Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine Einlesezeit von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst **dann** zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Duisburg, den __________ ______________________________

(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ______________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Aufgabe 4	
Aufgabe 5	
Aufgabe 6	
Gesamtpunktzahl	
Anhebungsfaktor	
angehobene Punktzahl	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Söffker)

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, PD Dr.-Ing. Wend)

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ______________________________

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Frage in den Aufgabenbogen!

Maximal erreichbare Punktzahl:	**120**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Aufgabe 1 (15 Punkte)
Gegeben sei nachfolgendes technisches System zur Lageregelung einer Welle mit Hilfe zweier magnetischer Radial- und einem magnetischem Axiallager. Entsprechend müssen bei einer vollständigen, elektromagnetischen Lagerung alle drei ebenen Bewegungsrichtungen (x_1, x_2, z) gleichzeitig geregelt werden (nach: Roddeck, W.: *Einführung in die Mechatronik*. 2. Aufl. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 2003) (siehe Abb. 1.1).

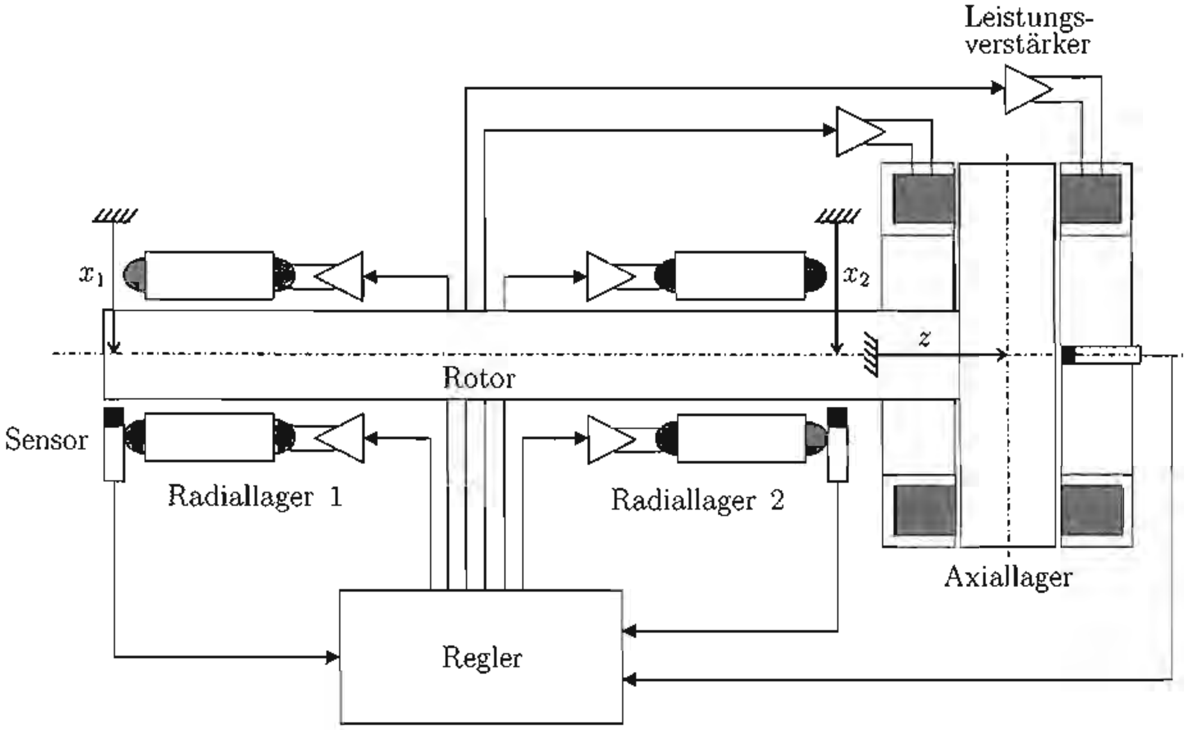
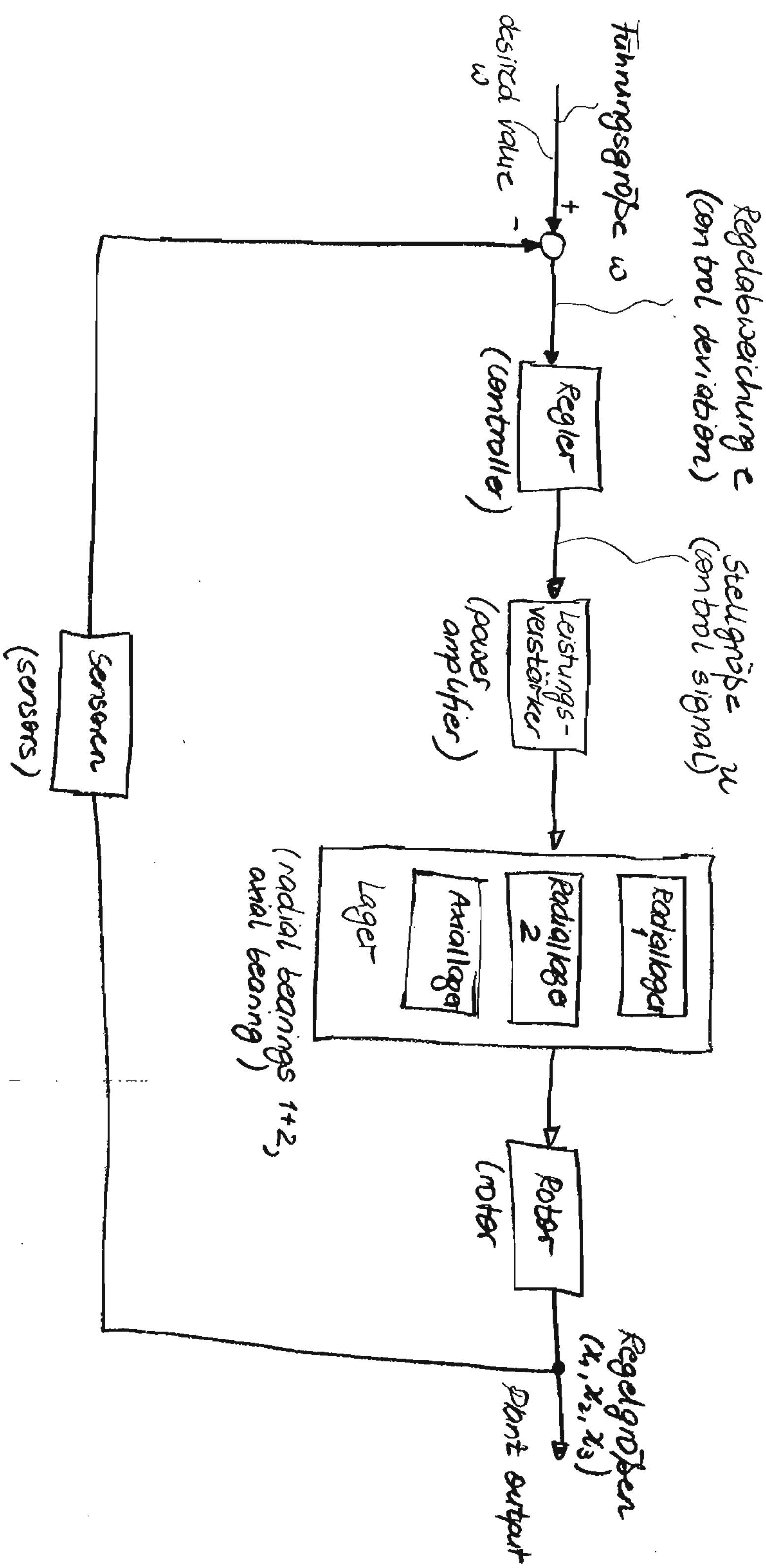


Abbildung 1.1: Regelung einer Welle durch zwei Radial- und ein Axiallager (Roddeck, W.: *Einführung in die Mechatronik*, S. 425)

Zu regeln sind die Positionen der drei Messstellen des sich im Schwerefeld der Erde befindlichen Rotors im ruhenden sowie im drehenden Zustand in Relation zu den eingezeichneten Mittellagen.

a) (3 Punkte)
Zeichnen Sie die separaten Regelkreise für die drei eingezeichneten Koordinatenrichtungen x_1, x_2 und z. Benennen Sie die Elemente und Größen sowie zusätzlich die Regelabweichung und die Stellgröße sowohl in regelungstechnischer Nomenklatur sowie in den Begriffen, wie sie im gezeichneten Beispiel angegeben sind.



b) (1 Punkt)
Klassifizieren Sie das durch die Gleichung $4y+2\dot{y} = 3\dot{u}+5\ddot{u}$ beschriebene Eingangs-/Ausgangsverhalten, wobei u den Ausgang und y den Eingang des Systems darstellen.

$$5\dot{u} + 3u = 2y + 4\int y \quad \Rightarrow \quad PIT_1$$

c) (2 Punkte)
Bestimmen Sie die Zahlenwerte der Zeitkonstante der Dynamik T sowie der Integrationszeitkonstante T_I des in Aufgabe 1b) gegebenen Eingangs-/Ausgangsverhalten?

$$\frac{5}{3}\dot{u} + u = \frac{2}{3}\left(y + 2\int y\right)$$

Zeitkonstante $T = \frac{5}{3}$
(time constant)

Integrationszeitkonstante $T_I = \frac{1}{2}$
(integrational time constant)

d) (2 Punkte)
Bei einem Vorderfahrwerk eines neuartigen Experimentalfahrzeuges wurden die in Abb. 1.2 angegebenen Übergangsfunktionen gemessen.

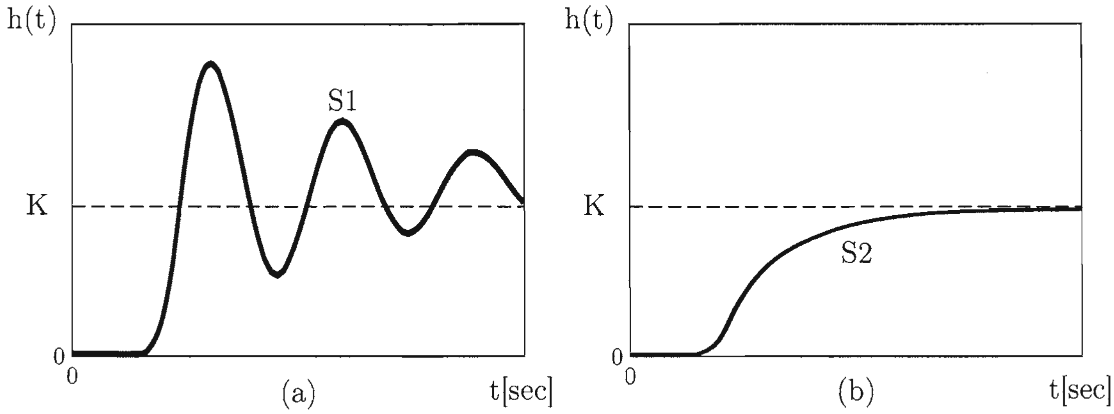


Abbildung 1.2: Übergangsfunktionen

Geben Sie die beschreibenden Differenzialgleichungen der zugrundeliegenden Systeme mit u als Ausgang und y als Eingang an.

S1: $\frac{1}{\omega_{01}^2}\ddot{u} + \frac{2D_1}{\omega_{01}}\dot{u} + u = K_1\, y(t - T_{t1})$, $0 < D_1 < 1$

S2: $\frac{1}{\omega_{02}^2}\ddot{u} + \frac{2D_2}{\omega_{02}}\dot{u} + u = K_2\, y(t - T_{t2})$, $D_2 \geq 1$

e) (2 Punkte)
Welcher zentrale physikalische Unterschied zeigt sich in den in Abb. 1.2(a) und Abb. 1.2(b) angegebenen Übergangsverhalten?

Welcher konkrete Parameter beschreibt (abhängig von der konkreten Zahl) die Fähigkeit eines Systems sowohl ein Übergangsverhalten nach Abb. 1.2(a) wie auch nach Abb. 1.2(b) aufzuweisen?

- Schwingungen treten auf
  (Oscillation appears)

- Dampfung (Damping)

f) (2 Punkte)
Die vereinfachte Beschreibung des Bewegungsverhaltens eines ventilgeregelten Hydraulikzylinders erfolgt durch die Gleichungen

$$\dot{p}_{\mathrm{A}} = \frac{E}{V_{\mathrm{A}}}\left(Q_{\mathrm{A}} - A_{\mathrm{A}}\dot{x}\right),$$
$$\dot{p}_{\mathrm{B}} = \frac{E}{V_{\mathrm{B}}}\left(Q_{\mathrm{B}} - A_{\mathrm{B}}\dot{x}\right), \text{ und}$$
$$m\ddot{x} = p_{\mathrm{A}}A_{\mathrm{A}} - p_{\mathrm{B}}A_{\mathrm{B}} - F_{\mathrm{ext}}$$

wobei
$p_{\mathrm{A,B}}$: Druck in Kammer A oder B
$A_{\mathrm{A,B}}$: Druckbeaufschlagte Fläche in Kammer A oder B
$V_{\mathrm{A,B}}$: Volumen der Kammer A oder B
$Q_{\mathrm{A,B}}$: Volumenstrom der Kammer A oder B
E : Kompressionsmodul
m : Masse
x : Zylinderstangenposition
F_{ext} : Extern angreifende Kraft

beschreiben und die Größe $\dot{x}$ gemessen wird.
Die Matrizen A und C der Zustandsraumbeschreibung lauten

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{EA_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{A}}} \\ 0 & 0 & -\frac{EA_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{B}}} \\ \frac{A_{\mathrm{A}}}{m} & -\frac{A_{\mathrm{B}}}{m} & 0 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Es sei $m = 0,5$ sowie $A_{\mathrm{A}} = A_{\mathrm{B}} = V_{\mathrm{A}} = 2$ und $V_{\mathrm{B}} = 1$. Berechnen Sie die Eigenwerte des Systems in Abhängigkeit von E.

charakteristisches Polynom: $\lambda^3 - 4\lambda E = 0$
(characteristical polynom)

i) $\lambda_1 = 0$, $\lambda_{2,3} = \pm 2\sqrt{E}$ $(E \geq 0)$

ii) $\lambda_1 = 0$, $\lambda_{2,3} = \pm 2j\sqrt{-E}$ $(E < 0)$

☐

g) (2 Punkte)
Das in Abb. 1.3 gezeigte System ist hinsichtlich seiner stationären Genauigkeit zu untersuchen.

Welche stationäre Abweichung $e(t \to \infty)$ weist das System für einen Einheitssprung mit $w = 1(t)$ und $D > 1$ auf?

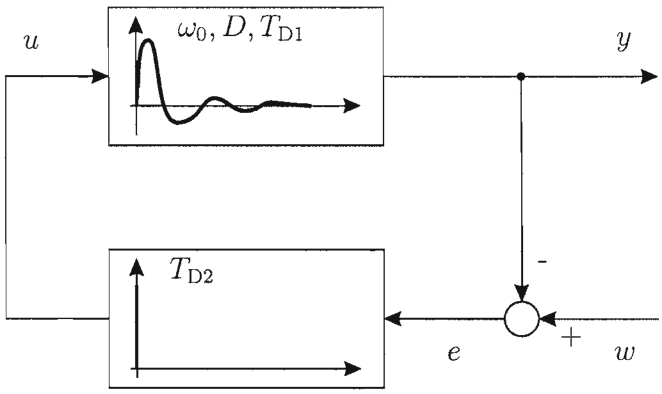


Abbildung 1.3: Blockschaltbild eines Systems

$$\left(\frac{1}{\omega_0^2} + T_{D1}T_{D2}\right)\ddot{y} + \frac{2D}{\omega_0}\dot{y} + y = T_{D1}T_{D2}\,\ddot{w}$$

- stationärer Endwert: $y(\infty) = 0$
(stationary end value)

- stationäre Abweichung: $e(\infty) = w - y(\infty) = 1$
(stationary deviation)

h) (1 Punkt)
Welchen dringenden Rat für den Reglerentwurf zur Regelung einer rein integralen Strecke (IT_0-Übertragungsverhalten) können Sie prinzipiell aussprechen, wenn der Reglerentwurf vornehmlich der Realisierung stationärer Genauigkeit dient und Schwingungen nicht zusätzlich angeregt werden sollen? Begründen Sie Ihre Antwort.

keine integrale Rückführung verwenden
(Do not apply integral feedback.)

$\square$

$\sum \square$

Aufgabe 2 (25 Punkte)
Gegeben sei das Blockschaltbild (Abb. 2.2) einer schwebenden Kugel (Abb. 2.1). Die Kugel wird als Massepunkt mit der Masse m modelliert. Durch einen Aktor wird eine Magnetkraft f erzeugt, um die Position der Kugel zu regeln. Die Kraft hängt von der Position der Kugelauslenkung x und dem Spulenstrom i des Aktors ab. Zur Ermittlung der Kugelauslenkung wird ein Sensor eingesetzt.

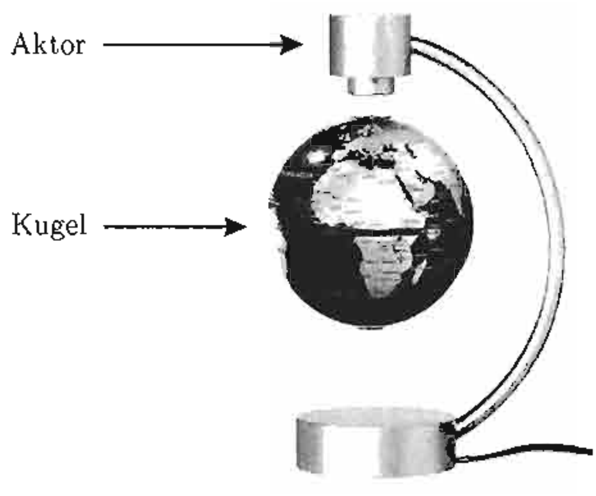


Abbildung 2.1: Schwebende Kugel (www.techgalerie.de)

Auf Basis des Sensorsignals berechnet der Regler die Stellgröße i_r, um die Strecke zu regeln. Zur Minimierung des Messrauschens kann ein Filter benutzt werden.

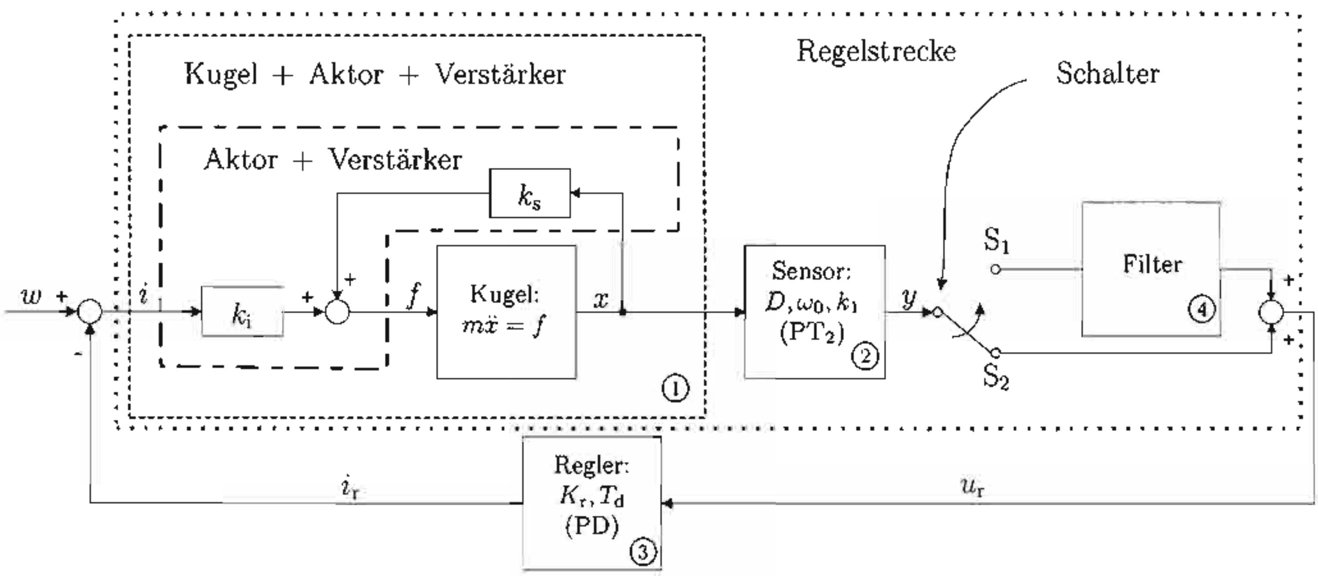


Abbildung 2.2: Blockschaltbild der schwebenden Kugel

a) (5 Punkte)
In Abb. 2.2 wird für die Aktordynamik ein lineares Übertragungsverhalten angenommen. Messungen ergeben jedoch die Beziehung

$$f = k_0 \left(\frac{(i_\mathrm{b} + i)^2}{(s_0 - x)^2} - \frac{(i_\mathrm{b} - i)^2}{(s_0 + x)^2} \right),$$

wobei gelten:
- k_0 : Systemkonstante,
- i_b : Vormagnetisierungsstrom (konstant),
- s_0 : Luftspalt (konstant),
- i : Spulenstrom (Stellgröße) und
- x : Kugelauslenkung.

Geben Sie die Parameter k_i und k_s der linearisierten Beziehung

$$f(i, x) = k_\mathrm{i} i + k_\mathrm{s} x$$

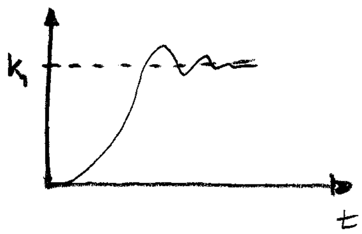
in Bezug auf den Arbeitspunkt ($i_0 = 0,\ x_0 = 0$) an.

$$f = f(0,0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{i=0\\x=0}} \Delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial i}\right|_{\substack{i=0\\x=0}} \Delta i$$

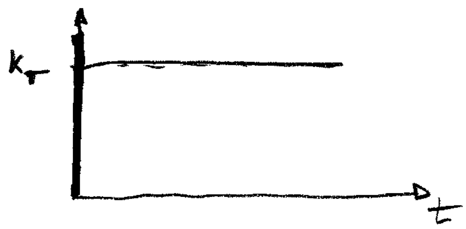
$$= \underbrace{\frac{4 k_0 i_b^2}{s_0^3}}_{k_s} \Delta x + \underbrace{\frac{4 k_0 i_b}{s_0^2}}_{k_i} \Delta i$$

b) (5 Punkte)
Skizzieren Sie qualitativ die Übergangsfunktionen der Elemente ② und ③. Geben Sie die Differenzialgleichungen der Elemente ①, ② und ③ an.

②: Sensor (sensor)



③: Regler (controller)



②: $\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{y} + \frac{2D}{\omega_0}\dot{y} + y = k_1 x$

③: $i_r = k_r(u_r + T_d \dot{u}_r)$

①: $m\ddot{x} = k_i i + k_s x$

c) (3 Punkte)
Klassifizieren Sie das Übertragungsverhalten der Regelstrecke ohne Filter (Schalterstellung S_2).

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_0^2}\ddot{y} + \frac{2D}{\omega_0}\dot{y} + y = k_1 x \\ m\ddot{x} = k_i i + k_s x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2} y^{(4)} + \frac{2D}{\omega_0} y^{(3)} + \left(1 - \frac{k_s}{m\omega_0^2}\right)\ddot{y} - \frac{2k_s D}{m\omega_0}\dot{y} - \frac{k_s}{m} y = \frac{k_1 k_i}{m} i$$

$\Rightarrow PT_4$

d) (3 Punkte)
Nehmen Sie nachfolgend für den Sensor die Differenzialgleichung

$$10^{-8}\ddot{y} + 10^{-4}\dot{y} + y = x$$

an. Was kann über die Stabilität der Regelstrecke ohne Filter (Schalterstellung S_2) ausgesagt werden ($m, k_s > 0$)? Begründen Sie Ihre Antwort.

charakteristische Gleichung
(characteristic equation)

$$m\lambda^2 - k_s = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \pm\sqrt{\frac{k_s}{m}}$$

$\Rightarrow$ Ein Eigenwert ist positiv $\Rightarrow$ Strecke instabil.
(one of the eigenvalues is positive) (plant unstable)

e) (2 Punkte)
Für die Signalaufbereitung kann optional ein Filter (Element ④) zugeschaltet werden (Schalterstellung S_1). Die Übergangsfunktion des Filters wurde gemessen und ist in Abb. 2.3 dargestellt.

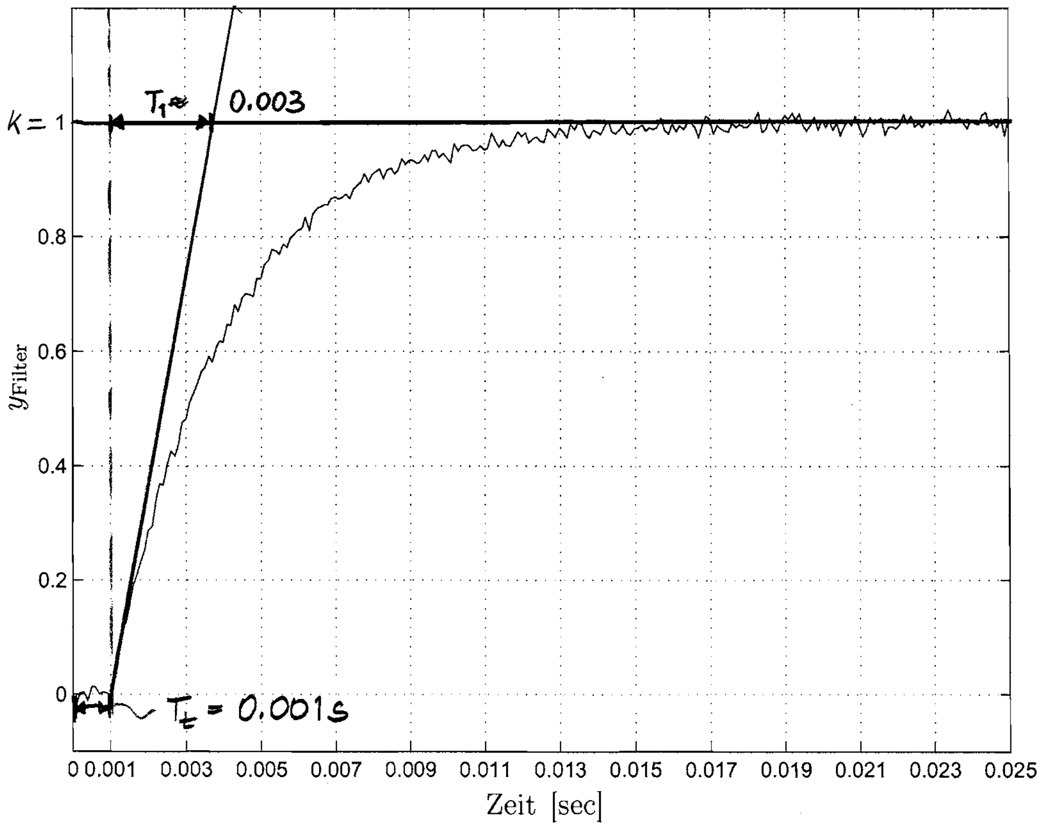


Abbildung 2.3: Experimentell bestimmte Übergangsfunktion des Filters

Klassifizieren Sie das Übertragungsverhalten des Filters unter Vernachlässigung des Messrauschens und bestimmen Sie die, aus der Zeichnung ablesbaren, Parameter der beschreibenden Differenzialgleichung.

PT_1T_t - Element : $k \approx 1$, $T_t \approx 0.001$, $T_1 \approx 0.003$

f) (7 Punkte)
Zur Auslegung des Reglers wird für den Sensor vereinfachend ein Proportionalelement ($k_1 = 1$) verwendet. Zudem wird das Filter (Element ④) vernachlässigt (Schalterstellung S_2).

Der Regler soll ein PD-Übertragungsverhalten (K_r, T_d) aufweisen. Das Gesamtsystem kann als Feder-Masse-Dämpfer-System, beschrieben durch die Differenzialgleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = 0,$$

betrachtet werden. Dabei sollen die Anforderungen erfüllt werden:

1. Die Beruhigungszeit sei $T_\epsilon = 0{,}004$ (Hinweis: $T_\epsilon = \frac{4}{D\omega_0}$, D: Dämpfungsgrad).
2. Das System soll nicht schwingfähig sein.
3. Das System soll so schnell wie möglich reagieren.

Welche Parameter K_r und T_d des Reglers erfüllen die gegebenen Anforderungen? Nutzen Sie hierfür die Parameter

$$m = 3,$$
$$k_s = 1000000 \quad \text{und}$$
$$k_i = 400.$$

Anforderungen (requirements) 2,3 $\Rightarrow$ $D = 1$.

$$T_\varepsilon = \frac{4}{D\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{4}{DT_\varepsilon} = 1000$$

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = 0 \Rightarrow k = m\omega_0^2 = 3\,000\,000$$
$$d = 2D\omega_0 m = 6\,000$$

$$m\ddot{x} - k_s x = k_i\, i = k_i(-k_r(x + T_d\dot{x}))$$

$$\Rightarrow k = k_i k_r - k_s \Leftrightarrow k_r = 10\,000$$
$$d = k_i k_r T_d \Leftrightarrow T_d = 1.5e^{-3}$$

$\sum$