Regelungstechnik I 29. 9. 03

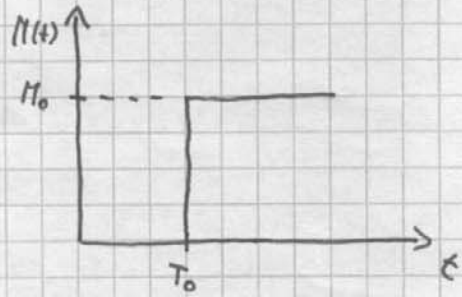
Musterlösung

Aufgabe 1)

a) Eine offene Übertragungskette ist im regelungstechnischen Sinn eine Steuerung.

$$\longrightarrow \boxed{\text{Regler}} \longrightarrow \boxed{\text{Strecke}} \longrightarrow$$

b)



$$M(t) = M_0\,(t - T_0)$$

c) PT_1 - Übertragungselement

d) $T_1 \dot{y} + y = K u$

e) PT_2 - Übertragungselement

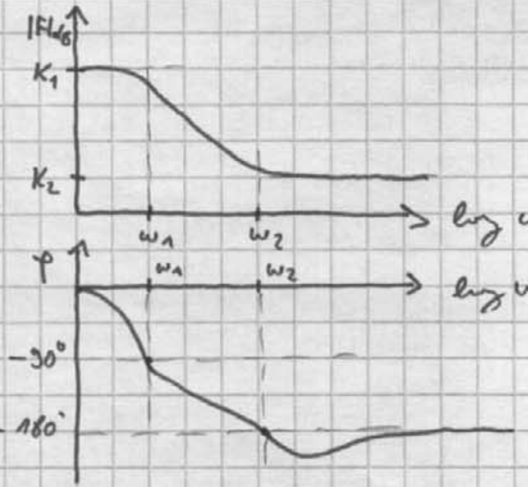
Aufgabe 2

a) $F_{ges} = \dfrac{F_1 F_2}{1 + F_1 F_2 F_3}$

b) $\omega = 10 \text{ sek}^{-1}$: Verstärkung : 2

Phasenverzug : $-\pi$ $\Rightarrow$ $y(t) = 6 \sin(\omega t - \pi)$

c)



Ja, das System ist schwingungsfähig

d) Nullstellen: $s_0 = -\dfrac{1}{T_1}$

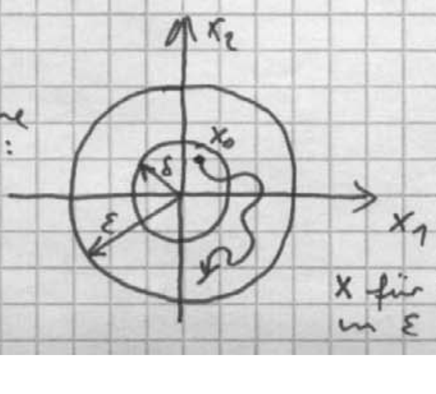
Polstellen: $s_{1,2} = -\dfrac{1}{2T_2} \pm \dfrac{1}{2T_2}\sqrt{1 - 4T_2}$

Alle Koeff. vom Nennerpolynom $a_i > 0$ $\Rightarrow$ $T_2 > 0$

e) Der Gleichgewichtszustand $x_g = 0$ heißt stabil (im Sinne von Ljapunov) oder zustandsstabil, wenn für jedes $\varepsilon > 0$ eine Zahl $\delta > 0$ existiert, so daß bei einem beliebigen Anfangszustand $\|x_0\| < \delta$ das System die Bedingung $\|x(t)\| < \varepsilon$ für alle t erfüllt. Der Gleichgewichtszustand heißt asymptotisch stabil, wenn er stabil ist und $\lim_{t \to \infty} \|x(t)\| = 0$ gilt.

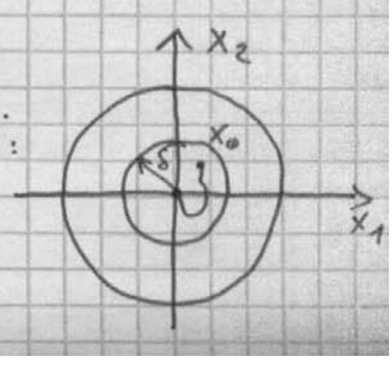
z.B. $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

stabil im Sinne von Ljapunov :



x für $t > 0$ in ε

asympt. Stabil :



Aufgabe 3

a) - Hurwitzkriterium

- Eigenwerte berechnen

b) Spezielles Nyquistkriterium:

Der geschlossene Kreis ist stabil, wenn die vervollständigte Ortskurve von $F_0(s)$ den kritischen Punkt $(-1+0j)$ weder durchdringt noch umschließt.

Gültigkeitsbereich:
- F_0 stabil
- Gegenkopplung, $k>0$
- max. 2 Pole im Ursprung
- Zählergrad < Nennergrad
- keine Kürzung von Zähler- und Nennerterm.

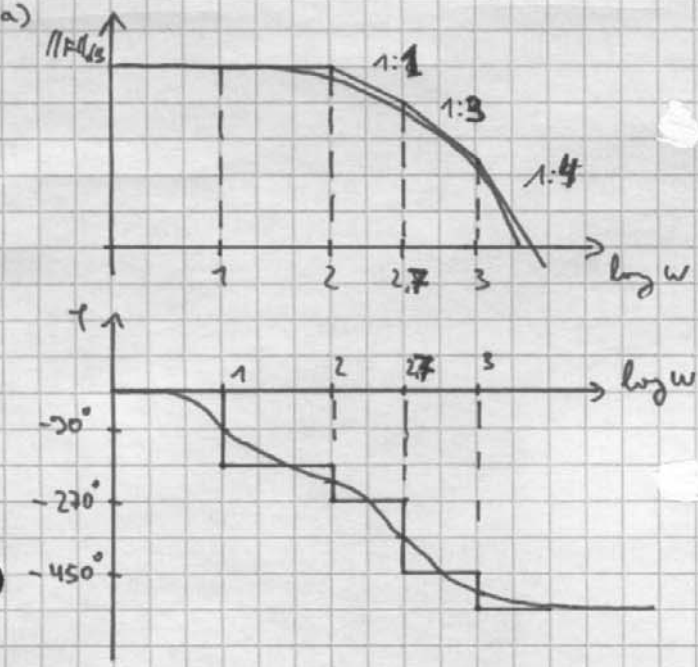
c) $y(s) = 2\,u(s)\,e^{-5s}$

d) Regler mit PI - Übertragungsverhalten

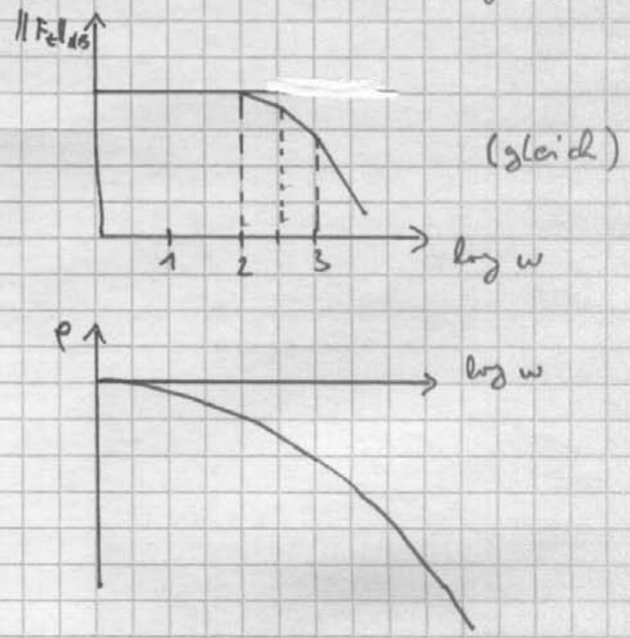
e) Nein (Grenzstabil, nicht asymptotisch stabil)

Aufgabe 4

a)



Totzeitglied + Ausgangssyst.



b)

$$F = \frac{F_R F_S}{1 + F_R F_S}$$

Charact. Gleichung $\qquad 1 + (T_1 + T_a + K_R K_S)\, s + T_1 T_a s^2 = 0$

alle Koeff. $a_i > 0$

Da $T_1, T_a, K_R, K_S > 0$ ist das System (geregelt) immer stabil

c) Pole:

$$1 + (T_1 + T_a + K_R K_S)\, s + T_1 T_a\, s^2 = 0$$

$$\ldots \qquad s = -\frac{T_1 + T_a + K_R K_S}{2 T_1 T_a} \pm \sqrt{\ldots}$$

Grenzstabil, wenn $\mathrm{Re}\{s\} = 0$

$$\Rightarrow \quad K_S K_R = -(T_1 + T_a)$$

Bei Mitkopplung ist das möglich, da $K_S < 0$, $K_R, T_1, T_a > 0$

d) Hurwitz

- alle Koeff $a_i > 0$ ✓

$$H = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 6 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det(H_2) = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 20 - 18 = 2 > 0 \quad ✓$$

$$\det(H_3) = 3 \cdot \det(H_2) > 0 \quad ✓$$

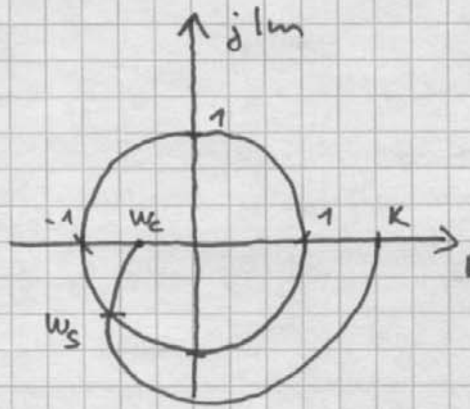
$\Rightarrow$ stabil

$$y(s) = F(s)\, u(s)$$

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s\, u(s)\, F(s) = \lim_{s\to 0} s \frac{3}{s} \frac{1+s+2s^2}{3+4s+5s^2+6s^3} = 1$$

Aufgabe 5

a)



w_s: Amplituden durchtritts fr.

$|F(w_s)| = 1$

w_c: Phasen durchtritts fr.

$\varphi(w_c) = -180°$

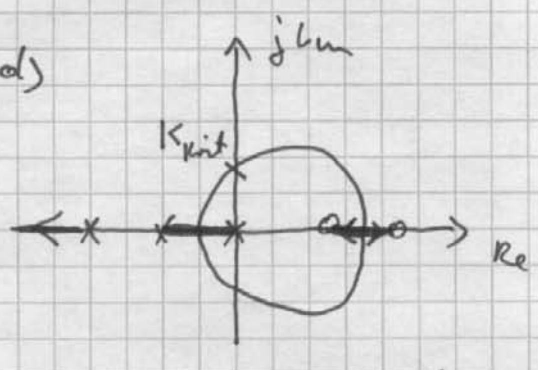
hier $w_c = \infty$

b) Die Amplituden ist die Möglichkeit zur Erhöhung der Verstarkung des Gesamtsystems, so dass der geschlossene Kreis stabil bleibt. Variiert wird dabei die Gesamtverstärkg.

$$A_R = \frac{1}{|F(w_c)|} \quad ; \quad \varphi(w_c) = -180°$$

c) Die Darstellung ist nicht korrekt. Der Pol wandert in die Nullstelle. Der offene Kreis ist Grenzstabil. Mit $K>0$ lässt sich der geschlossene Kreis nicht stabilisieren.

d)



Ja, da für $0 < K < K_{krit}$ die Pole des geschlossenen Kreises sich in der linken S-Halbebene befinden.

e) Ziegler-Nichols Einstellung

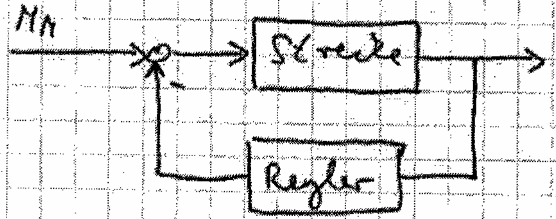
Vorgehensweise:

1)
- K_{krit} (P-Regler) bestimmen, K erhöhen bis zur Stabilitätsgrenze
- T_{krit} aus der Dauerschwingung ablesen

2) Reglerparameter nach Erfahrungsschema bestimmen

Aufgabe 6

a)



b)

$$J\ddot{y} + (D + K_R)\dot{y} + cy = \frac{d}{dt} M_n \quad \text{mit } y = \Delta\dot{\varphi}$$

DT_2 Übertragungsverhalten

c) Regler: $K_R \cdot \Delta\dot{\varphi} + \frac{1}{T_I}\int \Delta\dot{\varphi}\,dt \Rightarrow$ ← zusätzlicher Teil

$$\Rightarrow \ddot{y} + \frac{D + K_R}{J}\dot{y} + \frac{c + \frac{1}{T_I}}{J} y = \frac{d}{dt}\frac{M_n}{J}$$

DT_2 Übertragungsverhalten

Charakteristische Gl. eines schwingungsfähigen Systems: $\ddot{x} + 2D_\alpha \omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

damit ist

$$\frac{D + K_R}{J} = 2D_\alpha \omega_0$$

$$\frac{c + \frac{1}{T_I}}{J} = \omega_0^2$$

- Die Eigenfreq. kann über T_I eingestellt werden
- Die Dämpfung D_α über K_R

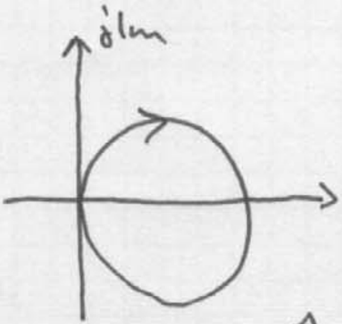
d) $T_I = \frac{1}{\omega_0^2 J - c} = \frac{1}{500}\,\frac{1}{Nm}$

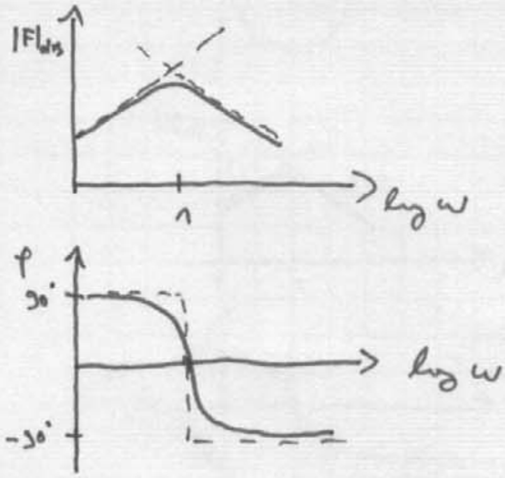
$K_R = 2D_\alpha \omega_0 J - D = 1333\ Nms$

gegeben: $\omega_0 = 1\ \frac{1}{sec}$

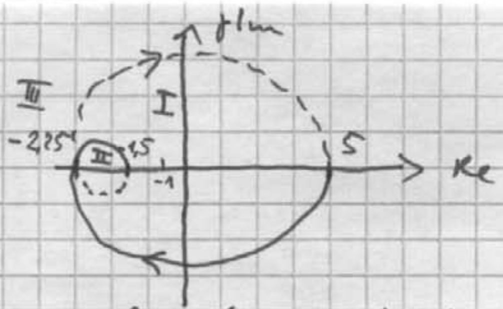
Aperiod. Grenzfall → $D_\alpha = 1$

e) DT_2





f)



Bereiche

I $\hat{u} = -1 \Rightarrow$ instabil

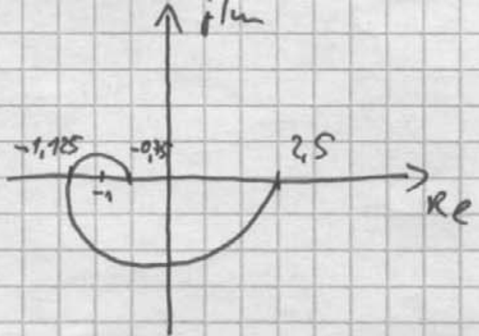
II $\hat{u} = -2 \Rightarrow$ instabil

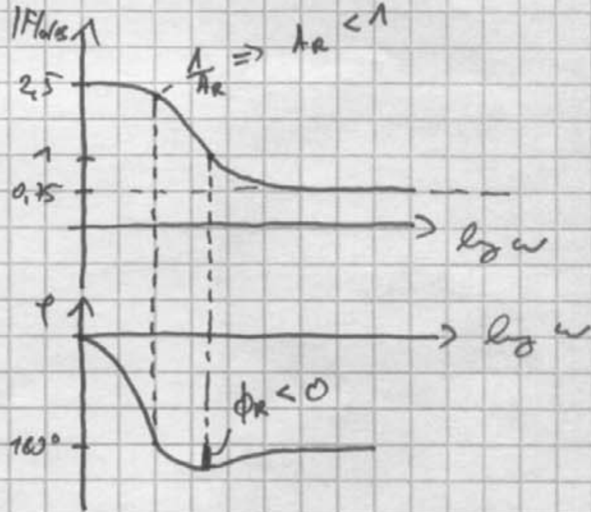
III $\hat{u} = 0 \Rightarrow$ stabil

Anzahl der Pole in der rechten S-Halbebene = 0

$K < \frac{1}{2{,}25}$

g)





h) Die Steifigkeit und die Dämpfung der Welle konstruktiv (Geometrie, Material) ändern.