Klausur: Regelungstechnik (HS II) DPO 95

28.3.02

Lösung

1 Aufgabe

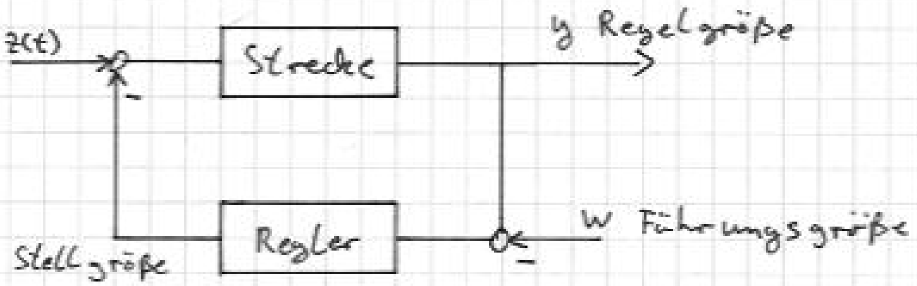
a) Stellglied ist der im Wirkablauf vor der Strecke liegende Teil zum Umsetzen der Stellgröße zur Beeinflussung der Strecke.

b) Gegenkopplung ist eine negative Rückführung.

c) ABS, ESP, ...

d) Mensch – Fahrrad
- PKW
- Schiff
- Flugzeug

e)



Aufgabe 2

a) Eine stabile offene Kette bleibt bei Schließung E/A stabil, wenn der kritische Punkt $(-1 + 0j)$ von der Ortskurve $G_0(jw)$ für $w = -\infty \dots 0 \dots \infty$ nicht umschlossen wird.

Der Punkt $(-1 + 0j)$ muß für wachsende Frequenzen Links von der Ortskurve liegen.

b) Amplitudenbed. $$\frac{\prod_{i=1}^{q} |s - s_{0i}|}{\prod_{i=1}^{n} |s - s_i|} = \frac{1}{|k|}$$

Phasenbed. $$\sum_{i=1}^{n} \phi_{0i} - \sum_{i=1}^{q} \phi_i = (2l+1)\pi$$

c)

$A_R > 1$

$\phi_R > 0$

d) PT_1 - Übertragungsglied: $$F_{PT_1}(s) = \frac{K}{T_1 s + 1}$$

$$|F_{PT_1}(s)| = \frac{K}{\sqrt{w^2 T_1^2 + 1}}$$

$$\varphi(w) = -\arctan(w T_1)$$

e)

$$(ms^2 + ds + c)\, X(s) = e\, W(s) + f\, Z(s)$$

$$X(s) = \frac{e}{ms^2 + ds + c} W(s) + \frac{f}{ms^2 + ds + c} Z(s)$$

Polstellen: $$s_{1,2} = -\frac{d}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2m}\right)^2 - \frac{c}{m}}$$

3 Aufgabe

a) Eigenwerte: $\lambda_1 = 1$

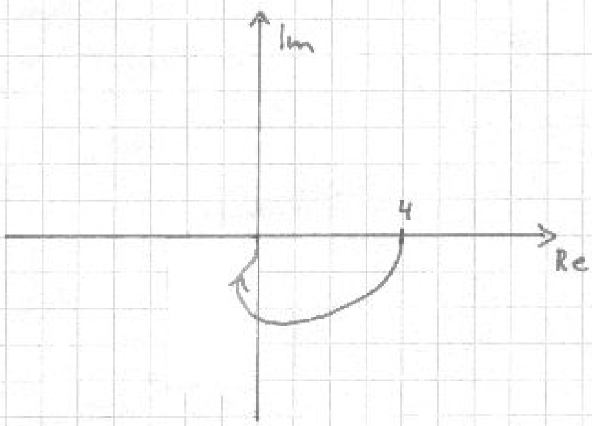
$\lambda_2 = -1$

b) Instabil

c) Axiomatische, experimentell

d) Ja, wegen dem I-Anteil ist der Standortregelkreis stationär genau.

e)



$\lim_{w \to 0} G(jw) = 4$

$\lim_{w \to \infty} G(jw) = 0$

4 Aufgabe

a)

$$F_o(s) = K(T_1 s + 1)\frac{1}{T_1 s}\frac{1}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

Pole: $T_1 s = 0 \rightarrow s_1 = 0$

$1 + T_1 s = 0 \rightarrow s_2 = -\frac{1}{T_1}$

$1 + T_2 s = 0 \rightarrow s_3 = -\frac{1}{T_2}$

Nullstellen:

$T_1 s + 1 = 0 \rightarrow n_1 = -\frac{1}{T_1}$

b)

$$|F_o(j\omega)| = \frac{K\sqrt{1+T_1^2\omega^2}}{\omega T_1 \sqrt{1+T_1^2\omega^2}\sqrt{1+T_2^2\omega^2}}$$

c)

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \arctan(\omega T_1) - \arctan(\omega T_1) - \arctan(\omega T_2)$$

d)

$$F_w(s) = \frac{K(1+T_1 s)}{K(1+T_1 s) + T_1 s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

Nennerpolynom: $K + T_1(1+K)s + T_1(T_1+T_2)s^2 + T_1 T_2 T_1 s^3$

$$H = \begin{bmatrix} T_1(T_1+T_2) & K & 0 \\ T_1 T_2 T_1 & T_1(1+K) & 0 \\ 0 & T_1(T_1+T_2) & K \end{bmatrix}$$

H_1: $T_1(T_1+T_2) > 0 \rightarrow \underline{\underline{T_1 > 0}}$

H_2: $T_1^2(T_1+T_2)(1+K) - K T_1 T_1 T_2 > 0 \rightarrow \underline{\underline{T_1 > \frac{K T_1 T_2}{(T_1+T_2)(1+K)}}}$

H_3: $K \cdot H_2 > 0 \rightarrow K > 0$ ✓

4 Aufgabe

e) für: $K = 1$, $T_1 = T_2 = T$, $T_3 = \frac{T}{\sqrt{3}}$

$$\varphi_0(j\omega_{01}) = -90^\circ + \arctan\left(\frac{T}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{T}\right) - \arctan\left(T \cdot \frac{1}{T}\right) - \arctan\left(T \cdot \frac{1}{T}\right)$$

$$= -180^\circ + \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Phasenrand: $\phi_R = 180^\circ + \varphi_0(j\omega_{01})$

$$= 180^\circ - 180^\circ + \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \underline{\underline{30^\circ}}$$

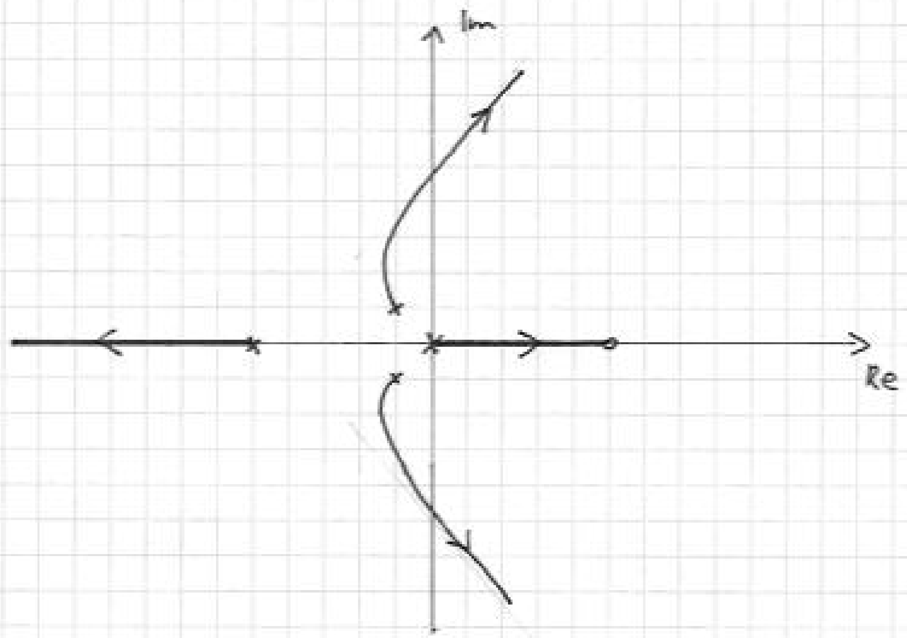
5 Aufgabe

a) Polstellen: $s_{p1} = 0$, $s_{p2} = -5$, $s_{p3,4} = -1 \pm j$

Nullstellen: $s_{n1} = 5$

Der offene Kreis ist wegen $s_{p1} = 0$ nicht asymptotisch stabil.

b) Wurzelschwerpunkt: $\sigma_w = \frac{-1-1-5-(5)}{3} = -4$



c) Austrittswinkel von s_{p3}

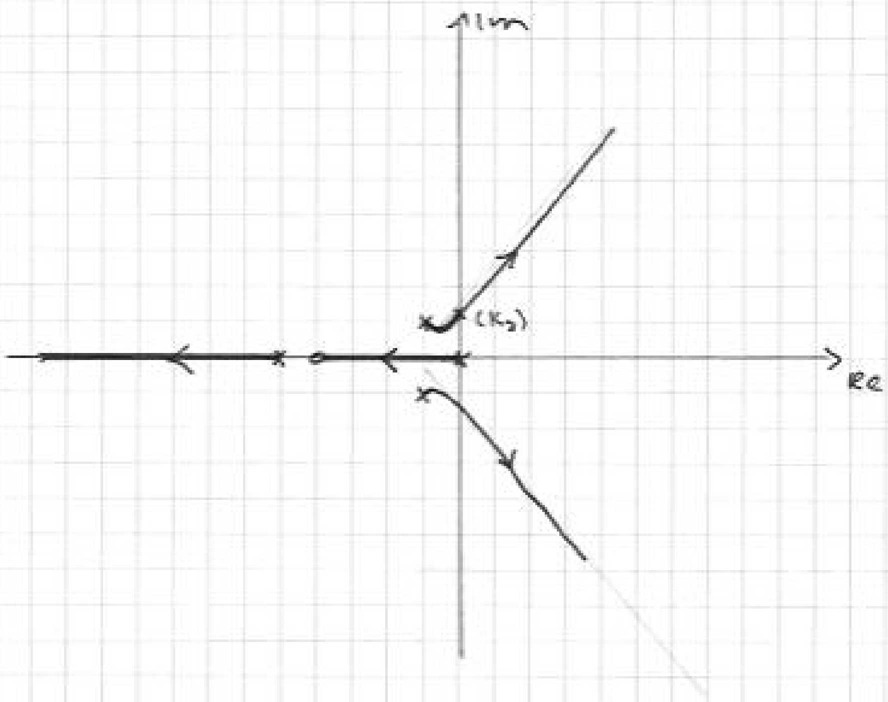
$$\varphi = \arctan\left(-\tfrac{1}{6}\right) - \arctan\left(\tfrac{2}{0}\right) - \arctan\left(\tfrac{1}{4}\right) - \arctan(-1) - \pi$$
$$= -248{,}5^\circ$$

oder $\underline{\underline{111{,}5^\circ}}$

5 Aufgabe

d) Nur für $K = 0$ ist das Regelverhalten grenzstabil.
Für $K > 0$ ist das Regelverhalten instabil.

e)



Es existiert ein Stabilitätsbereich $(0 < K < K_2]$

6 Aufgabe

a)

$$F_0(s) = \frac{K}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

Pole: $s_{n1} = 0$, $s_{n2} = -\frac{1}{T_1}$, $s_{n2} = -\frac{1}{T_2}$

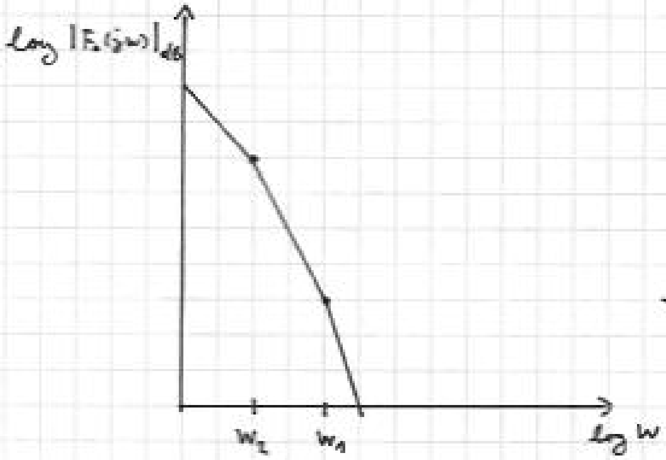
keine Nullstellen

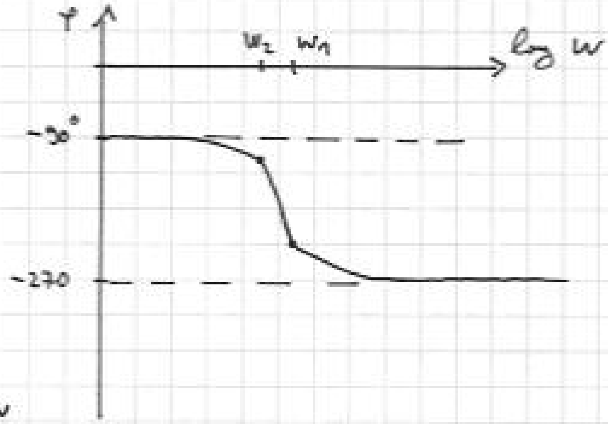
b)

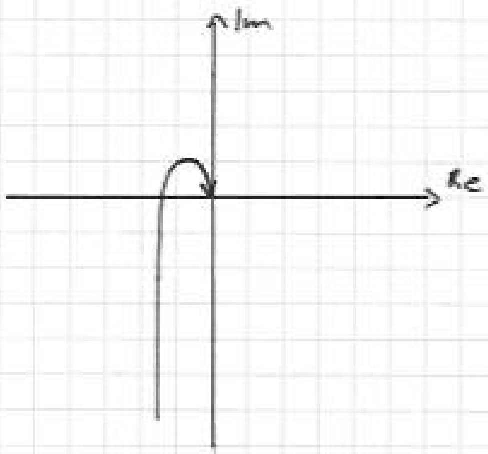
$$|F_0(j\omega)| = \frac{K}{\omega\sqrt{1+T_1^2\omega^2}\,\sqrt{1+T_2^2\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -90° - \arctan(\omega T_1) - \arctan(\omega T_2)$$

Bode diagramm:







6 Aufgabe

c) Nennerpolynom des geschlossenen Regelkreises:

$$K + s(1+T_1 s)\cdot(1+T_2 s)$$
$$K + s + (T_1+T_2)s^2 + T_1T_2 s^3$$

$$H = \begin{bmatrix} T_1+T_2 & K & 0 \\ T_1T_2 & 1 & 0 \\ 0 & T_1+T_2 & K \end{bmatrix}$$

H_1: $T_1+T_2 > 0$

H_2: $(T_1+T_2) - K\,T_1T_2 > 0$

$\rightarrow \quad K < \frac{T_1+T_2}{T_1T_2}$

H_3: $K H_2 > 0 \quad \rightarrow \quad K > 0$

$$\Rightarrow \quad 0 < K < \frac{T_1+T_2}{T_1T_2}$$

d)

$$\varphi(\omega_s) = -180° = -90° - \arctan(\omega_s T_1) - \arctan(\omega_s T_2)$$

mit: $\arctan x + \arctan y = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$

$\rightarrow \quad 90° = \arctan \frac{\omega_s(T_1-T_2)}{1-\omega_s^2 T_1T_2}$ es gilt $\arctan x \rightarrow 90°$ für $x \rightarrow \infty$

$\rightarrow \quad 1 - \omega_s^2 T_1T_2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad \omega_s = \frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}$

Amplitudenrand:

$$A_R = \frac{1}{|F_0(j\omega_s)|} = \frac{\sqrt{1+T_1^2\frac{1}{T_1T_2}}\sqrt{1+T_2^2\frac{1}{T_1T_2}}}{K\sqrt{T_1T_2}} = \frac{\sqrt{1+\frac{T_2T_1}{T_1T_2}+\frac{T_1}{T_2}+\frac{T_2}{T_1}}}{K\sqrt{T_1T_2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2+\frac{T_1^2}{T_1T_2}+\frac{T_2^2}{T_1T_2}}}{K\sqrt{T_1T_2}} = \frac{T_1+T_2}{K\,T_1\,T_2}$$

6 Aufgabe

e) Phasenrand:

$$\phi_R = 180^\circ + \varphi_0(\omega_D)$$
$$= 180^\circ - 90^\circ - \arctan\left(\frac{1}{6T}T\right) - \arctan\left(\frac{1}{6T}4T\right)$$
$$= 180^\circ - 90^\circ - 9{,}46^\circ - 33{,}7^\circ = 46{,}84^\circ$$

Anforderung für gutes Regelverhalten: $30 < \phi_R < 60^\circ$ erfüllt.
Wegen dem I-Anteil in der Strecke und dem P-Anteil im Regler, ist der Kreis nicht stationär genau