Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.
Durch die Teilnahme versichere ich, dass ich prüfungsfähig bin. Bei Krankheit werde ich die Klausur vorzeitig beenden und unmittelbar eine Ärztin/einen Arzt aufsuchen.

Die obigen Angaben sowie die Unterschrift
sind zwingend zu Klausurbeginn zu leisten.

Duisburg, den ______________ ____
(Datum) (Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ______________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Die Bewertung gem. PO in Ziffern ist der xls-Tabelle bzw. dem Papierausdruck zu entnehmen.	

____

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

____

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Prof. Dr.-Ing. Mohieddine Jelali, Priv.-Doz.)

____

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung: (alternativ: siehe xls-Tabelle bzw. beigefügter Papierausdruck)

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ____

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen!
(Rote Stifte werden bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als
☐ Pflichtfach
☐ Wahlfach
☐ Auflage
(Bitte EINES ankreuzen).

Maximal erreichbare Punktzahl:	**72**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Allgemeine Hinweise:

1) Für die Multiple-Choice und multiple-choice-ähnlichen Fragen gilt:
   i) Bei Aufgaben mit Einzelbewertung von Teilaufgaben werden nur korrekte Teilantworten mit der vorgesehenen Teilpunktzahl bewertet.
   ii) Die in einer Teilaufgabe anfallenden positiven Punkte werden aufsummiert.
   iii) Falls Teilaufgaben mehr als zwei Antwortoptionen beinhalten und nur eine Lösung existiert: das Ankreuzen von mehreren Antwortoptionen wird auf Grund der nicht eindeutigen Willensäußerung als NICHTantwort interpretiert. Hieraus resultiert, dass in diesem Fall keine Punkte gegeben werden können.
2) Sollten im Einzelfall keine zulässigen Zahlenbereiche für Zeitkonstanten, Massen etc. angegeben sein, gehen Sie immer von positiven Zahlenwerten für die Zeit und für Massen aus.
3) Sollte im Einzelfall keine Angabe zu positiver oder negativer Rückführung angegeben sein, gehen Sie immer von der üblichen negativen Rückführung aus.

Aufgabe 1 (31 Punkte)

1a) (4 × 5 × 1 Punkt, 20 Punkte)
Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

Das betrachtete System wird beschrieben durch

$$0 = f(\dot{x}, x, u, t), \quad x(t=0) = x_0, \tag{1.1}$$
$$y = g(x, u). \tag{1.2}$$

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
A.1)	In Abhängigkeit der Dimensionen der Eingangs- und Ausgangsvektoren ist das System ein SISO-, MISO-, SIMO- oder MIMO-System.	○	○
A.2)	Die gegebene Systembeschreibung ist eine typische Systembeschreibung die durch einen Anfangswertproblemlöser gelöst wird.	○	○
A.3)	Die Beschreibung $\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x(t=0) = x_0,$ $y = C(t)x + D(t)u$ kann ein linearisierter Spezialfall sein, der für einen spezifischen Arbeitspunkt gültig ist.	○	○
A.4)	Eine linearisierte Version wird angenommen als $\dot{x} = Ax + bu, \quad x(t=0) = x_0,$ $y = cx.$ Die linearisierte Beschreibung kann als eine lineare zeitinvariante Vektor-DGL eingeordnet werden.	○	○
A.5)	Diese Art von Gleichungen ((1.1) und (1.2)) können nur symbolisch (mit der Funktion $f(\cdot)$) gelöst werden.	○	○

Grundlagen der Stabilität

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
B.1)	Pole eines Systems können reelle oder konjugiert komplexe Zahlen sein.	◯	◯
B.2)	Das Hurwitz Kriterium wird verwendet, um Kriterien/Zustände für asymptotische Stabilität zu definieren.	◯	◯
B.3)	Ein System mit instabilen Polen kann nicht stabilisiert werden.	◯	◯
B.4)	Beobachter können nur auf beobachtbare und stabile Systeme angewendet werden.	◯	◯
B.5)	Durch Verwendung der Ljapunov-Gleichung (Sylvester-Gleichung) kann die Stabilität eines Systems, beschrieben durch die Systemmatrix A, numerisch bestätigt werden.	◯	◯

Grundlagen zur Regelung

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
C.1)	Die Rückführung $u = -Ky$ ist typisch für eine Führungsübertragung.	◯	◯
C.2)	Die Polvorgabe ist eine typische Entwurfsmethode zur Regelung von MIMO-Systemen.	◯	◯
C.3)	Eine Ausgangsrückführung ist eine mögliche Rückführungstechnik für MIMO- wie auch für SISO-Systeme.	◯	◯
C.4)	Nicht steuerbare und nicht beobachtbare Eigenwerte können niemals instabil sein.	◯	◯
C.5)	Ein System kann bezüglich der Zustandsstabilität instabil und bezüglich der E/A-Stabilität stabil sein.	◯	◯

Grundlagen zu Filtern/Beobachtern			
Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
D.1)	Finite Differenzen werden verwendet, um das dynamische Ein-/Ausgangsverhalten von Systemen innerhalb einer zeitdiskreten Betrachtung zu beschreiben.	◯	◯
D.2)	In einer zeitdiskreten Betrachtung sind die Matrizen A, B, H identisch mit denen der kontinuierlichen Betrachtung.	◯	◯
D.3)	Die Auslegung von Kalman Filtern basiert auf dem Prädiktor-Korrektor-Schema, das die Unterschiede zwischen den Schätzungen und den realen Zuständen verbessert. Daher wird keine Rückkopplungsverstärkung (Matrix) benötigt.	◯	◯
D.4)	Neben der Zustandsschätzung wird der Kalman Filter auch für das Entrauschen und/oder die Fusion von Sensorsignalen verwendet.	◯	◯
D.5)	Die Auslegung von Kalman Filtern basiert auf Kovarianzmatrizen im Gegensatz zur Auslegung von Luenberger Beobachtern, für die Gewichtungsmatrizen verwendet werden. Beide werden als Q und R bezeichnet.	◯	◯

Für die folgenden Aufgaben ist die Systembeschreibung mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{bmatrix} d & 0 \end{bmatrix}$$

gegeben, wobei gilt $a_{1,2,3} \neq 0$, $b_{1,2} \neq 0$ und $c_{1,2} \neq 0$.

1b) (1,5 Punkte)
Geben Sie die Gleichung für die Berechnung der Übertragungsfunktionsmatrix des Systems in Abhängigkeit der Parameter $a_{1,2,3}$, $b_{1,2}$, $c_{1,2}$ und d an.

Hinweis: Die Berechnung der inversen Matrix ist nicht notwendig.

1c) (3 Punkte)
Berechnen Sie das charakteristische Polynom der Systemmatrix A unter der Annahme $a_1 = 2$, $a_2 = 3$ und $a_3 = 4$.
Ist das System asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

1d) (2 Punkte)

Angenommen $A^* = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ und $B^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $b \neq 0$. Ist das System abhängig von b steuerbar? Verwenden Sie das Kalman-Kriterium. Begründen Sie Ihre Antwort.

1e) (4,5 Punkte)

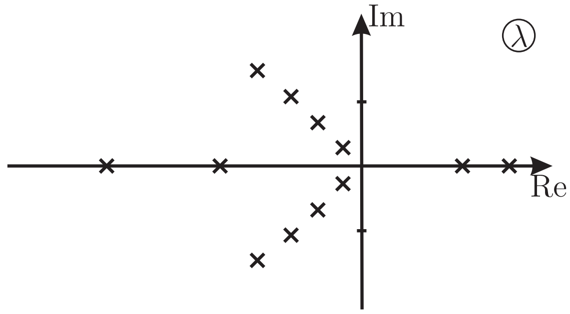
Ein System beschrieben durch $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ und $C = \begin{bmatrix} 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix}$ ist zu analysieren.

Prüfen Sie die Beobachtbarkeit der Eigenwerte ($\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = -1$ und $\lambda_3 = 1$) mit dem originalen Hautus-Kriterium. Berechnen Sie hierzu zunächst die Rechtseigenvektoren.

$\sum$

Aufgabe 2 (28 Punkte)

2a) (5 × 1 Punkt, 5 Punkte)
Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

Komplexe Systeme und Design			
Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1)	Ein System ist beschrieben durch die folgende Eigenwertverteilung. Das System ist zustandsstabil. 	○	○
2)	Das LQR-Verfahren kann auf beliebige steuerbare Systeme (Linearität wird vorausgesetzt) angewendet werden. Infolgedessen ist das geregelte Systemverhalten asymptotisch stabil, auch wenn das zu regelnde System instabil ist.	○	○
3)	Ein System mit $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -b \end{bmatrix}$ und $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ soll mit einer Ausgangsrückführung $u = -Cx$ geregelt werden. Das System ist für $t = 0$ energiefrei. Für $a > 0$ und $b > 0$ ist das geregelte System immer asymptotisch stabil.	○	○
4)	Betrachtet wird das in 2a)3) genannte System, angenommen Ableitungen sollen/können nicht realisiert werden. In diesem Fall sind Beobachter für eine Zustandsrückführung notwendig.	○	○
5)	Der Ränge der Matrizen B und C aus 2a)3) mit $b > 0$ sind identisch und gleich eins.	○	○

2b) (5 × 1 Punkt, 5 Punkte)
Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch?

Modellbasierte Anwendungen und Entwurf

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1)	In Bezug auf die Eigenschaften von Kalman Filtern und Beobachtern: Beide sind geeignet, um den Systemzustand zu schätzen.	◯	◯
2)	Die Kovarianz-Matrizen Q und R der Kalman-Filter-Design-Schritte werden verwendet, um die stochastische Natur von Prozess- und Messrauschen zu beschreiben.	◯	◯
3)	Die vollständige Beobachtbarkeit des zu beobachtenden Systems wird angenommen: Das Kalman Filter erlaubt die vollständige Schätzung des Rauschsignals.	◯	◯
4)	Durch die diskrete Realisierung kann das Kalman Filter problemlos für den Online-Einsatz ohne große Rechenlast realisiert werden.	◯	◯
5)	Luenberger Beobachter verwenden ein Prädiktor-Korrektor-Schema.	◯	◯

2c) (6 × 1 Punkt, 6 Punkte)
Für das System mit den Eigenwerten

$$\begin{aligned} &\lambda_{1,2} = -3 \pm j, \\ &\lambda_{3,4} = -1 \pm j, \\ &\lambda_{5,6} = 2 \pm 3j, \\ &\lambda_7 = 4 \text{ und} \\ &\lambda_{8,9} = 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

soll ein Regler entworfen werden. Es ist vorgegeben, dass $\lambda_{1,2} = -3 \pm j$ und $\lambda_{8,9} = 0$ die nicht beobachtbaren Eigenwerte, sowie $\lambda_{3,4} = -1 \pm j$ die nicht steuerbaren Eigenwerte sind.

Nr.	Aufgabe/Frage/Bewertung	Richtig	Falsch
1)	Das System hat 3 Pole.	○	○
2)	Das System ist stabilisierbar.	○	○
3)	Die Eigenwerte $\lambda_{8,9} = 0$ sind Eingangsentkopplungsnullstellen.	○	○
4)	Die Eigenwerte $\lambda_{1,2} = -3 \pm j$ sind Eingangs- und Ausgangsentkopplungsnullstellen.	○	○
5)	Eine vollständige Zustandsregelung kann die Eigenwerte des geschlossenen Systems auf $\tilde{\lambda}_{1,2,3,4,5,6,7,8,9} = -1 \pm j$ festlegen.	○	○
6)	Die Beobachtbarkeit von $\lambda_{3,4} = -1 \pm j$ muss berücksichtigt werden, um die Ermittelbarkeit des Systems zu prüfen.	○	○

2d) (12 Punkte)
Gegeben sei ein System mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -bc \\ b-c \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad D = [0].$$

2d) i) (3 Punkte)
Die Übertragungsfunktionsmatrix $G(s)$ ist

○ $\dfrac{s^2 + (b-c)s - bc}{s^3 - 6s^2 - 11s - 6}$. ○ $\dfrac{(s-b)(s+c)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$.

○ $\dfrac{s^2 + (b-c)s - bc}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$. ○ $\dfrac{(s-b)(s+c)}{(s-1)(s-2)(s-3)}$.

2d) ii) (2 Punkte)
Die Eigenwerte von A sind:

- ◯ $\lambda_1 = 1,\ \lambda_2 = 2$ und $\lambda_3 = 3$.
- ◯ $\lambda_1 = -1,\ \lambda_2 = -2$ und $\lambda_3 = -3$.
- ◯ $\lambda_1 = -1,\ \lambda_2 = -1$ und $\lambda_3 = -2$.
- ◯ Keine der Antworten ist richtig.

2d) iii) (2 Punkte)
Ist das System vollständig steuerbar?

- ◯ Ja, immer.
- ◯ Vollständig steuerbar nur für $b = 1,\ 2,\ 3$.
- ◯ Nein, nie.
- ◯ Nicht vollständig steuerbar für $b = 1,\ 2,\ 3$ oder $c = -1,\ -2,\ -3$.

2d) iv) (2 Punkte)
Ist das System vollständig beobachtbar?

- ○ Ja, immer.
- ○ Vollständig beobachtbar nur für $c = 1,\ 2,\ 3$.
- ○ Nein, nie.
- ○ Nicht vollständig beobachtbar für $b = 1,\ 2,\ 3$ oder $c = -1,\ -2,\ -3$.

2d) v) (3 Punkte)
Für die Parameter b, c gilt: $b = -1$ und $c = 0$. Berechnen Sie mittels Polvorgabe die Elemente der Verstärkungsmatrix des Zustandsreglers für das gegebene System. Die gewünschten Eigenwerte des geregelten Systems sind $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -2$ und $\lambda_3 = -6$.

- ○ $k_1 = 1/4$, $k_2 = -3/4$, $k_3 = 9/4$.
- ○ $k_1 = -1/4$, $k_2 = -3/4$, $k_3 = -9/4$.
- ○ $k_1 = -1/4$, $k_2 = 3/4$, $k_3 = -9/4$.
- ○ Keine der Antworten ist richtig.

$\sum$

Aufgabe 3 (13 Punkte)

Die Dynamik eines Viertelfahrzeugs kann in etwa durch ein Feder-Massen-Dämpfer-System, wie in Abbildung 3.1 gezeigt, modelliert werden. Die entsprechenden Differentialgleichungen sind gegeben durch

$$m_a\ddot{x}_1 + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_d) + d_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_1(x_1 - x_d) + c_2(x_1 - x_2) = -f_u, \tag{3.1}$$

$$m_r\ddot{x}_2 + d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_2(x_2 - x_1) = f_u. \tag{3.2}$$

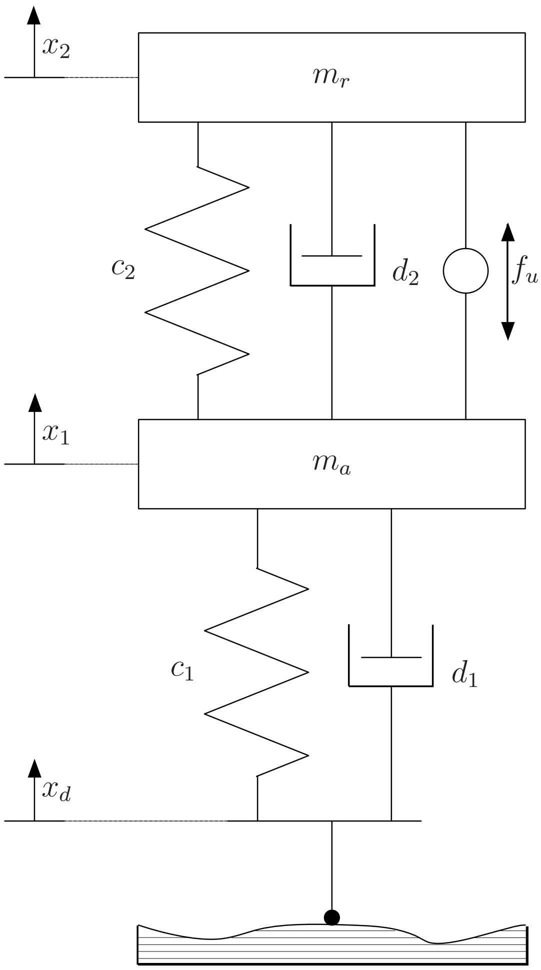


Abbildung 3.1: Viertelfahrzeugmodell

3a) (5 Punkte)
Die Zustände sind mit $\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 \end{bmatrix}^T$ definiert. Die Verschiebungen x_1 und x_2 werden gemessen. Stellen Sie das Zustandsraummodell des Systems mit den Parametern $m_a = m_r = 1$, $c_1 = 3$, $c_2 = 1$, $d_1 = d_2 = 2$, $x_d = 0$ und $\dot{x}_d = 0$ auf. Berechnen Sie die Eigenwerte des Systems. Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: Zwei Eigenwerte des Systems sind mit $\lambda_{1/2} = -0.5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}j$ gegeben.

3b) (3 Punkte)
Mit den Parametern $m_a = m_r = 2,\ c_1 = c_2 = 4,\ d_1 = 6,\ d_2 = 2,\ x_d = 0$ und $\dot{x}_d = 0$ ergeben sich die Matrizen A und B zu

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ and } \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

Mit dem Eingang f_u ist das Sytsem vollständig steuerbar. Berechnen Sie die Rückführmatrix

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix}$$

so dass die Eigenwerte des geregelten Systems $\lambda_{1,des} = -1,\ \lambda_{2,des} = -2,\ \lambda_{3,des} = -3$ und $\lambda_{4,des} = -4$ sind (gegeben ist $k_1 = 4$ und $k_3 = 2$).

3c) (3 Punkte)
Verwenden Sie die Differentialgleichungen mit den Zuständen, Parametern und Messungen aus 3b) mit Ausnahme von $d_1 = 0$ und $x_d \neq 0$. Stellen Sie das neue Zustandsraummodell auf. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion von der Störung durch die Straße x_d zum Ausgang $y_1 = x_1$.

Hinweis: Die inverse Matrix von $[sI - A_{new}]$ it gegeben durch

$[sI - A_{new}]^{-1} =$

$$= \frac{1}{s^4 + 2s^3 + 6s^2 + 2s + 4} \begin{pmatrix} s^3 + 2s^2 + 2s & 2s & s^2 + s + 2 & s + 2 \\ 2s - 2 & s^3 + 2s^2 + 4s + 2 & s + 2 & s^2 + s + 4 \\ -4s^2 - 2s - 4 & 2s^2 & s^3 + s^2 + 2s & s^2 + 2s \\ 2s^2 - 2s & -2s^2 - 4 & s^2 + 2s & s^3 + s^2 + 4s \end{pmatrix}.$$

3d) (2 Punkte)
Angenommen, das zu regelnde System, das durch die Gleichungen (3.1) und (3.2) gegeben ist, ist vollständig steuerbar. Ein mit der LQR-Methode ausgelegter Regler soll implementiert werden. Schlagen Sie geeignete Gewichtungsmatrizen Q und R vor, so dass grundsätzlich alle Zustände und der Steuereingang gleich gewichtet werden, außer dem letzten Zustand, für den im Sinne der erhaltenen Rückmeldung mehr Aufmerksamkeit zu zahlen ist. Sie können nur einen Skalarparameter w_p auswählen, um die gewünschten Gewichtungsbeziehungen auszudrücken. Die Lösung sollte die korrekten Matrixdimensionen zeigen.

Σ