NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antworten für die Aufgaben 1 bis 3 direkt unter die Fragen in den Fragebogen.

Aufgabe 1

(je 2 Punkte)

a) Definieren Sie die Begriffe Regelstrecke und Regler. Beschreiben Sie kurz die systemtheoretischen Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

b) Berechnen Sie die Laplacetransformierte $U(s)$ der Funktion

$$u(t) = 1(t-1) + 2(t-2) - 3(t-3).$$

c) Geben Sie für das durch $\ddot{y} + 2\dot{y} + y = u$ gegebene System sowohl die Zustandsraumdarstellung als auch die Übertragungsfunktion an. Berechnen Sie die Eigenwerte und die Pole.

☐

d) Geben Sie das Ein-/Ausgangsverhalten eines $PIDT_1T_t$-Systems in Form einer Differenzialgleichung an. Skizzieren Sie qualitativ die Übergangsfunktion $h(t)$ mit Angabe der allgemeinen Kenngrößen K, T_1, T_D, T_t etc.

☐

e) Geben Sie die Ein-/Ausgangsbeschreibung für ein in Zustandsraumdarstellung beschriebenes System mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -T_2 & -T_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathrm{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

an.

☐

Aufgabe 2

(je 2 Punkte)

a) Ein Übertragungssystem weise ein PDT_1-Übertragungsverhalten mit den Koeffizienten $K = 2$, $T_1 = 3$ und $T_D = 4$ auf. Bestimmen Sie den Anfangswert sowie den stationären Endwert der Übergangsfunktion.

□

b) Wie berechnet sich die Dämpfung eines Eigenwertes aus dem Eigenwert? (Hinweis: Tragen Sie entsprechende Bezeichnungen in Abbildung 2.1 ein.)

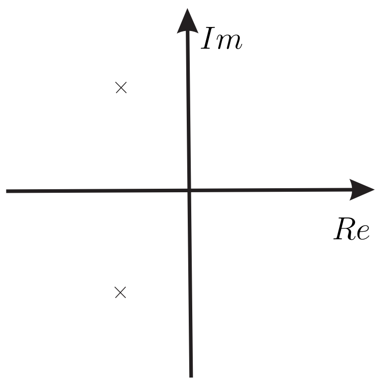


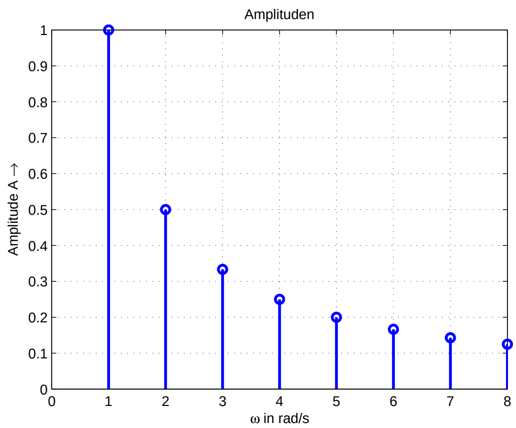
Abbildung 2.1: Ein konjugiert komplexes Eigenwertpaar

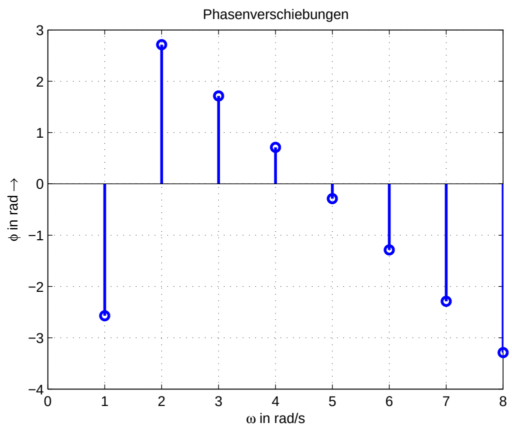
Illustrieren Sie die Unterscheidung zwischen zwei verschiedenen Dämpfungswerten mit Darstellungen im Zeitbereich.

□

c) Illustrieren Sie anhand eines PT_2-Systems die in b) beschriebene Unterscheidung durch Darstellungen des Übertragungsverhaltens im Frequenzbereich.

d) Lesen Sie aus der angegebenen Darstellung der Fouriertransformierten einer Funktion die Amplituden- und Phasenwerte ab und tragen Sie sie entsprechend in die transformierte Darstellung ein.





$$y = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}\,[\;\underline{\hspace{1cm}}\; sin(\underline{\hspace{1cm}}\; t + \underline{\hspace{1cm}}\;) + \underline{\hspace{1cm}}\; sin(\underline{\hspace{1cm}}\; t + \underline{\hspace{1cm}}\;)$$

$$+\underline{\hspace{1cm}}\; sin(\underline{\hspace{1cm}}\; t + \underline{\hspace{1cm}}\;) + \underline{\hspace{1cm}}\; sin(\underline{\hspace{1cm}}\; t + \underline{\hspace{1cm}}\;)$$

$$+\;\underline{\hspace{1cm}}\; sin(\underline{\hspace{1cm}}\; t + \underline{\hspace{1cm}}\;) + \underline{\hspace{1cm}}\; sin(\underline{\hspace{1cm}}\; t + \underline{\hspace{1cm}}\;)$$

$$+\;\underline{\hspace{1cm}}\; sin(\underline{\hspace{1cm}}\; t + \underline{\hspace{1cm}}\;) + \underline{\hspace{1cm}}\; sin(\underline{\hspace{1cm}}\; t + \underline{\hspace{1cm}}\;)]$$

e) Ein Übertragungssystem mit PIT_1-Verhalten werde mit einem Übertragungssystem mit PD-Verhalten als Regler in Mitkopplung geschaltet.
Bestimmen Sie die Störgrößen- und die Führungsgrößenübertragungsfunktion (Die Störgröße wirkt hierbei zwischen Regler und Strecke).

☐

Aufgabe 3

(je 2 Punkte)
Die Strecke eines Regelkreises kann näherungsweise durch eine Übertragungsfunktion

$$G_s(s) = \frac{K_s}{(1 + T_1 s + T_2 s^2)(1 + T_3 s)}$$

beschrieben werden. Für die Regelung ist ein PI-Regler

$$G_r(s) = \frac{K_r}{s}(1 + T_I s)$$

(mit negativer Rückführung) vorgesehen.

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $G_o(s)$ des offenen Regelkreises?

b) Welche Pol- und Nullstellen weist $G_o(s)$ auf?

c) Für die Strecke $G_s(s)$ und den Regler $G_r(s)$ seien nun die Parameter $K_s = 10$, $K_r = K$, $T_I = 0$, $T_2 = 1$ und $T_3 = 1$ gegeben. Stellen Sie für diese Parameter die Matrix zur Bestimmung der Stabilität nach Hurwitz auf.

d) Begründen Sie, ob der unter c) angegebene Regelkreis stationär genau ist.

☐

e) Begründen Sie anhand der Darstellung einer Wurzelortskurve welchen Einfluss der Parameter T_1 auf die Stabilisierbarkeit des Regelungssystems hat.

Unterscheiden Sie dabei die Fälle
Fall 1: $T_1 \leq 0$ und
Fall 2: $T_1 > 0$.

☐

Aufgabe 4

(15 Punkte)

Gegeben ist die Differenzialgleichung der Regelstrecke

$$\begin{aligned} q(t) &= 10\frac{\mathrm{d}^2 p(t)}{\mathrm{d}\,t^2} + 7\frac{\mathrm{d}\,p(t)}{\mathrm{d}\,t} + p(t), \\ u(t) &= \frac{\mathrm{d}\,q(t)}{\mathrm{d}\,t}. \end{aligned}$$

a) (1 Punkt)

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $\frac{P(s)}{U(s)}$ des Systems.

b) (3 Punkte)

Die Strecke wird durch einen P-Regler mit negativer Rückführung geregelt. Die Reglerverstärkung ist K_p. Berechnen Sie die Phase und die Amplitude der Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises für $\omega \to 0$ und $\omega \to +\infty$. Zeichnen Sie qualitativ die Ortskurve des offenen Regelkreises für $K_p = 1$.

c) (4 Punkte)

Für welche Reglerverstärkung K_p ($K_p > 0$) ist der geschlossene Kreis stabil? Verwenden Sie das spezielle Nyquistkriterium, um die Frage zu beantworten.

d) (2 Punkte)

Für den Phasenrand ϕ_R des geschlossenen Kreises mit einer Reglerverstärkung $K_p = 0.147$ gilt $\phi_R = 135°$. Berechnen Sie die Schnittfrequenz ω_s. (Hinweise: $\tan(45°) = 1$, $\tan(135°) = -1$)

Das System wird durch einen Aktor ergänzt. Das Blockschaltbild des neuen Systems ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

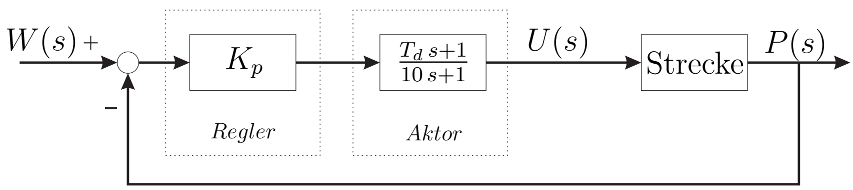


Abbildung 4.1: Der neue Regelkreis

e) (2 Punkte)

Berechnen Sie die Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises aus Abbildung 4.1 für $K_p = 0.1$ und $T_d = 0.5$.

f) (3 Punkte)

Zeichnen Sie qualitativ das Bodediagramm des offenen Regelkreises ($K_p = 0.1$, $T_d = 0.5$) aus e) in Abbildung 4.2 ein. Beschriften Sie die relevanten Frequenzen und die Steigungen der Kurve.

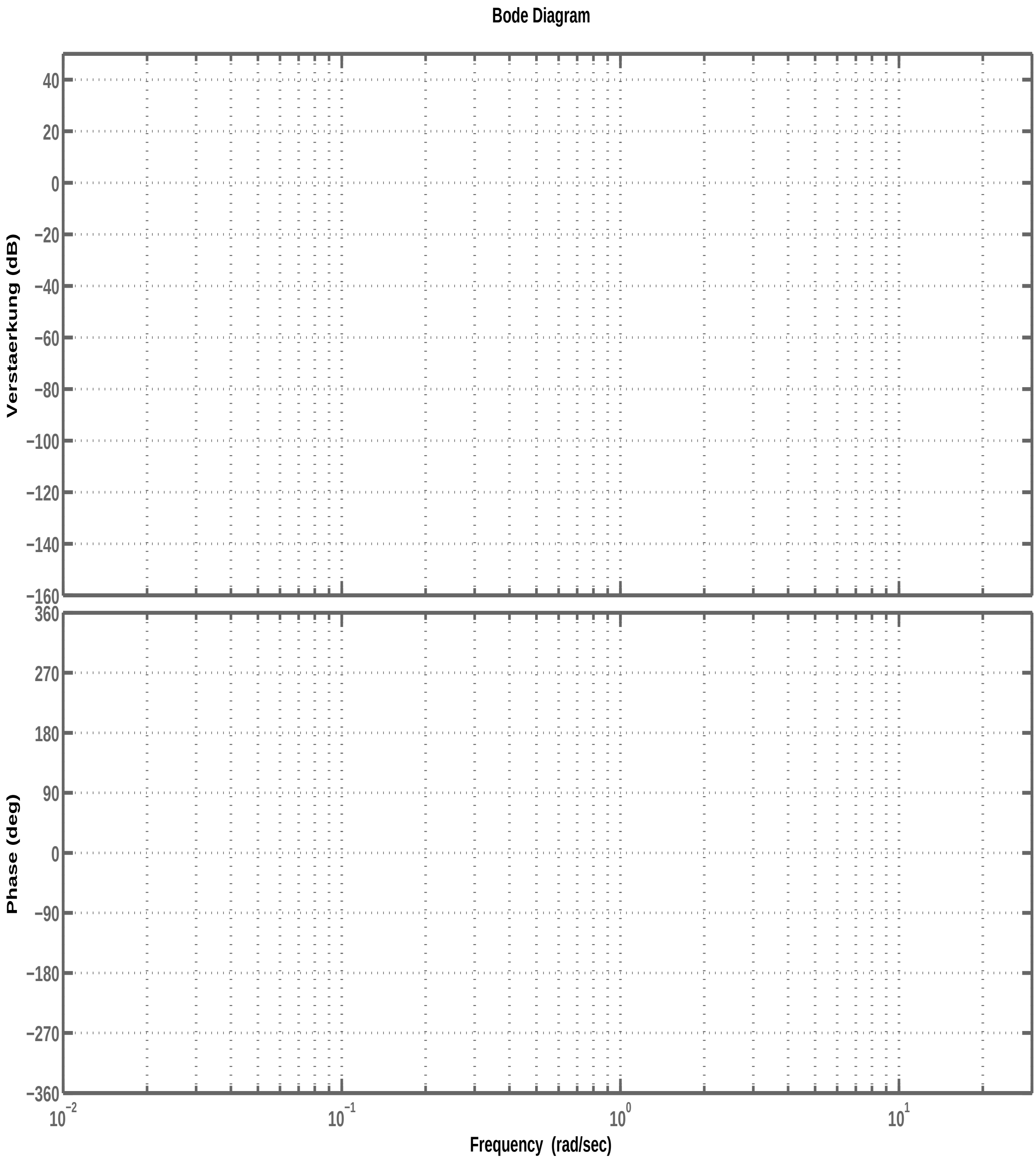


Abbildung 4.2: Bode Diagramm

Aufgabe 5

(15 Punkte)

Das Übertragungsverhalten $G_{U\to X_2}(s)$ eines Systems wird mit den einzelnen Übertragungselementen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$ entsprechend der Abbildung 5.1 abgebildet.

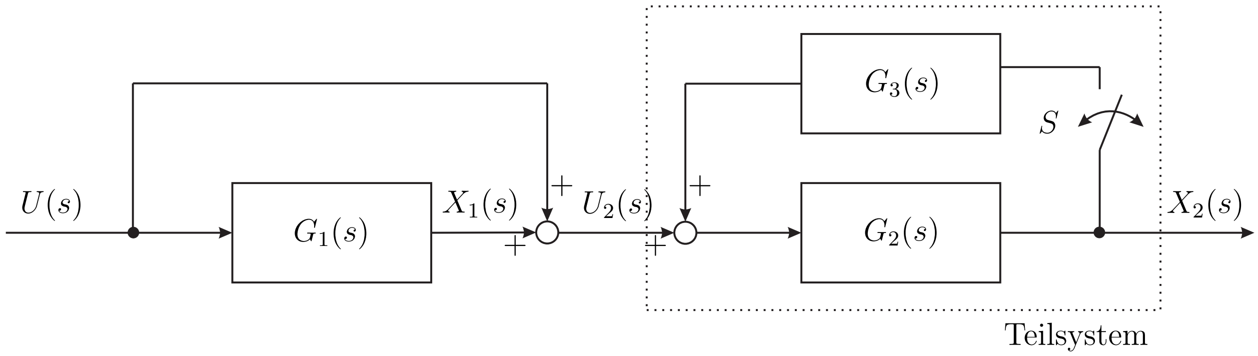


Abbildung 5.1: Blockschaltbild

Die einzelnen Übertragungselemente werden beschrieben durch

$$G_1(s) = \frac{1}{s+a}, \quad G_2(s) = \frac{1}{s(s+b)} \quad \text{sowie} \quad G_3(s) = K_P \frac{1+\frac{1}{T_3}s}{1+\frac{1}{T_4}s}.$$

a) (2 Punkte)
Geben Sie die jeweiligen Differenzialgleichungen von $G_1(s)$ und $G_2(s)$ an.

b) (4 Punkte)
Stellen Sie das Zustandsraummodell für das Übertragungsverhalten $G_{U\to X_2}(s)$ (S geöffnet) mit $x = [x_1 \;\; x_2 \;\; \dot{x}_2]^T$ auf und bestimmen Sie die Eigenwerte und Pole.

c) (1 Punkt)
Geben Sie die Ordnung des Systems $G_{U\to X_2}(s)$ mit geöffnetem Schalter S an.

Im Weiteren wird für das Gesamtsystem die Übertragungsfunktion

$$G_{U\to X_2}(s) = \frac{s+8}{s^3+2s^2-35s}$$

angenommen.

d) (2 Punkte)
Ist das System - beschrieben durch $G_{U\to X_2}(s)$ - asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

e) (6 Punkte)
Der Schalter S wird geschlossen. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Teilsystems $G_{U_2\to X_2}(s)$ und den Wertebereich von T_4 für asymptotische Stabilität des Teilsystems $G_{U_2\to X_2}(s)$ ($K_P = -\frac{1}{6}$, $T_3 = \frac{1}{60}$ und $b = -5$).

Aufgabe 6

(40 Punkte)

Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Strecke

$$G_S(s) = 15 \cdot \frac{2+2s+s^2}{(1-s)(4-s)(5-4s+s^2)}.$$

Neben der Strecke sind zwei Regler durch die Übertragungsfunktionen

$$G_{R1}(s) = K_{R1}$$

und

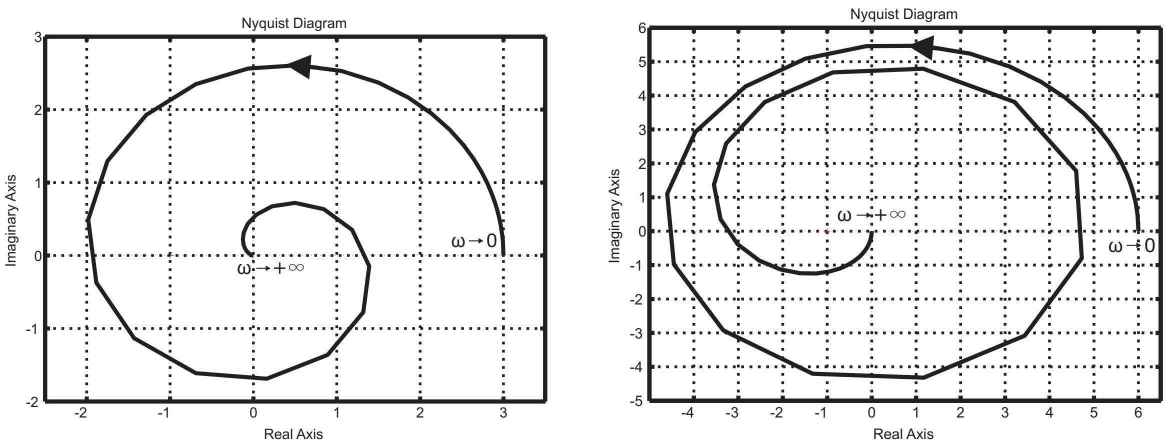
$$G_{R2}(s) = K_{R2} \cdot (1 + \frac{1}{2}s)$$

gegeben, die jeweils mit der Strecke zu einem Regelkreis mit negativer Rückführung zusammengeschlossen werden können.

a) (2 Punkte)
Bestimmen Sie die Stabilität der Strecke und stellen Sie die Übertragungsfunktionen der beiden offenen Regelkreise auf.

b) (2 Punkte)
Kann das spezielle/vereinfachte Nyquistkriterium zur Bestimmung der Stabilität der geschlossenen Regelkreise verwendet werden? (Begründung erforderlich)

In Abbildung 6.1 sind die berechneten Ortskurven der offenen Regelkreise dargestellt. Im Folgenden soll das allgemeine Nyquistkriterium angewendet werden, um die Stabilität der geschlossenen Regelkreise zu bestimmen.



(a) Ortskurve des offenen Regelkreises mit G_{R1} als Regler

(b) Ortskurve des offenen Regelkreises mit G_{R2} als Regler

Abbildung 6.1: Ortskurven der offenen Regelkreise

c) (3 Punkte)
Berechnen Sie die Verstärkung K_S der Strecke und geben Sie die Verstärkungsfaktoren K_{R1} und K_{R2} der Regler unter Zuhilfenahme der Ortskurven an.

d) (3 Punkte)
Verwenden Sie das allgemeine Nyquistkriterium, um eine Aussage über die Stabilität der beiden geschlossenen Regelkreise zu treffen.

Es sind zwei neue stabile Strecken gegeben, die jeweils durch ein P-Übertragungselement mit negativer Rückführung geregelt werden. Die Ein-/Ausgangsverhaltensweisen der Strecken entsprechen einem PDT_3- (mit $T_1 < T_D$) bzw. einem IT_2-Übertragungselement.

e) (3 Punkte)
Zeichnen Sie qualitativ die Ortskurven der beiden offenen Regelkreise.

f) (3 Punkte)
Bewerten Sie die Stabilität der beiden geschlossenen Regelkreise in Abhängigkeit der Verstärkungen mit Hilfe des allgemeinen Nyquistkriteriums.

Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Strecke

$$G_S(s) = \frac{1 + \frac{1}{5}s}{(1 + \frac{1}{2}s)(1 + \frac{1}{3}s)(1 + \frac{2}{5}s + \frac{1}{5}s^2)}.$$

Neben der Strecke sind zwei Regler durch die Übertragungsfunktionen

$$G_{R1}(s) = K_{R1}$$

und

$$G_{R2}(s) = \frac{K_{R2}}{1 + \frac{1}{4}s}$$

gegeben, die jeweils mit der Strecke zu einem Regelkreis mit negativer Rückführung zusammengeschlossen werden. Im Folgenden soll das Wurzelortskurvenverfahren angewandt werden, um die Dynamik beider geschlossener Regelkreise, bestehend aus der Strecke und je einem Regler, zu untersuchen.

g) (2 Punkte)
Klassifizieren Sie die Strecke sowie beide Regler. Ist die Strecke stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

h) (2 Punkte)
Bestimmen Sie die Pole der Strecke und berechnen Sie deren Dämpfungen und Eigenfrequenzen.

i) (2 Punkte)
Berechnen Sie die Anzahl der separaten Äste der Wurzelortskurven und die Anzahl derer, die ins Unendliche gehen.

j) (2 Punkte)
Berechnen Sie die Asymptotenwinkel und Wurzelschwerpunkte.

k) (3 Punkte)
Skizzieren Sie die Wurzelortskurven beider Systeme, zeichnen Sie die Asymptoten ein und markieren Sie die Wurzelschwerpunkte σ_w und die kritischen Verstärkungen K_{krit}.

Im Folgenden wird die Strecke $G_S(s)$ mit einem neuen Regler, gegeben durch die Übertragungsfunktion

$$G_{R3}(s) = K_{R3} \cdot \frac{1 + \frac{1}{3}s}{1 + \frac{1}{5}s}$$

zu einem neuen Regelkreis mit negativer Rückführung zusammengeschlossen.

l) (3 Punkte)
Berechnen Sie die kritische Verstärkung K_{krit} (für $K_{R3} > 0$).

Im Folgenden sollen verschiedene Regler für zwei Strecken parametriert werden. Die Parameter der Regler sollen durch die Einstellregeln nach Ziegler und Nichols bestimmt werden. In Abbildung 6.2 ist eine Tabelle mit den entsprechenden Reglereinstellungen gegeben.

Voraussetzung	Regler	Reglerparameter
Approximation der	P	$k_P = \frac{1}{k_s}\frac{T}{T_t}$
Regelstrecke durch	PI	$k_P = \frac{0{,}9}{k_s}\frac{T}{T_t}$, $T_I = 3{,}33\,T_t$
ein PT_1T_t-Glied	PID	$k_P = \frac{1{,}2}{k_s}\frac{T}{T_t}$, $T_I = 2\,T_t$, $T_D = 0{,}5\,T_t$
Kritische Verstär-	P	$k_P = 0{,}5\,k_{krit}$
kung und Perioden-	PI	$k_P = 0{,}45\,k_{krit}$, $T_I = 0{,}85\,T_{krit}$
dauer sind bekannt	PID	$k_P = 0{,}6\,k_{krit}$, $T_I = 0{,}5\,T_{krit}$, $T_D = 0{,}12\,T_{krit}$

Abbildung 6.2: Reglereinstellung nach Ziegler und Nichols

In Abbildung 6.3 ist die Übergangsfunktion der ersten Strecke gegeben.

m) (2 Punkte)
Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein, um die Einstellregeln nach Ziegler und Nichols auf Basis der Übergangsfunktion anwenden zu können?

n) (3 Punkte)
Bestimmen Sie die Parameter eines P- und PI-Reglers für die erste Strecke und geben Sie die Übertragungsfunktionen der Regler an.

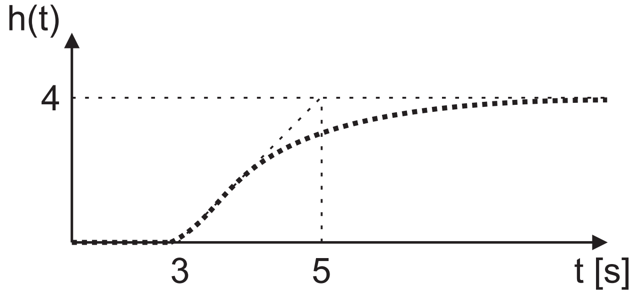


Abbildung 6.3: Übergangsfunktion der ersten Strecke

Wird die zweite Strecke durch ein P-Übertragungselement geregelt, entsteht bei einer Reglerverstärkung $K_R = 3$ die in Abbildung 6.4 dargestellte Dauerschwingung als Ausgangsverhalten.

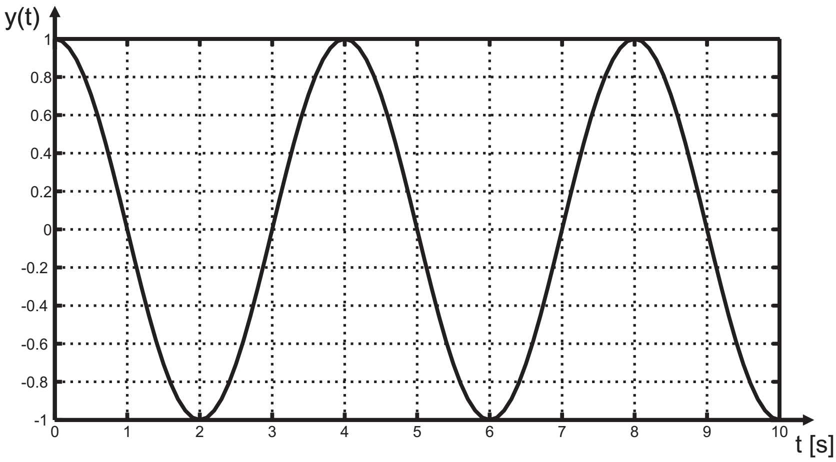


Abbildung 6.4: Ausgangsverhalten der geregelten zweiten Strecke

o) (2 Punkte)
Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein, um die Einstellregeln nach Ziegler und Nichols auf Basis des in Abbildung 6.4 dargestellten Ausgangsverhaltens anwenden zu können?

p) (3 Punkte)
Bestimmen Sie die Parameter eines PID-Reglers für die zweite Strecke und geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an.

Maximal erreichbare Punktzahl:	**100**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**