

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	

**Aufgabe 1**

(je 2 Punkte)

- a) Definieren Sie die Begriffe Stellgröße und Führungsgröße.
- b) Stellen Sie die Funktion  $u(t) = 1(t - 1) + 2(t - 2) - 3(t - 3)$  grafisch dar.
- c) Geben Sie die physikalische Bedeutung von Polen und Nullstellen an. Wie stellt sich ein sog. Doppelpol im Bodediagramm dar (treffen Sie falls zur eindeutigen Darstellung notwendig, eine Fallunterscheidung)?
- d) Geben Sie das Ein-/Ausgangsverhalten eines PIDT<sub>1</sub>-Systems in Form einer Differentialgleichung sowie einer Übertragungsfunktion an.
- e) Definieren Sie sowohl mathematisch als auch anhand einer geeigneten Skizze den Amplituden- sowie den Phasenrand eines Regelungssystems. Was stellt die zugrundeliegende Übertragungsfunktion bzgl. Regler und Strecke dar?

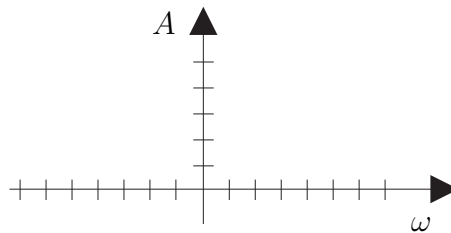
**Aufgabe 2**

(je 2 Punkte)

- a) Ein stabiles Übertragungssystem weise ein  $PT_2$ -Übertragungsverhalten auf. Berechnen Sie die Laplacetransformierte der Gewichtsfunktion des Systems und bestimmen Sie rechnerisch den stationären Endwert.
- b) Ein System hat die Eigenwerte  $-2 \pm j2$  sowie  $-4 \pm j2$ . Welche Eigenbewegung hat die geringste Dämpfung? Begründen Sie mathematisch oder per Zeichnung.
- c) Gegeben sei die folgende Fouriertransformierte

$$y = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left( \cos(x) + \frac{\cos(3x)}{3^2} + \frac{\cos(5x)}{5^2} + \frac{\cos(7x)}{7^2} + \dots \right).$$

Zeichnen Sie das dazugehörige diskrete Amplitudenspektrum in das gegebene Koordinatensystem und vervollständigen Sie die Achsenbezeichnungen.

**Abbildung 2.1:** Koordinatensystem

- d) Gegeben sei die laplacetransformierte Funktion mit  $T_1, T_2 > 0$

$$f_a(s) = \frac{1}{T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s}.$$

Angenommen die gegebene Funktion  $f_a(s)$  stellt den Ausgang eines  $PT_2$ -Übertragungssystems

$$G(s) = \frac{K}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2) s + 1}$$

(mit  $K = 1, T_1, T_2 > 0$ ) dar, welche Eingangsfunktion  $f_e(t)$  lag an?

- e) Ein Übertragungssystem mit  $PDT_1$ -Verhalten werde mit einem Übertragungssystem mit P-Verhalten als Regler in Gegenkopplung geschaltet. Bestimmen Sie die Stör- und die Führungsübertragungsfunktion. Ist das Gesamtsystem stabil?

**Aufgabe 3**

(je 2 Punkte)

Die Querdynamik eines Fahrzeuges werde durch ein  $PT_2$ -Übertragungsverhalten

$$G(s) = \frac{1}{T_1 s^2 + T_2 s + 1}$$

mit  $K = 1$ ,  $T_1 = 1$  und  $T_2 = 10$  beschrieben. Das typische Verhalten eines Fahrers werde durch

$$G_{\text{Fahrer}} = \frac{K}{1 + T_3 s} \cdot e^{-T_t s}$$

mit  $T_3 = 1$  und  $T_t = 0.6$  beschrieben. Aufgrund einer nebelbedingten Sichtbeeinträchtigung ist von einer zusätzlichen Totzeit des Fahrers von  $T_{t_2}$  auszugehen.

- a) Geben Sie das Gesamtübertragungssystem bestehend aus Fahrzeug, Fahrer und zusätzlicher Totzeit in Form eines Blockschaltbildes an.

Geben Sie die analytischen Gleichungen zur Bestimmung der Amplituden- und Phasenreserve dieses Systems an.

- b) Geben Sie die Zustandsraumbeschreibung für das System

$$10\ddot{y} + 5\dot{y} + k_1 y = g(t) + h(t)$$

an, wobei  $y$  gemessen wird. Bestimmen Sie die Eigenwerte des Systems. Für welche Werte  $k_1$  ist das System asymptotisch stabil?

- c) Was ist BIBO-Stabilität?

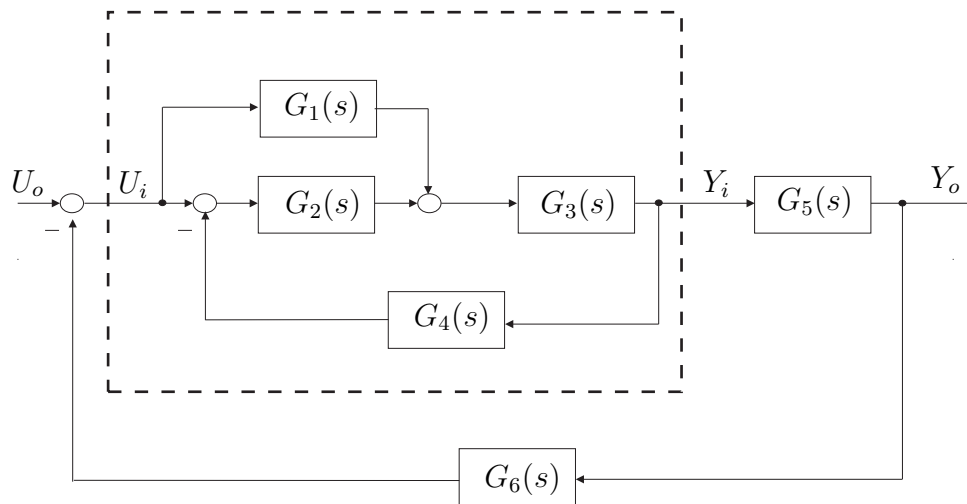
- d) Geben Sie das allgemeine Nyquistkriterium an und benennen Sie die Variablen. Welche Einschränkung bezüglich der Variablen gilt für das spezielle Nyquistkriterium?

- e) Am Eingang ( $E \rightarrow$  System 1  $\rightarrow$  System 2  $\rightarrow$  A) zweier in Reihe geschalteter Systeme liegt das Signal  $u(t) = 3 \sin(\omega t)$  an. Das am Ausgang von System 1 gemessene Signal lässt sich durch  $y(t) = 4.5 \sin(3\omega t)$  beschreiben, das am Ausgang von System 2 gemessene Signal durch  $y(t) = 1 \sin(3\omega t + 87.5)$ . Sind die jeweiligen Übertragungscharakteristiken linear oder nichtlinear?

**Aufgabe 4**

(15 Punkte)

Ein technisches System wird durch  $G_1(s)$  bis  $G_6(s)$  beschrieben, wie in Abb. 4.1 dargestellt.



**Abbildung 4.1:** Blockschaltbild eines technischen Systems

- a) (4 Punkte)  
Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $G_i(s) = Y_i(s)/U_i(s)$  des gekennzeichneten inneren Systems.
- b) (3 Punkte)  
Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $G_o(s) = Y_o(s)/U_o(s)$  des gesamten Systems.

Ein neues System werde beschrieben durch die Differenzialgleichung

$$2\ddot{y}(t) - 4\dot{u}(t) = -10\dot{y}(t) - 12y(t) + 2 \int u(t)dt + 12u(t).$$

- c) (3 Punkte)  
Geben Sie die Zustandsraumbeschreibung des gegebenen Systems an.
- d) (2 Punkte)  
Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des Systems.
- e) (3 Punkte)  
Bestimmen Sie die Stabilität des Systems mit Hilfe der Übertragungsfunktion.

**Aufgabe 5**

(15 Punkte)

Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Strecke

$$G_s(s) = \frac{5 \times 10^7 (s + 5)(s + 10)}{(s + 1)(s + 50)(s + 100)(s + 500)(s + 1000)}.$$

Zwei verschiedene Regler (negative Rückführung) werden eingesetzt, um die Dynamik des Systems zu verändern.

Als erster Regler wird ein P-Regler mit der Verstärkung  $K_p = 1$  und als zweiter Regler ein PD-Regler mit der Verstärkung  $K_p = 800$  sowie der Zeitkonstanten  $T_d = \frac{1}{800}$  gewählt.

a) (6 Punkte)

Stellen Sie die zwei Übertragungsfunktionen des P-Reglers  $G_1(s)$  und des PD-Reglers  $G_2(s)$  auf. Zeichnen Sie qualitativ die Bode-Diagramme der offenen Kreise für beide Systeme (Strecke und Regler).

b) (2 Punkte)

Berechnen Sie die Phasenreserve (den Phasenrand) des Regelkreises mit dem P-Regler (*Hinweis: für  $\omega \geq 50$  rad/s gilt  $|G_s(s)| < 1$* ) und die Amplitudenreserve (den Amplitudenrand) des Regelkreises mit dem PD-Regler.

c) (2 Punkt)

Ist das spezielle Nyquistkriterium hier anwendbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) (2 Punkte)

Sind die geschlossenen Kreise stabil? Begründen Sie beide Fälle separat mithilfe des Nyquistkriteriums.

e) (3 Punkte)

Zeichnen Sie die Ortskurven beider offener Kreise.

**Aufgabe 6**

(40 Punkte)

Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Strecke

$$G_s(s) = \frac{(s+3)(s-1)(s-2)}{s(s+0.5)(s+2)(s+4)(s^2+2s+2)}$$

a) (2 Punkte)

Berechnen Sie Pole und Nullstellen der Strecke. Was kann über die Stabilität der Strecke ausgesagt werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Dämpfungen und Eigenfrequenzen sämtlicher Pole der Strecke.

Neben der Strecke sind zwei Regler durch die Differenzialgleichungen

$$y(t) = K_p u(t)$$

und

$$\frac{1}{2}\ddot{y}(t) - \frac{3}{2}\dot{y}(t) + y(t) = K_d \dot{u}(t)$$

gegeben, die jeweils mit der Strecke zu einem Regelkreis mit negativer Rückführung zusammengeschlossen werden. Im Folgenden soll das Wurzelortskurvenverfahren angewandt werden, um die Dynamik beider geschlossener Systeme, bestehend aus der Strecke und je einem Regler, zu untersuchen.

c) (3 Punkte)

Klassifizieren Sie beide Regler und bestimmen Sie deren Übertragungsfunktionen, sowie Nullstellen und Pole. (*Hinweis:*  $1.5^2 = 2.25$ )

d) (2 Punkte)

Geben Sie die Übertragungsfunktionen der offenen Regelkreise an und berechnen Sie deren Pole und Nullstellen.

e) (2 Punkte)

Berechnen Sie die Anzahl der separaten Äste der Wurzelortskurven und die Anzahl derer, die ins Unendliche gehen.

f) (2 Punkte)

Berechnen Sie die Asymptotenwinkel und Wurzelschwerpunkte.

g) (2 Punkte)

Skizzieren Sie die Wurzelortskurven beider Systeme, zeichnen Sie die Asymptoten ein und markieren Sie die Wurzelschwerpunkte  $\sigma_w$  und die kritischen Verstärkungen  $K_{krit}$ .

Es ist eine neue Strecke durch die Übertragungsfunktion

$$G_s(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+6s+18)}$$

gegeben. Sie wird durch ein P-Übertragungselement geregelt.

h) (3 Punkte)

Berechnen Sie die Pole, Nullstellen sowie die Verstärkung der Strecke und skizzieren Sie die Wurzelortskurve für Gegen- und Mitkopplung.

i) (3 Punkte)

Berechnen Sie, für welche Verstärkung  $K_p$  des P-Reglers (negative Rückführung) der geschlossene Kreis stabil ist.

j) (2 Punkte)

Geben Sie die Formeln an, mit denen sich die Dämpfungen und Frequenzen der Eigenwerte berechnen lassen. Stellen Sie die zugehörigen Größen für das gegebene System in der komplexen Ebene grafisch dar.

k) (3 Punkte)

Für eine bestimmte Reglereinstellung hat das geschlossene System mit negativer Rückführung einen Pol mit dem Wert  $-4$ . Berechnen Sie den Parameter  $K_p$  des verwendeten P-Reglers.

l) (3 Punkte)

Um zu verhindern, dass das geschlossene System (Gegenkopplung) für zu große Reglerverstärkungen instabil wird, soll der gegebene P-Regler ersetzt werden. Zur Auswahl stehen ein  $PT_1$ -, ein I- und ein PD-Regler. Für welchen Regler würden Sie sich entscheiden? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Wurzelortskurve.

Gegeben ist ein  $IT_1$ -Übertragungselement ( $T_I = \frac{1}{2}$ ,  $T_1 = \frac{1}{3}$ ) als Strecke und ein PD-Übertragungselement ( $K = 3$ ,  $T_d = \frac{1}{4}$ ) als Regler, die zu einem neuen System zusammengeschlossen werden.

m) (3 Punkte)

Stellen Sie die Übertragungsfunktionen von Strecke und Regler auf. Berechnen Sie den Verstärkungsfaktor  $K_o$  des offenen Kreises und zeichnen Sie das Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises.

n) (2 Punkte)

Berechnen Sie die Verzweigungspunkte der Wurzelortskurve.

o) (4 Punkte)

Skizzieren Sie die Wurzelortskurve für positive und negative Rückführung. Welche Aussagen können Sie über die jeweilige Stabilität der geschlossenen Kreise machen?

p) (1 Punkt)

Ist das System schwingungsfähig? Begründen Sie Ihre Antwort.

Maximal erreichbare Punktzahl:	<b>100</b>
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	<b>95%</b>
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	<b>50%</b>