Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine Einlesezeit von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst **dann** zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Duisburg, den __________ ____________________________________
(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: _______________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Gesamtpunktzahl	
Angehobene Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

____

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Söffker)

____

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, PD Dr.-Ing. Wend)

____

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ____

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Maximal erreichbare Punktzahl:	**60**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Aufgabe 1 (15 Punkte)

a) (2 Punkte)
Definieren Sie die Begriffe „Führungsgröße" und „Störgröße".

Führungsgröße (w(t)): Größe, die der Regeleinrichtung von außen zugeführt wird und der die Regelgröße folgen soll.

Störgröße: von außen auf ein System einwirkende Größe, die die beabsichtigte Beeinflussung der Steuerung bzw. der Regelung behindert und entsprechenden Einfluss auf die Regelgröße hat.

b) (2 Punkte)
Geben Sie die Laplacetransformierte der Funktion $y(t) = 3(t-1) + 2(t-2) - 1(t-3)$ an.

$$y(s) = \frac{3}{s} e^{-s} + \frac{2}{s} e^{-2s} - \frac{1}{s} e^{-3s}$$

c) (5 Punkte)
Geben Sie die physikalische Bedeutung von Polen und Nullstellen im Ursprung an. Wie unterscheiden sich die Verhaltensweisen entsprechender Systeme hinsichtlich ihres Phasenganges im Vergleich zu einem proportionalen Übertragungsverhalten (Ordnung $n > q$)?

Nullstelle im ursprung : System weist ein Differenzialverhalten auf.

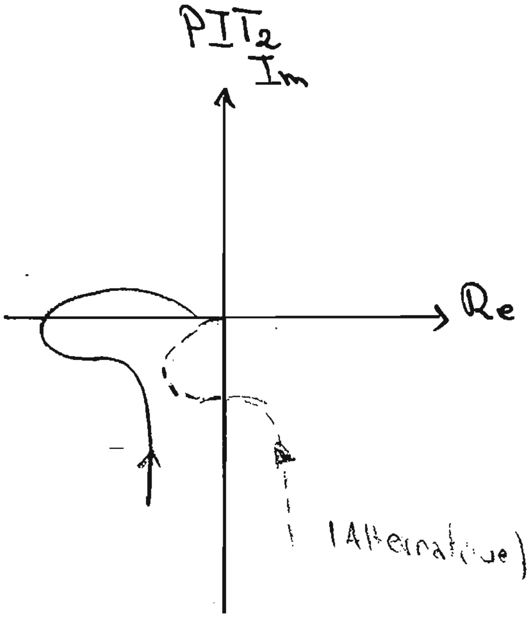
Pole im ursprung: System weist ein Integralverhalten auf.

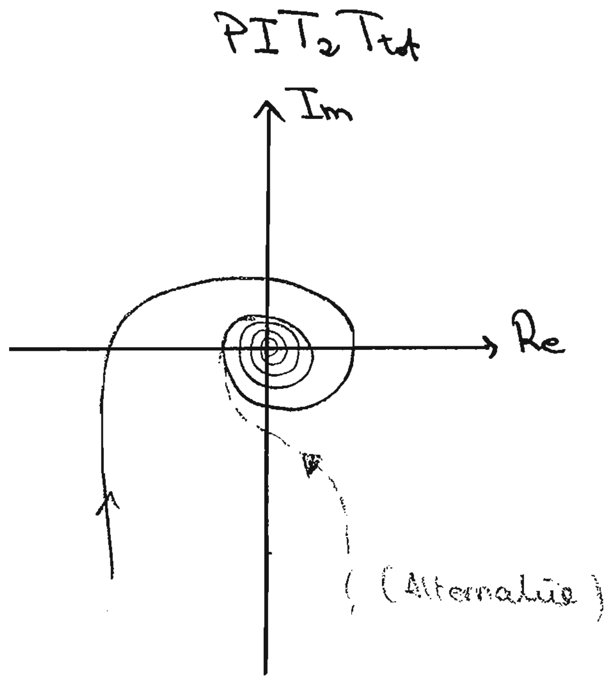
Propotionales Übertragungsverhalten $\rightarrow$ Phasengang $= 0°$;
Bei jedem Pol im Ursprung verringert sich der Phasenverlauf um $-90°$.

Jede Nullstelle im Ursprung führt zu einer Änderung des Phasenverlaufs um $+90°$.

☐

d) (3 Punkte)
Geben Sie das Übertragungsverhalten eines PIT_2-Systems in Form einer Ortskurve an. Dem System werde ein Totzeitsystem mit T_{tot} nachgeschaltet. Skizzieren Sie hierzu zusätzlich die Ortskurve des neuen Systems.





☐

e) (3 Punkte)
Geben Sie die allgemeine Darstellung eines linearen Eingrößensystems, beschrieben durch die Matrizen $A, b, c, d,$ an. Detaillieren Sie die Übertragungsfunktionsmatrix

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

und geben Sie die zugehörigen Dimensionen der Matrizen A, b, c, d, G an.

$$sX(s) - X(0) = AX(s) + bU(s)$$

$$Y(s) = cX(s) + dU(s)$$

$$G(s) = c\,(sI - A)^{-1}b + d$$

A: Systemmatrix ⟶ (n, n)

b: Eingangsmatrix ⟶ (n, 1)

c: Ausgangsmatrix ⟶ (1, n)

d: Durchgangsmatrix ⟶ (1, 1)

G: Übertragungsmatrix ⟶ (1, 1)

mit

n: Systemordnung

$\square$

$\sum \square$

Aufgabe 2 (20 Punkte)
Das in Abbildung 2.1 gezeigte schematische Ersatzschaltbild eines Gleichstrommotors mit der Ankerspannung u_{A} als Eingangsgröße und dem Drehwinkel φ als Ausgangsgröße wird durch die Differenzialgleichung

$$\frac{JR_{\mathrm{A}}}{c}\ddot{\varphi} + c\,\dot{\varphi} = u_{\mathrm{A}}$$

beschrieben. Die gemessene Übergangsfunktion dieser Strecke ist in Abbildung 2.2 dargestellt.

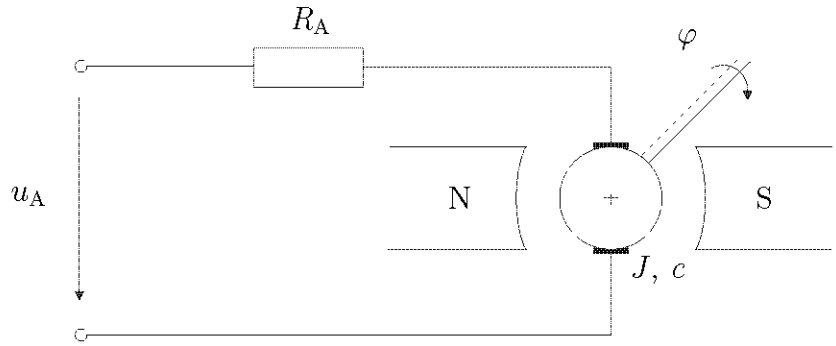


Abbildung 2.1: Ersatzschaltbild eines Gleichstrommotors

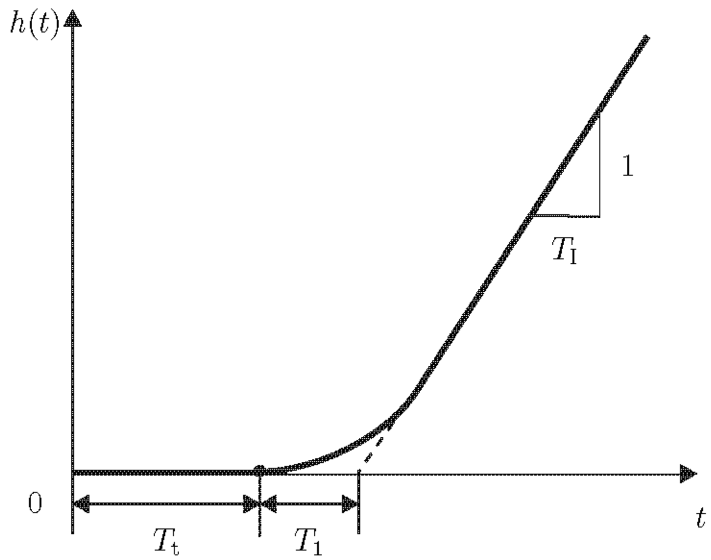


Abbildung 2.2: Übergangsfunktion der Strecke

Zur Regelung der Strecke wird ein P-Regler mit der Übertragungsfunktion $G_{\mathrm{R}}(s) = K_{\mathrm{P}}$ eingesetzt. Als Störgröße z soll eine Störung beispielsweise in der Spannungsversorgung des Drehstromnetzes angenommen werden. Der Regelkreis ist in Abbildung 2.3 dargestellt.

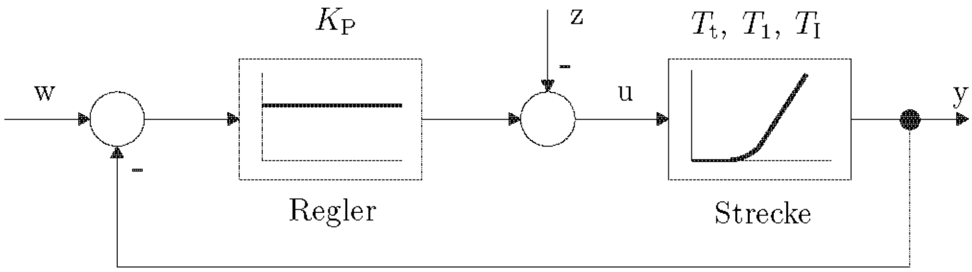


Abbildung 2.3: Regelkreis mit P-Regler

a) (1 Punkt)
Geben Sie an Hand der Übergangsfunktion der Strecke aus Abbildung 2.2 die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ der Strecke an.

$$G_S(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{T_I s\,(1+T_1 s)} \cdot e^{-sT_t}$$

b) (2 Punkte)
Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$ und die Störübertragungsfunktion $G_z(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)}$ des geschlossenen Regelkreises nach Abbildung 2.3.

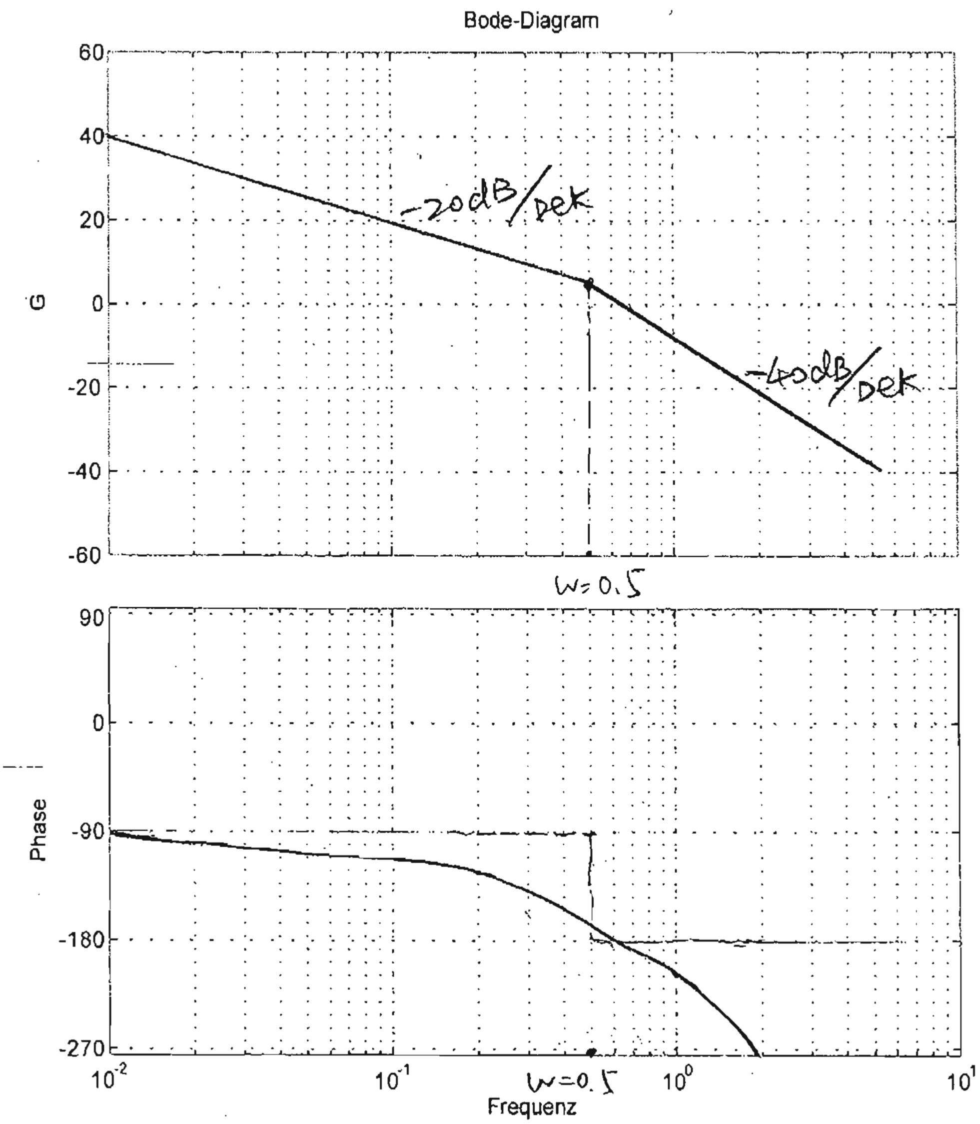
$$G_w(s) = \frac{K_P G_S(s)}{1+K_P G_S(s)} = \frac{K_P e^{-sT_t}}{K_P e^{-sT_t} + T_I s\,(1+T_1 s)}$$

$$G_z(s) = -\frac{G_S(s)}{1+K_P G_S(s)} = -\frac{e^{-sT_t}}{K_P e^{-sT_t} + T_I s\,(1+T_1 s)}$$

c) (5 Punkte)
Im Folgenden wird von einem System

$$G_O(s) = \frac{e^{-s}}{s(1+2s)}$$

ausgegangen. Zeichnen Sie qualitativ das Bode-Diagramm des offenen Regelkreises $G_O(s)$ und kennzeichnen Sie die Steigungen (dB/Dek), die Eckfrequenz ω_1 des approximierten Verlaufes sowie den Wert der approximierten Amplitude für $\omega = 0,5$.



d) (6 Punkte)
Das Übertragungsverhalten eines PT_2-Elementes sei durch die Übertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{1}{(s+4)(s+6)}$$

beschrieben. Für die Regelung wird ein Regler

$$G_R(s) = \frac{K_I}{s}$$

mit $K_I = K_1$ in Gegenkopplung (negative Rückführung) eingesetzt. Bestimmen Sie aus der Übertragungsfunktion $G(s)$ des geschlossenen Regelkreises das charakteristische Polynom $p(s)$. Für welche Verstärkung K_1 ist der Regelkreis asymptotisch stabil? Verwenden Sie zur Berechnung das Hurwitz-Kriterium.

$$G(s) = \frac{G_R G_S}{1 + G_R G_S} = \frac{k_1}{s(s+4)(s+6)+k_1}$$

charakteristische Gleichung

$$p(s) = 1 + G_0(s) = k_1 + s(s+4)(s+6)$$
$$= s^3 + 10s^2 + 24s + k_1$$

$a_i > 0$ wenn $k_1 > 0$.

$$H = \begin{bmatrix} 10 & k_1 & 0 \\ 1 & 24 & 0 \\ 0 & 10 & k_1 \end{bmatrix}$$

(Alternativ: $H = \begin{vmatrix} 24 & 1 & 0 \\ k_1 & 10 & 0 \\ 0 & 24 & 1 \end{vmatrix}$)

$H_1 = 10 > 0$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 10 & k_1 \\ 1 & 24 \end{vmatrix} = 240 - k_1 \overset{!}{>} 0 \quad \Rightarrow k_1 < 240$$

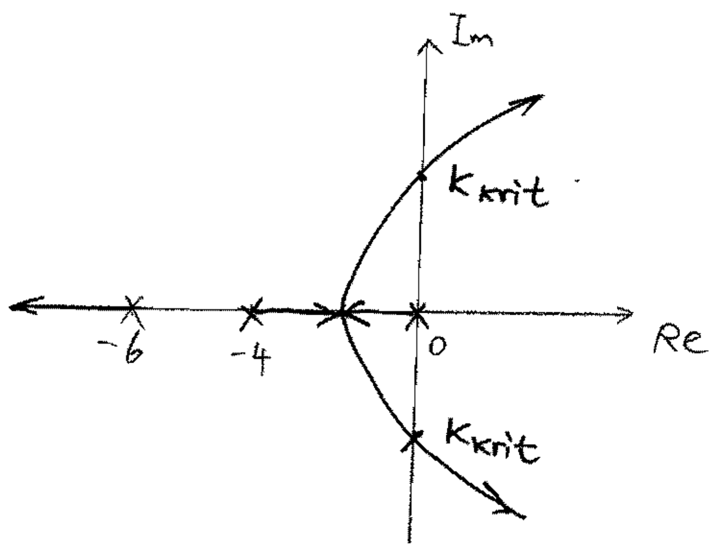
$$H_3 = k_1 \cdot H_2 \overset{!}{>} 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < k_1 < 240$$

$\Rightarrow 0 < k_1 < 240$ asymtotisch stabil

☐

e) (6 Punkte)
Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_{\mathrm{O}}(s)$ des offenen Kreises, bestehend aus der Strecke $G_{\mathrm{S}}(s)$ und dem Regler $G_{\mathrm{R}}(s)$ aus Teilaufgabe d), an. Kann das geregelte System stabiles, instabiles bzw. grenzstabiles Verhalten aufweisen? Erläutern Sie Ihre Antwort an Hand einer qualitativ gezeichneten Wurzelortskurve des offenen Kreises und geben Sie die entsprechenden Intervalle an ($K_1 > 0$). Benutzen Sie zur Kennzeichnung der kritischen Verstärkung die Größe K_{krit} und kennzeichnen Sie diese zusätzlich in Ihrer Skizze.

2 e) $G_0(s) = \dfrac{K_1}{s(s+4)(s+6)}$



$K_1 = K_{krit}$ grenzstabil

$K_1 > K_{krit}$ instabil

$0 < K_1 < K_{krit}$ asymptotisch stabil

Aufgabe 3 (25 Punkte)
Eine Regelstrecke besitzt die in Abb. 3.1 dargestellte Struktur.

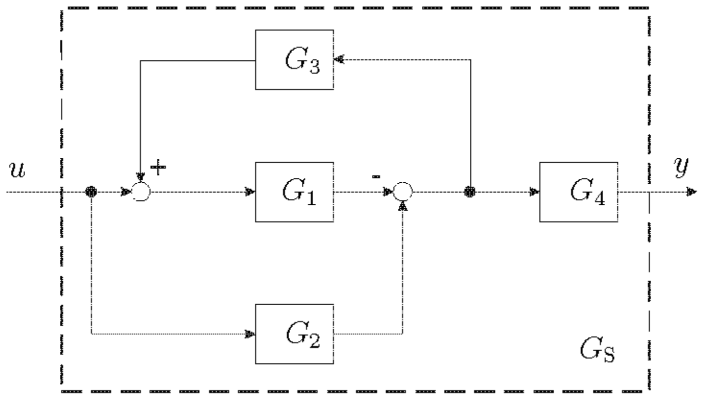


Abbildung 3.1: Regelstrecke

a) (5 Punkte)
Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ unter Verwendung von

$$G_1 = \frac{1}{T_1\,s+1}, \quad G_2 = \frac{1}{T_I\,s},$$
$$G_3 = T_D\,s \quad \text{und} \quad G_4 = \frac{K}{T_2\,s^2+T_3\,s+1}.$$

Welche Schlussfolgerung kann aus der konkret berechneten Lage der Pole und Nullstellen für die Stabilität von $G_S(s)$ getroffen werden? Für die Bestimmung der Pole und Nullstellen sind die Koeffizienten

$$T_1 = 1\,, \quad T_2 = 0,25\,, \quad T_3 = 0,5\,, \quad T_D = 2\,, \quad T_I = 3 \quad \text{und} \quad K = 10$$

gegeben.

Übertragungsfunktion von G_S :

$$y = G_4 \cdot \frac{G_2 - G_1}{1 + G_1 G_3} \cdot u$$

$$\Rightarrow G_S = G_4 \cdot \frac{G_2 - G_1}{1 + G_1 G_3} = \frac{((T_1 - T_I)s+1)\cdot K}{T_I s((T_D+T_1)s+1)(T_2 s^2 + T_3 s + 1)}$$

$$= \frac{(-2s+1)\cdot 10}{3s(3s+1)(\frac{1}{4}s^2+\frac{1}{2}s+1)}$$

☐

Pole:

$s_1 = 0, \; s_2 = -\frac{1}{3}, \quad s_{3/4} = -1 \pm j\sqrt{3}$

Zero: $s_0 = \frac{1}{2}$

Stabilität:

$Re\{s_1\} = 0$ => Grenzstabil

$Re\{s_i\} < 0 \; ; \; i = 2..4$

Die Strecke aus Teilaufgabe a) wird nachfolgend vereinfacht als

$$G_{S2}(s) = \frac{2(s+30)}{(s+3)(s+5)}$$

angenommen. Zur Regelung der Strecke stehen ein Regler mit der Übertragungsfunktion

$$G_{R1}(s) = K_{R1}$$

bzw. ein Regler mit der Übertragungsfunktion

$$G_{R2}(s) = \frac{K_{R2}}{s}$$

zur Verfügung.

b) (6 Punkte)

b1) (3 Punkte)
Geben Sie für den offenen Regelkreis $G_{O1}(s)$ (mit dem Regler G_{R1}) die Gleichungen des konkreten Amplitudenfrequenzganges $|G_{O1}(j\omega)|$ sowie des konkreten Phasenfrequenzganges $\varphi_{O1}(\omega)$ an.

Übertragungsfunktion von G_{01}:

$$G_{01} = G_{S2} \cdot G_{R1} = \frac{2K_{R1}(s+30)}{(s+3)(s+5)}$$

Amplitudengang:

$$|G_{01}| = \frac{2\,|K_{R1}| \cdot \sqrt{w^2+30^2}}{\sqrt{w^2+9} \cdot \sqrt{w^2+25}}$$

Phasengang:

$$\varphi_{01}(w) = \arctan\left(\frac{w}{30}\right) - \arctan\left(\frac{w}{3}\right) - \arctan\left(\frac{w}{5}\right)$$

☐

Alternative:

Amplitudengang:

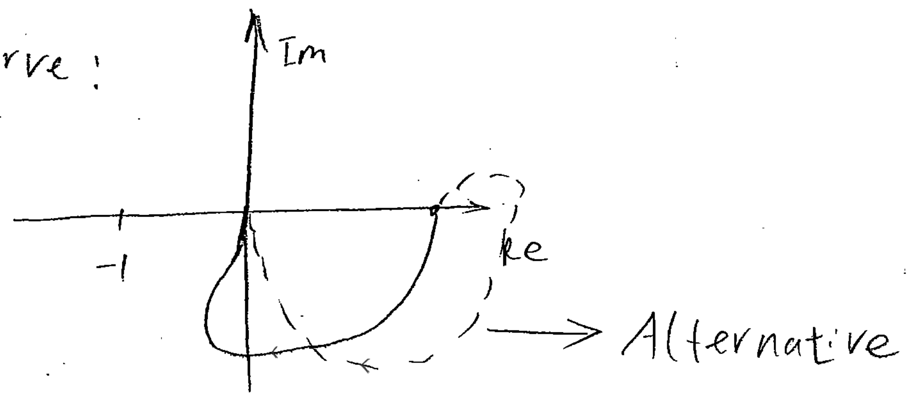
$$|G_{01}| = \frac{2 K_{R1} \sqrt{(450-22\omega^2)^2 + (\omega^3+225\omega)^2}}{(9+\omega^2)(25+\omega^2)}$$

Phasengang:

$$\varphi_{01}(\omega) = \arctan\left(\frac{-\omega^3-225\omega}{450-22\omega^2}\right)$$

b2) (3 Punkte)
Als Ortskurve von $G_{O1}(s)$ wird die Ortskurve eines PDT_2–Systems angenommen. Zeichnen Sie die Ortskurve und bewerten Sie an Hand des vereinfachten Nyquistkriterium die Stabilität des geschlossenen Regelkreises (negative Rückführung)?

Ortskurve:



Stabilität:

Der kritische Punkt wird nicht umschlossen und bleibt links von der Ortskurve.

$\Rightarrow$ Stabil

c) (3 Punkte)
Die Ortskurve des offenen Regelkreises G_{O2} (mit dem Regler G_{R2} ($K_{R2} = 1$)) ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Zeichnen Sie den Phasenrand ϕ_{R2} sowie den Amplitudenrand A_{R2} in Abbildung 3.2 ein. In welchem Bereich sollen der Phasenrand bzw. der Amplitudenrand liegen, um ein gutes dynamisches Verhalten des Systems zu garantieren?

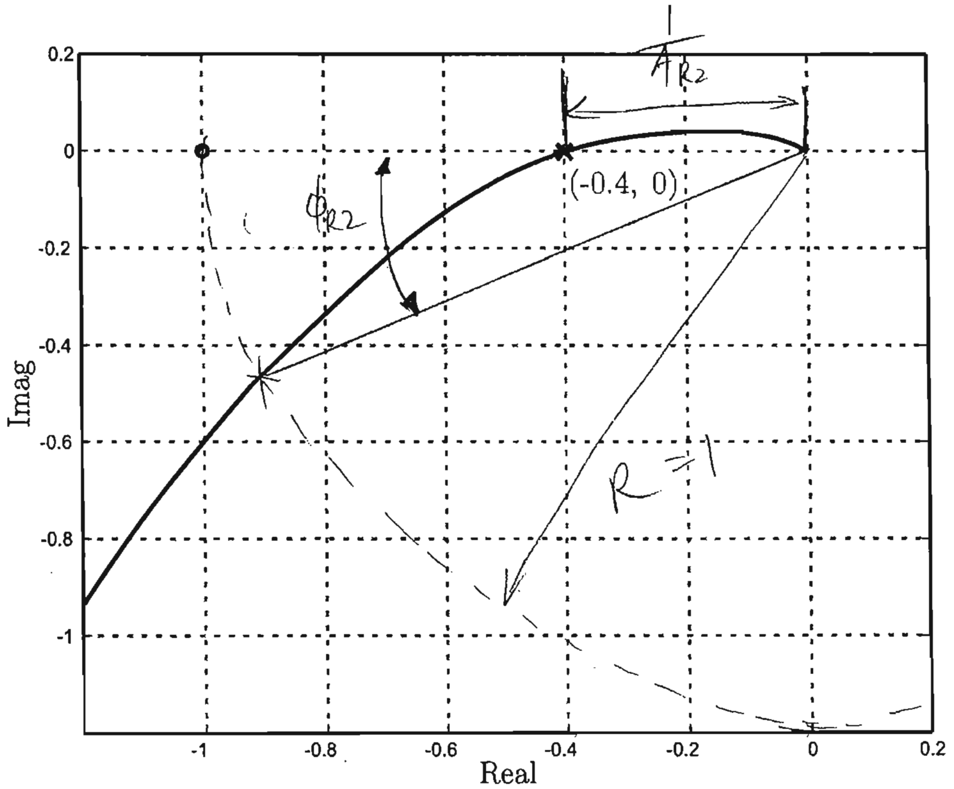


Abbildung 3.2: Ortskurve

Gutes dynamisches Verhalten:

$2 \leq A_R \leq 6$

$30° \leq \varphi_R \leq 60°$

☐

d) (3 Punkte)
Bestimmen Sie an Hand von Abbildung 3.2 den Bereich von K_{R2} ($K_{R2} > 0$), in dem der geschlossene Regelkreis (negative Rückführung) stabil ist.

$$-0.4 \cdot K_{R2} > -1 \Rightarrow K_{R2} < \frac{1}{0.4} = 2.5$$

$$\Rightarrow 0 < K_{R2} < 2.5$$

e) (5 Punkte)
Das Bode-Diagramm eines offenen Kreises G_{O3} ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Die Strecke ist ein minimalphasiges System. Klassifizieren Sie die Strecke und zeichnen Sie den Phasenrand ϕ_{R3} und den Amplitudenrand A_{R3} in Abbildung 3.3 ein. Wie groß ist der Phasenrand von G_{O3}?

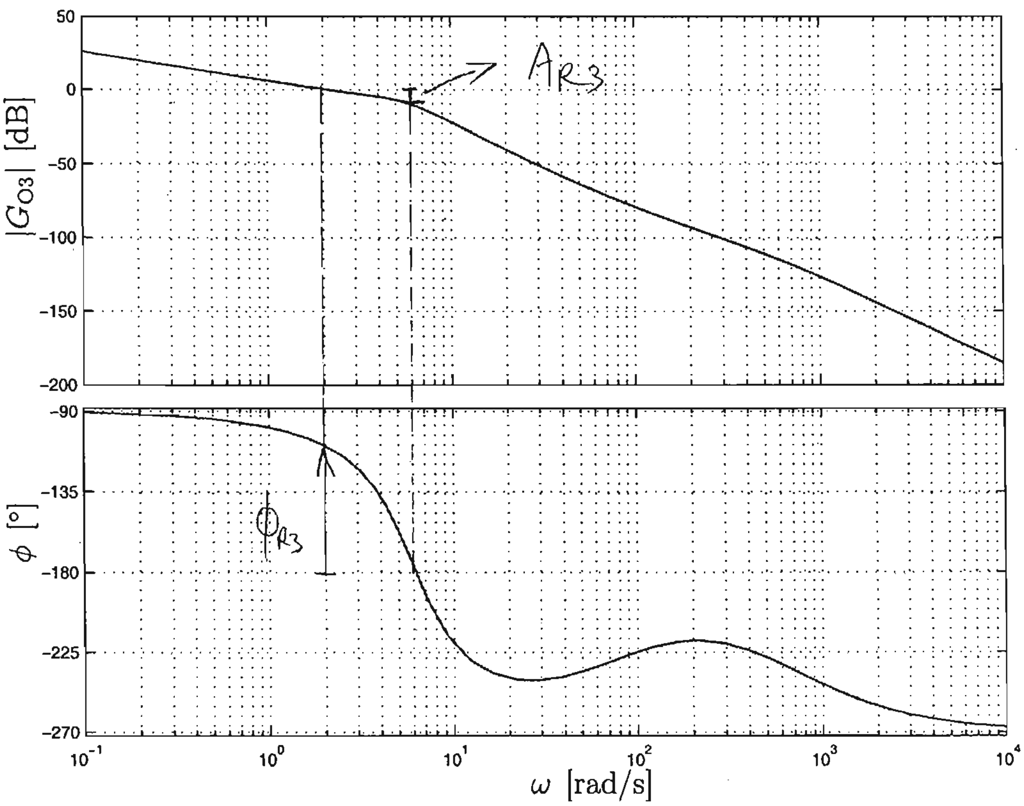


Abbildung 3.3: Bode-Diagramm des offenen Regelkreises

$$G_{O3} = \frac{(T_3 s + 1)}{T_I s (T_2 s^2 + T_1 s + 1)(T_4 s + 1)} = \frac{Y}{U}$$

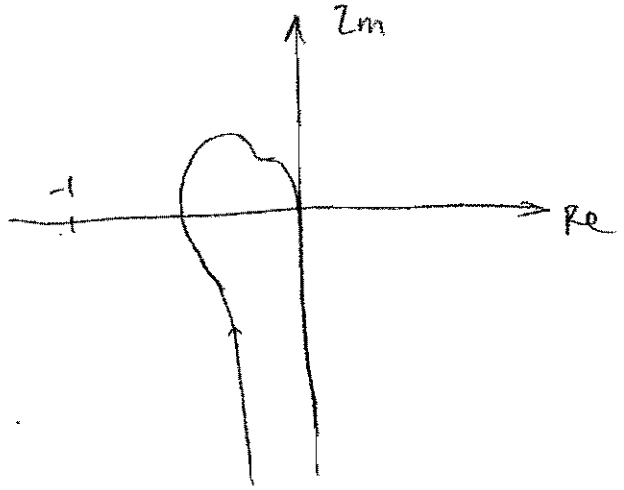
$$\Rightarrow a_3 \dddot{y} + a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + y = K\left(u + \frac{1}{T_I}\int u\,dt\right)$$

$\Rightarrow$ PIT_3 Element.

Phasenrand: $\phi_{R3} \approx 70°$

f) (3 Punkte)
Bestimmen Sie an Hand der zu Abbildung 3.3 zugehörigen Ortskurve, ob der geschlossene Regelkreis (negative Rückführung) stabil ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

Ortskurve:



Der kritische punkt wird nicht umschlossen.

=> Stabil

$\sum$