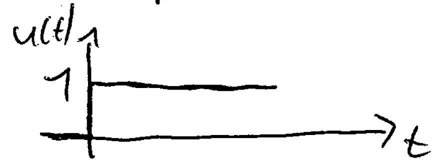
A1

a) Die Regelungstechnik dient dazu, bestimmte Größen auf vorgegebenen Werten zu halten. Gleichzeitig soll die Wirkung äußerer Störungen unterdrückt werden.

b) Die Rückführung der Ausgangsgrößen auf die Eingangsgrößen.

c) Sie dient der Analyse technischer Systeme.

d) Sprungfunktion $1(t)$



Ausgangsgröße:
Übergangsfunktion $h(t)$

Dirac-Impuls $\delta(t)$

Ausgangsgröße:
Gewichtsfunktion $g(t)$

Rampenfunktion $1(t)t$

e) Die Übertragungsfunktion ist der Quotient aus der Laplacetransformierten der Ausgangsgröße und der Eingangsgröße des Systems und beschreibt das E/A-Verhalten des Systems im Frequenzbereich.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

A2

a) Zeitbereich: Darstellung eines Signals als Funktion der Zeit t $\Rightarrow f(t)$

Frequenzbereich: Darstellung eines Signals als Funktion der Frequenz ω bzw. s
$\Rightarrow F(\omega)$ bzw. $F(s)$ mit $s = \sigma + j\omega$

b) Stabilität eines Übertragungssystems ist eine Aussage über den Charakter des Zeitverhaltens des Systemausgangs mit der Zeit.

Methoden: Eigenwertbestimmung, Hurwitz-Kriterium

c) Regelungssystem $\subset$ Übertragungssystem
$\Rightarrow$ Stabilitätsdefinition identisch zu b)

Methoden: Wurzelortskurven, Nyquist

d) $$T_1 \dot{y}(t) + y(t) = K\left(u(t) + T_D \dot{u}(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t u(\tau)\,d\tau\right)$$

T_D, T_I, T_1 : Zeitkonstanten
K : Proportionalitätsfaktor

e) $$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K\,\frac{1 + T_D s + \frac{1}{T_I s}}{1 + T_1 s}$$

T_D, T_I, T_1 : s. d)
K : s. d)

A3

a) Der Parameter τ_e entspricht der Totzeit des Systems, in diesem Fall unter Berücksichtigung der menschlichen Reaktionszeit.

b) $G_W(s) = \frac{K}{T_I s + K}$ => PT_1 - Verhalten

$G_Z(s) = \frac{K T_I s}{T_I s + K}$ => DT_1 - Verhalten

c) sprungförmige Führungs- und Störgröße

$w(t) = z(t) = 1(t) \Rightarrow \mathcal{L}\{w(t)\} = \mathcal{L}\{z(t)\} = \frac{1}{s}$

bleibende Abweichungen

i) $w(t) = 1(t)$; $G_w(s) = \frac{K}{K + T_I s(T_1 s + 1)}$

$$\lim_{t\to\infty} y(t) - w(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot W(s) \left[G_w(s) - 1\right]$$

$$\overset{(T_I=1)}{=} \lim_{s\to 0} \frac{-(s + T_1 s^2)}{K + s + T_1 s^2} = 0$$

ii) $z(t) = 1(t)$; $G_Z(s) = \frac{1}{K + T_I s(T_1 s + 1)}$

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s\, Z(s)\, G_Z(s) \overset{(T_I=1)}{=} \lim_{s\to 0} \frac{1}{K + s + T_1 s^2} = \frac{1}{K}$$

d) Die Reihenschaltung von einzelnen stabilen Systemen ist ebenfalls immer stabil.

Methoden: Eigenwertbestimmung, Hurwitz-Kriterium

e) $\ddot{x} + \frac{d_1 - d_2}{m}\dot{x} + \frac{k - k_R}{m} x = \frac{1}{m}\dot{u}$

$y = \dot{x} \quad \Rightarrow \quad \dot{y} = \ddot{x}$

$\int y(\tau)\,d\tau = x$

$\Rightarrow \dot{y} + \frac{d_1 - d_2}{m} y + \frac{k - k_R}{m}\int_0^t y(\tau)\,d\tau = \frac{1}{m}\dot{u}$

a) $t \geq 0$: $U_E = U_{L1} + U_{L2} + U_R + U_C$

$$= (L_1 + L_2)\frac{di}{dt} + R \cdot i + \underbrace{\frac{1}{C}\int i\,dt}_{:= U_A = y}$$

$$y = \frac{1}{C}\int i\,dt$$

$$\Rightarrow \dot{y} = \frac{1}{C} i \quad \Rightarrow i = C\dot{y}$$

$$U_E = (L_1 + L_2)\frac{d[C \cdot \dot{y}]}{dt} + R \cdot [C\dot{y}] + y$$

$$= \underbrace{(L_1 + L_2)}_{:= L} C \cdot \ddot{y} + RC \cdot \dot{y} + y$$

$$= LC \cdot \ddot{y} + RC \cdot y + y$$

b) $U(s) = [LC \cdot s^2 + RC \cdot s + 1] \cdot Y(s)$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{LC \cdot s^2 + RC \cdot s + 1}$$

allg.: $G(s) = \dfrac{K}{\frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2D}{\omega_0} s + 1}$

Koeffizientenvergleich liefert:

$K = 1$; $\dfrac{1}{\omega_0^2} = LC \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{1}{+\sqrt{LC}}$; $\dfrac{2D}{\omega_0} = RC$

$$\Rightarrow D = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

b) Fortsetzung

$$G(s)\Big|_{s=j\omega} = G(j\omega)$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_0^2}(j\omega)^2 + \frac{2D}{\omega_0}(j\omega) + 1}$$

$$= \frac{1}{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2D\frac{\omega}{\omega_0}j + 1}$$

konj. komplex erweitern

$$= \frac{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right] - j\cdot 2D\frac{\omega}{\omega_0}}{1-\left[2+4D^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\Rightarrow G(j\omega) = \frac{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1-\left[2+4D^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} - j\cdot\frac{2D\frac{\omega}{\omega_0}}{1-\left[2+4D^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

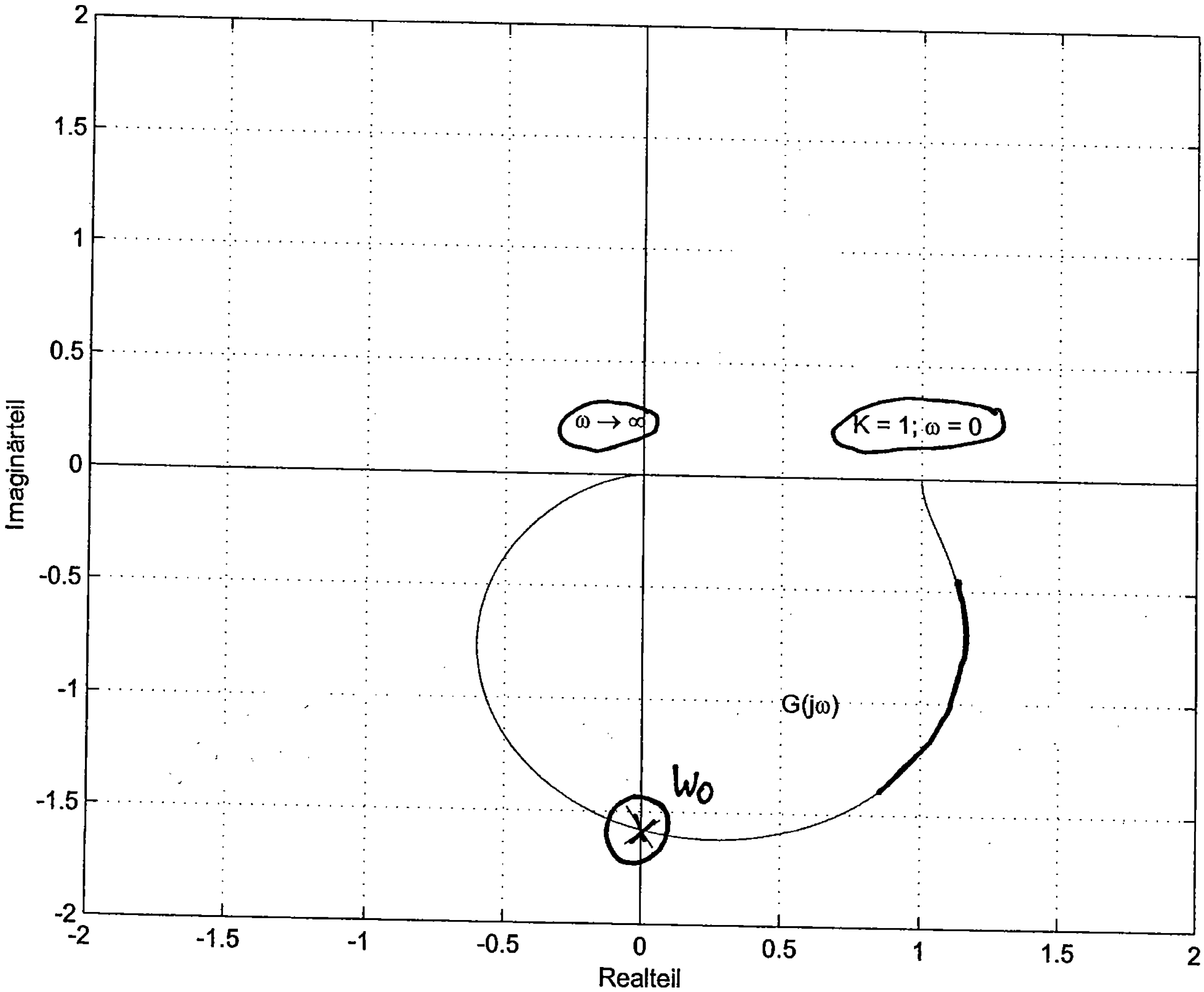
$$D = \frac{R}{2}\cdot\sqrt{\frac{C}{L}} = 10\cdot\sqrt{\frac{10^{-3}}{1}} = \underline{\underline{0,316}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1\cdot 10^{-3}}} = \underline{\underline{31,6}}$$

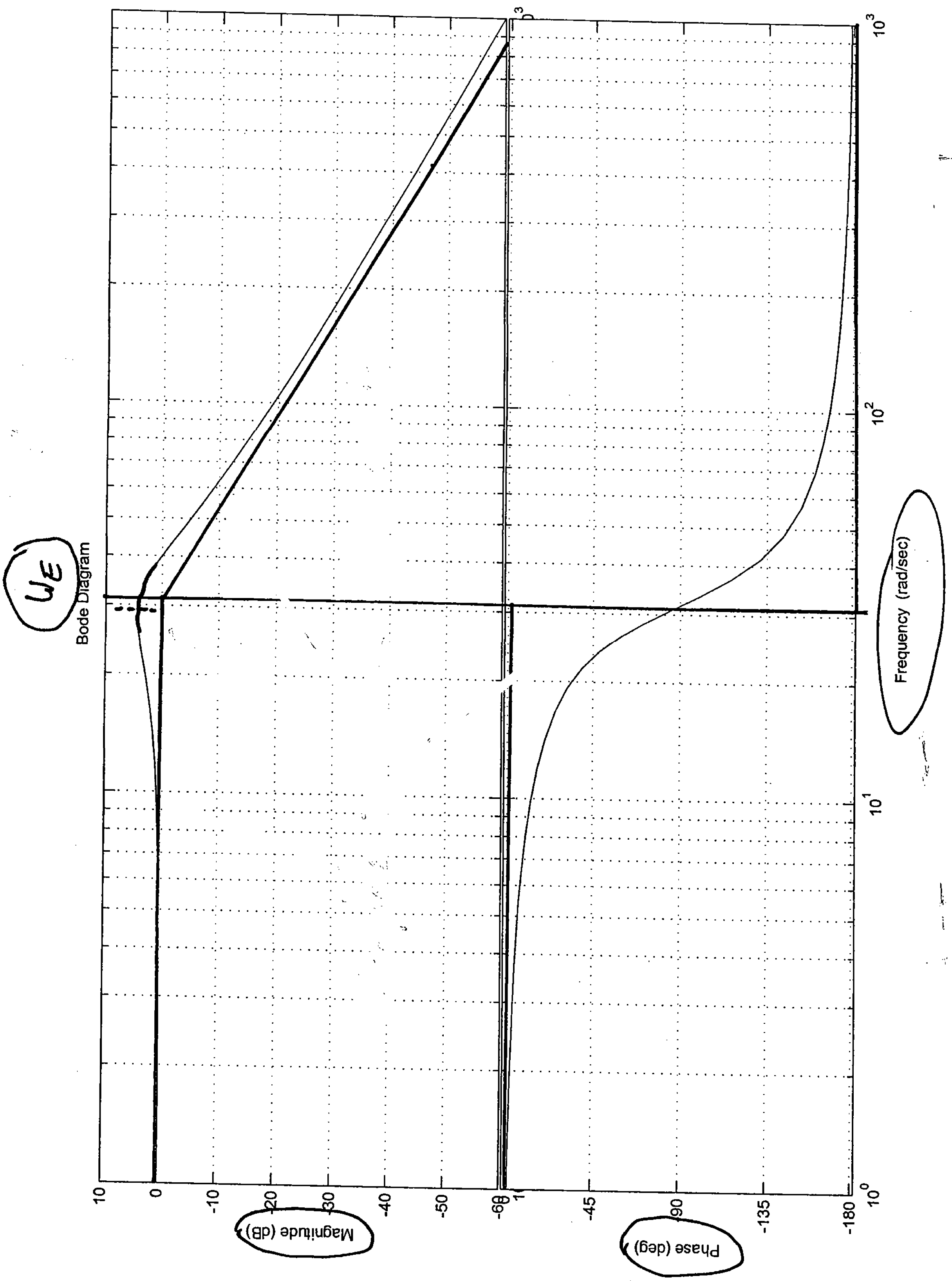
c) → separates Lösungsblatt

d) → " "

Lösung Aufgabe 4 c) 17.02.2006



Aufgabe 4, Lösung d) 17.02.2006 4/4



a) ① $Y = Y_2 + Y_4$

② $Y_1 = G_1 \cdot U_1 = G_1 \cdot (U - Y_3)$

③ $Y_2 = G_2 \cdot U_2 = G_2 \cdot Y_1 = G_2 \cdot G_1 \cdot (U - Y_3)$

④ $Y_3 = G_3 \cdot U_3 = G_3 \cdot Y_1 = G_3 \cdot G_1 \cdot (U - Y_3)$

⑤ $Y_4 = G_4 \cdot U_4 = G_4 \cdot (U - Y_3)$

aus ④: $\left[1 + G_1 G_3\right] \cdot Y_3 = G_1 G_3 \cdot U$

⑥ $\Rightarrow Y_3 = \dfrac{G_1 G_3}{1 + G_1 G_3} \cdot U$

③ ∧ ⑤ in ①: $Y = G_2 \cdot U_2 + G_4 \cdot U_4$

⑦ $= G_1 G_2 (U - Y_3) + G_4 (U - Y_3)$

⑥ in ⑦: $Y = G_1 G_2 \left[U - \dfrac{G_1 G_3}{1 + G_1 G_3} \cdot U\right] + G_4 \left[U - \dfrac{G_1 G_3}{1 + G_1 G_3} \cdot U\right]$

$= \ldots$

$= \dfrac{G_1 G_2 + G_4}{1 + G_1 G_3} \cdot U$

$$G_5 = \frac{Y}{U} = \frac{G_1 G_2 + G_4}{1 + G_1 G_3}$$

b) $$G_S(s) = \frac{k \cdot \frac{1}{s-3}}{1 + k \cdot s(s+4)^2}$$

$$= \frac{k}{(s-3)(ks(s+4)^2+1)}$$

$$= \frac{k}{ks^4 + 5ks^3 - 8ks^2 + (1-48k)s - 3}$$

offen: $$G_o = G_S \cdot G_R = \frac{k\cancel{(s-3)}}{\cancel{(s-3)}(ks(s+4)^2+1)}$$

(Pol/Nullstellenkürzung)

$$= \frac{k}{ks(s+4)^2 + 1}$$

$$= \frac{k}{ks^3 + 8ks^2 + 16ks + 1}$$

geschlossen: $$G_S = \frac{G_S G_R}{1 + G_S G_R} = \frac{Z_S Z_R}{Z_S Z_R + N_S N_R}$$

$Z \mathrel{\hat{=}}$ Zähler

$N \mathrel{\hat{=}}$ Nenner

$$= \frac{(s-3)k}{(s-3)k + (s-3)(ks^3 + 8ks^2 + 16ks + 1)}$$

$$= \frac{k}{ks^3 + 8ks^2 + 16ks + 1 + k}$$

c) Laplace: $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2 + 4s - 5}{s^4 + 11s^3 + 29s^2 + s + k}$

Hurwitz: 1. alle a_i vorhanden + selbes VZ ✓

2. $\det H_3 \overset{!}{>} 0$

$$\det H_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} \overset{!}{>} 0$$

$$= \begin{vmatrix} 11 & 1 & 0 \\ 1 & 29 & k \\ 0 & 11 & 1 \end{vmatrix} \overset{!}{>} 0$$

$$= 11 \cdot 29 \cdot 1 + 1 \cdot k \cdot 0 + 0 \cdot 1 \cdot 11 - [0 \cdot 29 \cdot 0 + 11 \cdot k \cdot 11 + 1 \cdot 1 \cdot 1]$$

$$= 318 - 121 \cdot k$$

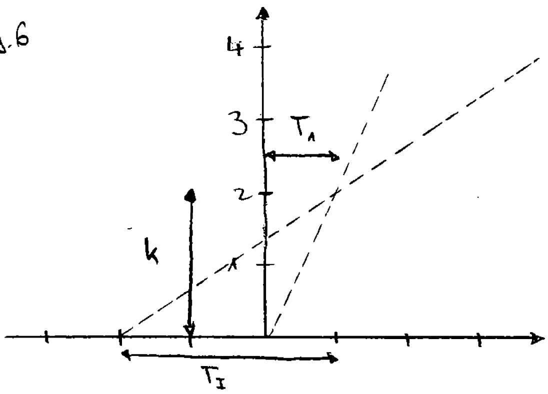
$$\Rightarrow \quad k < \frac{318}{121} \approx 2{,}63$$

$$0 < k < \frac{318}{121}$$ zustandsstabil

und E/A-stabil

Aufg. 6

a)



PIT$_1$ mit $k=2,\ T_1=1,\ T_I=3$

DGL: $\dot{x}_a + x_a = 2\left[x_e + \frac{1}{3}\int x_e\,dt\right]$

Übertragungsfunktion: $G(s) = 2\ \dfrac{1+\frac{1}{3s}}{1+s}\ \dfrac{3s}{3s} = \dfrac{6s+2}{s(3+3s)}$

b) $\ddot{x}_a + \dot{x}_a = 2\dot{x}_e + \frac{2}{3}x_e$

z.B. Regelungskanonische Normalform

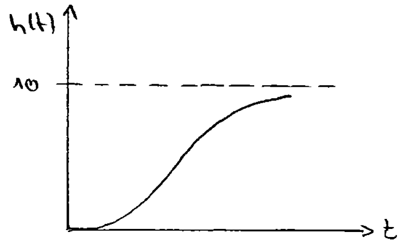
$\underline{\dot{x}} = \underline{A}_R\,\underline{x} + \underline{B}_R\,u$ mit $\underline{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ $\quad \underline{B}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

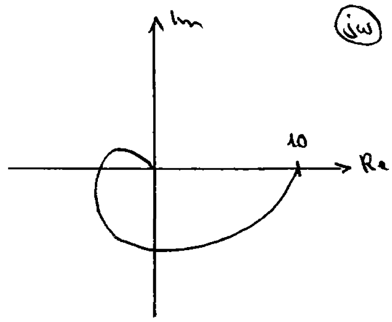
$y = \underline{C}_R\,\underline{x} + d_R\,u$

$\underline{C}_R = [b_0\ \ b_1] = [\frac{2}{3}\ \ 2]$ $\quad d_R = 0$

c) Das System ist nicht BIBO stabil, da auf den begrenzten Sprung als Eingang, ein unbegrenztes Signal als Ausgang erfolgt.

d) PT3, nicht schwingungsfähig





e) Amplitudenrand

$A_R = \left|\dfrac{1}{G_0(j\omega_c)}\right| = \dfrac{1}{3.981} = 2{,}5$

$-8\,dB \mathrel{\hat{=}} 0.3981$

Phasenrand

$\varnothing_R = 180° + \varphi(\omega_s) = 180° - 145° = 35°$

stabil, da gemessen. | NICHT Amplituden- oder Phasenrand nutzen (gibt Auskunft über geschlossenes System). oder über Pole $Re\{s_i\} < 0$ Stabilität zeigen. |

Aufg. 6

f) Kreisfrequenz $\omega = 3 \frac{rad}{sec}$ Frequenz $f = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{s}$

Amplitude: $$\left|G(j\omega)\right| = \left|\frac{10}{10(j\omega)^3 + 21(j\omega)^2 + 12(j\omega) + 1}\right| = \left|\frac{10}{1 - 21\omega^2 + j(12\omega - 10\omega^3)}\right|$$

$$\left|G(j3)\right| = \left|\frac{10}{188 + j(-234)}\right| = \frac{10}{\sqrt{188^2 + 234^2}} = \frac{10}{300} = 0{,}033$$

$\approx -29\,dB$

Phase $$\arg G(j\omega) = \arctan\frac{Im1}{Re1} - \arctan\frac{Im2}{Re2}$$

$$\arg G(j3) = \arctan\frac{-234}{188} - \arctan 0 = -0{,}894 \cdot \frac{180}{pi} = -51{,}22$$

-180 (siehe Bode-diagramm)

$= -231°$

$\Rightarrow y = \frac{2}{30} \sin(3t - 4{,}0317)$ $\hat{=}$ **$-4{,}0317$ rad**

g) Phasenrand $\varnothing \approx -25° \hat{=} -0{,}4363$, Bestimme ω_s: $\left|\frac{10}{(1-21\omega_s^2)^2 + (12\omega_s - 10\omega_s^3)}\right| = 1$

$\varphi_t = -\omega_s T_t$

$\Leftrightarrow 100 = (1-21\omega_s^2)^2 + (12\omega_s - 10\omega_s^3)$

$$\Leftrightarrow T_t = -\frac{\varphi_t}{\omega_s} = -\frac{-0{,}4363}{0{,}68} \frac{rad}{\frac{rad}{s}} = 0{,}6416\,s$$

Iteration: $\omega_s = 0.7$: $100 = 111$
$\omega_s = 0.65$: $100 = 87.5$
$\omega_s = 0.68$: $100 = 101$

$\Rightarrow$ Eine Totzeit von bis zu $0{,}6416\,s$ ist zulässig, ohne die Stabilität des Gesamtsystems zu gefährden

$\Rightarrow \omega_s \approx 0.68$

oder aus Abbildung

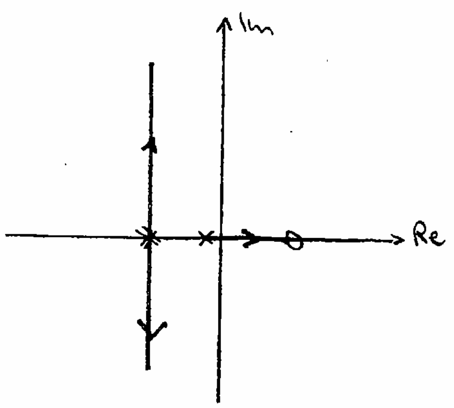
h) $$G_o = \frac{10 k_D \, (s-1)}{(1+10s)(s^2+2s+1)}$$

Pole $s_1 = -\frac{1}{10}$

$s_{2/3} = -1$

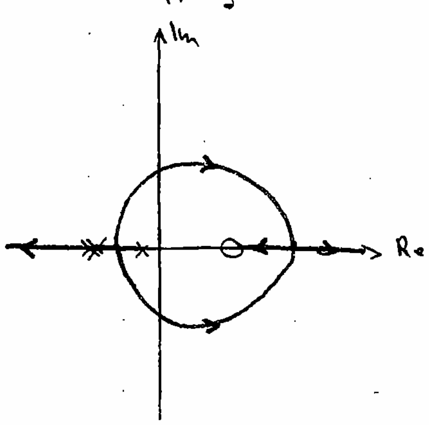
Nst: $s_{01} = 1$

1. Gegenkopplung



$\Rightarrow$ nicht stabil für große k_D

2. Mitkopplung



$\Rightarrow$ nicht stabil für große k_D