Aufgabe 1 (10)

a) Von außen auf ein System einwirkende Größe, die die beabsichtigte Beeinflussung der Steuerung bzw. Regelung behindert.

b) PT_1 ist lediglich ein bestimmtes Übertragungsverhalten

c) Allgemeine Lösung der DGL: $x(t) = \underbrace{k(0)\, e^{at}}_{} + \underbrace{\int_0^t e^{a(t-\tau)}\, b\, u(\tau)\, d\tau}_{}$ mit $k(t=0) = x_0$

- homogener Lösungsanteil
- Eigenbewegung (freie Bewegung)
- durch Anfangsbedingungen bestimmt

- partikulärer Lösungsanteil
- Erzwungene Bewegung

d) Partikulärer Anteil, da der homogene Anteil i.d.R. abklingt.

e) Ein System mit mehr als einer Eingangs- und/oder Ausgangsgröße

Aufgabe 2 (10)

a) 1) $A_R = \frac{1}{|G_0(j\omega_{-180°})|}$, wobei $|G_0(j\omega_{-180°})|$ die Amplitude für die Frequenz ist, für die die Phasenverschiebung $-180°$ beträgt.

2) $\varnothing_R = 180 - |\varphi(j\omega_s)|$, wobei die Schnittfrequenz ω_s die Frequenz ist, bei der die Amplituden Kennlinie die 0dB-Achse schneidet, d.h. für die $|G_0(j\omega_s)| = 1$ bzw. $|G_0(j\omega_s)|_{dB} = 0$ gilt

b) Bedingung für Stabilität

1) Amplitudenrand $A_R > 1$

2) Phasenrand $\varnothing_R > 0°$

c) $G(s) = k \frac{1 + sT_I}{T_I s (1 + sT_1)}$

Pole: $s_1 = 0$
$s_2 = -\frac{1}{T_1}$

Nullstellen: $s_{01} = -\frac{1}{T_I}$

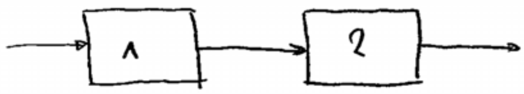
d) Das System ist nicht asymptotisch stabil, es ist grenzstabil

e) Der Verstärkungsfaktor des offenen Regelkreises, der noch einzustellen ist, um das Systemverhalten des geschlossenen Regelkreises zu beeinflussen. Es handelt sich nicht nur um den Verstärkungsfaktor des Reglers, sondern um alle Parameter von Strecke und Regler, die bei der Formulierung des offenen Regelkreises zu einem Faktor zusammengefaßt werden

Aufgabe 3 (10)

a) Die theoretische Modellbildung geschiht mit Hilfe von Differentialgleichungen durch Aufstellen von Gleichgewichtsbedingungen (z.B. Kräfte- und Momentengleichgewicht)
Bei der experimentellen wird das System durch das Ein- / Ausgangsverhalten beschriben.
(z.B. Parameteridentifikation, Neuronale Netze)

b) Unter Rückwirkungsfreiheit wird verstanden, dass das nachfolgende System nicht das vorhergehende beeinflußt.



Das System 2 hat keinen Einfluß auf System 1.

c) Bedingung für Stabilität: Alle Pole negativer Realteil

charakteristische Gleichung: $(1+ks)\,(1+(2-2k)s+(1+k)s^2+s^3)=0$

1. $s=-\frac{1}{k} \Rightarrow k>0$

2. $s^3+(1+k)s^2+(2-2k)s+1=0$ i) $1+k>0 \Leftrightarrow k>-1$

ii) $2-2k>0 \Leftrightarrow 2k<2 \Leftrightarrow k<1$

$$H=\begin{bmatrix} 1+k & 1 & 0 \\ 1 & 2-2k & 0 \\ 0 & 1+k & 1 \end{bmatrix}$$

i) $1+k>0$

ii) $(1+k)(2-2k)-1 = 2+\cancel{2k}-\cancel{2k}-2k^2-1 = 1-2k^2>0$

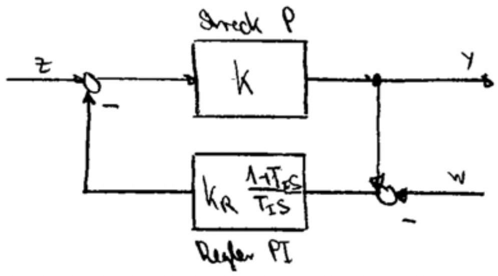
$\Leftrightarrow 1>2k^2$

$\Leftrightarrow k^2<\frac{1}{2} \Rightarrow k<\sqrt{\tfrac{1}{2}} \wedge k>-\sqrt{\tfrac{1}{2}}$

iii) $1\cdot\begin{vmatrix} 1+k & 1 \\ 1 & 2-2k \end{vmatrix}>0$ wie ii)

$\Rightarrow$ Stabil für $\boxed{\sqrt{\tfrac{1}{2}}>k>0}$

d)



Störübertragungsfunktion: $G(s)=\dfrac{G_S}{1+G_S G_R}$

$$=\frac{k\,T_I s}{k\,k_R\,(1+T_I s)+T_I s}$$

z.B. $z=1(t)$: $\lim\limits_{t\to\infty} h(t)=\lim\limits_{s\to 0} s\frac{1}{s}\,G(s)=\lim\limits_{s\to 0} G(s)=0$ $\Rightarrow$ Störung wird völlig ausgeregelt

e) $Y(s)=U(s)\,G(s)$

$\mathcal{L}\{u(t)\}=3\frac{1}{s}$

$$Y(s)=\frac{3\cdot 15{,}3}{s(s+24)(s+13)}=\frac{3\cdot 15{,}3}{24\cdot 13}\;\frac{1}{s(s\frac{1}{24}+1)(s\frac{1}{13}+1)}$$

$$\boxed{y(t)=0{,}1471\;\left(1+\frac{\frac{1}{24}e^{-t24}-\frac{1}{13}e^{-t13}}{\frac{1}{12}-\frac{1}{24}}\right)1(t)}$$

Aufgabe 4 (15)

a) $F_R = F_a F_N = \frac{k_a}{s} \frac{k_R s}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1} = \frac{1000\ k_R}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1}$

$F_o = F_R F_S = \frac{k_R k_a k_s}{(1 + T_1 s)\left(\frac{1}{\omega_0} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1\right)} = \frac{5000\ k_R}{(1 + 0{,}1 s)\left(\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1\right)}$

b) $F_W = \frac{F_S F_R}{1 + F_S F_R} = \frac{k_R k_a k_s}{\left(\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1\right)(1 + T_1 s) + k_R k_a k_s} = \frac{5000\ k_R}{\left(\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1\right)(1 + 0{,}1 s) + 5000 k_R}$

c) Charakteristische Gleichung:

$$\frac{T_1}{\omega_0^2} s^3 + \left(\frac{2D}{\omega_0} T_1 + \frac{1}{\omega_0^2}\right) s^2 + \left(T_1 + \frac{2D}{\omega_0}\right) s + (1 + k_R k_s k_a) = 0$$

i) alle $a_i > 0$ ✓

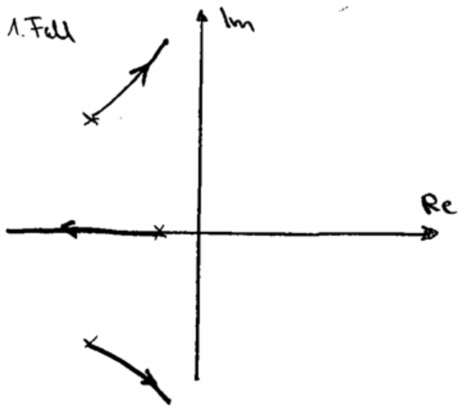
ii) $H = \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{2D}{\omega_0} T_1 & 1 + k_R k_s k_s & 0 \\ \frac{T_1}{\omega_0^2} & T_1 + \frac{2D}{\omega_0} & 0 \\ 0 & \frac{2D}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2} & 1 + k_R k_s k_a \end{bmatrix}$

$\det H_2 = \left(\frac{2DT_1}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_0^2}\right)\left(T_1 + \frac{2D}{\omega_0}\right) - (1 + k_R k_s k_a)\frac{T_1}{\omega_0^2} = \frac{2D}{\omega_0} T_1^2 + \frac{T_1}{\omega_0^2} + \frac{4D^2}{\omega_0^2} + \frac{2D}{\omega_0^3} - \frac{T_1}{\omega_0^2} - \frac{T_1}{\omega_0^2} k_R k_a k_s > 0$

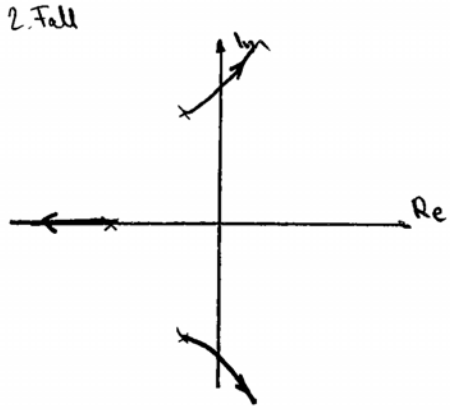
$\Leftrightarrow \quad 2DT_1 + \frac{4D^2}{\omega_0} + \frac{2D}{\omega_0^2} > \frac{T_1}{\omega_0} k_R k_s k_a$

$\Rightarrow$ kann instabil werden, da rechte Seite durch frei wahl von k_R beliebig groß werden kann ohne dass die linke Seite verändert wird.

d) 1. Fall

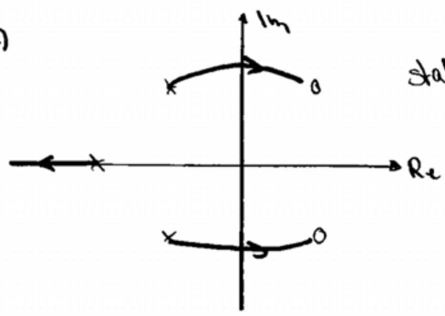


2. Fall



Prinzipielle Betrachtung bleibt gleich

e)



stabil für alle k, wenn $c < 0$ gilt

Aufgabe 5 15

a) $y = 3u^2 + 4u + 5$ Arbeitspunkt $u_0 = \frac{7}{4}$

$$Y = \frac{dy}{du}\Big|_{u_0} U$$

$$= (6u_0 + 4)\, u$$

$$= 14{,}5\, u$$

b) $$F_0 = \frac{k_S k_R}{1 + T_1 s}\, e^{-T_t s}$$

Pole im endlichen $s_1 = -\frac{1}{T_1}$

Nullstellen im endlichen: keine

c) $$|F_0(j\omega)| = \left| \frac{k_S k_R}{1 + T_1 j\omega}\, e^{-T_t j\omega} \right|$$

$$= \left| \frac{k_S k_R}{1 + T_1 j\omega} \right| = \frac{k_S k_R}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan T_1\omega - T_t\,\omega$$

d) $$|F_0(j\omega)| = \frac{k_S k_R}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad k_S^2 k_R^2 = 1 + T_1^2 \omega^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \omega^2 = \frac{k_S^2 k_R^2 - 1}{T_1^2}$$

$$\Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{10 - 1}{T_1^2} = \frac{9}{T_1^2} \Rightarrow \omega = \frac{3}{T_1}$$

$$\phi_R = 180° - \arctan 3 - \frac{3}{T_1} T$$

e) $$\varphi = -\arctan 3 - 3$$

$$= -4{,}249 \mathrel{\hat{=}} -243{,}40°$$

$$\phi_R = 180° + \varphi$$

$$= -63{,}4°$$

$\Rightarrow$ instabil

Aufgabe 6 (48)

a) $\mathcal{L}\{m^{(3)} + a\ddot{m} + b\dot{m} + cm = k(i + T_D \dot{i})\}$

$$\Leftrightarrow M(s)(s^3 + as^2 + bs + c) = I(k + kT_D s)$$

$$M = F\lambda$$

$$\Rightarrow F\lambda(s^3 + as^2 + bs + c) = I(k + kT_D s)$$

$$\Leftrightarrow \frac{F}{I} = \frac{k(1 + T_D s)}{\lambda(s^3 + as^2 + bs + c)}$$

$$\Rightarrow \frac{X}{I} \frac{k_F}{1 + T_F s} = \frac{k(1 + T_D s)}{\lambda(s^3 + as^2 + bs + c)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{X}{I} = \frac{k}{k_F \lambda} \frac{(1 + T_D s)(1 + T_F s)}{s^3 + as^2 + bs + c}}$$

b) Charakteristische Gleichung:

$$s^3 + as^2 + bs + c = 0$$

i) $a, b, c > 0$ Hurwitz-Kriterium

ii)
$$H = \begin{vmatrix} a & c & 0 \\ 1 & b & 0 \\ 0 & a & c \end{vmatrix}$$

$a > 0$

$ab - c > 0 \Leftrightarrow ab > c$

$c(ab - c) > 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow \boxed{a, b, c > 0 \text{ und } ab > c}$ für Stabilität

c) $$F(s) = \frac{k(1 - T_{D,F} s)}{1 + \frac{2D}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2}$$

Pole: $\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1 = 0$

$$s_{1/2} = -\omega_0 \left(D \pm j\sqrt{1 - D^2}\right)$$

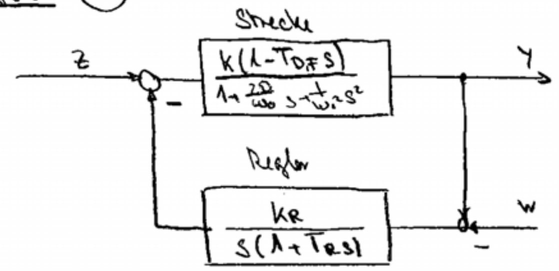
$$= -0{,}005 \pm 0{,}0087 j$$

$\rightarrow$ asymptotisch stabil

Nullstellen: $s_{01} = \frac{1}{T_D} = 0{,}1$

$\Rightarrow$ kein Phasenminimumsystem

d)



$$F_0 = \frac{k\,k_R\,(1-T_{D,F}\,s)}{s\left(1+\frac{2D}{\omega_0}s+\frac{1}{\omega_0^2}s^2\right)(1+T_R\,s)}$$

Pole: $s_1 = 0$

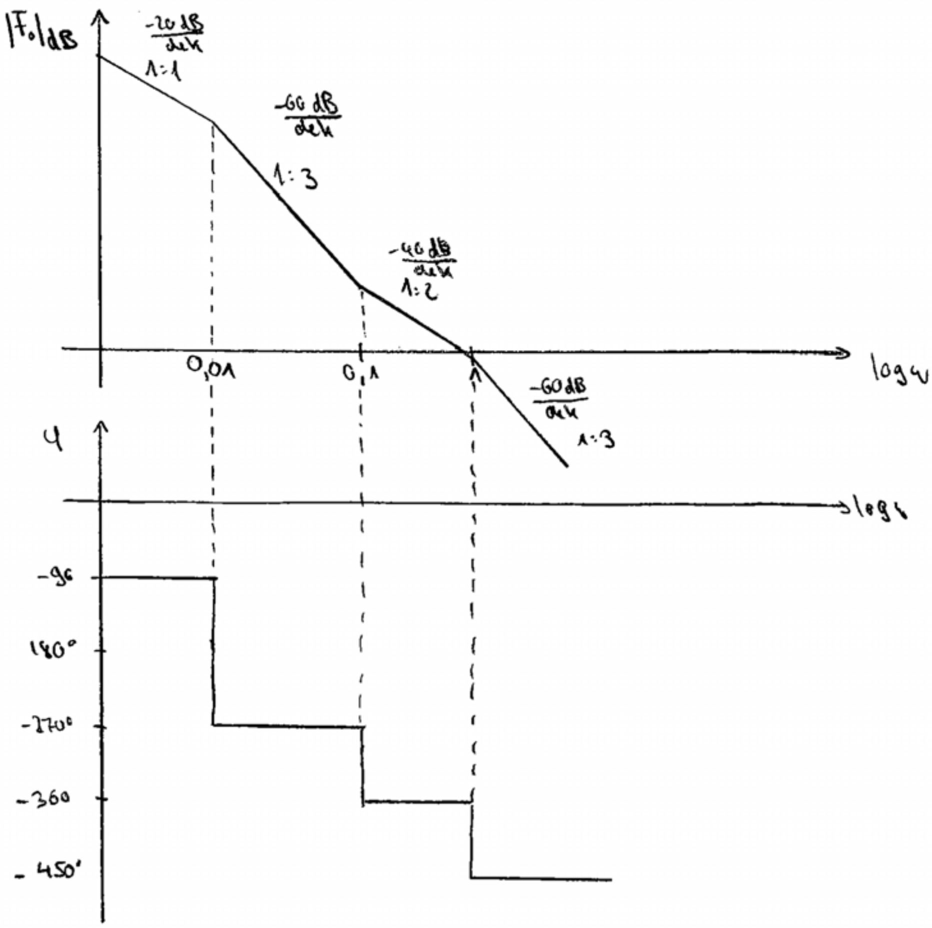
$s_{2/3} = -\omega_0\left(D \pm j\sqrt{1-D^2}\right)$

$s_4 = -\frac{1}{T_R}$

Nullstellen: $s_{01} = \frac{1}{T_{D,F}}$

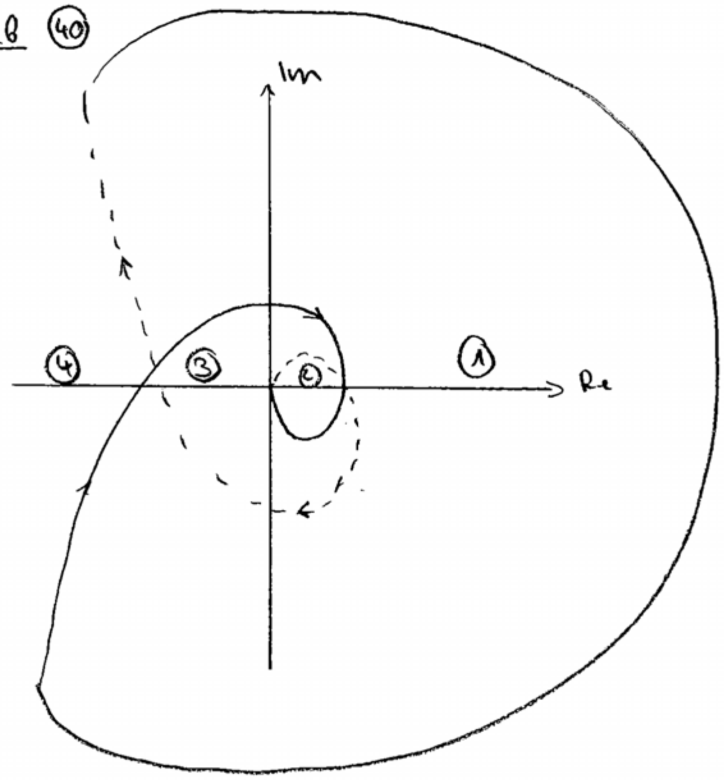
nicht stabil im Sinne von Ljapunow, da Pol im Ursprung

e)



... Aufgabe 8 (40)

f)



g)

Bereich	Zahl der Umläufe	Stabilität
1	$\hat{U} = -1$	instabil
2	$\hat{U} = -3$	instabil
3	$\hat{U} = -2$	instabil
4	$\hat{U} = 0$	stabil

$\Rightarrow$ stabil für kleine K

h)

$$F_0 = \frac{K K_R \, (1 - T_{D,F}\, s)}{s\left(1 + \frac{2D}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2\right)(1 + T_R s)}$$

$$= \frac{-K K_R \, T_{D,F}\, \omega_0^2 \, \left(s - \frac{1}{T_{D,F}}\right)}{T_R \, s\,(s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2)\left(\frac{1}{T_R} + s\right)}$$ WOK-Normalform

Es liegt Mitkopplung vor

Pole: $s_1 = 0$
$s_{2|3} = -\omega_0 \left(D \pm j\sqrt{1-D^2}\right)$
$s_4 = -\frac{1}{T_R}$

Nullstellen: $s_{01} = \frac{1}{T_{D,F}}$