Regelungstechnik I (PO95), Regelungstechnik (PO02 Schiffstechnik)
180 Minuten

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	

Aufgabe 1

(je 2 Punkte)

a) Beschreiben Sie den Unterschied zwischen der Behandlung eines Signales im Zeit- und im Frequenzbereich!

b) Was beinhaltet die Voraussetzung Linearität bei der Betrachtung dynamischer Systeme?

c) Geben Sie die mathematische Darstellung dreier typischer Signale der Systemdynamik sowie ihrer jeweiligen Laplace-transformierten Beschreibung an.

d) Was ist eine Übertragungsfunktion und in welcher Weise wird sie zur graphischen Beschreibung des Übertragungsverhaltens genutzt?

e) Ein Regelungssystem lässt sich mit zwei reinen P-Übertragungssystemen (Verstärkungsfaktoren $\mathrm{K_R}, \mathrm{K_S}$) bei negativer Rückkopplung beschreiben. Beschreiben Sie den Unterschied der resultierenden Führungs- und Störübertragungsfunktionen hinsichtlich des stationären Verhaltens.

Aufgabe 2

(je 2 Punkte)

a) Die systemdynamische Darstellung von Systemen kennt für SISO-Systeme drei verschiedene Arten von Übertragungsverhalten (proportional, differenzierend, integrierend). In welcher Weise unterscheiden Sie die drei Übertragungsverhalten im Frequenzbereich? Geben Sie jeweils die typischen Charakteristika im Bode-Diagramm an.

b) Was ist die Stabilität eines Übertragungssytems? Nennen Sie zwei Methoden zur analytischen Bestimmung bei gegebener mathematischer Beschreibung in Form einer Übertragungsfunktion bzw. einer Ein-/Ausgangsbeziehung durch Differenzialgleichung.

c) Ein Übertragungssystem weise ein PIT_2T_t-Übertragungsverhaltens auf. Geben Sie die das Übertragungsverhalten beschreibende Differenzialgleichung analytisch sowie die Übertragungsfunktion grafisch in Form einer Ortskurve an.

d) Der Spindelantrieb eines neuartigen Linearantriebes wird näherungsweise durch ein PDT_1-Übertragungsverhalten (Parameter K, T_D, T_1) beschrieben, für eine Regelung stehen ein P-Regler (Parameter K_R) und ein PI-Regler (Parameter K_R, T_I) zur Verfügung. Skizzieren Sie das prinzipielle Verhalten beider Regelkreise mit einer Wurzelortskurve und beschreiben Sie den Unterschied hinsichtlich des Stabilitätsverhaltens.

e) In Abbildung 2.1 ist das Bodediagramm eines dynamischen Systems dargestellt. Ermitteln Sie aus dem Verlauf des Phasen- und Amplitudenfrequenzganges die Übertragungsfunktion des Systems. Nehmen Sie die Lagen für Pol- und Nullstellen bei $\omega_1 = 10$, $\omega_2 = 100$ und $\omega_3 = 1000$ an.

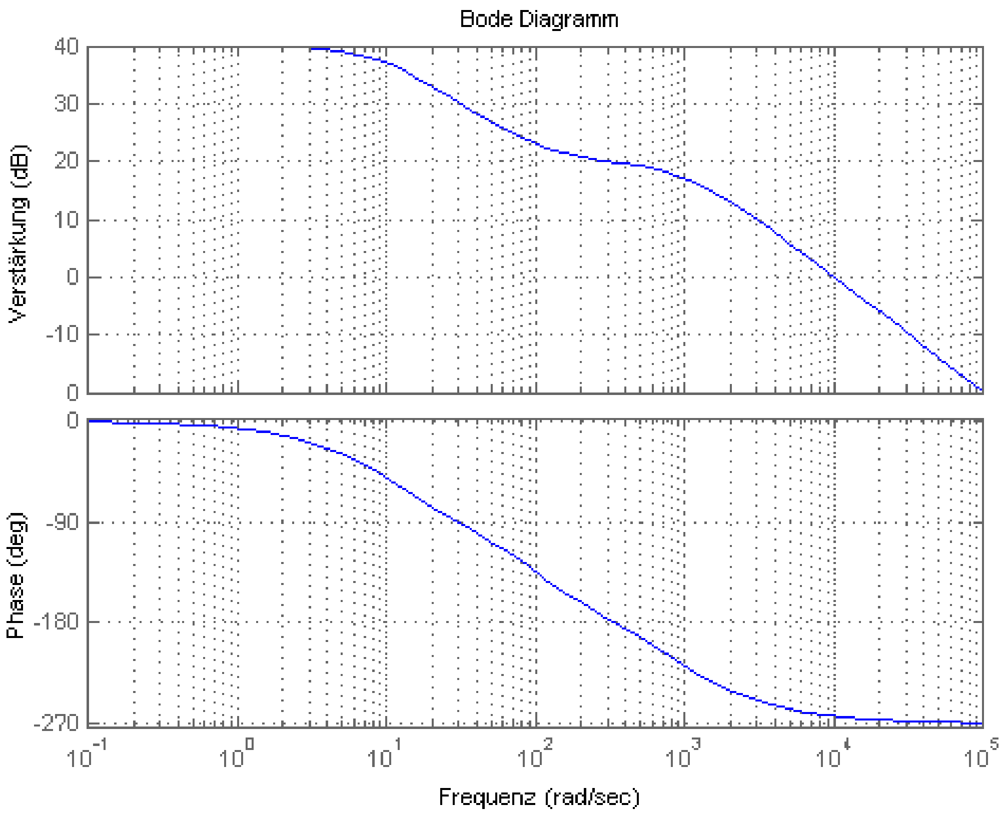

Abbildung 2.1: Bodediagramm des dynamischen Systems

Aufgabe 3

(je 2 Punkte)

a) Geben Sie die Zustandsraumbeschreibung für das System

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = f(t) \tag{3.1}$$

an, wobei $\dot{x}$ gemessen wird. Was ist bzgl. Stabilität von den Parametern m, d, k zu fordern?

b) Ein Übertragungselement mit rein differenzierendem Übertragungsverhalten wird mit einem Übertragungselement mit rein proportionalem Übertragungsverhalten mit positiver Rückkopplung geregelt. Welchen Charakter haben die Führungs- und Störungsübertragungsfunktionen? Unter welchen Bedingungen ist das Systemverhalten stabil?

c) Geben Sie für das System das durch

$$G(s) = \frac{(s+1)(s-2)}{(s+1)(s-k_2)(s^2+k_1 s+s+k_1)} \tag{3.2}$$

beschrieben wird, die charakteristische Gleichung an. Für welche Parameter k1, k2 ist das System stabil?

d) Nennen Sie vier Voraussetzungen für das spezielle Nyquistkriterium!

e) Gegeben sei die Strecke mit der Beschreibung

$$G(s) = \frac{1}{(0.4s+1)(0.2s+1)}, \tag{3.3}$$

die durch einen einfachen P-Regler (Parameter K_R) mit negativer Rückführung geregelt werden soll. Zeichnen Sie qualitativ die Wurzelortskurve und kennzeichnen Sie die kritische Verstärkung K_{krit}.

Aufgabe 4

(15 Punkte)

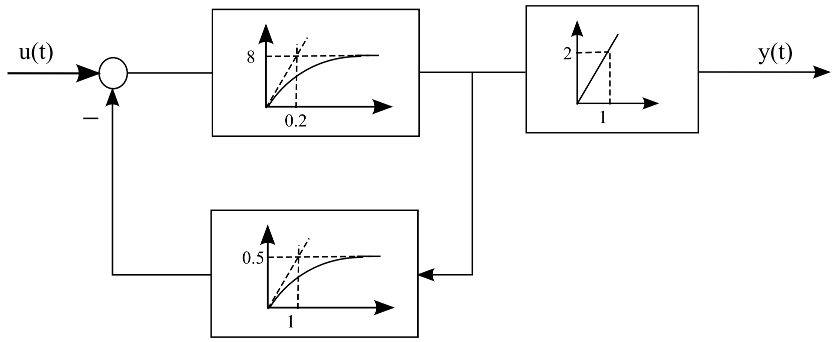

Abbildung 4.1: Blockschaltbild eines Systems

Gegeben ist das Blockschaltbild eines Systems von Übertragungselementen gemäß Abbildung 4.1.

a) Stellen Sie die Übertragungsfunktion des Systems mit den gegebenen Konstanten auf. Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen des Systems. Ist das System asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Stellen Sie die Differenzialgleichung des Systems ausgehend von der Übertragungsfunktion auf und klassifizieren Sie das System. Geben Sie die Zustandsraumdarstellung des durch die Differenzialgleichung beschriebenen Systems an.

c) Gegeben ist folgende Zustandsraumbeschreibung:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}}(t) &= \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} u(t), \qquad \boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{bmatrix}, \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}(t). \end{aligned}$$

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren des Systems.

d) Transformieren Sie das gegebene Zustandsraummodell nach Aufgabe c) in eine diagonal kanonische Form.

e) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des transformierten Zustandsraummodelles nach Aufgabe c) auf. Setzen Sie die Matrizen ein. Kennzeichnen Sie die Eigenbewegung (freie Bewegung) und die erzwungene Bewegung.

Aufgabe 5

(15 Punkte)

Die Regelstrecke $G_\mathrm{S}(s)$ wird durch die Übertragungsfunktion

$$G_\mathrm{S}(s) = \frac{s-2}{(s+3)(s^2+2s+1)}$$

beschrieben.

a) Stellen Sie den Amplituden- und Phasengang qualitativ im Bode-Diagramm dar.

b) Ist das System E/A-stabil (BIBO-stabil)? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Ein Übertragungselement mit P-Verhalten und Verstärkung K_1 wird zur Regelung verwendet. Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises mit negativer Rückkopplung. Geben Sie schematisch den von ihnen angegebenen Regelkreis an. Für welche Verstärkung K_1 ist der Regelkreis stabil? Verwenden Sie hierfür das Hurwitz-Kriterium.

d) Bestimmen Sie die bleibende Regelabweichung des Regelkreises, wenn $K_1 = 1$ und für die Führungsgröße eine Sprungfunktion $w(t) = 1(t)$ angenommen wird.

e) Ein Übertragungselement mit PI-Verhalten $G_{c2}(s) = K_2 + \frac{K_3}{s}$ wird für eine neue Regelung verwendet. Bestimmen Sie die bleibende Regelabweichung, wenn eine Sprungfunktion als Führungsgröße genommen wird. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem in d). Warum ergibt sich dieses Verhalten bei Verwendung eines PI-Reglers? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 6

(40 Punkte)

Zu untersuchen ist ein neuartiges Regelungskonzept für eine antriebstechnische Fragestellung auf Hybridbasis. Für die Strecke des zu regelnden Systems soll ein mathematisches Modell ermittelt werden.

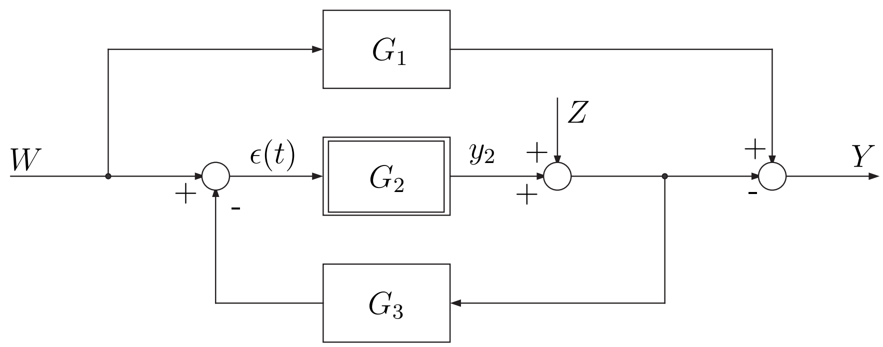

Abbildung 6.1: Blockschaltbild des Gesamtsystems

a) Stellen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_{\mathrm{W}}(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$ und die Störübertragungsfunktion $G_{\mathrm{Z}}(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)}$ für das in Abbildung 6.1 dargestellte Blockschaltbild auf. Benutzen Sie hierzu die angegebenen Signalbezeichnungen.

b) Die einzelnen Übertragungselemente seien im Folgenden beschrieben durch

$$\begin{aligned} G_1 &= K\,, \\ G_2 &: \quad y_2 = \log(\epsilon(t)+1) - 2\epsilon(t) \text{ und} \\ G_3 &= \frac{1}{s+T_3}\,. \end{aligned}$$

Linearisieren[1] Sie das Übertragungsverhalten von G_2 um den Arbeitspunkt $\epsilon_0 = 0$ und geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion $G(s) = f(G_{\mathrm{W}}(s), G_{\mathrm{Z}}(s))$ an.

c) Nehmen Sie für die weiteren Untersuchungen folgende Systembeschreibung an:

$$G(s) = \frac{(K-1)(s+T)}{s+T+1}W(s) - \frac{s+T}{s+T+1}Z(s)\,.$$

[1] Hinweis: TAYLOR-Entwicklung: $f(x) = f(x_0) + \frac{\partial f}{\partial x}|_{x_0}(x-x_0)$

Welchen statischen Endwert erreicht der Ausgang des Systems bei folgenden Eingängen:

i) w(t) = 1(t) und z(t) = 0,
ii) z(t) = 1(t) und w(t) = 0 und
iii) w(t) = z(t) = 1(t)?

d) Für welche Werte von K ist das System sprungfähig ($Z(s) = 0, W(s) = \frac{1}{s}$; Begründung erforderlich!)?

Im Folgenden ist das gemessene BODE-Diagramm eines ähnlichen Systems gegeben.

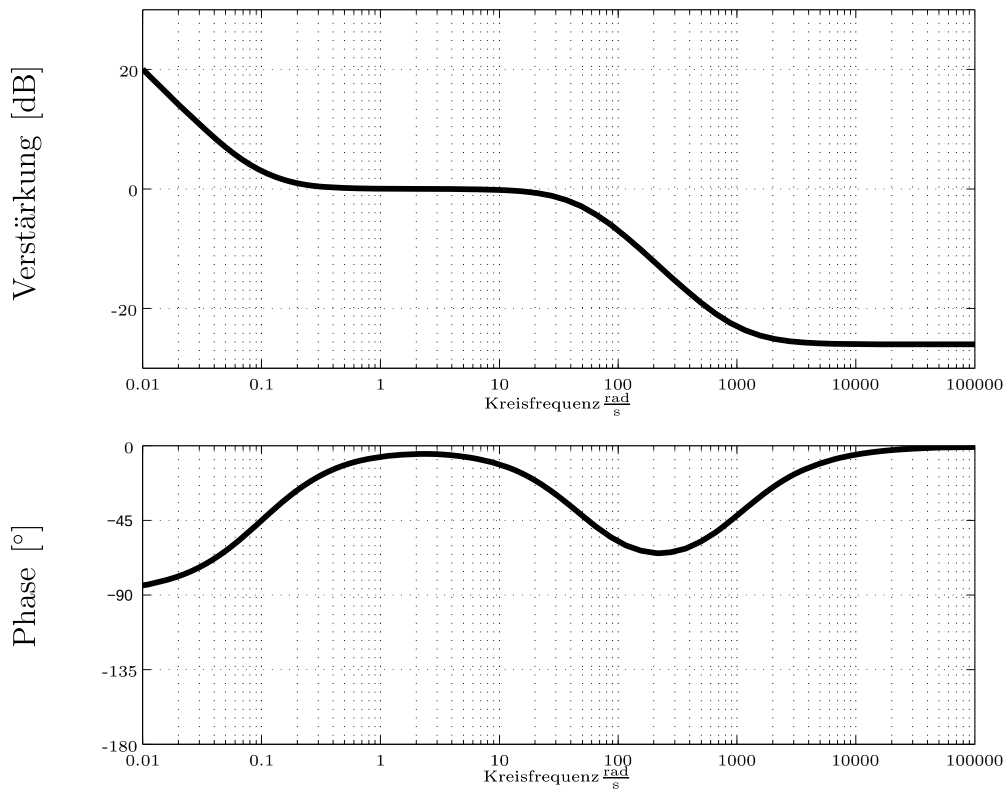

Abbildung 6.2: BODE-Diagramm eines Systems

e) Beschreiben Sie mathematisch das in Abbildung 6.2 dargestellte System über die Eckfrequenzen ω_i (qualitativ, $K = 1$) und charakterisieren Sie den Übertragungscharakter des Systems mittels der entsprechenden Übertragungsfunktion. Charakterisieren Sie den Typ des Übertragungselementes.

f) Das unter e) bezeichnete System wird durch einen PT$_1$-Regler mit $K_1 = 1$ und $T_5 = 10^{-3}s$ geregelt. Kennzeichnen Sie durch das Einzeichnen der Asymptoten für das Gesamtsystemverhalten, wie sich qualitativ das Übertragungsverhalten des offenen Regelkreises darstellt.

g) Sind die Systeme aus Aufgabenstellung e) (Strecke) und f) (offener Regelkreis) Phasenminimumsysteme (Begründung erforderlich!)?

h) Tragen Sie die Amplitudenreserve A_{R} und den Phasenrand Φ_{R} in die Abbildung 6.2 ein und geben Sie sie zahlenmäßig an.

i) Sind das geregelte System sowie der offene Regelkreis asymptotisch stabil (Begründung erforderlich!)?

j) Folgendes dargestellte System ist nun zu betrachten:

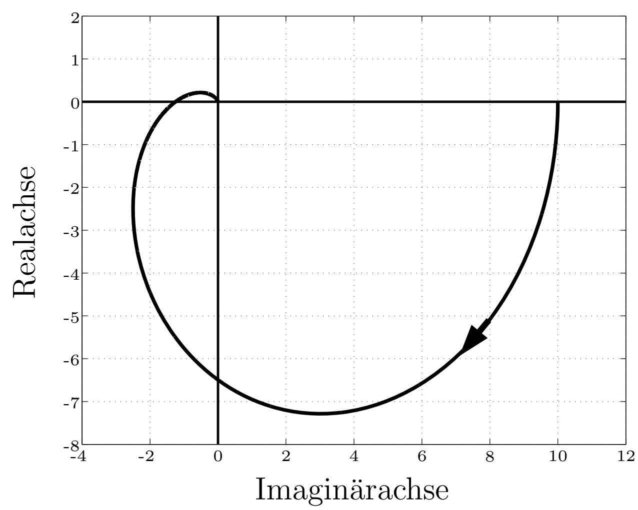

Abbildung 6.3: Ortskurve eines Systems

Welche Art von Systemcharakteristik ist in der Ortskurve nach Abbildung 6.3 dargestellt?

k) Geben Sie die allgemeine Differenzialgleichung (ohne konkrete Zahlenwerte) und die Übertragungsfunktion mit u als Eingang und y als Ausgang für dieses System an und kennzeichnen Sie die Verstärkung mit K sowie evtl. auftretende Zeitkonstanten der Einzelpole mit T_{i} (mit i = 1...n).

l) Geben Sie die Zustandsraumdarstellung für dieses System an und kennzeichnen Sie die Matrizen und Vektoren mit den entsprechenden Bezeichnungen und allgemeinen Dimensionen.

m) Setzen Sie alle Zeitkonstanten T_i aus Aufgabenteil k) nun zu $1s$ und bestimmen Sie die Zustandsraumdarstellung des Gesamtsystems für eine negative Rückkopplung mit folgendem Teilsystem (Parameter T_R):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\frac{1}{T_\mathrm{R}}x + u \, , \\ y &= -\frac{1}{KT_\mathrm{R}}x \, . \end{aligned}$$

Für welche Werte von $T_\mathrm{R} > 0$ ist das Gesamtsystem asymptotisch stabil (Berechnung und Begründung erforderlich!)?

Maximal erreichbare Punktzahl:	**100**
Mindestpunktzahl für die Note 1,0:	**95**
Mindestpunktzahl für die Note 4,0:	**50**