint SF6) in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei den Wellenlängen  $\lambda = 436, 546$  u.  $578$  nm des Lichts einer Quecksilberdampfampe.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie aus den Messdaten die Verdet-Konstante von SF6 für die genannten Wellenlängen.
- 3. Aufgabe:** Berechnen Sie die Dispersion  $dn/d\lambda$  von SF6 im Wellenlängenbereich  $436 - 578$  nm und vergleichen Sie die berechnete Dispersion mit Daten aus der Literatur (z.B. SF5).

### 4. Versuchsaufbau



**Abb. 2:** Versuchsaufbau: Q Hg-Lampe, K Kondensator, F Farbfilter, P Polarisator,  $B_{1,2}$  Irisblenden,  $Sp_1$  halbdurchlässiger Spiegel,  $L_{1,2}$  Magnetspulen, SF6 Probe,  $Sp_2$  Spiegel, I Strommesser, A Analysator, FR Fernrohr

Abb. 2 zeigt schematisch den Versuchsaufbau zur Untersuchung des Faraday-Effekts. Auf einer optischen Bank sind als Lichtquelle eine Quecksilberdampfampe Q, eine Kondensatorlinse K zur Lichtbündelung und ein auswechselbares Farbfilter F zur Selektion einer Wellenlänge des Hg-Linienspektrums montiert. Mit dem Polarisator P wird das Licht linear polarisiert. Die Polarisationsrichtung ist auf einer Gradskala (auf etwa  $0,5^\circ$  genau) einstellbar. Die Blende  $B_1$  dient zur

Begrenzung des Lichtbündels. Es durchläuft einen halbdurchlässigen Spiegel  $Sp_1$  und durchstrahlt die Probe, einen Flintglaszylinder (SF6) der Länge 30 mm. Die Probe befindet sich in einem Magnetfeld, welches durch einen ringförmigen durch zwei stromdurchflossene Spulen  $L_1$  und  $L_2$  erregten Eisenkern erzeugt wird. An der Stelle des Lichtstrahls ist der Kern durchbohrt und an der Probenstelle zur Feldbündelung in der Probe unterbrochen (Polschuhe). Das Magnetfeld wird durch den Strom I aus einer variablen Gleichspannungsquelle ( $0..25$  V =) erzeugt und durch die Messung des Stroms über eine Eichmessung  $B(I)$  bestimmt. Ein Umschalter des Stroms ermöglicht die Umkehr der Feldrichtung.

Nach Durchlaufen der Probe im Magnetfeld wird der Lichtstrahl am Spiegel  $Sp_2$  in sich reflektiert und durchläuft ein zweites Mal die Probe. Hierdurch wird der Lichtweg in der Probe und der Drehwinkel  $\alpha$  zur ursprünglichen Polarisationsrichtung verdoppelt. Der zurücklaufende Lichtstrahl wird am Spiegel  $Sp_1$  schräg reflektiert.

Auf einer kleinen optischen Bank sind eine weitere Blende  $B_2$ , der Analysator A und ein Fernrohr FR montiert. Die Blende dient zur weiteren Begrenzung des reflektierten Lichtbündels. Infolge der Lichtreflexion an den Probenoberflächen treten zusätzliche Lichtstrahlen auf, die durch leichtes Schrägstellen von Magnet und Probe aus dem Gesichtsfeld des Fernrohrs gebracht werden können. Die Polarisationsrichtung des Strahls wird durch den Analysator A bestimmt, indem er auf Dunkelheit bzw. minimale Lichtintensität gestellt wird. Das auf die Blende  $B_1$  fokussierte Fernrohr dient hierbei zur Beobachtung.

### 5. Versuchsdurchführung und Auswertung

#### 5.1 1. Aufgabe

Der Versuchsaufbau ist gegebenenfalls zu justieren. Die Filter sind mit der silber spiegelnden Seite zur Lampe hin einzubauen. Der Polarisator wird zweckmäßigerweise so eingestellt (ca.  $20^\circ$  rechts in Strahlrichtung), dass in Abwesenheit eines Magnetfelds die Dunkelstellung des Analysators bei ca.  $70^\circ$  (rechts gegen Strahlrichtung) liegt. So kann bei fester Polarisatorstellung für alle Felder in beiden Richtungen der Winkel auf der Analysatorskala abgelesen werden.

Der Abstand zwischen Lampe und Kondensatorlinse ist so zu wählen, dass ein gleichmäßig leuchtender Lichtfleck auf der Stirnseite des Magneten entsteht; die Blende  $B_1$  ist soweit zu schließen (auf ca.  $5 - 8$  mm  $\varnothing$ ), dass der Lichtfleck gerade die Stirnseite des Magneten beleuchtet. Halten Sie zur Kontrolle ein Stück Papier in den Strahl. Schauen Sie durch das Fernrohr und versuchen Sie die Dunkelstellung durch Verändern der Blenden und der Lampenposition zu

optimieren. Verdrehen Sie u.U. den Magneten geringfügig auf der Schienenhalterung, ohne dass jedoch der Strahl abgeschattet wird. Vergessen Sie nicht, die auf den Spiegel  $Sp_2$  gesteckte Schutzkappe zu entfernen.

Es sind für jeden der drei Filter für  $I = 0$  bis  $\pm 2,5$  A in Schritten von ca. 0,5 A die Winkel  $\beta(I)$  des Analysators zu bestimmen, bei denen Dunkelheit herrscht bzw. die Helligkeit minimal wird.

Beginnen Sie mit dem Gelbfilter ( $\lambda = 578$  nm). Bei jeder der eingestellten Stromstärken sind die Winkel für beide Strom- bzw. Feldrichtungen zu bestimmen. Nach der Messung mit  $I = 2,5$  A ist die Messung für  $I = 0$  zu wiederholen. Führen Sie danach die Messungen mit dem Grünfilter ( $\lambda = 546$  nm) und Blaufilter ( $\lambda = 436$  nm) entsprechend durch.

In der Auswertung sind die Stromstärke  $I$  in die magnetische Induktion  $B$  umzurechnen. Eichmessungen für den hier gewählten Polabstand von 20 mm haben ergeben, dass das Magnetfeld mittig über eine Länge von ca. 15 mm ziemlich homogen ist und an den Außenseiten (innerhalb der Polschuhe bis zu den Stirnseiten der Probe auf kleine Feldwerte abfällt. Der über die Probenlänge ermittelte Effektivwert (integraler Mittelwert) des Feldes beträgt:

$$B_{\text{eff}} / I = 35,8 \text{ mT} / \text{A}$$

Tragen Sie die Winkel  $\beta(B_{\text{eff}})$  für jede Wellenlänge getrennt auf.

## 5.2 2. Aufgabe

Bestimmen Sie aus Ausgleichsgeraden durch die Messwerte die Steigungen der Geraden  $\alpha/B_{\text{eff}}$  und mit Gl. (1) für den Lichtweg  $l = 6$  cm die Verdet-Konstanten  $V(\lambda)$ . Schätzen Sie den Fehler für  $V$  aus dem Fehler der Geradensteigungen ab.

## 5.3 3. Aufgabe

Berechnen Sie aus dem Ergebnis der 2. Aufgabe mit Gl. (12) die Dispersion  $dn/d\lambda$  von SF6 für die drei Wellenlängen. Vergleichen Sie das Ergebnis mit Daten für z.B. SF5 aus der Literatur (Walcher, Praktikum der Physik).

## 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Wie wird die Ausbreitung von Licht im Wellenbild dargestellt?
- 2) Wie verhalten sich die Felder einer ebenen Lichtwelle räumlich und zeitlich im Vakuum und in Materie?

- 3) Beschreiben Sie die verschiedenen Arten der Lichtpolarisation.
- 4) Warum wird Licht i. Allg. an den Grenzflächen eines optisch transparenten Stoffes gebrochen? Wie wird die Brechung beschrieben?
- 5) Was ist lineare, was zirkulare Doppelbrechung?
- 6) Was ist der Faraday-Effekt?
- 7) Beschreiben Sie die Wirkungsweise eines Magnetfeldes auf die Lichtausbreitung in einem optisch isotropen transparenten Stoff.
- 8) Was ist die Larmor-Präzession, wovon ist sie abhängig und wie kommt sie zustande?
- 9) Wie ist die Verdet-Konstante definiert und wovon ist sie theoretisch abhängig?
- 10) Welche Materialien eignen sich gut zur Untersuchung des Faraday-Effekts und warum?