Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt sowie Seite 3 **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Duisburg, den __________ ______________________________

(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ______________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Gesamtpunktzahl	
Angehobene Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Dr.-Ing. Yan Liu)

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ____________________

Hinweise

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen! (Rote Stifte werde bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als

- ☐ Pflichtfach
- ☐ Wahlfach
- ☐ Auflage

(Bitte ankreuzen.)

Maximal erreichbare Punktzahl:	**60**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Aufgabe 1 (15 Punkte)

1a) (2 Punkte)
Zeichnen Sie den Funktionsverlauf $m(t)$ für die gegebene Laplacetransformierte
$M(s) = \frac{6e^{-2s}}{3s} - \frac{3e^{-3s}}{2s} + 6e^{-6s} - \frac{4e^{-8s}}{8s}$.

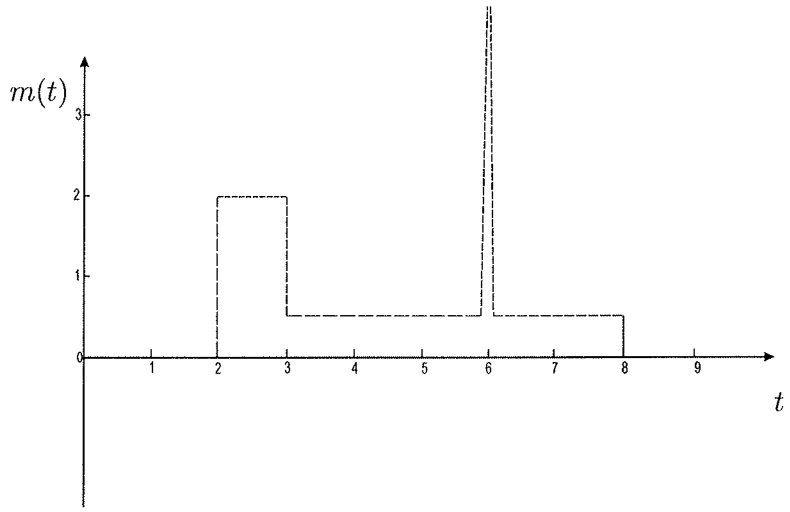


Abbildung 1.1: Funktionsverlauf

1b) (2 Punkte)
Gegeben Sie die Übergangsfunktion $h(t)$ Abb. 1.2

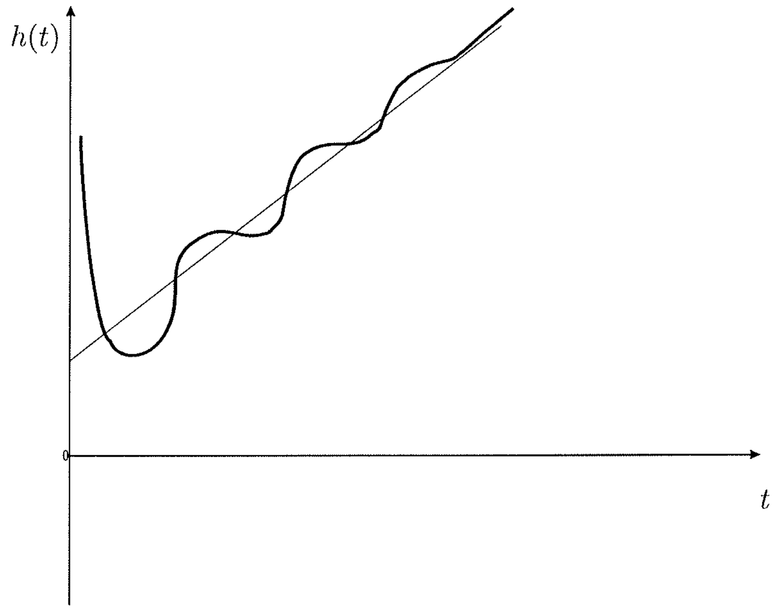


Abbildung 1.2: Übergangsfunktion

Welche Übertragungsfunktion beschreibt das Verhalten des in Abb. 1.2 gegebenen Verhaltens? Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an. Es sind mehrere Lösungen möglich.

- ○ $G(s) = \mathrm{P}$
- ○ $G(s) = \mathrm{PIDT}_1$
- ○ $G(s) = \mathrm{PDT}_1$
- ☒ $G(s) = \mathrm{PIDT}_2$

1c) (4 Punkte)

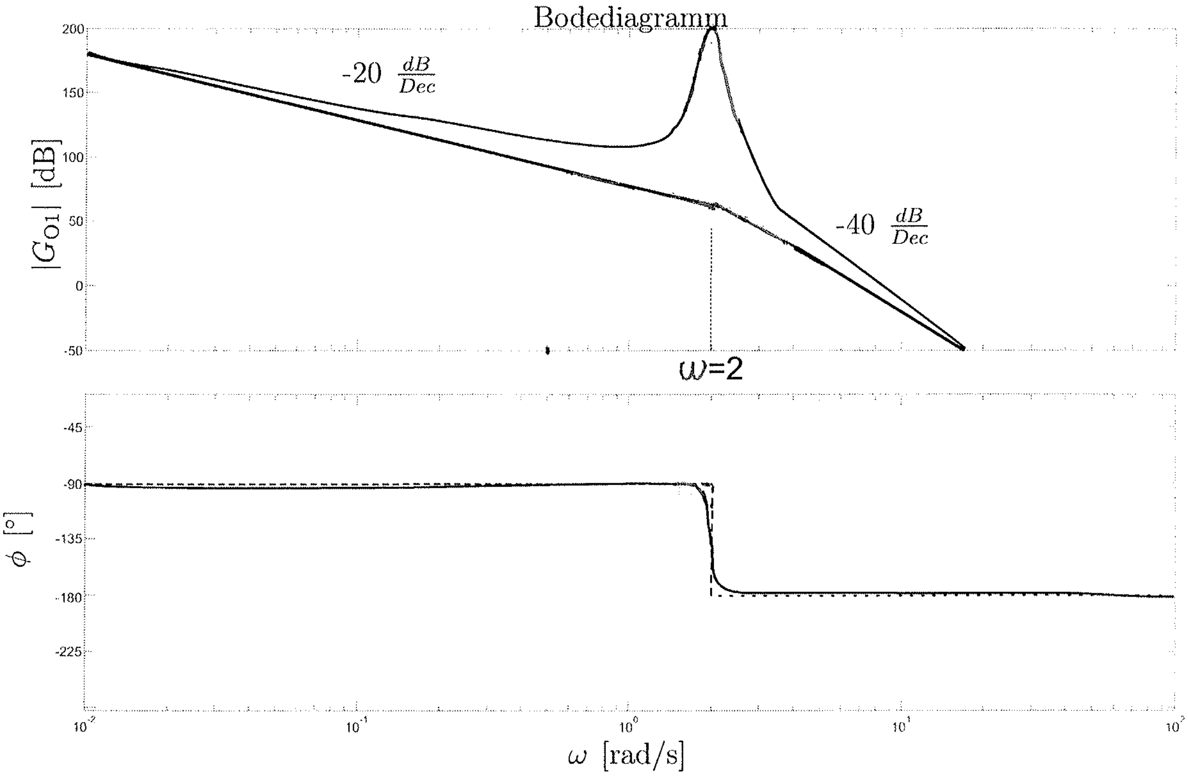
Geben Sie das Ein-/Ausgangsverhalten eines PIT_2-Systems in Form einer Übertragungsfunktion an. Geben Sie hierbei zunächst allgemein alle Pole und Nullstellen an. Zeichnen Sie das zugehörige Bode-Diagramm für ein System mit den Parametern $k = 10$, $w_0 = 2, D = 0$ und $T_I = 0.5$ in das nachfolgende Diagramm ein. Zeichnen Sie hierzu zunächst das exakte (quantitativ) approximierte Bode-Diagramm und anschließend den realen Verlauf ein (Hinweis log(10)=1). Nutzen Sie hierfür das Diagramm auf der nächsten Seite.

Übertragungsfunktion

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K(1+T_I s)}{T_I s(\frac{1}{w_0^2}s^2 + \frac{2D}{w_0}s + 1)}$$

Nullstelle $\Rightarrow s = \frac{-1}{T_I}$

Pole $s_1 = 0$ $s_{2,3} = w_0(-D \pm \sqrt{D^2-1})$


Bodediagramm
-20 $\frac{dB}{Dec}$
-40 $\frac{dB}{Dec}$
$|G_{O1}|$ [dB]
200
150
100
50
0
-50
ω=2
ϕ [°]
-45
-90
-135
-180
-225
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
ω [rad/s]

1d) (3 Punkte)

Gegeben ist das System A, B, C mit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & b \end{bmatrix}^T$, $C = \begin{bmatrix} c & 0 \end{bmatrix}$, wobei $c = 1$.

Welche Übertragungsfunktion beschreibt das genannte System?

Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an. Es sind mehrere Lösungen möglich.

- [x] $G(s) = \dfrac{b}{s^2 + s + 1}$
- [x] $G(s) = \dfrac{bc}{s^2 + s + 1}$
- [ ] $G(s) = \dfrac{b}{c(s^2 + s - 1)}$
- [ ] $G(s) = \dfrac{c}{b(s^2 + s + 1)}$

1e) (4 Punkte)

Der nachstehende approximierte Verlauf des Bode-Diagramms (Abb. 1.3). beschreibt das Verhalten eines dynamischen Systems.

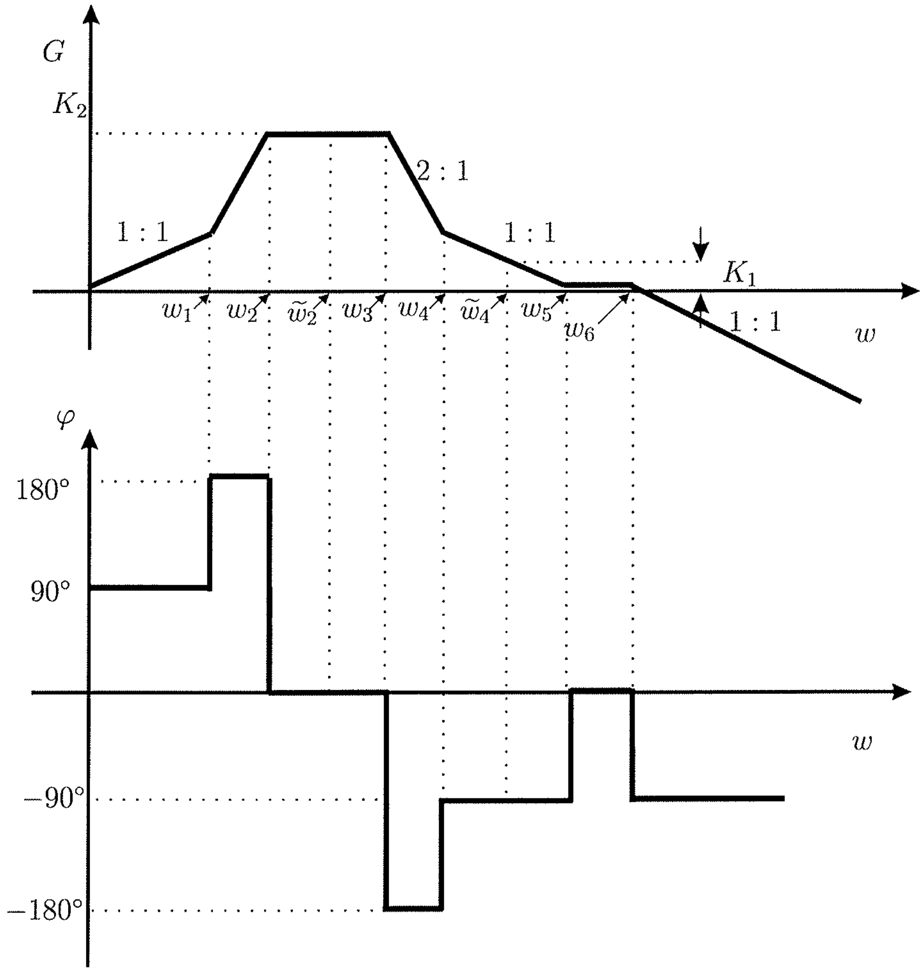


Abbildung 1.3: Approximiertes Bode-Diagramm

Für die Funktionsfähigkeit des Systems ist es erforderlich, dass der Phasenverzug am Ausgang möglichst minimal ist, konkret also im Bereich $\varphi \in [-35° \text{ bis } 35°]$ liegt. In welchem Frequenzbereich muss das System betrieben werden?

Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an. Es sind mehrere Lösungen möglich.

○ $\omega_{Nutz} \in [0, \omega_2]$ ○ $\omega_{Nutz} \in [\omega_3, \omega_5]$

X $\omega_{Nutz} \in [\omega_2, \omega_3]$ X $\omega_{Nutz} \in [\omega_5, \omega_6]$

$\sum$ ☐

Aufgabe 2 (20 Punkte)
Der in Abbildung 2.1 dargestellte Regelkreis besteht aus einem Regler $G_R(s)$, einer Strecke $G_S(s)$ und einem Übertragungselement $G_M(s)$, das die dynamischen Eigenschaften eines Messglieds beschreibt.

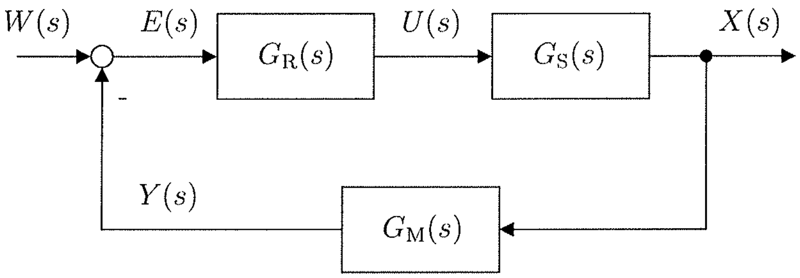


Abbildung 2.1: Blockschaltbild des Systems

Das Übertragungsverhalten der Strecke $G_S(s)$ wird durch die Differenzialgleichung

$$10\ddot{x}(t) + 7\dot{x}(t) + 3x(t) = u(t) + \int u(t)dt \text{ mit } \dot{x}(0) = x(0) = 0$$

beschrieben.
Das Übertragungsverhalten des Übertragungselements $G_R(s)$ wird durch die Differenzialgleichung

$$u(t) = 3e(t) + 2\dot{e}(t)$$

beschrieben.
Das Übertragungsverhalten des Übertragungselements $G_M(s)$ wird durch die Differenzialgleichung

$$2y(t) + 3\dot{y}(t) = x(t) \text{ mit } y(0) = 0$$

beschrieben.

2a) (3 Punkte)
Bestimmen Sie die Übertragungsfunktionen für die Strecke $G_S(s) = \frac{X(s)}{U(s)}$, für den Regler $G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)}$ und für das Übertragungselement $G_M(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$.

$$G_S(s) = \frac{s+1}{s(10s^2+7s+3)}$$

$$G_R(s) = 2s + 3$$

$$G_M(s) = \frac{1}{(2+3s)}$$

2b) (2 Punkte)
Wie lautet die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises $G_o(s) = \frac{X(s)}{E(s)}$?

$$G_O(s) = \frac{(s+1)(2s+3)}{s(10s^2+7s+3)}$$

Ist der offene Regelkreis $G_O(s)$ asymptotisch stabil? Kreuzen Sie die richtige(n) Antwort(en) an. Es sind mehrere Lösungen möglich.

- ○ Asymptotisch stabil, weil $s_{pi} < 0$.
- ○ Nicht asymptotisch stabil, weil $s_{pi} > 0$.
- ☒ Nicht asymptotisch stabil, weil $s_{pi} \leq 0$.
- ○ Asymptotisch stabil, weil $s_{pi} \leq 0$.

Das Übertragungsverhalten des offenen Regelkreises wird im Folgenden durch

$$G_O(s) = \frac{(3s-1)(2s+3)}{s(10s^2+7s+1)}$$

beschrieben.

2c) (5 Punkte)
Berechnen Sie die Phase und die Amplitude der Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises für $\omega \to 0$ und $\omega \to +\infty$. Zeichnen Sie qualitativ (d.h. approximativ) das Bodediagramm und die Ortskurve des offenen Regelkreises. Beschriften Sie die relevanten Eckfrequenzen und Steigungen der Übertragungsfunktion.

$s_{N1} = 0,33$ und $s_{N2} = -1,5$
$s_{P1} = 0$, $s_{P3} = -0,5$ und $s_{P2} = -0,2$

$|G(j0)| = \infty$, $\varphi(j0) = 90°$

$|G(j\infty)| = 0$, $\varphi(j\infty) = -90°$

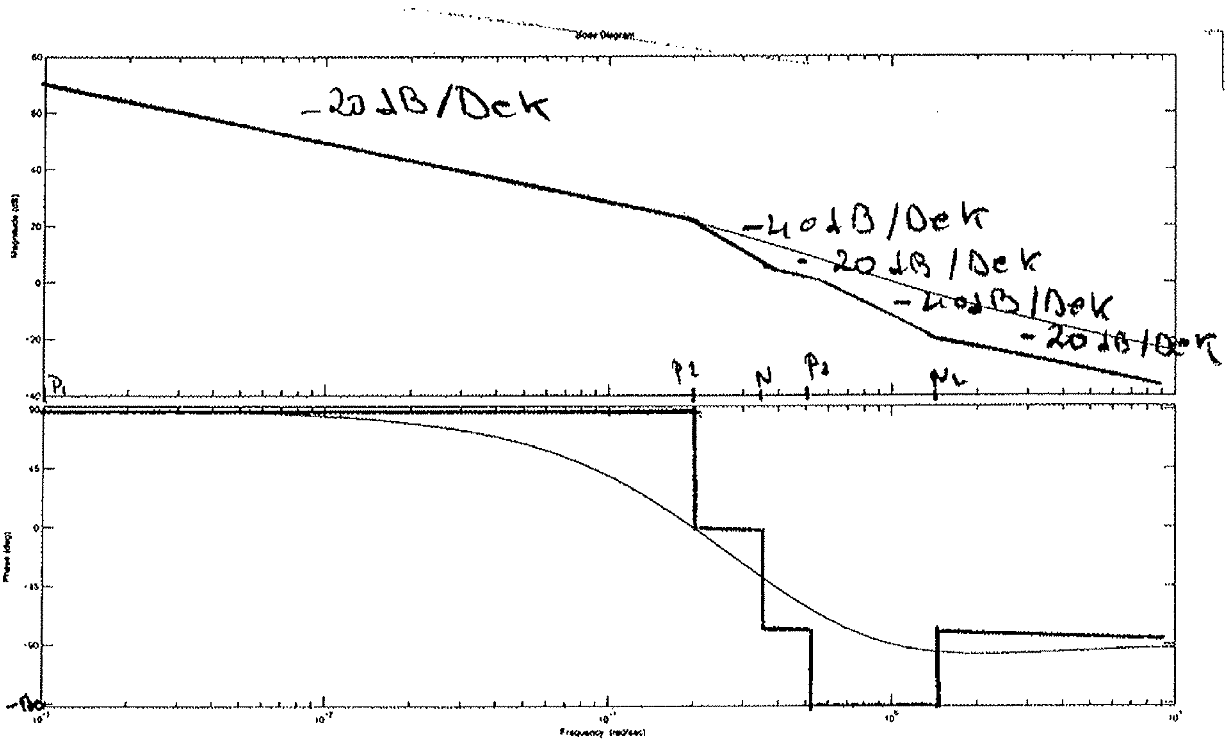


Abbildung 2.2: Bodediagramm

nicht minimalphasig

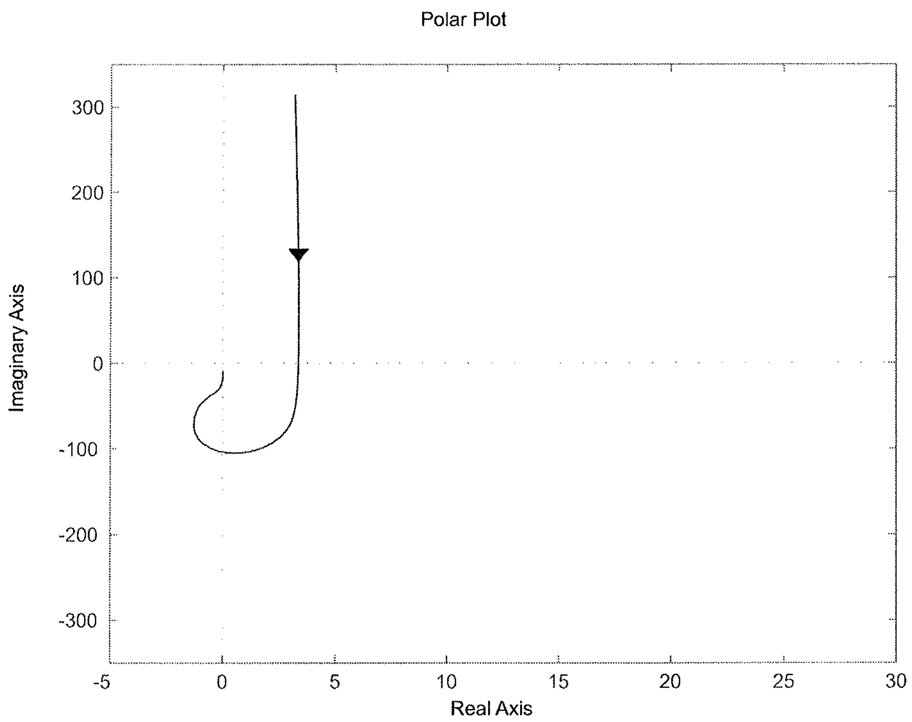


Abbildung 2.3: Ortskurve

2d) (4 Punkte)
Das Stabilitätsverhalten des geschlossenen Regelkreises soll auf Basis des offenen Systems $G_O(s)$ mit

$$G_O(s) = \frac{2s+3}{10s^2+7s+1}$$

mit negativer Rückkopplung mit Hilfe einer Wurzelortskurve (WOK) untersucht werden. Geben Sie den qualitativen Verlauf der WOK an.

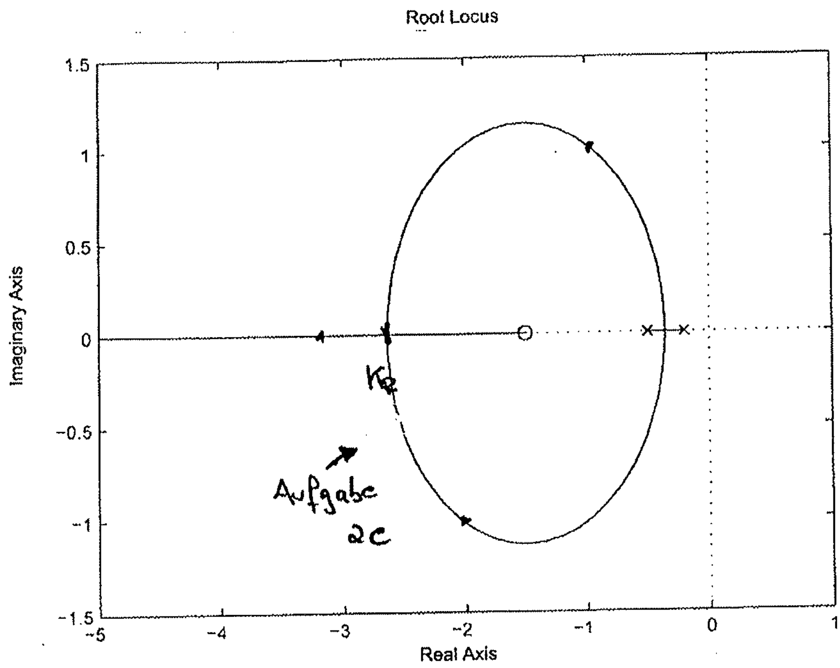


Abbildung 2.4: Wurzelortskurve

2e) (2 Punkte)
Welche qualitative (klein, ..., sehr groß, konkrete Werte) Empfehlung können Sie für die Wahl der Gesamtverstärkung aussprechen, wenn das Systemverhalten einen maximalen Stabilitätsgrad r (mit $r = |Re(\lambda_i)|$ für das stabile λ_i mit minimalen Realteil) aufweisen soll? Nutzen Sie hierbei als Begründung ggf. eine Bereichseinteilung der WOK unter 2d), oder zeichnen Sie die Lage der zugehenden Pole ein.

2f) (4 Punkte)
Zwei Systeme werden gemäß Abbildung 2.5 angeordnet. Das dynamische Verhalten von System 1 ist

$$T\dot{u}_1 + u_1 = K_2 y,$$

das von System 2 ist

$$u_2 = (K_1 - K_2)y + T_D K_2 \dot{y}.$$

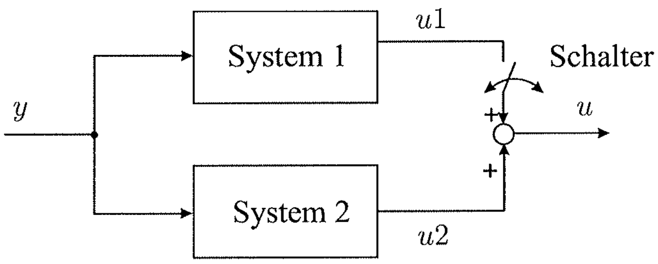


Abbildung 2.5: Blockschaltbild

Klassifizieren Sie die Übertragungseigenschaften der Komponenten.
Geben Sie das Übertragungsverhalten des Gesamtsystems bei geschlossenem Schalter als Übertragungsfunktion an.
Geben Sie das Übertragungsverhalten des Gesamtsystems bei geschlossenem Schalter als E/A-Beziehung im Zeitbereich an $(u(t=0) = y(t=0) = \dot{y}(t=0) = 0)$.

System 1 $PT1$,
System 2 PD

$$G_1(s) = \frac{K_2}{Ts+1}$$

$$G_2(s) = K_1 - K_2 + T_D K_2 s$$

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s)$$

$$G(s) = \frac{K_1 + s(T_D K_2 + TK_1 - TK_2) + TT_D K_2 s^2}{Ts+1}$$

$$yK_1 + \dot{y}(T_D K_2 + TK_1 - TK_2) + \ddot{y}TT_D K_2 = \dot{u}T + u$$

$\sum \square$

Aufgabe 3 (25 Punkte)
Für einen elektrischen Linearmotor soll eine Positionsregelung entworfen werden.
Die Geschwindigkeit $v(t) = \dot{p}(t)$ kann in Abhängigkeit der anliegenden Klemmenspannung $u(t)$ näherungsweise durch

$$T_2 \iint v(t)\ dt\ dt + T_1 \int v(t)\ dt + v(t) = k_1 \int u(t)\ dt + k_2 \iint u(t)\ dt\ dt$$

angegeben werden.
Die Positionsregelung soll mit Hilfe eines Reglers mit dem Übertragungsverhalten

$$u(t) = k_{\mathrm{R}}\ p(t)$$

realisiert werden. Der Regler wird in Gegenkopplung (negative Rückführung) zum Linearmotor verschaltet.
Hinweis: Bringen Sie die Beschreibungen zunächst in eine lösungsadäquate Form.

3a) (6 Punkte)
Klassifizieren Sie das Übertragungsverhalten $G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{v(s)}{u(s)}$ und $G_{\mathrm{R}}(s) = \frac{u(s)}{p(s)}$ von Strecke und Regler. Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_{\mathrm{O}}(s)$ mit entsprechender Klassifikation für den offenen Regelkreis an.

Lösung:

Motor:
$$T_2\ v + T_1\ \dot{v} + \ddot{v} \ = \ k_1\ \dot{u} + k_2\ u \qquad \Rightarrow PDT_2$$
$$G_{\mathrm{S}}(s) = \frac{v(s)}{u(s)} = \frac{k_2 + k_1\ s}{T_2 + T_1 s + s^2}$$

Controller:
$$u \ = \ k_{\mathrm{R}}\ p \qquad \Rightarrow P$$
$$G_{\mathrm{R}}(s) = \frac{u(s)}{p(s)} = k_R$$

Open-loop system:
$$G_{\mathrm{R}}(s) = \frac{u(s)}{v(s)} = \frac{1}{s}\ k_{\mathrm{R}}$$
$$G_{\mathrm{O}}(s) \ = \ \frac{s\ k_R k_1 \ + \ k_2 k_R}{s(T_2 + T_1 s + s^2)} \qquad \Rightarrow PIT_2$$

3b) (3 Punkte)
Geben Sie die Übertragungsfunktionen $G_{\mathrm{W}}(s)$ und $G_{\mathrm{D}}(s)$ für das Führungs- und Störverhalten des Gesamtsystems (Linearmotor mit Positionsregelung in Gegenkopplung) an und klassifizieren Sie, falls möglich, das jeweilige Verhalten.

Lösung:

$$G_{\mathrm{W}}(s) = \frac{G_{\mathrm{O}}}{1+G_{\mathrm{O}}} = \frac{\dfrac{s\ k_{\mathrm{R}}k_1\ +\ k_2k_{\mathrm{R}}}{s(T_2+T_1s+s^2)}}{1+\dfrac{s\ k_{\mathrm{R}}k_1\ +\ k_2k_{\mathrm{R}}}{s(T_2+T_1s+s^2)}} = \frac{s\ k_{\mathrm{R}}k_1\ +\ k_2k_{\mathrm{R}}}{(s(T_2+T_1s+s^2))+(s\ k_{\mathrm{R}}k_1\ +\ k_2k_{\mathrm{R}})}$$

$\Rightarrow$ PDT_3

$$G_{\mathrm{D}}(s) = \frac{1}{1+G_{\mathrm{O}}} = \frac{1}{1+\dfrac{s\ k_{\mathrm{R}}k_1\ +\ k_2k_{\mathrm{R}}}{s(T_2+T_1s+s^2)}} = \frac{s(T_2+T_1s+s^2)}{(s(T_2+T_1s+s^2))+s\ k_{\mathrm{R}}k_1\ +\ k_2k_{\mathrm{R}}}$$

$\Rightarrow$ (nicht klassifizierbar)

3c) (9 Punkte)
Drei Systeme werden jeweils mit einem P-Regler in Gegenkopplung geregelt. Für die Übertragungsfunktionen des jeweiligen offenen Kreises wurden folgende Pole und Nullstellen bestimmt:

System 1:
Nullstellen: $s_{01} = -4 + i$; $s_{02} = -4 - i$; $s_{03} = -5$
Polstellen: $s_1 = -2 + i$; $s_2 = -2 - i$; $s_3 = -2$ $s_4 = -1$

System 2:
Nullstellen: $s_{01} = -3 + i$; $s_{02} = -3 - i$
Polstellen: $s_1 = -1$; $s_2 = -0,5$; $s_3 = -1 + i$; $s_4 = -1 - i$

System 3:
Nullstellen: $s_{01} = -1$; $s_{02} = -2$
Polstellen: $s_1 = 1 + i$; $s_2 = 1 - i$ $s_3 = 1$

Begründen Sie anhand von qualitativ gezeichneten Wurzelortskurven, welches dieser Systeme für welche Fälle stabil ist. Führen Sie ggf. Fallunterscheidungen durch.

Lösung:

System 1:

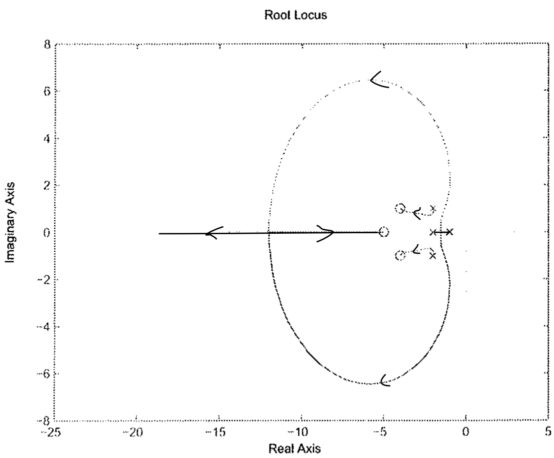


Abbildung 3.1: System

$\Rightarrow$ stable

System 2:

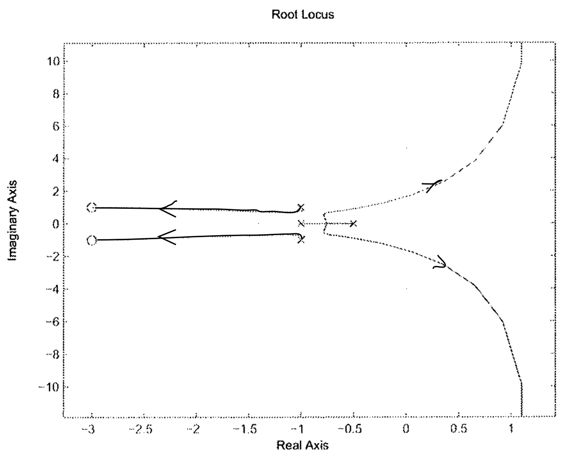


Abbildung 3.2: System

⇒ instable for $k > k_{krit}$ System 3:

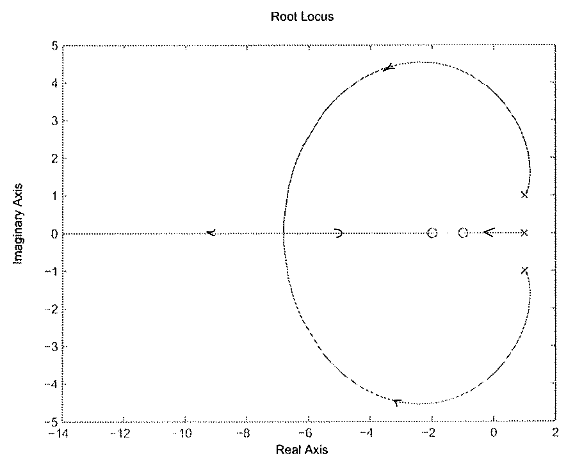


Abbildung 3.3: System

⇒ stable for $k > k_{krit}$

3d) (7 Punkte)
Eine Regelstrecke $G_S(s)$ mit

$$G_S(s) = \frac{4 + \frac{1}{s}}{s^2 + 3s + 2}$$

soll mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion $G_R = \frac{4}{2s+1}\ e^{-sT_t}$ in Gegenkopplung geregelt werden. Bestimmen Sie für das resultierende offene System die Übertragungsfunktion und leiten Sie hieraus die Null- und Polstellen sowie qualitativ (zu zeichnen ist zunächst das approximierte Verhalten) das Bodediagramm und die dazugehörige Ortskurve ab. Bestimmen Sie im Bodediagramm grafisch den Phasen- und den Amplitudenrand für den geschlossenen Regelkreis.

Bestimmen Sie näherungsweise die maximale Totzeit T_t zum Erreichen der Stabilitätsgrenze. Hinweis: Für den Phasengang $\varphi(\omega)$ eines Totzeitelements gilt

$$\varphi(\omega) = -\omega T_t.$$

Lösung:

$G_O(s) = \dfrac{4 + 16s}{2s^4 + 7s^3 + 7s^2 + 2s}\ e^{-sT_t}$
$s_{01} = -\frac{1}{4}, \quad s_1 = 0, s_2 = -\frac{1}{2}, s_3 = -1, s_4 = -2$
Bode plot:

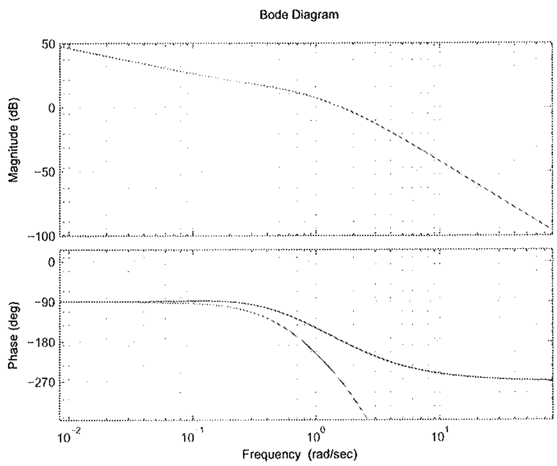


Abbildung 3.4: System

Polar plot:

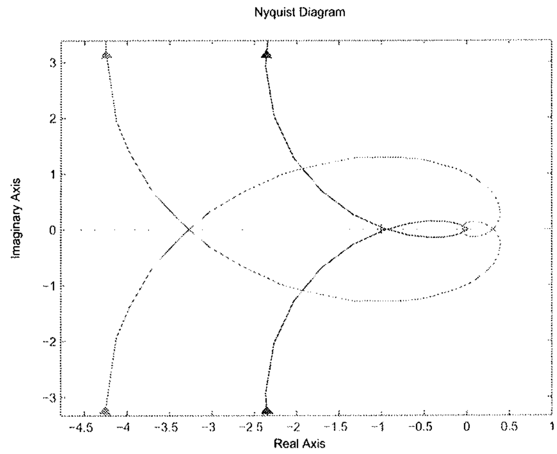


Abbildung 3.5: System

Bestimmung Phasenreserve (Matlablösung, qualitative Lösung ausreichend):
s^* aus $A(s^*) = 1 \Rightarrow s^* = 10^{0,2} \approx 1,6$
$\phi(s^*) \approx -178° \Rightarrow -2° = -1,6T_t^* \Rightarrow T_t \approx 1,25$

$\sum \square$