

Statisch nichtlineares Verhalten der Differentialzylinderschaltung bei angehobenem Tankdruck

R. Lemmen

Forschungsbericht 1/93

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: Die in der Praxis häufigsten Zylinder sind Differentialzylinder. Diese weisen aber im Gegensatz zum Gleichgangzylinder nichtlineares Verhalten auf. Das ist der Grund, bei kritischen Anwendungen trotz der größeren Baulänge Gleichgangzylinder zu bevorzugen. Um eine gute Einspannung der Zylinder zu erreichen, wird in der Praxis häufig der Tankdruck über den Umgebungsdruck angehoben. Das hat Auswirkungen auf das potentialabhängige, nichtlineare Verhalten des Differentialzylinderantriebes, was Gegenstand der Untersuchungen in diesem Bericht ist.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	I
1 Einleitung	1
2 Verhalten der Einzelkomponenten	2
2.1 Das Ventil	2
2.2 Der Zylinder	4
3 Begriffsdefinitionen	5
3.1 Potentialabhängigkeit	5
3.2 Einspannung	6
3.3 Kompensation	7
4 Ventil–Differentialzylinderschaltung	10
4.1 Unbelasteter Zylinder und symmetrisches Ventil	11
4.2 Belasteter Zylinder und symmetrisches Ventil	14
4.3 Belasteter Zylinder und unsymmetrisches Ventil	18
5 Kompensation des Geschwindigkeitsverhaltens	24
5.1 Kompensation ohne variable Größen	26
5.2 Kompensation mit variablem Versorgungsdruck p_0 und Tankdruck p_T . . .	27
5.3 Kompensation mit variablem Versorgungsdruck p_0	28
5.4 Kompensation mit variabler bezogener äußerer Belastung (F/A_k)	30
5.5 Kompensation mit variablem Versorgungsdruck p_0 und äußerer Belastung (F/A_k)	32
5.6 Hinweise zur Kompensation	34
6 Zusammenfassung und Ausblick	36
7 Literaturverzeichnis	37
Anhang	39
A Anhang zum unbelasteten Zylinder mit symmetrischem Ventil	39
B Anhang zum belasteten Zylinder mit symmetrischem Ventil	41
C Anhang zum belasteten Zylinder mit unsymmetrischem Ventil	42
D Anhang zur Kompensation des Geschwindigkeitsverhaltens	42

Formelzeichen und Bezeichnungen

Skalare Größen

A	[mm ²]	Kolbenfläche des Gleichgangzylinders
A_K	[mm ²]	Kolbenfläche des Differentialzylinders
A_R	[mm ²]	Ringfläche des Differentialzylinders
F	[N]	äußere an den Zylinder angreifende Kraft (einschließlich Beschleunigungskräfte).
$(F/A_K)_{grenz}$	[bar (10 ⁵ Pa)]	äußere Grenzbelastung
$(F/A_K)_{max}$	[bar (10 ⁵ Pa)]	maximal zulässige äußere Belastung
i_a	[mA]	Ventilansteuerstrom
K_A	[-]	Anpaßverstärkung
p_A	[bar (10 ⁵ Pa)]	Druck am Arbeitsanschluß A
p_B	[bar (10 ⁵ Pa)]	Druck am Arbeitsanschluß B
p_T	[bar (10 ⁵ Pa)]	Tankdruck
p_0	[bar (10 ⁵ Pa)]	Versorgungsdruck
p_L	[bar (10 ⁵ Pa)]	Lastdruck(differenz)
Δp	[bar (10 ⁵ Pa)]	Druckdifferenz am Widerstand
Q	[l/min]	Volumenstrom
Q_A	[l/min]	Volumenstrom am Anschluß A des Zylinders
Q_B	[l/min]	Volumenstrom am Anschluß B des Zylinders
R_h	[$\frac{\text{bar min}^2}{\text{l}^2}$]	hydraulischer Widerstand
v	[m/s]	Geschwindigkeit des Kolbens am Zylinder
vf_1	[-]	Vorfaktor der Grenzbelastung bei symmetrischem Ventil
vf_2	[-]	Vorfaktor der Grenzbelastung bei unsymmetrischem Ventil
x	[-]	Potentialgröße (Variable)
X_S	[%]	Steuerkantenverhältnis
$X_{\ddot{U}}$	[%]	Ventilüberdeckung
X_V	[%]	Ein- und Ausfahrgeschwindigkeitsverhältnis

y	[-]	Potentialgröße (Variable)
Y	[mm]	Ventilschieberweg
z	[-]	Potentialgröße (Variable)

Griechische Buchstaben

α	[-]	Flächenverhältnis ($\frac{A_R}{A_K}$) am Differentialzylinder
β	[-]	Konstante
γ	[-]	Konstante
π	[-]	Zahl π
φ	[-]	Flächenverhältnis ($\frac{A_K}{A_R}$) am Differentialzylinder

Indizierung

A	[-]	Anschluß der Zylinderkammer A
<i>approx.</i>	[-]	approximierter Wert
<i>aus</i>	[-]	Wert für das Ausfahren des Zylinders
B	[-]	Anschluß der Zylinderkammer B
<i>ein</i>	[-]	Wert für das Einfahren des Zylinders
k	[-]	kompensiert
<i>max</i>	[-]	maximaler bzw. maximal zulässiger Wert
<i>real</i>	[-]	realer Wert
\ddot{u}	[-]	Übermaß

Funktionen

$f(\cdot)$	[-]	Funktion auf \cdot
$g(\cdot)$	[-]	Funktion auf \cdot
$GE(\cdot)$	[-]	Gütefunktion der Einspannung auf \cdot
$\min(\cdot)$	[-]	Minimum von \cdot (untere Schranke einer Zahlenmenge)
$\max(\cdot)$	[-]	Maximum von \cdot (obere Schranke einer Zahlenmenge)

1 Einleitung

Durch die immer stärker werdende Integration von Hydraulik und Elektronik zu mechatronischen Gesamtsystemen ergibt sich eine steigende Leistungsfähigkeit hydraulischer Antriebe. Die in der Praxis häufigste Zylinderbauart ist der Differentialzylinder. Dennoch wird bei kritischen Anwendungen, trotz größerer Baulänge und höheren Kosten, die Gleichgangzylinderschaltung bevorzugt. Der Grund hierfür liegt in dem geometriebedingt nichtlinearen Verhalten der Ventil–Differentialzylinderschaltung. So wird die Einspannung des Zylinderkolbens maßgeblich durch die in den Kammern herrschenden Drücke bestimmt. Die in der Literatur nicht genau definierte Einspannung wird im Bericht durch eine Gütefunktion und deren Bewertungskriterien beschrieben. Um eine bessere Einspannung der Zylinder zu erreichen, kann u.a. der Tankdruck angehoben werden (vgl. Backé 1992b). Dadurch verstärkt sich das nichtlineare Geschwindigkeitsverhalten der Ventil–Differentialzylinderschaltung. Sowohl die Untersuchung der Einspannung als auch des Geschwindigkeitsverhaltens, sowie der Möglichkeiten zur gezielten Einflußnahme auf diese Größen mittels Kompensationsmaßnahmen ist Gegenstand dieses Berichtes. Dabei werden die Abhängigkeiten vom Flächenverhältnis φ , Versorgungsdruck p_0 , Tankdruck p_T und der äußeren (auf die Kolbenfläche reduzierte) Belastung F/A_K berücksichtigt.

Im Anschluß an diese Einleitung wird in Abschnitt 2 das Verhalten der Einzelkomponenten und in Abschnitt 3 die Potentialabhängigkeit des Zylinders, die Gütefunktion der Einspannung und die Gütefunktion der Kompensation definiert. Der folgende 4. Abschnitt befaßt sich mit dem Verhalten der Ventil–Differentialzylinderschaltung für symmetrische und unsymmetrische Ventile, mit und ohne Belastung. In Abschnitt 5 wird die Kompensation des für den Ein- und Ausfahrvorgang des Zylinders unterschiedlichen Geschwindigkeitsverhaltens behandelt (siehe Unterabschnitt 4.1, bzw. Feigel 1989a). Weiter wird eine Fehlerbetrachtung für den Fall durchgeführt, daß nicht alle Kompensationsparameter bekannt sind und es werden Hinweise zur Kompensation für die praktische Anwendung gegeben. Eine Zusammenfassung mit Ausblick, in Abschnitt 6, schließt den Bericht ab.

2 Verhalten der Einzelkomponenten

Das Verhalten der Komponenten Ventil und Zylinder wird eingehend behandelt. Sonstige hydraulische Komponenten wie z.B. Pumpe, Tank und Leitung werden als ideal angesehen und hier nicht untersucht.

2.1 Das Ventil

Die Ventile lassen sich bezüglich ihrer hydraulischen Widerstände beschreiben. Das eröffnet die Möglichkeit, prinzipiell alle Wegeventile und daraus abgeleitete, wie Schalt-, Proportional- und Servoventile, behandeln zu können. Diese Ventile bzw. Ventilkombinationen werden im folgenden durch ein 4/3-Wege-Stetigventil vereinfacht dargestellt (Bild 2.1).

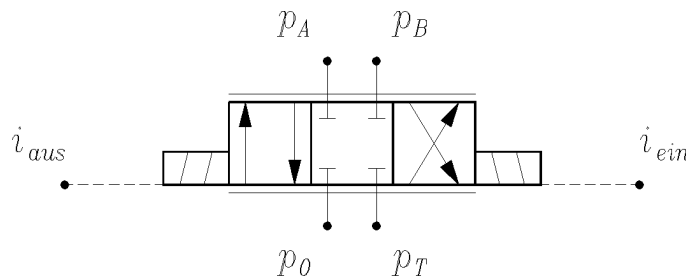


Bild 2.1: Im weiteren behandelte Ventilstruktur

Funktionsbeschreibungen von Ventilen geben u.a. Schulte (1988a,b), Schmitt (1986) und Backé (1992b). Die Strömung in einem Ventil wird hierbei als turbulent angenommen. Damit ergibt sich für den Druckverlust

$$\Delta p = R_h(i_a) Q^2 \quad (2.1)$$

mit R_h dem hydraulischen Widerstand (abhängig vom Ansteuerstrom i_a) und Q dem Volumenstrom, der über diesen Widerstand fließt. Dieser Beziehung folgt nach dem Volumenstrom aufgelöst, das in Bild 2.2 dargestellte Kennfeld eines Stetigventils.

Hält man die Druckdifferenz Δp konstant, so ergibt sich Q als eine nur vom Ansteuerstrom i_a abhängende Funktion $Q = f(i_a)$. Diese Funktion muß nicht, wie bei Servoventilen üblich, linear sein. Bei Proportionalventilen können durch die Formgebung der Kerben am Steuerschieber über- und unterproportionale Kennlinien erreicht werden (Lausch 1990). Die lineare Kennlinie ist in der praktischen Anwendung von wesentlicher Bedeutung. Eine weitere wichtige Nichtlinearität des Ventils ist die Überdeckung $X_{\ddot{u}}$ (Bild 2.3). Darunter versteht man das Maß, um das der Steuerschieber des Ventils an den Steuerkanten größer ist als die Steuerschlitze, bezogen auf den gesamten Stellweg Y_{max} des Schiebers ($X_{\ddot{u}}[\%] = Y_{\ddot{u}}/Y_{max} 100$).

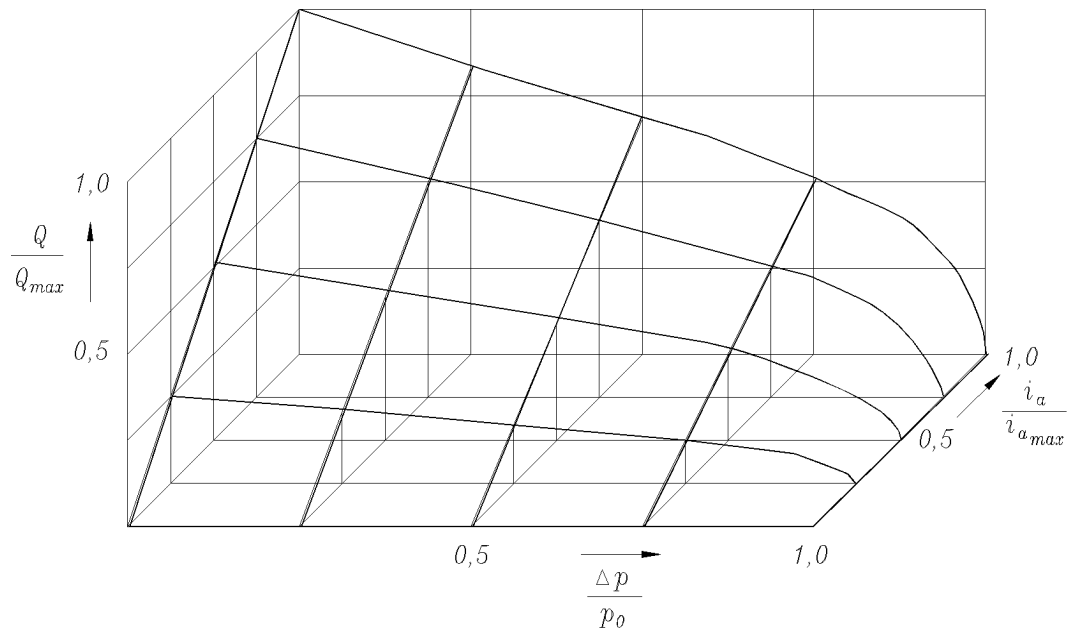


Bild 2.2: Kennlinienfeld eines Stetigventils

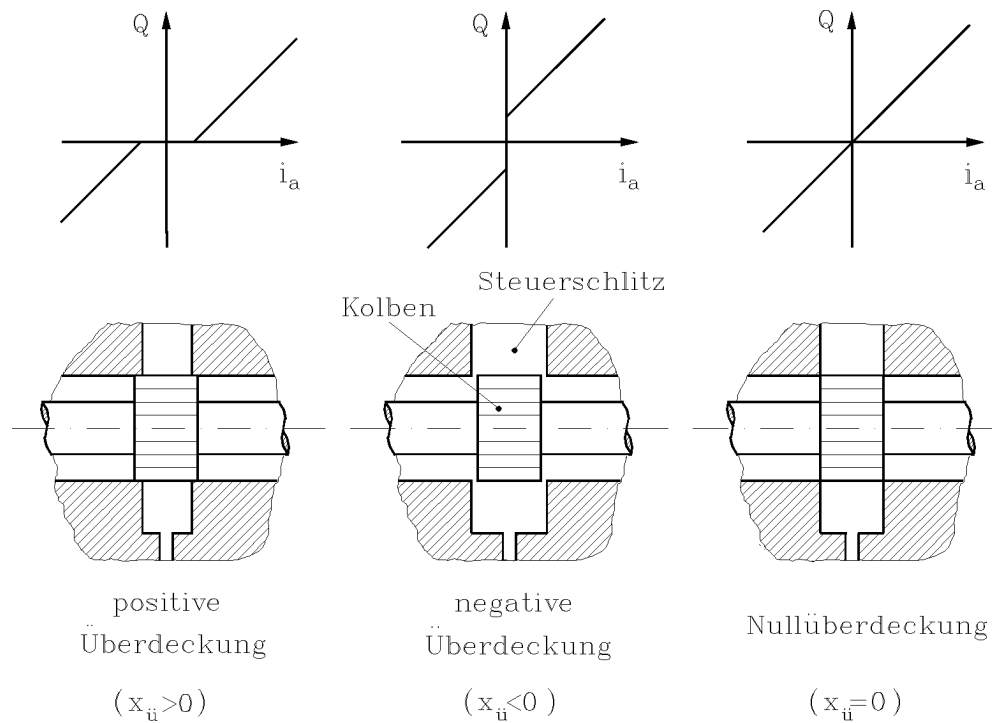


Bild 2.3: Überdeckungen an Ventilen (Ebner 1993)

Die für regelungstechnische Zwecke ideale Nullüberdeckung hat den Nachteil eines hohen Fertigungsaufwandes. Die meisten eingesetzten Ventile besitzen eine positive Überdeckung, woraus ein geringer Leckölstrom in der Nullstellung folgt. Diese positive Überdeckung kann mit Hilfe eines Sprungfunktionsbildners (Lemmen 1991) in der Ansteuerlektronik kompensiert und das Verhalten eines nullüberdeckten Ventils erzeugt werden. Ein Ventil mit negativer Überdeckung wirkt dämpfend auf das Verhalten des Antriebes. Dem steht der Nachteil gegenüber, daß das Verhalten in der Nullstellung nicht definiert und von äußeren Drücken und Kräften abhängig ist. Ventile, die entweder mechanisch oder mit Hilfe der Elektronik ein nullüberdecktes Verhalten aufweisen, sind in der praktischen Anwendung maßgebend. Ob ein nullüberdecktes Ventil eine lineare oder nichtlineare stetige Kennlinie besitzt, ist für die weitere Untersuchung des statischen Verhaltens nicht von Bedeutung, da immer nur die hydraulischen Widerstände R_h für einen bestimmten Ansteuerstrom i_a betrachtet werden. Die weitere Betrachtung findet also für Wegeventile bzw. Wegeventilkombinationen statt, die erstens die in Bild 2.1 dargestellte Schaltung liefern und zweitens ein nullüberdecktes Verhalten aufweisen. Sowohl Schalt- als auch Stetigventile werden behandelt.

2.2 Der Zylinder

Die wichtigsten in der Hydraulik eingesetzten Zylinder sind Differentialzylinder, Gleichgangzylinder, Plungerzylinder und Teleskopzylinder. Daneben existieren noch einige Sonderbauarten, auf die hier nicht eingegangen werden soll. Bild 2.4 stellt die Zylindertypen dar. Funktionsbeschreibungen von Zylindern geben u.a. Matthies (1991), Backé (1992a), Schmitt (1986) und Ebertshäuser (1973).

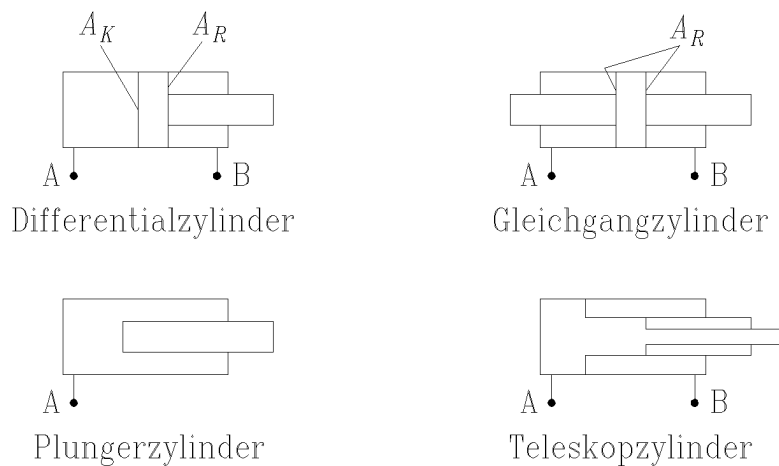


Bild 2.4: Die wichtigsten Zylinderbauarten

Gegenstand dieses Berichtes ist der Differentialzylinder, wobei aber bei einigen Vergleichen auf den Sonderfall Gleichgangzylinder zurückgegriffen wird.

Die wichtigsten Gleichungen für die Beschreibung des Zylinders sind die Kontinuitätsgleichungen

$$Q_{Aein} = A_K v_{ein} \quad , \quad (2.2)$$

$$Q_{Aaus} = A_K v_{aus} \quad , \quad (2.3)$$

$$Q_{Bein} = A_R v_{ein} \quad , \quad (2.4)$$

$$Q_{Baus} = A_R v_{aus} \quad (2.5)$$

und das Kräftegleichgewicht

$$p_A A_K = p_B A_R + F \quad . \quad (2.6)$$

3 Begriffsdefinitionen

Dieser Abschnitt führt die in der Literatur nicht oder nur vage definierten, in der weiteren Untersuchung des Zylinderverhaltens benötigten Begriffe der relativen und absoluten Potentialabhängigkeit, der Gütefunktion der Zylindereinspannung und die Güte der Geschwindigkeitskompensation ein.

3.1 Potentialabhängigkeit

Unter dem Stichwort der Potentialabhängigkeit werden die Zusammenhänge zwischen der äußeren Belastung F und den Kammerdrücken p_A und p_B untersucht. Es werden die Begriffe der relativen und absoluten Potentialabhängigkeit definiert:

Definition 3.1

Gegeben sei eine Funktion

$$f(x, y) = \beta x - \gamma y \quad (3.1)$$

mit den Potentialgrößen $x, y \in \mathbb{R}^{+1}$ und den Konstanten $\beta, \gamma \in \mathbb{R}^+$. Läßt sich diese Funktion umkehren und vollständig nach $z = x - y = g(f, \beta, \gamma)$ mit $z \in \mathbb{R}$ auflösen, so heißt die Funktion **relativ potentialabhängig**. Läßt sich diese Funktion nur unvollständig auflösen, also $z = x - y = g(f, \beta, \gamma, x)$ bzw. $z = x - y = g(f, \beta, \gamma, y)$, so heißt die Funktion **absolut potentialabhängig**.

□

Das in zwei Potentialgrößen (Drücke) linear unabhängige Verhalten des Differentialzylinders begründet sich aus den geometrischen Gegebenheiten ($\varphi \neq 1$).

¹ $\mathbb{R}^+ = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$

Satz 3.1

Das Verhalten der Differentialzylinder ist von Drücken absolut potentialabhängig. \square

Dieser Satz soll mit Hilfe der Ungültigkeit der relativen Potentialabhängigkeit von Differentialzylindern bewiesen werden.

Beweis:

Die für Zylinder meist als relativ potentialabhängig angegebene Größe ist die Lastdruckdifferenz p_L . Für den Gleichgangzylinder ergibt sich diese zu

$$p_L = p_A - p_B = F/A \quad (3.2)$$

und somit als von der absoluten Höhe der Drücke p_A und p_B unabhängig, das Verhalten ist also relativ potentialabhängig. Beim Differentialzylinder ist die Einführung der Größe Lastdruck, wie z.B. in Feigel (1987a,b), weniger sinnvoll. Dies läßt sich besonders einfach anhand der Tauchkolbenschaltung (Bild 3.1) zeigen.

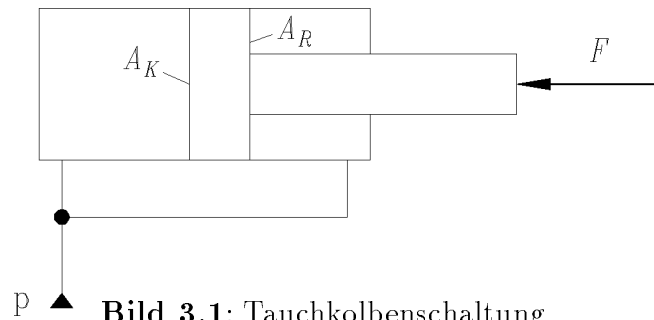


Bild 3.1: Tauchkolbenschaltung

Bei dieser Schaltung liegt in beiden Kammern der Druck p an, womit der Lastdruck also Null beträgt. Dennoch ergibt sich eine Kraft $F = p(A_K - A_R)$, die vom absoluten Druck p abhängt. Für einen nicht in Tauchkolbenschaltung geschalteten Zylinder, erkennt man die absolute Potentialabhängigkeit daran, daß sich das Kräftegleichgewicht (2.6) nicht vollständig nach $p_L = p_A - p_B$ auflösen läßt. Es bleibt immer eine zusätzliche Abhängigkeit vom absoluten Druckniveau, also von p_A oder p_B , erhalten. Das Verhalten von Differentialzylindern ist also bezüglich der Kammerdrücke absolut potentialabhängig. \square

Damit ist für eine genauere Untersuchung der Differential-Zylinderschaltung, eine Betrachtung alleine mit Hilfe des Lastdruckes unzulässig.

3.2 Einspannung

Von wesentlicher Bedeutung für das Verhalten eines Zylinders ist dessen Einspannung, also die Einspannung des Zylinderkolbens zwischen den Ölfedern der Zylinderkammern. Für die Einspannung ergibt sich somit, bei gegebener Ölqualität, eine Temperatur- und Druckabhängigkeit. Da die Fluidtemperatur möglichst konstant gehalten werden sollte, wird im folgenden nur eine Druckabhängigkeit der Einspannung betrachtet. Um die Vielzahl

der Einflüsse u.a. auf die Kompressibilität und Elastizität des Mediums (Backé 1992a,b, Matthies 1991, Faatz u.a. 1988), die sich auf die Einspannung auswirken, auf eine Druckabhängigkeit zu reduzieren, wird eine Gütefunktion der Einspannung (GE) definiert.

Definition 3.2

Die Gütefunktion der Einspannung GE bestimmt sich zu

$$GE(p) = \frac{5}{p + 5} \quad , \quad (3.3)$$

mit $p \in \mathbb{R}^+$ und $GE \in [0, 1]$. □

Dabei ist p der relative Druck (in bar), der Zylinderkammer, die das niedrigere Druckniveau aufweist. GE nimmt einen Wert im Intervall $[0, 1]$ an, wobei 1 keine und 0 starre Einspannung bedeutet. Bild 3.2 zeigt die Gütefunktion.

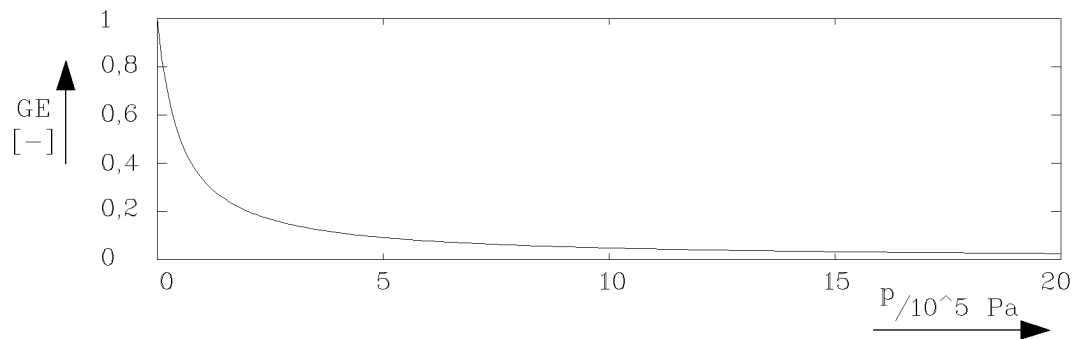


Bild 3.2: Gütefunktion der Zylindereinspannung

Ein Wert für GE kleiner als 0,2 bedeutet in der Praxis eine sehr gute, kleiner als 0,3 eine ausreichende Einspannung. Werte größer als 0,1 sollten insbesondere bei Antrieben, die hohe Positioniergenauigkeit und schwingungsfreies Verfahren erfordern, in der Praxis nach Möglichkeit vermieden werden.

3.3 Kompensation

Zur Bewertung der in Abschnitt 5 vorgenommenen Kompensation des Geschwindigkeitsverhaltens wird eine Gütefunktion definiert.

Definition 3.3

Die Gütefunktion der Kompensation GK ist gegeben durch:

$$GK(\mathbf{X}_v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[|1 - X_{v_i}| + (\bar{X}_v - X_{v_i})^2 \right] \quad . \quad (3.4)$$

□

Dabei ist $\overline{X_{v_i}}$ der arithmetische Mittelwert aller n Geschwindigkeitsverhältnisse X_{v_i} mit $n \in \mathbb{N}$ und $X_{v_i} \in \mathbb{R}$

$$\overline{X_v} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{v_i} \quad . \quad (3.5)$$

Die Gütefunktion setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, wovon der erste, der linear in die Gütefunktion eingeht, die absolute Abweichung des Geschwindigkeitsverhältnisses vom idealen Wert 1 repräsentiert. Der zweite, quadratisch in die Gütefunktion eingehende Anteil stellt die Abweichung der Geschwindigkeitsverhältnisse voneinander, also der Parameterempfindlichkeit dar. Da relevante Werte der Gütefunktion immer kleiner 1 sind, geht der lineare Anteil der Gütefunktion stärker in die Bewertung ein. Nimmt GK einen Wert von 0 an, ist die Kompensation ideal, die Aus- und Einfahrgeschwindigkeiten sind also gleich. Für $GK \in [0; 0, 1]$ erhält man eine sehr gute, für $GK \in [0, 1; 0, 3]$ eine gute und für $GK \in [0, 3; 0, 5]$ eine ausreichende Kompensation. Werte größer 0,5 kennzeichnen eine schlechte Kompensation. In den Untersuchungen des Abschnittes 5 werden zur Bestimmung der Gütefunktion die 4 Eckwerte der Druckintervalle $p_0 \in [110; 310]$ bar (10^5 Pa) und $p_T \in [0; 25]$ bar (10^5 Pa) ausgewertet. Da die Funktionen der Geschwindigkeitsverhältnisse X_v in Abhängigkeit der Drücke p_0 und p_T stetig sind und in den technisch relevanten Bereichen keine Extremwerte besitzen, ist eine Betrachtung der Eckwerte ausreichend. Die Stetigkeit und die Freiheit von lokalen Extremwerten der Geschwindigkeitsverhältnisse soll im folgenden gezeigt werden.

Satz 3.2

Das Geschwindigkeitsverhältnis ²

$$X_v(P_0, P_T) = \sqrt{\frac{P_0 - \varphi P_T + \varphi F/A_K}{\varphi P_0 - P_T - \varphi F/A_K}} \quad (3.6)$$

ist für alle $P_0 > \varphi |F/A_K| + \varphi P_T$ stetig und besitzt keine lokalen Extremwerte. Dabei gilt, daß P_0 , P_T und $\varphi \in \mathbb{R}^+$ sind sowie $F/A_K \in \mathbb{R}$ ist.

□

Beweis der Stetigkeit:

Nach Bronstein und Semendjajew (1985)³ sind Summe, Differenz und Produkt stetiger Funktionen stetig.

Die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ ($f, x \in \mathbb{R}$) ist stetig $\forall x \geq 0$.

Diese Bedingung kann nur erfüllt werden, wenn der Nenner und der Zähler des Radikanden gleiches Vorzeichen besitzen. Da negative Zähler bzw. Nenner physikalisch nicht sinnvoll sind, folgt

$$p_0 - \varphi p_T + \varphi F/A_K \geq 0 \quad \wedge \quad \varphi p_0 - p_T - \varphi F/A_K \geq 0 \quad . \quad (3.7)$$

²Das Geschwindigkeitsverhältnis X_v wird in Abschnitt 4 hergeleitet.

³Seite 264 Satz 1

Da F/A_K sowohl negativ als auch positiv sein kann, gilt $p_0 \geq \varphi p_T + \varphi |F/A_K| \wedge p_0 \geq p_T/\varphi + |F/A_K|$. Mit der gegebenen Beziehung $\varphi > 0$ und $p_T > 0$ ist die Wurzelfunktion für $p_0 \geq \varphi |F/A_K| + \varphi p_T$ immer stetig. Der Zähler des Radikanden ist als Polynom in p_0 und p_T ebenfalls stetig. Der Term

$$\frac{1}{\varphi p_0 - p_T - \varphi F/A_K} \quad (3.8)$$

weist für $\varphi p_0 - p_T - \varphi F/A_K = 0$ eine Unstetigkeitsstelle auf, die durch die Bedingung 3.7 sicher vermieden werden kann. Daraus folgt, daß das Geschwindigkeitsverhältnis $X_v \forall p_0, p_T \in \mathbb{R}^+$ stetig ist, für die $p_0 \geq \varphi |F/A_K| + \varphi p_T$ gilt. \square

Beweis der Freiheit von lokalen Extremwerten:

Die notwendige Bedingung (Bronstein und Semendjajew 1985) für die Existenz lokaler Extrema lautet in diesem Zusammenhang

$$\frac{\partial X_v(p_0, p_T)}{\partial p_0} = 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial X_v(p_0, p_T)}{\partial p_T} = 0 \quad . \quad (3.9)$$

Für das Geschwindigkeitsverhältnis (3.6) ergibt sich

$$\frac{\partial X_v(p_0, p_T)}{\partial p_0} = \sqrt{\frac{-((1-\varphi)p_T + (\varphi + \varphi^2)F/A_K)}{-((\varphi-1)p_0 - \varphi F/A_K)^4}} = 0 \quad \text{und} \quad (3.10a)$$

$$\frac{\partial X_v(p_0, p_T)}{\partial p_T} = \sqrt{\frac{((1-\varphi)p_T + (\varphi + \varphi^2)F/A_K)}{-((\varphi-1)p_0 - \varphi F/A_K)^4}} = 0 \quad . \quad (3.10b)$$

Diese Bedingungen lassen sich nur erfüllen, wenn gilt

$$p_0 = p_T \quad \wedge \quad p_0 \neq \frac{\varphi}{\varphi-1} F/A_K \quad . \quad (3.11)$$

Für die physikalische Anwendung ist dieses nicht sinnvoll und liegt außerhalb des hier untersuchten Parameterbereiches. Da die notwendigen Bedingungen (3.10a und 3.10b) nicht erfüllt sind, wird darauf geschlossen, daß das Geschwindigkeitsverhältnis (3.6) frei von lokalen Extremwerten ist. \square

4 Ventil-Differentialzylinderschaltung

Die Ventil-Differentialzylinderschaltung (Bild 4.1) wird für drei Fälle untersucht. Hierbei werden im Abschnitt 4.1 der unbelastete Zylinder und das symmetrische Ventil behandelt. Der Abschnitt 4.2 untersucht den Fall des belasteten Zylinders mit symmetrischem Ventil und Abschnitt 4.3 den belasteten Zylinder mit unsymmetrischem Ventil. Der Fall des leckölbehafteten Zylinders kann zwar mit Hilfe symbolverarbeitender Programme, wie z.B. MACSYMA (Symbolics Inc. 1988) behandelt werden, doch lassen die Ergebnisse aufgrund ihres Umfangs und ihrer Komplexität keine sinnvollen Aussagen zu. Leckageeffekte sind nach Saffe (1988) beim verfahrenen Zylinder von untergeordneter Bedeutung.

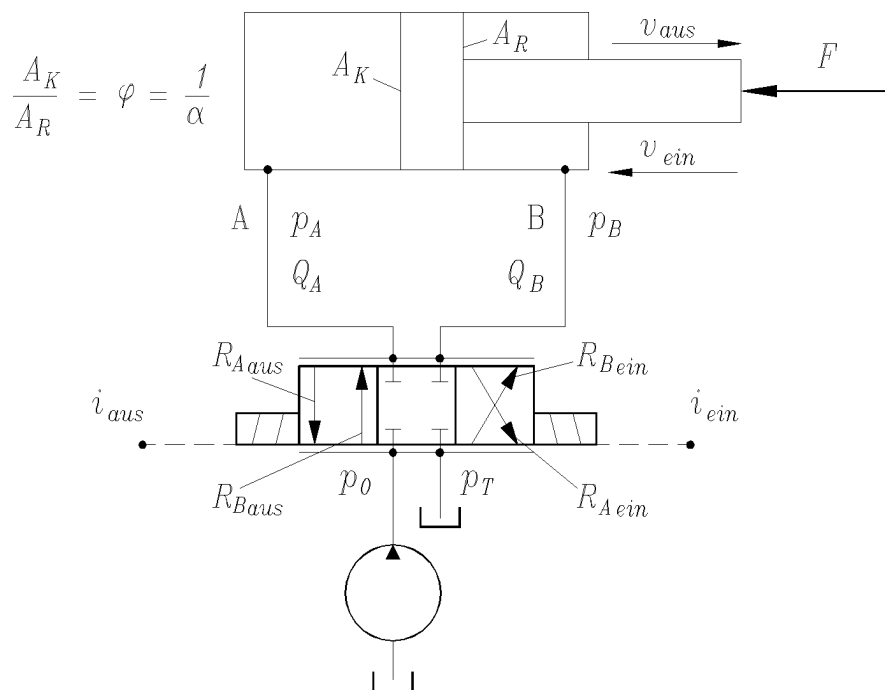


Bild 4.1: Ventil-Differentialzylinderschaltung

Weiter muß beachtet werden, daß nicht nur das gezeigte Ventil darstellbar ist, sondern das alle Stetig- bzw. Schaltventile und Ventilkombinationen, die gleiches Verhalten aufweisen, implizit mit untersucht werden. Das Ventilverhalten wird durch die hydraulischen Widerstände bezogen auf die Zylinderkammern A und B für den Ein- und Ausfahrvorgang durch die Betrachtung der hydraulischen Widerstände jeweils zu einem bestimmten Ansteuerstrom i_a gemeinsam beschrieben. Ein Stetigventil entspricht einem Schaltventil, das die aktuelle Schieberposition als Schaltposition besitzt.

Bei der Ventil-Differentialzylinderschaltung wird zwischen Ein- und Ausfahrvorgang unterschieden. Beim Ausfahrvorgang des Zylinders lauten die Durchflußgleichungen nach Bernoulli

$$p_0 - p_{Aaus} = R_{aus} Q_{Aaus}^2 \quad \text{und} \quad (4.1)$$

$$p_{Baus} - p_T = R_{aus} Q_{Baus}^2 \quad . \quad (4.2)$$

Für die Massenerhaltung bei konstanter Dichte des Fluides gilt

$$Q_{A_{aus}} = v_{aus} A_K \quad \text{und} \quad (4.3)$$

$$Q_{B_{aus}} = v_{aus} A_K / \varphi \quad . \quad (4.4)$$

Das Kräftegleichgewicht lautet

$$p_{A_{aus}} A_k = p_{B_{aus}} A_k / \varphi + F_{L_{aus}} \quad . \quad (4.5)$$

Analog gilt für den Einfahrvorgang

$$p_0 - p_{B_{ein}} = R_{B_{ein}} Q_{B_{ein}}^2 \quad , \quad (4.6)$$

$$p_{A_{ein}} - p_T = R_{A_{ein}} Q_{A_{ein}}^2 \quad , \quad (4.7)$$

$$Q_{A_{ein}} = v_{ein} A_k \quad , \quad (4.8)$$

$$Q_{B_{ein}} = v_{ein} A_k / \varphi \quad , \quad (4.9)$$

$$p_{A_{ein}} A_k = p_{B_{ein}} A_k / \varphi + F_{L_{ein}} \quad . \quad (4.10)$$

Je nach dem, welcher Fall in den folgenden Abschnitten 4.1 bis 4.3 untersucht wird, ändern sich die Ausgangsgleichungen (4.1) bis (4.10) geringfügig. Im Fall des lastfreien Zylinders wird die Kraft F im Kräftegleichgewicht vernachlässigt. Für symmetrische Ventile gilt $R_{A_{ein}} = R_{B_{ein}} = R_{ein}$ und $R_{A_{aus}} = R_{B_{aus}} = R_{aus}$.

Bei der Verhaltensbeschreibung ergeben sich von den äußeren Systemgrößen (Drücke und Kräfte) und von den Komponentenparametern (A_i , φ , R_i) abhängende Anteile. Da Maßnahmen, wie z.B. die Kompensation im Abschnitt 5, sinnvoll immer nur die letztgenannten Anteile beeinflussen sollten, wird eine Trennung dieser Anteile in der Notation konsequent durchgeführt.

4.1 Unbelasteter Zylinder und symmetrisches Ventil

Die Ventil-Differentialzylinderschaltung besteht aus einem reibungs-, last- und leckölfreier Zylinder mit symmetrischem Ventil. Es ergeben sich für die Ausgangsgleichungen (4.1) bis (4.10) die folgenden Zusammenhänge:

$$R_{A_{ein}} = R_{B_{ein}} = R_{ein} \quad , \quad (4.11)$$

$$R_{A_{aus}} = R_{B_{aus}} = R_{aus} \quad \text{und} \quad (4.12)$$

$$F_{L_{ein}} = F_{L_{aus}} = 0 \quad . \quad (4.13)$$

Das symmetrische Ventil ist dadurch gekennzeichnet, daß die geometrischen Verhältnisse und damit die hydraulischen Widerstände an den einzelnen Steuerkanten gleich sind. Die hydraulischen Widerstände sind bei einem Stetigventil abhängig vom Ansteuerstrom i_a ($R_h = f(i_a)$). Die folgenden Untersuchungen setzen eine feste Position ($i_a = \text{const.}$) des Schiebers voraus womit für R_h als const. die vereinfachte Notation beibehalten werden

kann. Nach der im Anhang A dokumentierten Herleitung ergeben sich die Drücke und die Geschwindigkeit für den Ausfahrvorgang zu

$$p_{A_{aus}} = \frac{1}{1 + \varphi^3} (p_0 + \varphi^2 p_T) \quad , \quad (4.14)$$

$$p_{B_{aus}} = \frac{\varphi}{1 + \varphi^3} (p_0 + \varphi^2 p_T) \quad , \quad (4.15)$$

$$v_{aus} = \frac{1}{A_K \sqrt{R_{aus}}} \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^3} (\varphi p_0 - p_T)} \quad (4.16)$$

und für den Fall des einfahrenden Zylinders

$$p_{A_{ein}} = \frac{1}{1 + \varphi^3} (\varphi^2 p_0 + p_T) \quad , \quad (4.17)$$

$$p_{B_{ein}} = \frac{\varphi}{1 + \varphi^3} (\varphi^2 p_0 + p_T) \quad , \quad (4.18)$$

$$v_{ein} = \frac{1}{A_K} \sqrt{\frac{\varphi^2}{(1 + \varphi^3) R_{ein}}} \sqrt{p_0 - \varphi p_T} \quad . \quad (4.19)$$

Einspannung

Um eine ausreichende Einspannung des Kolbens zu gewährleisten, muß auch der kleinste Kammerdruck noch ein ausreichendes Druckniveau aufweisen. Aus dem Kräftegleichgewicht (4.5) bzw. (4.10) folgt direkt, daß $p_B = \varphi p_A$ ist. Für $\varphi > 1$ gilt immer $p_B > p_A$. Eine weitere Untersuchung ist also nur für die Drücke $p_{A_{aus}}$ und $p_{A_{ein}}$ notwendig. Aus den Druckbeziehungen (4.14) und (4.17) ergibt sich

$$\frac{p_{A_{aus}}}{p_{A_{ein}}} = \frac{p_0 + \varphi^2 p_T}{\varphi^2 p_0 + p_T} \quad . \quad (4.20)$$

Für $\varphi > 1$ und $p_0 > p_T$ folgt $p_{A_{aus}} < p_{A_{ein}}$, weshalb nur $p_{A_{aus}}$ weiter untersucht werden muß. Aus der Bernoullischen Gleichung (4.2) und der Massenerhaltungsgleichung (4.4) folgt:

$$p_{B_{aus}} = R_{aus} \left(\frac{A_K v_{aus}}{\varphi} \right)^2 + p_T \quad . \quad (4.21)$$

Mit dem Kräftegleichgewicht (4.5) ergibt sich:

$$p_{A_{aus}} = \frac{R_{aus} A_K^2}{\varphi^3} v_{aus}^2 + \frac{p_T}{\varphi} \quad . \quad (4.22)$$

Sollte der ursprüngliche Kammerdruck p_A bei gegebener Verfahrensgeschwindigkeit v_{aus} nicht ausreichen, ließen sich die geometrischen Größen der wirksamen Kolbenfläche A_K und des Flächenverhältnisses φ ändern. Dieses rief jedoch Veränderungen bei den Kräften hervor. Die Geometriegrößen lassen sich in der Regel nicht mehr verändern. Deshalb bleibt als andere Alternative nur noch eine Anhebung des Tankdruckes um den Wert $\varphi \Delta p_A$. Bild 4.3 zeigt die Güte der Einspannung in Abhängigkeit des Tankdruckes p_T . Beim unbelasteten Zylinder läßt sich, außer für sehr geringe Versorgungsdrücke, keine Notwendigkeit der Tankdruckerhöhung zur Verbesserung der Einspannung erkennen.

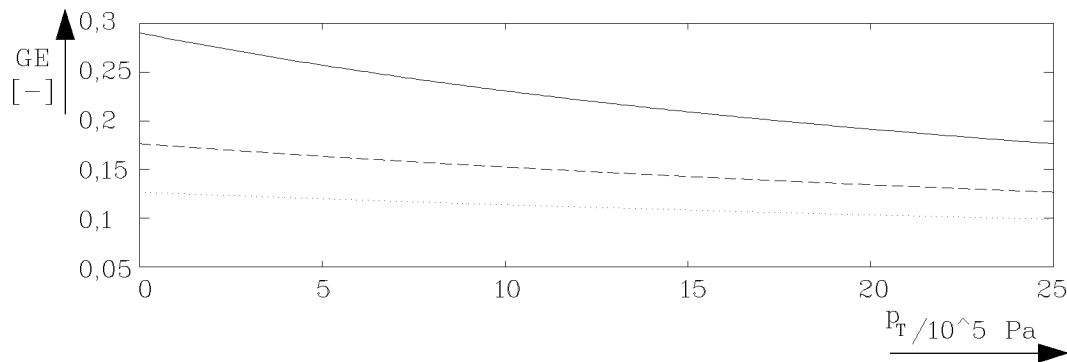


Bild 4.2: Einspannung des Zylinder für den Ausfahrvorgang ($p_{A_{aus}}$)

Geschwindigkeitsverhalten

Neben der Einspannung des Zylinders ist noch das Geschwindigkeitsverhalten für das Ein- und Ausfahren des Zylinders von Interesse. Hierbei läßt sich auch auf einfache Weise der scheinbare Widerspruch erklären, daß der Zylinder einer Ventil-Differentialzylinderschaltung bei betragsmäßig gleichem Ventileingangssignal schneller aus- als einfährt (Feigel 1989a).

Satz 4.1

Der unbelastete Differentialzylinder fährt schneller aus als ein, wenn das symmetrische Ventil betragsmäßig gleich angesteuert wird. \square

Beweis

Setzt man die Ausfahrgeschwindigkeit (4.16) und die Einfahrgeschwindigkeit (4.19) zueinander in Beziehung, so ergibt sich das Geschwindigkeitsverhältnis

$$X_v = \frac{v_{ein}}{v_{aus}} = \sqrt{\frac{p_0 - \varphi p_T}{\varphi p_0 - p_T}} \sqrt{\frac{R_{aus}}{R_{ein}}} \quad (4.23)$$

Für betragsmäßig gleiche Ansteuerung des symmetrischen Ventils gilt: $R_{aus} = R_{ein}$. Bei Vernachlässigung des Tankdruckes ($p_T = 0$), folgt daß $v_{aus} = \sqrt{\varphi} v_{ein}$ ist. \square

Der Zylinder fährt also um den Faktor $\sqrt{\varphi}$ schneller aus als ein. Bei einer Belastung des Zylinders durch eine äußere Kraft ändert sich dieser Faktor (Abschnitt 4.2).

Wenn die Ein- und Ausfahrgeschwindigkeiten beim lastfreien Zylinder mit vernachlässigtem Tankdruck gleich sein sollen, ergibt sich, daß $R_{aus} = \varphi R_{ein}$ sein muß. Dieses läßt sich am einfachsten erreichen, indem das Ventil für den Ausfahrvorgang entsprechend geringer angesteuert wird. Bei einer linearen Volumenstrom-Signalfunktion des Ventils ist die Verstärkung für den Vorgang entsprechend zu verringern.

Für den Differentialzylinder bei angehobenem Tankdruck (p_T) und betragsmäßig gleicher Ansteuerung ($R_{aus} = R_{ein}$), ergibt sich das Geschwindigkeitsverhältnis (4.23) zu

$$X_v = \frac{v_{ein}}{v_{aus}} = \sqrt{\frac{p_0 - \varphi p_T}{\varphi p_0 - p_T}} \quad (4.24)$$

p_0	110 bar (10^5 Pa)		310 bar (10^5 Pa)	
p_T	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)
$\varphi = 1,00$	1	1	1	1
$\varphi = 1,25$	0,8944	0,8367	0,8944	0,8769
$\varphi = 1,40$	0,8452	0,7625	0,8452	0,82
$\varphi = 2,00$	0,7071	0,5547	0,7071	0,661
$\varphi = 4,00$	0,5	0,1552	0,5	0,4157

Tabelle 4.1: X_V in Abhängigkeit von p_0 , p_T und φ

Für den Fall des Gleichgangzylinders ($\varphi = 1$) entspricht die Einfahrgeschwindigkeit der Ausfahrgeschwindigkeit. Dieses ist unabhängig vom Versorgungsdruck p_0 und dem Tankdruck p_T . Die Tabelle 4.1 gibt das Geschwindigkeitsverhältnis X_v für verschiedene Flächenverhältnisse φ , bei zwei exemplarischen Versorgungsdrücken p_0 und Tankdrücken p_T wieder. Um eine Vergleichbarkeit der Untersuchungen in diesem Bericht zu gewährleisten, werden die Eckdaten von $p_0 = (110 \text{ bar}; 310 \text{ bar})$ und $p_T = (0 \text{ bar}; 25 \text{ bar})$ beibehalten.

Die Absenkung der Einfahrgeschwindigkeiten für Differentialzylinder, im Vergleich zu Gleichgangzylindern, erklärt sich zum einen durch das Flächenverhältnis und zum anderen durch den angehobenen Tankdruck. Bei geringen Flächenverhältnissen ($\varphi \approx 1$) ist die Absenkung auch aufgrund des angehobenen Tankdruckes klein. Mit der Größe der Flächenverhältnisse nimmt auch der Anteil der Geschwindigkeitsabsenkung durch den angehobenen Tankdruck erheblich zu. Dieses umso mehr, je höher das Verhältnis von Tankdruck p_T zum Versorgungsdruck p_0 ist. Während sich der Einfluß des angehobenen Tankdruckes beim unbelasteten Zylinder erst bei höheren Flächenverhältnissen zeigt, treten beim belasteten Zylinder deutlich verstärkte Effekte auf. Diese werden im folgenden Abschnitt 4.2 behandelt.

4.2 Belasteter Zylinder und symmetrisches Ventil

Die Ventil-Differentialzylinderschaltung läßt sich durch einen reibungs- und leckölfreien Zylinder mit einem symmetrischen Ventil darstellen. In diesem Abschnitt wird die Beschreibung aus Abschnitt 4.1 noch um die äußere Kraft F ergänzt. Die Kraftbeziehung (4.13) verändert sich zu

$$F_{L_{ein}} = F_{L_{aus}} = F \quad . \quad (4.25)$$

Die Komponenten und die Schaltung entsprechen denen des Abschnittes 4.1. Die zu diesem Abschnitt analoge Herleitung der Kammerdrücke und Geschwindigkeiten findet sich im Anhang B. Es ergeben sich die folgenden Größen für den Ausfahrvorgang

$$p_{A_{aus}} = \frac{1}{\varphi^3 + 1} \left(p_0 + \varphi^2 p_T + \varphi^3 \frac{F}{A_k} \right) \quad , \quad (4.26)$$

$$p_{B_{aus}} = \frac{\varphi}{\varphi^3 + 1} \left(p_0 + \varphi^2 p_T - \frac{F}{A_k} \right) \quad , \quad (4.27)$$

$$v_{aus} = \frac{1}{A_k} \sqrt{\frac{\varphi^2}{(\varphi^3 + 1) R_{aus}}} \sqrt{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F}{A_k}} \quad . \quad (4.28)$$

Für den Einfahrvorgang des Zylinders erhält man

$$p_{A_{ein}} = \frac{1}{\varphi^3 + 1} \left(\varphi^2 p_0 + p_T + \varphi^3 \frac{F}{A_k} \right) \quad , \quad (4.29)$$

$$p_{B_{ein}} = \frac{\varphi}{\varphi^3 + 1} \left(\varphi^2 p_0 + p_T - \frac{F}{A_k} \right) \quad , \quad (4.30)$$

$$v_{ein} = \frac{1}{A_k} \sqrt{\frac{\varphi^2}{(\varphi^3 + 1) R_{ein}}} \sqrt{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F}{A_k}} \quad . \quad (4.31)$$

Einspannung

Aus der Betrachtung der Drücke läßt sich direkt ablesen, daß für alle $p_0 > p_T$, $\varphi > 1$ und $F > 0$ gilt, daß $p_{A_{aus}} < p_{A_{ein}}$ und $p_{B_{aus}} < p_{B_{ein}}$ ist. Da für die Einspannung des Zylinders die geringsten Kammerdrücke maßgebend sind, werden im folgenden nur noch $p_{A_{aus}}$ und $p_{B_{aus}}$ untersucht. Für kleine äußere Kräfte bezogen auf die Kolbenfläche (F/A_k) gilt (siehe (4.26) und (4.27)) immer $p_{A_{aus}} < p_{B_{aus}}$. Der niedrigste Wert von $p_{A_{aus}}$ ergibt sich für den Grenzfall $F/A_k = 0$, also bei lastfreien Zylinder (Abschnitt 4.1). Oberhalb einer Grenzbelastung $(F/A_k)_{grenz}$, bei der gilt $p_{A_{aus}} = p_{B_{aus}}$, liegt der, für den belasteten Zylinder interessantere Fall $p_{B_{aus}} < p_{A_{aus}}$. Die Grenzbelastung $(F/A_k)_{grenz}$ bestimmt sich nach der Beziehung

$$(F/A_k)_{grenz} = \frac{\varphi - 1}{\varphi^3 + \varphi} (p_0 + \varphi^2 p_T) \quad . \quad (4.32)$$

Die Grenzbelastung (4.32) nimmt für $p_T = 0$ ein Minimum an. Der Verlauf des maßgeblichen Vorfaktors $vf_1 = \frac{\varphi - 1}{\varphi^3 + \varphi}$ zeigt Bild 4.3.

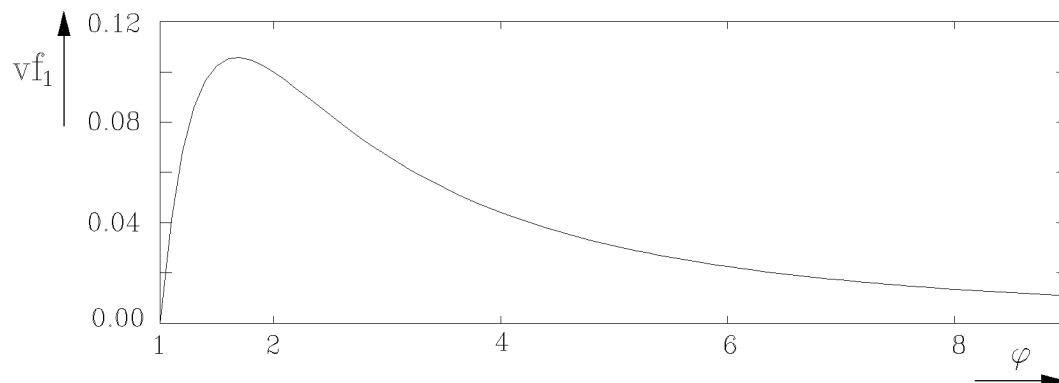


Bild 4.3: Verlauf des Vorfaktors vf_1

Dieser Faktor nimmt einen maximalen Wert von $vf_1 = 0,1059$ bei $\varphi \approx 1,68$ an. Daraus folgt, daß für $p_T = 0$ schon ab geringeren auf die Kolbenfläche bezogene Belastungen (ab

11% des Versorgungsdruckes) gilt $p_{B_{aus}} < p_{A_{aus}}$. Bei angehobenem Tankdruck ($p_T > 0$) muß immer nachgeprüft werden, ob sich ein (F/A_k) größer oder kleiner als $(F/A_k)_{grenz}$ ergibt. Hiermit wird die Entscheidung über eine weitere Untersuchung von $p_{A_{aus}}$ oder $p_{B_{aus}}$ getroffen. Für die äußere Belastung (F/A_k) gelte

$$(F/A_k) < (F/A_k)_{max} \quad , \quad (4.33a)$$

$$\text{mit } (F/A_k)_{max} = p_0 - \frac{1}{\varphi} p_T - \frac{\varphi^3 + 1}{\varphi} R_{aus} v_{aus}^2 A_k^2 \quad . \quad (4.33b)$$

Aus der Durchflußgleichung (4.1) und der Massenerhaltungsgleichung (4.3) folgt:

$$p_0 = R_{aus} v_{aus}^2 A_k^2 + p_{A_{aus}} \quad , \quad (4.34)$$

mit der Druckbeziehung (4.26) ergibt sich dieses zu

$$p_{A_{aus}} = \frac{1}{\varphi^3} R_{aus} v_{aus}^2 A_k^2 + \frac{1}{\varphi} p_T + \frac{F}{A_k} \quad \text{und} \quad (4.35)$$

$$p_{B_{aus}} = R_{aus} \frac{v_{aus}^2}{\varphi^2} A_k^2 + p_T \quad . \quad (4.36)$$

Im Vergleich zum Abschnitt 4.1 erhöht sich nur $p_{A_{aus}}$ durch die zusätzliche äußere Belastung. $p_{B_{aus}}$ bleibt unverändert nur vom Widerstand des Ventils und vom Tankdruck abhängig. Insbesondere beim Einsatz von Proportionalventilen und im geringeren Maße auch bei Servoventilen ist der strömungsbedingte Anteil von $p_{A_{aus}}$ deutlich kleiner als der der äusseren Belastung. Deshalb und aus Kostengründen sollte, falls $(F/A_k)_{max}$ noch nicht erreicht ist, die Kolbenfläche des Zylinders A_k verkleinert werden, um $p_{A_{aus}}$ zu erhöhen. Die andere verbleibende Möglichkeit, $p_{A_{aus}}$ zu erhöhen, liegt unter Beachtung der maximalen Belastung $(F/A_k)_{max}$ in der Anhebung des Tankdrucks p_T . Die Bilder 4.4 und 4.5 zeigen die Güte der Einspannung des Zylinders in Abhängigkeit des Tankdruckes p_T für zwei exemplarische äußere Belastungen F/A_k . Dabei wird deutlich, daß insbesondere bei hohen äußeren Belastungen bezogen auf den Versorgungsdruck, die Erhöhung des Tankdruckes sinnvoll ist.

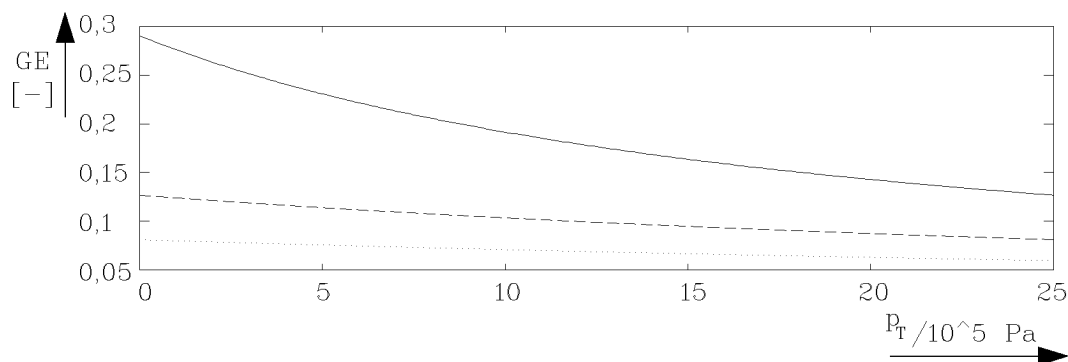


Bild 4.4: Einspannung des Zylinders für den Ausfahrvorgang ($p_{B_{aus}}$) bei $p_0 = 210 \text{ bar}$ (10^5 Pa)

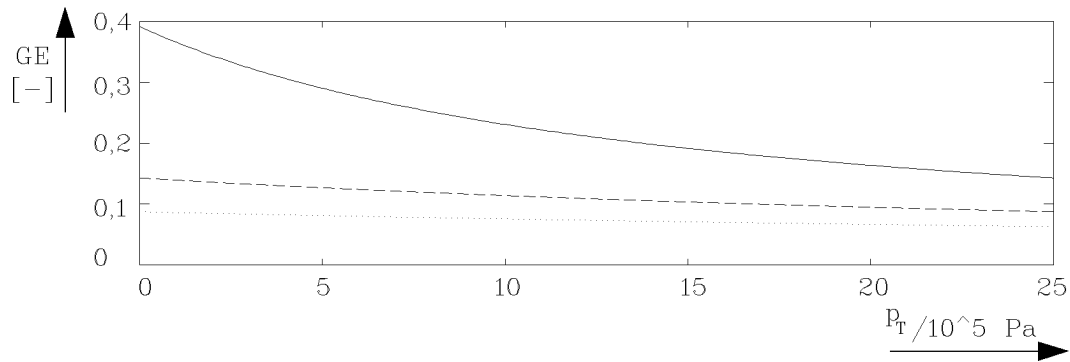


Bild 4.5: Einspannung des Zylinders für den Ausfahrvorgang (p_{Baus}) bei $p_0 = 110$ bar ($10^5 Pa$)

Geschwindigkeitsverhalten

Zur Untersuchung des Geschwindigkeitsverhaltens wird wiederum das Geschwindigkeitsverhältnis X_v gebildet

$$X_v = \frac{v_{ein}}{v_{aus}} = \sqrt{\frac{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F}{A_k}}{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F}{A_k}}} \sqrt{\frac{R_{aus}}{R_{ein}}} \quad (4.37)$$

Für den Fall, daß die Ansteuerströme des Ventils betragsmäßig gleich sind ($R_{aus} = R_{ein}$), gilt

$$X_v = \frac{v_{ein}}{v_{aus}} = \sqrt{\frac{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F}{A_k}}{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F}{A_k}}} \quad (4.38)$$

Unter Vernachlässigung der äußeren Belastung (F/A_k) ergibt sich das Geschwindigkeitsverhältnis (4.23) aus Abschnitt 4.1. Wird auch der Tankdruck vernachlässigt, so erhält man wieder $v_{aus} = \sqrt{\varphi} v_{ein}$. Um das Geschwindigkeitsverhalten (4.38) zu erläutern, finden wie im Abschnitt 4.1 feste Eckdaten für den Versorgungs- und Tankdruck Verwendung:

Versorgungsdruck	p_0	=	[110 ; 310] bar ($10^5 Pa$)	,
Tankdruck	p_T	=	[0 ; 25] bar ($10^5 Pa$)	und
äußere Belastung	(F/A_k)	=	50 bar ($10^5 Pa$)	.

Die Annahme der äußeren Belastung (F/A_k) ist im Anhang B dokumentiert.

Im Vergleich zum unbelasteten Zylinder (Abschnitt 4.1) ist in Tabelle 4.2 eine Abhängigkeit von der äußeren Belastung zu erkennen. Das Geschwindigkeitsverhältnis steigt im Vergleich zur Tabelle 4.1 insgesamt deutlich an. Auch der Einfluß des Tankdruckes ist beim belasteten erheblich größer als beim unbelasteten Zylinder. Dieser Einfluß zeigt sich

$\frac{F}{A_k}$	50 bar (10^5 Pa)			
p_0	110 bar (10^5 Pa)		310 bar (10^5 Pa)	
p_T	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)
$\varphi = 1,00$	1,633	1,964	1,177	1,194
$\varphi = 1,25$	1,517	1,681	1,071	1,067
$\varphi = 1,40$	1,464	1,568	1,022	1,009
$\varphi = 2,00$	1,323	1,297	0,888	0,853
$\varphi = 4,00$	1,137	0,988	0,7	0,636

Tabelle 4.2: Geschwindigkeitsverhältnis X_V am belasteten Differentialzylinder

hier sogar beim Gleichgangzylinder. Betrachtet man beispielsweise eine Isobare des Versorgungsdruckes p_0 bei 110 bar (10^5 Pa), so steigt die Einfahrtgeschwindigkeit bezogen auf die Ausfahrtgeschwindigkeit mit steigendem Tankdruck p_T deutlich an. Dieses Verhalten läßt sich anschaulich dadurch erklären, daß bei konstantem Versorgungsdruck mit steigendem Tankdruck die Druckdifferenz und damit das für den Arbeitsvorgang zur Verfügung stehende Arbeitspotential vermindert wird. Da die hier angenommene Wirkrichtung der äußeren Belastung den Einfahrtvorgang unterstützt und dem Ausfahrtvorgang entgegenwirkt, kommt es zu einer Erhöhung des Geschwindigkeitserhältnisses X_v . Betrachtet man die Geschwindigkeitsverhältnisse X_v bei höheren Versorgungsdrücken p_0 , nimmt der Einfluß der äusseren Belastung immer weiter ab. Der Grund liegt in der zunehmenden zur Verfügung stehenden Druckdifferenz zwischen Versorgungs- und Tankdruck. Beim Gleichgangzylinder existieren keine geometriebedingten Druckübersetzungen bzw. unterschiedlichen Volumenströme. Die aus den Druckübersetzungen resultierenden Geschwindigkeitsabsenkungen nehmen mit zunehmendem Flächenverhältnis φ so stark zu, daß der Einfluß der Belastung kompensiert und sogar überdeckt wird. So sinkt das Verhältnis der Ein- zur Ausfahrtgeschwindigkeit mit zunehmendem φ insgesamt und auch mit zunehmendem Tankdruck p_T entlang einer Versorgungsdruckisobaren p_0 ab. Am belasteten ist im Gegensatz zum unbelasteten Zylinder (Abschnitt 4.1) der Einfluß des Flächenverhältnisses φ und des Tankdruckes p_T deutlich erhöht.

4.3 Belasteter Zylinder und unsymmetrisches Ventil

Hier wird die Ventil-Differentialzylinderschaltung durch einen leckölfreien Zylinder und ein unsymmetrisches Ventil beschrieben. Die Kräfte beim Aus- und Einfahren setzen sich aus Last- und Reibkräften zusammen. Beim unsymmetrischen Ventil gilt $R_{haus} \neq R_{hein}$, hier also $R_{Aaus} \neq R_{Baus}$ bzw. $R_{Aein} \neq R_{Bein}$. Für den Ausfahrtvorgang des Zylinders gelten die Beziehungen (4.1) bis (4.5) und für den Einfahrtvorgang (4.6) bis (4.10). Nach analoger Herleitung (Anhang C) wie im vorangegangenen Abschnitt ergeben sich die Ausfahrkam-

merdrücke und die Ausfahrgeschwindigkeit zu

$$p_{A_{aus}} = \frac{1}{1 + \varphi^3 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}}} \left(p_0 + \varphi^2 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}} p_T + \varphi^3 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}} \frac{F_{L_{aus}}}{A_k} \right) , \quad (4.39)$$

$$p_{B_{aus}} = \frac{\varphi}{1 + \varphi^3 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}}} \left(p_0 + \varphi^2 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}} p_T - \frac{F_{L_{aus}}}{A_k} \right) , \quad (4.40)$$

$$v_{aus} = \frac{1}{A_k} \sqrt{\frac{\varphi^2}{R_{B_{aus}} + \varphi^3 R_{A_{aus}}}} \sqrt{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_{L_{aus}}}{A_k}} . \quad (4.41)$$

Für die Einfahrkammerdrücke und die Einfahrgeschwindigkeit folgt

$$p_{A_{ein}} = \frac{1}{1 + \varphi^3 \frac{R_{A_{ein}}}{R_{B_{ein}}}} \left(\varphi^2 \frac{R_{A_{ein}}}{R_{B_{ein}}} p_0 + p_T + \varphi^3 \frac{R_{A_{ein}}}{R_{B_{ein}}} \frac{F_{L_{ein}}}{A_k} \right) , \quad (4.42)$$

$$p_{B_{ein}} = \frac{\varphi}{1 + \varphi^3 \frac{R_{A_{ein}}}{R_{B_{ein}}}} \left(\varphi^2 \frac{R_{A_{ein}}}{R_{B_{ein}}} p_0 + p_T - \frac{F_{L_{ein}}}{A_k} \right) , \quad (4.43)$$

$$v_{ein} = \frac{1}{A_k} \sqrt{\frac{\varphi^2}{R_{B_{ein}} + \varphi^3 R_{A_{ein}}}} \sqrt{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_{L_{ein}}}{A_k}} . \quad (4.44)$$

Wird das Steuerkantenverhältnis $X_s = R_{A_{ein}}/R_{B_{ein}} = R_{A_{aus}}/R_{B_{aus}}$ zu 1, ergeben sich die Verhältnisse aus dem Abschnitt 4.2. Der technisch relevante Bereich des Steuerkantenverhältnisses X_s liegt im Bereich von $X_s \in [0,5 ; 2]$.

Einspannung

Für die Einspannung ist der niedrigste Kammerdruck des Zylinders maßgebend. Wie im Abschnitt 4.2 gilt für $p_0 > p_T$, $\varphi > 1$ und $F_L > 0$, daß $p_{A_{aus}} < p_{A_{ein}}$ und $p_{B_{aus}} < p_{B_{ein}}$ ist. Hierbei ergibt sich ebenfalls eine Grenzbelastung $(F/A_k)_{grenz}$, bei deren Unterschreitung sich $p_{A_{aus}} < p_{B_{aus}}$ einstellt. Für die Grenzbelastung⁴ gilt

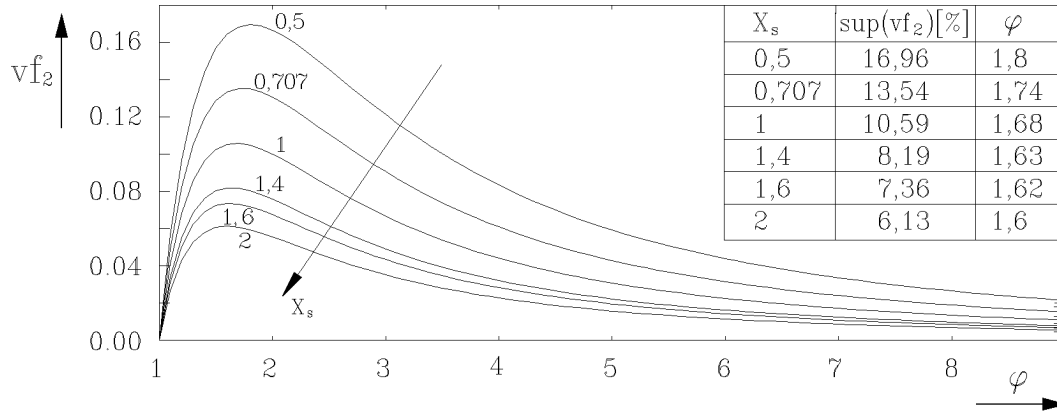
$$(F/A_k)_{grenz} = \frac{\varphi - 1}{(1 + \varphi^2 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}}) \varphi} (p_0 + \varphi^2 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}} p_T) . \quad (4.45)$$

Diese Beziehung nimmt für $p_T = 0$ ihren minimalen Wert an und wird dann nur noch durch den Vorfaktor bestimmt. Den Verlauf des Vorfaktors

$$vf_2 = \frac{\varphi - 1}{(1 + \varphi^2 X_s) \varphi} \quad (4.46)$$

für verschiedene Steuerkantenverhältnisse $X_s = R_{A_{ein}}/R_{B_{ein}} = R_{A_{aus}}/R_{B_{aus}}$, sowie Flächenverhältnisse φ zeigt Bild 4.6.

⁴Bestimmung im Anhang C

Bild 4.6: Verlauf des Vorfaktors vf_2

Der Wert für φ , bei dem der Vorfaktor vf_2 ein Minimum annimmt, variiert geringfügig:

für $X_s = 0,5$ gilt $\max(vf_2) = 6,2 \%$, bei $\varphi = 1,8$ und
für $X_s = 2$ gilt $\max(vf_2) = 17 \%$, bei $\varphi = 1,6$.

Daraus folgt, daß für $p_T = 0$ schon ab geringen Belastungen (17% des Versorgungsdruckes) $p_{B_{aus}} < p_{A_{aus}}$ ist. Bei angehobenem Tankdruck ($p_T > 0$) wird in Abhängigkeit von (F/A_k) bezogen auf $(F/A_k)_{grenz}$, $p_{A_{aus}}$ oder $p_{B_{aus}}$ weiter betrachtet. Die obere Schranke der äußeren Belastung ist die maximal mögliche Belastung $(F/A_k)_{max}$ (4.47), die im Anhang C hergeleitet ist.

$$(F/A_k)_{max} = p_0 - \frac{1}{\varphi} p_T - \left(\frac{R_{A_{aus}} \varphi^3 + 1}{\frac{R_{B_{aus}}}{R_{A_{aus}}} \varphi^3} \right) R_{A_{aus}} v_{aus}^2 A_k^2 \quad (4.47)$$

In Abhängigkeit der äußeren Belastung $(F/A_k)_{grenz}$ wird entweder $p_{A_{aus}}$ oder $p_{B_{aus}}$ betrachtet. Aus der Durchflußgleichung (4.1) und der Massenerhaltungsgleichung (4.3) wird geschlossen

$$p_0 = R_{A_{aus}} v_{aus}^2 A_k^2 + p_{A_{aus}} \quad (4.48)$$

Mit den Druckbeziehungen (4.39) und (4.40) ergeben sich

$$p_{A_{aus}} = \frac{R_{B_{aus}}}{\varphi^3} v_{aus}^2 A_k^2 + \frac{p_T}{\varphi} + \frac{F_L}{A_k} \quad (4.49)$$

$$p_{B_{aus}} = \frac{R_{B_{aus}}}{\varphi^2} v_{aus}^2 A_k^2 + p_T \quad (4.50)$$

Da hier im Vergleich zum Abschnitt 4.2 lediglich R_{aus} durch $R_{B_{aus}}$ ersetzt wird, ändert sich an den Variationsmöglichkeiten von A_k und p_T bezüglich der Kammerdrücke nichts. Es besteht also nur die Möglichkeit über eine Absenkung des Steuerkantenverhältnisses $X_s = R_{A_{aus}}/R_{A_{ein}}$ die Kammerdrücke $p_{B_{aus}}$ sowie $p_{A_{aus}}$ und damit die Einspannung des Zylinders zu erhöhen. Für Geschwindigkeiten $v_{aus} \rightarrow 0$ bleibt aber nach wie vor nur

der Tankdruck p_T maßgebend. Die Bilder 4.7 bis 4.10 geben den Einfluß des Steuerkantenverhältnisses X_s für den belasteten Zylinder analog zum Abschnitt 4.2 wieder. Dabei ist in den Bildern 4.7 bis 4.8 eine deutliche Verbesserung der Einspannung aufgrund des Steuerkantenverhältnisses X_s zu erkennen.

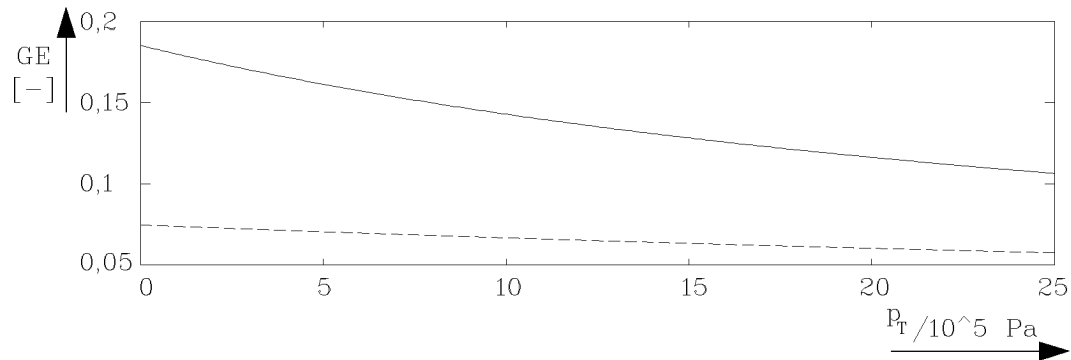


Bild 4.7: Einspannung des Zylinders beim Ausfahrvorgang (p_{Baus}) für das Steuerkantenverhältnis $X_s = 0,5$ und den Versorgungsdruck $p_0 = 210 \text{ bar}$ (10^5 Pa)

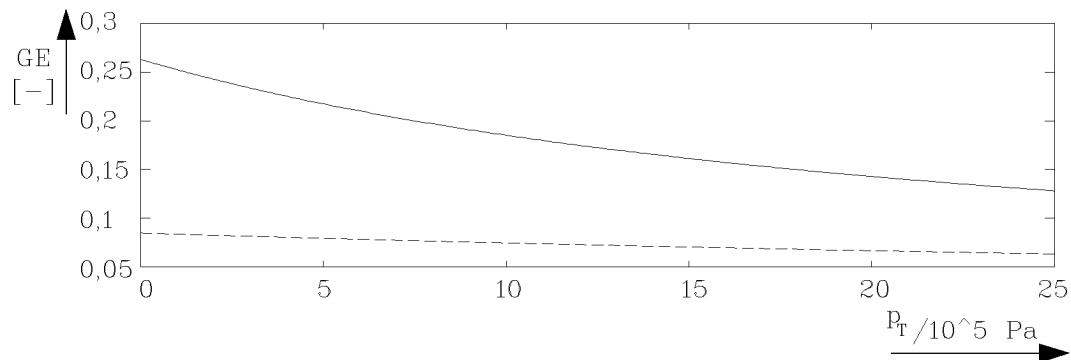


Bild 4.8: Einspannung des Zylinders beim Ausfahrvorgang (p_{Baus}) für das Steuerkantenverhältnis $X_s = 0,5$ und den Versorgungsdruck $p_0 = 110 \text{ bar}$ (10^5 Pa)

Bei anderen Steuerkantenverhältnissen bzw. bei umgekehrter Krafrichtung zeigt sich eine deutliche Verschlechterung der Einspannung (Bilder 4.9 und 4.10). Beim Einsatz eines unsymmetrischen Ventils ($X_s \neq 1$) wird die Verbesserung der Einspannung in der einen Verfahr- bzw. Krafrichtung durch eine Verschlechterung in der anderen Richtung erkauft. Ob ein Einsatz sinnvoll ist, ist für die jeweilige Anwendung zu überprüfen.

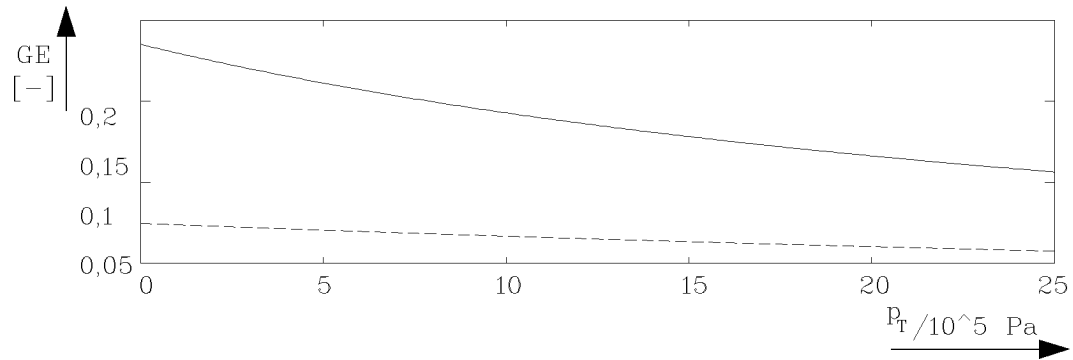


Bild 4.9: Einspannung des Zylinders beim Ausfahrvorgang ($p_{B_{aus}}$) für das Steuerkantenverhältnis $X_s = 2$ und den Versorgungsdruck $p_0 = 210 \text{ bar}$ (10^5 Pa)

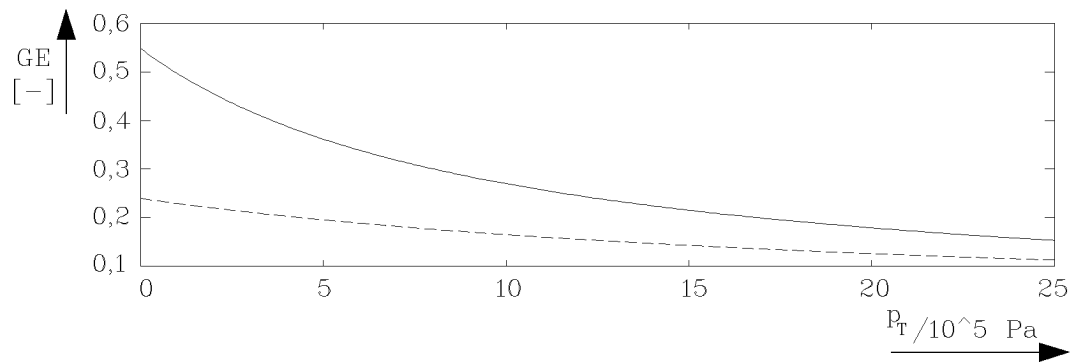


Bild 4.10: Einspannung des Zylinders beim Ausfahrvorgang ($p_{B_{aus}}$) für das Steuerkantenverhältnis $X_s = 2$ und den Versorgungsdruck $p_0 = 110 \text{ bar}$ (10^5 Pa)

Geschwindigkeitsverhalten

Für die Untersuchung des Geschwindigkeitsverhaltens wird wiederum v_{ein} (4.44) zu v_{aus} (4.41) ins Verhältnis gesetzt

$$X_v = \frac{v_{ein}}{v_{aus}} = \frac{\sqrt{\frac{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_{L_{ein}}}{A_k}}{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_{L_{aus}}}{A_k}}} \sqrt{\frac{R_{A_{aus}} \varphi^3 + R_{B_{aus}}}{R_{A_{ein}} \varphi^3 + R_{B_{ein}}}}}{\sqrt{\frac{R_{A_{aus}} \varphi^3 + R_{B_{aus}}}{R_{A_{ein}} \varphi^3 + R_{B_{ein}}}}} \quad (4.51)$$

Bei Untergliederung der äußeren Belastungen in die Reibkräfte folgt

$$\frac{v_{ein}}{v_{aus}} = \frac{\sqrt{\frac{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_R}{a_k} - \varphi \frac{F_R}{A_k}}{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_{L_{aus}}}{A_k} - \varphi \frac{F_R}{A_k}}} \sqrt{\frac{R_{A_{aus}} \varphi^3 + R_{B_{aus}}}{R_{A_{ein}} \varphi^3 + R_{B_{ein}}}}}{\sqrt{\frac{R_{A_{aus}} \varphi^3 + R_{B_{aus}}}{R_{A_{ein}} \varphi^3 + R_{B_{ein}}}}} \quad (4.52)$$

Es gilt, daß $R_{A_{aus}} \varphi^3 + R_{B_{aus}} = R_{h_{aus}}$ den hydraulischen Widerstand beim Ausfahren und $R_{A_{ein}} \varphi^3 + R_{B_{ein}} = R_{h_{ein}}$ den hydraulischen Widerstand beim Einfahren repräsentiert. Die Bedingung, daß für betragsmäßig gleiche Ansteuersignale der Zylinder gleich schnell ein- und ausfährt ($X_v = 1$), lautet

$$\frac{R_{A_{aus}} \varphi^3 + R_{B_{aus}}}{R_{A_{ein}} \varphi^3 + R_{B_{ein}}} = \frac{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_{L_{ein}}}{A_k} - \varphi \frac{F_R}{A_k}}{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_{L_{aus}}}{A_k} - \varphi \frac{F_R}{A_k}} \quad (4.53)$$

Für einen Geschwindigkeitsausgleich ist es nicht sinnvoll, das Steuerkantenverhältnis $X_s = R_{A_{aus}}/R_{B_{aus}} = R_{A_{ein}}/R_{B_{ein}}$ zu verändern, da sich die linke Seite von (4.53) zu

$$\frac{R_{A_{aus}} \varphi^3 + R_{B_{aus}}}{R_{A_{ein}} \varphi^3 + R_{B_{ein}}} = \frac{X_s \varphi^3 + 1}{X_s \varphi^3 + 1} \frac{R_{B_{aus}}}{R_{B_{ein}}} \quad (4.54)$$

umformen läßt. Daraus folgt, daß kein Einfluß des unsymmetrischen Ventils auf das Geschwindigkeitsverhalten vorhanden und dieses genauso wie in Tabelle 4.2 darstellbar ist.

Zusammenfassend läßt sich für den Abschnitt 4 sagen, daß sich beim belasteten Zylinder für konstante äußere Belastung F/A_K ein deutlich gesteigertes Geschwindigkeitsverhältnis $X_v = v_{ein}/v_{aus}$ ergibt, das in Folge des dominanten Einflusses von φ gegenüber p_0 und p_T mit steigendem φ absinkt. Bei konstantem Flächenverhältnis φ zeigt sich für steigende p_0 und p_T ein absinkendes und für steigende äußere Belastungen F/A_K ein steigendes Geschwindigkeitsverhältnis x_v . Bei großem F/A_K ist dieser Einfluß der äusseren Belastungen maßgebend.

5 Kompensation des Geschwindigkeitsverhaltens

Im vorangegangenen Abschnitt wurde als Maßnahme zur Verbesserung der Einspannung eines Zylinders die Tankdruckerhöhung behandelt. Diese findet insbesondere dann Anwendung, wenn der hydraulische Widerstand des Ventils nicht weiter erhöht werden kann. Der erhöhte Tankdruck übt genauso wie die äußere Belastung F/A_k , der Versorgungsdruck p_0 und das Flächenverhältnis φ des Differentialzylinders einen Einfluß auf das Geschwindigkeitsverhalten aus. Ziel einer gesteuerten Kompensation des Geschwindigkeitsverhaltens ist es, daß der Zylinder unabhängig von den eben genannten Einflußgrößen bei betragsmäßig gleichen Ansteuersignalen immer genauso schnell aus- wie einfährt, das Geschwindigkeitsverhältnis X_V also zu 1 wird. Dieses wird als ideale Kompensation bezeichnet. Das unsymmetrische Ventil hat auf das Geschwindigkeitsverhalten keinen und auf die Einspannung neben der dominanten äußeren Belastung nur einen eingeschränkten Einfluß über den Widerstand $R_{B_{aus}}$ (Vergleiche 4.49 bzw. 4.50). Um das Geschwindigkeitsverhältnis X_v zu beeinflussen, ist statt des Steuerkantenverhältnisses X_s das Verhältnis der Ein- und Ausfahrwiderstände $R_{B_{ein}}/R_{B_{aus}}$ zu verändern. Hierfür wird die Anpaßverstärkung

$$K_A = \sqrt{\frac{R_{ein}}{R_{aus}}} \quad (5.1)$$

eingeführt. Aufgrund der Abhängigkeit von der äußeren Belastung ist eine Änderung der Anpaßverstärkung über die Geometrie des Ventilschiebers nicht sinnvoll. Es könnte sonst nur für eine bestimmte Last eine Linearisierung vorgenommen werden. Wie schon von Saffe (1986) vorgeschlagen, sollten Kompensationsmaßnahmen sinnvollerweise durch Maßnahmen auf der Signalseite vorgenommen werden. Saffe (1986) benutzt eine gemessene Geschwindigkeitssignalkennlinie nach dem Prinzip der inversen Kennlinie (Lierschaft 1993) zur Korrektur. Die Abhängigkeit von den eben genannten Anlagenparametern (p_0 , p_T , F/A_K , φ) wird nicht untersucht, womit sich eine Linearisierung des Geschwindigkeitsverhaltens für nur eine Parameterbelegung ergibt. Im Gegensatz zu den Ausführungen von Lierschaft (1993) wird im folgenden das Ventil nicht separat, sondern das mechatronische Gesamtsystem Ventil-Zylinder und Elektronik betrachtet. Setzt man (4.52) in (4.49) ein und betrachtet $F_{L_{ein}} = F_{L_{aus}} = F_L$, so folgt

$$X_v = \frac{v_{ein}}{v_{aus}} = \sqrt{\frac{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_L}{A_k}}{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_L}{A_k}}} \sqrt{\frac{R_{B_{aus}}}{R_{B_{ein}}}} \quad (5.2)$$

Die Anpaßverstärkung $K_A = \sqrt{R_{B_{ein}}/R_{B_{aus}}}$ sorgt genau dann für gleiche Ein- und Ausfahrgeschwindigkeiten, wenn diese gleich der ersten Wurzel aus (5.2) ist. Für $K_A = 1$ erhält man wieder die Verläufe des Geschwindigkeitsverhältnisses X_v wie im Unterabschnitt 4.2.

Bei idealer Kompensation, also für

$$K_A = \sqrt{\frac{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_L}{A_k}}{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_L}{A_k}}}, \quad (5.3)$$

ist das Geschwindigkeitsverhältnis $X_v = 1$. Dazu müssen zur Bestimmung von K_A alle in Gleichung (5.3) enthaltenen Größen bekannt oder aber meßbar sein. Die geometrisch vorgegebene Größe des Flächenverhältnisses φ , wird im folgenden als konstant angenommen. Weitere betrachtete Systemgrößen sind die äußere Belastung F/A_k , der Versorgungsdruck p_0 und der Tankdruck p_T . Sind die Größen nicht meßbar, so findet eine Abschätzung zu einem konstanten Wert statt. Die hierdurch auftretenden Fehler sind Gegenstand der weiteren hier durchgeführten Untersuchungen. Dabei werden äußere Systemgrößen, die meßbar, bzw. bekannt sind, bei der Untersuchung als Variablen, ansonsten als Konstanten bezeichnet. Zur Bewertung der Kompensationsgüte wird die in Abschnitt 3.3 definierte Güte der Kompensation GK herangezogen. Dabei bedeuten $GK = 0$ die ideale, $GK \in [0 ; 0,1]$ eine sehr gute, $GK \in [0,1 ; 0,3]$ eine gute, $GK \in [0,3 ; 0,5]$ eine ausreichende und $GK > 0,5$ eine schlechte Kompensation. Bei der idealen Kompensation ($GK = 0$ bzw. $X_V = 1$) sind alle Systemgrößen bekannt, können also als Variable bei der Bildung der Kompensation verarbeitet werden.

5.1 Kompensation ohne variable Größen

Die größten Abweichungen ergeben sich natürlich dann, wenn die Werte (F/A_k) zu 50 bar ($10^5 Pa$), p_0 zu 110 bar ($10^5 Pa$) und p_T zu 0 bar ($10^5 Pa$) als Konstanten gesetzt werden. Es ergeben sich die in Tabelle 5.1 festgehaltenen Geschwindigkeitsverhältnisse X_V . Für diese Geschwindigkeitsverhältnisse läßt sich die Güte der Kompensation GK (Tabelle 5.2) nach der Beziehung (3.3) bestimmen. Es werden nur schwache Ergebnisse erzielt. Vergleicht man die Geschwindigkeitsverhältnisse mit denen ohne Kompensation (Tabelle 4.2), so zeigt sich dennoch eine deutliche Verbesserung des Geschwindigkeitsverhaltens.

p_0	110 bar ($10^5 Pa$)		310 bar ($10^5 Pa$)	
p_T	0 bar ($10^5 Pa$)	25 bar ($10^5 Pa$)	0 bar ($10^5 Pa$)	25 bar ($10^5 Pa$)
$\frac{F}{A_k} = 50$ bar ($10^5 Pa$)	1	0,9810	0,6712	0,6447
$\frac{F}{A_k} = 60$ bar ($10^5 Pa$)	1,1464	1,1711	0,7010	0,6762
$\frac{F}{A_k} = 70$ bar ($10^5 Pa$)	1,3363	1,4415	0,7319	0,7088
$\frac{F}{A_k} = 80$ bar ($10^5 Pa$)	1,6036	1,8952	0,7641	0,7428

Tabelle 5.1: Geschwindigkeitsverhältnis X_v am belasteten Differentialzylinder. Konstante Größen: $\varphi = 2$, $p_0 = 110$ bar ($10^5 Pa$), $p_T = 0$ bar ($10^5 Pa$) und $F/A_k = 50$ bar ($10^5 Pa$). Äußere Belastung: $(F/A_k)_0 = 50$ bar ($10^5 Pa$) und $(F/A_k)_1 = 60$ bar ($10^5 Pa$).

$\frac{F}{A_k}$ [bar ($10^5 Pa$)]	GK
50	0,2036
60	0,2905
70	0,4475
80	0,7566

Tabelle 5.2: Güte der Kompensation am belasteten Differentialzylinder. (Größen entsprechend Tabelle 5.1.)

5.2 Kompensation mit variablem Versorgungsdruck p_0 und Tankdruck p_T

In der Tabelle 5.3 sind der Anpaßverstärkung K_A , die Größen p_0 und p_T als Variablen und die äußere Belastung (F/A_k) als Konstante mit dem Wert 50 bar (10^5 Pa) gegeben. Die Tabelle zeigt den großen Einfluß der äußeren Belastung auf das Geschwindigkeitsverhältnis. Gegenüber dem Fall der Kompensation ohne variable Größen (Abschnitt 5.1) zeigt sich eine leichte Verbesserung des Kompensationsergebnisses (Tabelle 5.4).

p_0	110 bar (10^5 Pa)		310 bar (10^5 Pa)	
p_T	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)
$\frac{F}{A_k} = 50$ bar (10^5 Pa)	1,0	1,0	1,0	1,0
$\frac{F}{A_k} = 60$ bar (10^5 Pa)	1,1464	1,1937	1,0444	1,0488
$\frac{F}{A_k} = 70$ bar (10^5 Pa)	1,3363	1,4694	1,0904	1,0995
$\frac{F}{A_k} = 80$ bar (10^5 Pa)	1,6036	1,9319	1,1384	1,1522

Tabelle 5.3: Geschwindigkeitsverhältnis X_v am belasteten Differentialzylinder. Konstante Größen: $\varphi = 2$ und $F/A_k = 50$ bar (10^5 Pa). Variable Größen: p_0 und p_T . Äußere Belastung: $(F/A_k)_0 = 50$ bar (10^5 Pa) und $(F/A_k)_1 = 60$ bar (10^5 Pa).

$\frac{F}{A_k}$ [bar (10^5 Pa)]	GK
50	0,0000
60	0,1124
70	0,2748
80	0,5669

Tabelle 5.4: Güte der Kompensation am belasteten Differentialzylinder. (Größen entsprechend Tabelle 5.3.)

5.3 Kompensation mit variablem Versorgungsdruck p_0

Eine im Vergleich zum vorigen Abschnitt 5.2 weitere leichte Verbesserung des Geschwindigkeitsverhaltens (Tabelle 5.5) tritt dann ein, wenn der Tankdruck mit dem festen Wert $p_T = 0$ bar (10^5 Pa) belegt wird. Es erscheint zunächst widersinnig, daß sich das Verhalten verbessert, obwohl der Kompensation (Tabelle 5.6) weniger Information zur Verfügung gestellt wird. Der Grund liegt darin, daß der Fehler aufgrund der festen Wertbestimmung der äußeren Belastung (F/A_k) und der Fehler bei der Festlegung des Tankdrucks p_T entgegengesetzt wirken. Der Fehler wird quasi durch einen anderen Fehler kompensiert. Die Tabelle 5.5 behandelt den Fall für die Anpaßverstärkung K_A , bei dem die Größe p_0 als Variable und die Größen (F/A_k) zu 50 bar (10^5 Pa) sowie p_T zu 0 bar (10^5 Pa) als Konstante gesetzt werden.

p_0	110 bar (10^5 Pa)		310bar (10^5 Pa)	
p_T	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)
$\frac{F}{A_k} = 50$ bar (10^5 Pa)	1,0	0,9810	1,0	0,9604
$\frac{F}{A_k} = 60$ bar (10^5 Pa)	1,1464	1,1711	1,0444	1,0073
$\frac{F}{A_k} = 70$ bar (10^5 Pa)	1,3363	1,4415	1,0904	1,0559
$\frac{F}{A_k} = 80$ bar (10^5 Pa)	1,6036	1,8952	1,1384	1,1066

Tabelle 5.5: Geschwindigkeitsverhältnis X_v am belasteten Differentialzylinder. Konstante Größen: $\varphi = 2$, $p_T = 0$ bar (10^5 Pa) und $F/A_k = 50$ bar (10^5 Pa). Variable Größen: p_0 . Äußere Belastung: $(F/A_k)_0 = 50$ bar (10^5 Pa) und $(F/A_k)_1 = 60$ bar (10^5 Pa).

$\frac{F}{A_k}$ [bar (10^5 Pa)]	GK
50	0,0149
60	0,0970
70	0,2575
80	0,5450

Tabelle 5.6: Güte der Kompensation am belasteten Differentialzylinder. (Größen entsprechend Tabelle 5.5.)

Wird der Tankdruck p_T z. B. durch den festen Wert 15 bar (10^5 Pa) beschrieben, so verschlechtert sich sogar das Geschwindigkeitsverhalten der Ventil-Differentialzylinderschaltung.

Zu diesem Fall sind Daten für p_0 als variabel und $(F/A_k) = 50 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$ sowie $p_T = 15 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$ in Tabelle 5.7 und Tabelle 5.8 gegeben.

p_0	110 bar (10^5Pa)		310 bar (10^5Pa)	
p_T	0 bar (10^5Pa)	25 bar (10^5Pa)	0 bar (10^5Pa)	25 bar (10^5Pa)
$\frac{F}{A_k} = 50 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$	1,0103	0,9912	1,0236	0,9831
$\frac{F}{A_k} = 60 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$	1,1583	1,1832	1,0691	1,0311
$\frac{F}{A_k} = 70 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$	1,3502	1,4564	1,1162	1,0809
$\frac{F}{A_k} = 80 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$	1,6202	1,9149	1,1653	1,1327

Tabelle 5.7: Geschwindigkeitsverhältnis X_v am belasteten Differentialzylinder. Konstante Größen: $\varphi = 2$, $p_T = 0 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$ und $F/A_k = 50 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$. Variable Größen: p_0 . Äußere Belastung: $(F/A_k)_0 = 50 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$ und $(F/A_k)_1 = 60 \text{ bar (} 10^5 \text{Pa)}$.

$\frac{F}{A_k}$ [bar (10^5Pa)]	GK
50	0,0152
60	0,1143
70	0,2757
80	0,5649

Tabelle 5.8: Güte der Kompensation am belasteten Differentialzylinder. (Größen entsprechend Tabelle 5.7.)

5.4 Kompensation mit variabler bezogener äußerer Belastung (F/A_k)

Wie schon in den Tabellen 5.3 bis 5.4 dokumentiert, besitzt die äußere Belastung (F/A_k) den größten Einfluß auf das Systemverhalten. Geht diese als Variable in die Kompensation ein, läßt sich das Geschwindigkeitsverhalten der Ventil-Differentialzylinderschaltung deutlich verbessern. In den Tabellen 5.9 und 5.10 werden bei der Bildung der Anpaßverstärkung K_A die äußere Belastung (F/A_k) als Variable und die Größen p_0 zu 110 bar sowie p_T zu 0 bar als Konstanten verarbeitet.

p_0	110 bar (10^5 Pa)		310 bar (10^5 Pa)	
p_T	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)
$\frac{F}{A_k} = 50$ bar (10^5 Pa)	1,0	0,9810	0,6712	0,6447
$\frac{F}{A_k} = 60$ bar (10^5 Pa)	1,0	1,0215	0,6115	0,5898
$\frac{F}{A_k} = 70$ bar (10^5 Pa)	1,0	1,0787	0,5477	0,5304
$\frac{F}{A_k} = 80$ bar (10^5 Pa)	1,0	1,1819	0,4765	0,4632

Tabelle 5.9: Geschwindigkeitsverhältnis X_v am belasteten Differentialzylinder. Konstante Größen: $\varphi = 2$, $p_T = 0$ bar (10^5 Pa) und $p_0 = 110$ bar (10^5 Pa). Variable Größen: F/A_k . Äußere Belastung: $(F/A_k)_0 = 50$ bar (10^5 Pa) und $(F/A_k)_1 = 60$ bar (10^5 Pa).

$\frac{F}{A_k}$ [bar (10^5 Pa)]	GK
50	0,2036
60	0,2472
70	0,3135
80	0,4111

Tabelle 5.10: Güte der Kompensation am belasteten Differentialzylinder. (Größen entsprechend Tabelle 5.9.)

Bei einer ungünstigen Wahl der konstanten Größen für p_T und insbesondere p_0 verschlechtert sich das Verhalten deutlich. Dies ist besonders dort der Fall, wo der Versorgungsdruck p_0 in der Kompensation höher angenommen wird, als er in Wirklichkeit ist. Das Beispiel

einer Kompensation mit den als konstant angenommenen Größen $p_0 = 210 \text{ bar}$ (10^5 Pa) und $p_T = 15 \text{ bar}$ (10^5 Pa) zeigen die Tabellen 5.11 und 5.12.

p_0	110 bar (10^5 Pa)		310 bar (10^5 Pa)	
p_T	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)
$\frac{F}{A_k} = 50 \text{ bar}$ (10^5 Pa)	1,3806	1,3545	0,9267	0,8901
$\frac{F}{A_k} = 60 \text{ bar}$ (10^5 Pa)	1,4782	1,5100	0,9039	0,8718
$\frac{F}{A_k} = 70 \text{ bar}$ (10^5 Pa)	1,6087	1,7353	0,8811	0,8532
$\frac{F}{A_k} = 80 \text{ bar}$ (10^5 Pa)	1,8007	2,1282	0,8581	0,8341

Tabelle 5.11: Geschwindigkeitsverhältnis X_v am belasteten Differentialzylinder. Konstante Größen: $\varphi = 2$, $p_T = 0 \text{ bar}$ (10^5 Pa) und $p_0 = 110 \text{ bar}$ (10^5 Pa). Variable Größen: F/A_k . Äußere Belastung: $(F/A_k)_0 = 50 \text{ bar}$ (10^5 Pa) und $(F/A_k)_1 = 60 \text{ bar}$ (10^5 Pa).

$\frac{F}{A_k}$ [bar (10^5 Pa)]	GK
50	0,2825
60	0,3953
70	0,5665
80	0,8853

Tabelle 5.12: Güte der Kompensation am belasteten Differentialzylinder. (Größen entsprechend Tabelle 5.11.)

5.5 Kompensation mit variablem Versorgungsdruck p_0 und äußerer Belastung (F/A_k)

Gute Ergebnisse liefert die Vorgehensweise, sowohl die äußere Belastung (F/A_k) als auch den Versorgungsdruck p_0 bei der Bestimmung der Anpaßverstärkung K_A der Kompensation durch Variablen auszudrücken. Für diese Vorgehensweise zeigen die Tabellen 5.13 und 5.14 das Geschwindigkeitsverhältnis und die Kompensationsgüte bei einem Tankdruck p_T von 0 bar (10^5 Pa).

p_0	110 bar (10^5 Pa)		310 bar (10^5 Pa)	
p_T	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)
$\frac{F}{A_k} = 50$ bar (10^5 Pa)	1,0	0,981	1,0	0,9604
$\frac{F}{A_k} = 60$ bar (10^5 Pa)	1,0	1,0215	1,0	0,9645
$\frac{F}{A_k} = 70$ bar (10^5 Pa)	1,0	1,0787	1,0	0,9684
$\frac{F}{A_k} = 80$ bar (10^5 Pa)	1,0	1,1819	1,0	0,9721

Tabelle 5.13: Geschwindigkeitsverhältnis X_v am belasteten Differentialzylinder. Konstante Größen: $\varphi = 2$, $p_T = 0$ bar (10^5 Pa). Variable Größen: F/A_k und p_0 . Äußere Belastung: $(F/A_k)_0 = 50$ bar (10^5 Pa) und $(F/A_k)_2 = 80$ bar (10^5 Pa).

$\frac{F}{A_k}$ [bar (10^5 Pa)]	GK
50	0,0149
60	0,0147
70	0,0303
80	0,0594

Tabelle 5.14: Güte der Kompensation am belasteten Differentialzylinder. (Größen entsprechend Tabelle 5.13.)

Die Ergebnisse für den Fall, daß der Tankdruck zu 15 bar (10^5 Pa) gewählt wird, zeigen die Tabellen 5.15 und 5.16.

p_0	110 bar (10^5 Pa)		310 bar (10^5 Pa)	
p_T	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)	0 bar (10^5 Pa)	25 bar (10^5 Pa)
$\frac{F}{A_k} = 50$ bar (10^5 Pa)	1,0104	0,9912	1,0236	0,9831
$\frac{F}{A_k} = 60$ bar (10^5 Pa)	0,9887	1,0100	1,0212	0,9849
$\frac{F}{A_k} = 70$ bar (10^5 Pa)	0,9609	1,0365	1,0188	0,9866
$\frac{F}{A_k} = 80$ bar (10^5 Pa)	0,9186	1,0856	1,0165	0,9882

Tabelle 5.15: Geschwindigkeitsverhältnis X_v am belasteten Differentialzylinder. Konstante Größen: $\varphi = 2$, $p_T = 0$ bar (10^5 Pa). Variable Größen: F/A_k und p_0 . Äußere Belastung: $(F/A_k)_0 = 50$ bar (10^5 Pa) und $(F/A_k)_2 = 80$ bar (10^5 Pa).

$\frac{F}{A_k}$ [bar (10^5 Pa)]	GK
50	0,0152
60	0,0146
70	0,0278
80	0,0524

Tabelle 5.16: Güte der Kompensation am belasteten Differentialzylinder. (Größen entsprechend Tabelle 5.15.)

5.6 Hinweise zur Kompensation

Dieser Abschnitt gibt eine Bewertung der in den vorangegangenen Abschnitten 5.1 bis 5.5 behandelten Kompensationsmöglichkeiten. Dabei ist aus praktischer Sicht zu beachten, daß jede Meßstelle mit erheblichen Kosten verbunden ist. Zur Kompensation des Geschwindigkeitsverhältnisses $X_v = \frac{v_{ein}}{v_{aus}}$ findet eine Anpaßverstärkung K_A mit

$$\sqrt{K_A} = \sqrt{\frac{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_L}{A_k}}{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_L}{A_k}}} \quad (5.4)$$

Verwendung. Mit $\sqrt{K_A} = \sqrt{\frac{R_{ein}}{R_{aus}}}$ folgt

$$\frac{R_{ein}}{R_{aus}} = \frac{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_L}{A_k}}{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_L}{A_k}} \quad (5.5)$$

Die Untersuchung von Schalt- und Stetigventilen wird hier nicht getrennt vorgenommen, doch bietet es sich an, beim Einsatz von Schaltventilen die Kompensation durch eine Drosselrückschlagventilkombination zu realisieren. Der Einbau sollte entsprechend der unten genannten Anpaßverstärkung K_A für

$K_A > 1$ in Leitung A und

$K_A < 1$ in Leitung B

gemäß Bild 5.1 erfolgen. Der einzustellende Wert der Drossel läßt sich über K_A vorbestimmen.

Für ein symmetrisches, stetiges Ventil folgt aufgrund des reziproken Zusammenhangs zwischen hydraulischem Widerstand und Ansteuerstrom ($R_h(i) = \frac{R_{hmax} i_{max}}{i}$) aus dem Widerstandsverhältnis (5.5):

$$\frac{i_{aus}}{i_{ein}} = \frac{\varphi p_0 - p_T - \varphi \frac{F_L}{A_k}}{p_0 - \varphi p_T + \varphi \frac{F_L}{A_k}} = K_A \quad (5.6)$$

In Abhängigkeit der Kompensationsverstärkung K_A ist der Steuerstrom wie folgt zu

$$\begin{aligned} i_{ein_K} &= \frac{1}{K_A} i_{ein} & \text{und} & & i_{aus_K} &= i_{aus}, & \text{für } K_A > 1 & , \\ \text{ändern: } i_{ein_K} &= i_{ein}, & \text{und} & & i_{aus_K} &= i_{aus}, & \text{für } K_A = 1 & , \\ i_{ein_K} &= i_{ein} & \text{und} & & i_{aus_K} &= \frac{1}{K_A} i_{aus}, & \text{für } K_A < 1 & . \end{aligned}$$

Bei der Bestimmung der Kompensationsverstärkung K_A sei die Geometriegröße φ bekannt. Bei Betrachtung der Ergebnisse in den vorangegangenen Unterabschnitten läßt sich eine Aussage darüber machen, welche äußeren Systemgrößen ($p_0, p_T, F/A_k$) nach

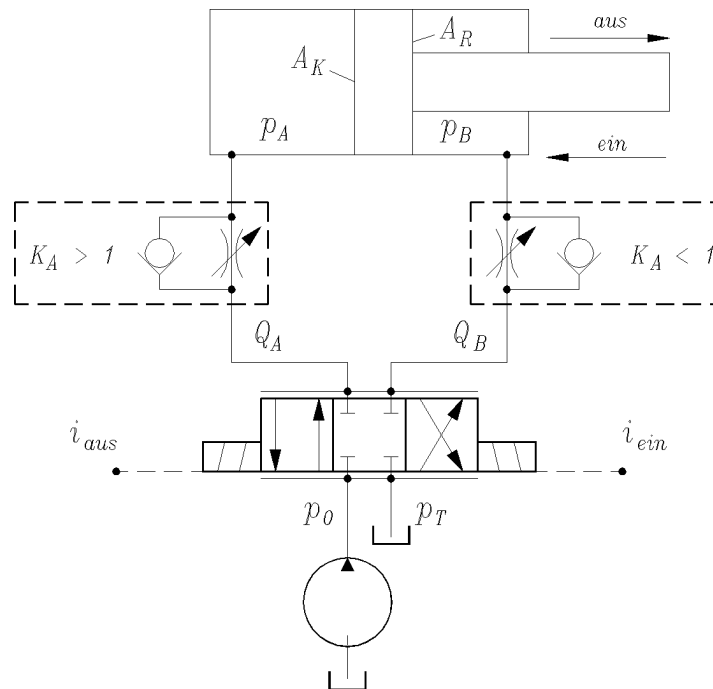


Bild 5.1: Einbauempfehlung für eine Kompensation mittels Drosselrückschlagventil.

Möglichkeit bekannt oder meßbar sein sollten. Die Form der Kompensation wird in Richtung fallender Kompensationsgüte aufgelistet:

1. Die ideale Kompensation ($V_{ein} = V_{aus}$) setzt die Kenntnis aller äußeren Systemgrößen voraus.
2. Sehr gute Ergebnisse sind zu erzielen, wenn der Systemdruck p_0 sowie die äußere Belastung F/A_k bekannt sind. Der Tankdruck kann durch einen konstanten Wert $p_{T_{approx}}$ approximiert werden. Der approximierte Tankdruck $p_{T_{approx}}$ sollte natürlich ungefähr dem realen Tankdruck $p_{T_{real}}$ entsprechen, aber immer $p_{T_{approx}} \geq p_{T_{real}}$ sein.
3. Gute Ergebnisse erreicht eine Kompensation, bei der der Versorgungsdruck p_0 bekannt ist. Die äußere Belastung F/A_k und der Tankdruck p_T lassen sich durch Konstanten approximieren. Wie in Punkt 2 gilt hier sowohl für den Tankdruck $p_{T_{approx}} \geq p_{T_{real}}$, als auch in abgeschwächter Form für die reale äußere Belastung: $(F/A_k)_{approx} \geq (F/A_k)_{real}$.
4. Ausreichende Ergebnisse zeigen die Fälle, bei denen nur die äußere Belastung F/A_k , bzw. keine äußeren Systemgrößen bekannt sind. Für die zu approximierenden Systemgrößen gelten die oben genannten Bedingungen.

Eine Berücksichtigung des Tankdruckes p_T in den Fällen 3. und 4. erzielt keine bzw. nur eine zu vernachlässigende Verbesserung der Kompensation.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Bei den in der praktischen Anwendung häufig verwendeten Differentialzylindern existiert zur Verbesserung der Einspannung der Zylinder wie zur Kavitationsvermeidung die Möglichkeit, den Tankdruck über dem Umgebungsdruck anzuheben. Der in der Literatur nur vage ausgedrückte Begriff der Einspannung wird durch die Einführung einer Gütefunktion und deren Bewertungskriterien genauer dargestellt. Die Tankdruckerhöhung findet insbesondere bei der Verwendung von Ventilen mit geringen hydraulischen Widerständen und bei großen schlanken Zylindern Anwendung. Sie bewirkt aber auch eine deutliche Änderung des Systemverhaltens, speziell des Geschwindigkeitsverhaltens des Zylinderantriebes. Dabei ist das Geschwindigkeitsverhältnis X_v abhängig von den Größen Flächenverhältnis, Versorgungs- und Tankdruck.

Auf dem Wissen über das System aufbauend kann eine Kompensation des nichtlinearen Geschwindigkeitsverhaltens vorgenommen werden. Diese bietet sich bei Schaltventilen als konstruktive Maßnahme in der hydraulischen Schaltung und bei Stetigventilen als Maßnahme auf der Signalseite an. Andere konstruktive Maßnahmen wie z. B. den Einsatz unsymmetrischer Ventilschieber sind hier wenig sinnvoll. Bei der Kompensation wirken die äußeren Systemgrößen äußere Belastung sowie Versorgungs- und Tankdruck bei konstantem Flächenverhältnis φ gerade reziprok zu ihrem Verhalten im nichtkompensierten System. Die Güte der Kompensation ist davon abhängig, ob diese Größen bekannt, bzw. meßbar sind oder geschätzt werden müssen. Fehlerhafte Schätzungen können dabei das Geschwindigkeitsverhalten sogar negativ beeinflussen. Es werden Hinweise zum praktischen Einsatz der Kompensation gegeben.

Eine Tankdruckerhöhung unter Berücksichtigung der genannten Kompensationsmaßnahmen kann das Systemverhalten eines Differentialzylinders verbessern. Kompensationsmaßnahmen sind insbesondere bei im Vergleich zum Versorgungsdruck hohen äußeren Belastungen nötig. Dieses ist gerade bei energetisch optimal ausgelegten Hydraulikanlagen anzutreffen, welche in der Praxis immer mehr an Bedeutung gewinnen. Die Mehrkosten bei der Realisierung der Tankdruckerhöhung (Vier 1993) müssen im Rahmen einer Wirtschaftlichkeitsanalyse untersucht werden.

Für die leckölbehaftete Differentialzylinderschaltung konnte eine analytische Betrachtung in der vorliegenden Form, selbst mit Unterstützung eines symbolisch-mathematischen Programms (Symbolics Inc. 1988) nicht mehr sinnvoll durchgeführt werden. Diese sind nach Saffe (1986) von untergeordneter Bedeutung und genauso wie das dynamische Verhalten Gegenstand zukünftiger Untersuchungen.

7 Literaturverzeichnis

- Backé, W.** 1973. *Systematik der hydraulischen Widerstandsschaltungen in Ventilen und Regelkreisen*. Mainz: Otto K. Krauskopf.
- Backé, W.** 1992a. *Grundlagen der Ölhydraulik*. Aachen: Vorlesungsumdruck RWTH Aachen. 8. Auflage.
- Backé, W.** 1992b. *Servohydraulik*. Aachen: Vorlesungsumdruck RWTH Aachen. 6. Auflage.
- Bronstein, M. und A. Semendjajew.** 1985. *Taschenbuch der Mathematik*. Berlin: VEB Verlag Leipzig.
- Ebertshäuser, H. u. a.** 1973. *Grundlagen der Ölhydraulik*. Mainz: Krauskopf
- Ewald, R.** 1989. *Der Hydrauliktrainer Band 2*. Lohr a. Main: Mannesmann Rexroth GmbH.
- Faatz, H. u.a.** 1988. *Der Hydrauliktrainer Band 3*. Lohr a. Main: Mannesmann Rexroth GmbH.
- Feigel, H.-J.** 1987a. *Nichtlineare Effekte am servoventilgesteuerten Differentialzylinder*. Ö + P 31 Nr. 1
- Feigel, H.-J.** 1987b. *Dynamische Kenngrößen eines Differentialzylinders*. Ö + P 31 Nr. 2
- Lemmen, R.** 1991. *Akquisition und Analyse von Wissen für die Inbetriebnahme von hydraulischen translatorischen Antrieben*. Diplomarbeit (unveröffentlicht). MSRT. Universität – GH – Duisburg
- Lierschaft K.** 1993: *Zur digitalen Regelung hydraulischer Stetigventile*. MSRT. Universität – GH – Duisburg. Dissertation. VDI-Verlag. Reihe 8. Nr.: 355.
- Matthies, K.J.** 1991. *Einführung in die Ölhydraulik*. Stuttgart: Teubner
- Saffe, P.** 1986. *Optimierung servohydraulischer Antriebe für den Einsatz in Industrierobotern*. Aachen. RWTH. Dissertation.
- Schmitt, A.** 1986. *Der Hydrauliktrainer Band 1*. Lohr a. Main: Mannesmann Rexroth GmbH.
- Schulte, A.** 1988a. *Grundlagen der Ölhydraulik*. Vorlesungstext. MSRT. Universität – GH – Duisburg
- Schulte, A.** 1988b. *Hydraulische Regelkreise und Servosteuerungen*. Vorlesungstext. MSRT. Universität – GH – Duisburg

-
- Schwarz, H.** 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme: Systemtheoretische Grundlagen* Berlin: Springer.
- Symbolics Inc.** 1988. *MACSYMA: Reference Manual*. Cambridge Mass.
- Vier E.** 1993. *Tankdruckabhängiges Verhalten der Ventil- Differentialzylinderschaltung*. MSRT. Universität – GH – Duisburg. Seminarvortrag.

A Anhang zum unbelasten Zylinder mit symmetrischem Ventil

(Reibungs-, last- und leckölfreier Zylinder mit symmetrischem Ventil)

- Ermittlung der Zylinderkammerdrücke $p_{A_{aus}}$ und $p_{B_{aus}}$ sowie der Kolbengeschwindigkeit v_{aus} beim Ausfahren des Zylinders.

Für den hier behandelten Fall ergeben sich die Gleichungen (4.1) bis (4.5) zu

$$p_0 - p_{A_{aus}} = R_{aus} Q_{A_{aus}}^2 \quad \text{und} \quad (\text{A.1})$$

$$p_{B_{aus}} - p_T = R_{aus} Q_{B_{aus}}^2 \quad . \quad (\text{A.2})$$

Für die Massenerhaltung bei konstanter Dichte des Fluides gilt

$$Q_{A_{aus}} = v_{aus} A_K \quad \text{und} \quad (\text{A.3})$$

$$Q_{B_{aus}} = v_{aus} A_K / \varphi \quad . \quad (\text{A.4})$$

Das Kräftegleichgewicht lautet

$$p_{A_{aus}} A_k = p_{B_{aus}} A_k / \varphi + F_{L_{aus}} \quad . \quad (\text{A.5})$$

Aus den Durchflußgleichungen (A.1) und (A.2) folgt

$$\frac{p_0 - p_{aus}}{Q_A^2} = \frac{p_{B_{aus}} - p_T}{Q_B^2} \quad . \quad (\text{A.6})$$

Unter Einbeziehung der Kontinuitätsgleichungen (A.3) und (A.4) ergibt sich

$$p_0 - p_{A_{aus}} = \varphi^2 (p_{B_{aus}} - p_T) \quad . \quad (\text{A.7})$$

Bei Berücksichtigung des Kräftegleichgewichtes (A.5) erhält man

$$p_0 - p_{A_{aus}} = \varphi^2 (\varphi p_{A_{aus}} - p_T) \quad \text{bzw.} \quad (\text{A.8a})$$

$$p_0 - \frac{p_{B_{aus}}}{\varphi} = \varphi^2 (p_{B_{aus}} - p_T) \quad . \quad (\text{A.8b})$$

Nach $p_{A_{aus}}$ bzw. $p_{B_{aus}}$ umgestellt sind das die Beziehungen der Kammerdrücke für den Ausfahrvorgang (4.14) und (4.15). Aus den Kontinuitätsgleichungen (A.3) bzw. (A.4) ergibt sich

$$v_{aus} = \frac{Q_{A_{aus}}}{A_K} = \frac{\varphi Q_{B_{aus}}}{A_K} \quad . \quad (\text{A.9})$$

Mit den Durchflußgleichungen (A.1) und (A.2) folgt

$$v_{aus} = \frac{1}{A_K} \sqrt{\frac{p_0 - p_{A_{aus}}}{R_{aus}}} = \frac{\varphi}{A_K} \sqrt{\frac{p_{B_{aus}} - p_T}{R_{aus}}} \quad . \quad (\text{A.10})$$

Wenn jetzt die Beziehungen für $p_{A_{aus}}$ (4.14) bzw. $p_{B_{aus}}$ (4.15) eingesetzt werden, erhält man die Ausfahrgeschwindigkeit v_{aus} .

- **Ermittlung der Zylinderkammerdrücke $p_{A_{ein}}$ und $p_{B_{ein}}$ sowie der Kolbengeschwindigkeit v_{ein} beim Einfahren des Zylinders.**

Analog zum Ausfahrvorgang ergeben sich für den Einfahrvorgang die Gleichungen (4.6) bis (4.10) zu

$$p_{A_{ein}} - p_T = R_{ein} Q_{A_{ein}}^2 \quad , \quad (\text{A.11})$$

$$p_0 - p_{B_{ein}} = R_{ein} Q_{B_{ein}}^2 \quad , \quad (\text{A.12})$$

$$Q_{A_{ein}} = v_{ein} A_K \quad , \quad (\text{A.13})$$

$$Q_{B_{ein}} = v_{ein} A_K \frac{1}{\varphi} \quad , \quad (\text{A.14})$$

$$p_{A_{ein}} A_K = p_{B_{aus}} A_K \frac{1}{\varphi} \quad . \quad (\text{A.15})$$

Die Durchflußgleichungen (A.11) und (A.12) lassen sich darstellen als

$$\frac{p_{A_{ein}} - p_{T_{ein}}}{Q_{A_{ein}}^2} = \frac{p_0 - p_{B_{ein}}}{Q_{B_{ein}}^2} \quad , \quad (\text{A.16})$$

mit den Kontinuitätsgleichungen (A.13) und (A.14) ergibt sich:

$$p_{A_{ein}} - p_{T_{ein}} = \varphi^2 (p_0 - p_{B_{ein}}) \quad (\text{A.17})$$

und mit dem Kräftegleichgewicht (A.15):

$$p_{A_{ein}} - p_{T_{ein}} = \varphi^2 (p_0 - \varphi p_{A_{ein}}) \quad \text{bzw.} \quad (\text{A.18a})$$

$$\frac{p_{B_{ein}}}{\varphi} - p_{T_{ein}} = \varphi^2 (p_0 - p_{B_{ein}}) \quad . \quad (\text{A.18b})$$

Aufgelöst nach $p_{A_{ein}}$ bzw. $p_{B_{ein}}$ führt dieses zu den Kammerdrücken für den Einfahrvorgang (4.17) und (4.18).

Aus den Kontinuitätsgleichungen (A.13) bzw. (A.14) ergibt sich

$$v_{ein} = \frac{Q_{A_{ein}}}{A_K} = \frac{\varphi Q_{B_{ein}}}{A_K} \quad . \quad (\text{A.19})$$

Mit den Durchflußgleichungen (A.11) und (A.12) ist dann

$$v_{ein} = \frac{1}{A_K} \sqrt{\frac{p_{A_{ein}} - p_T}{R_{ein}}} = \frac{\varphi}{A_K} \sqrt{\frac{p_0 - p_{B_{ein}}}{R_{ein}}} \quad . \quad (\text{A.20})$$

Werden hier die Beziehungen für $p_{A_{ein}}$ (4.17) bzw. $p_{B_{ein}}$ (4.18) eingesetzt, ergibt sich die Einfahrgeschwindigkeit v_{ein} (4.16).

B Anhang zum belasteten Zylinder mit symmetrischem Ventil

(Reibungs- und leckölfreier Zylinder mit symmetrischem Ventil)

- Ermittlung der Zylinderkammerdrücke $p_{A_{aus}}$ und $p_{B_{aus}}$ sowie der Kolbengeschwindigkeit v_{aus} beim Ausfahren des Zylinders. Die Zylinderkammerdrücke $p_{A_{ein}}$ und $p_{B_{ein}}$ sowie der Kolbengeschwindigkeit v_{ein} beim Einfahren des Zylinders ergeben sich analog zum Fall des unbelasteten Zylinders.
- Maximal mögliche Belastung $(F/A_k)_{max}$

Aus dem Ausfahrdruck (4.25) mit der Durchflußgleichung (4.1) und der Kontinuitätsgleichung (4.3) der Seite A bzw. Seite B des Zylinders (4.26 mit 4.2 und 4.4) ergibt sich

$$p_0 - R_{aus} v_{aus}^2 A_k^2 = \frac{1}{\varphi^3 + 1} (p_0 + \varphi^2 p_T + \varphi^3 (F/A_k)_{max}) \quad . \quad (B.1)$$

Nach $(F/A_k)_{max}$ aufgelöst erhält man die maximal mögliche Belastung (4.33b).

- Äußere Belastung (F/A_k)

Bei dieser Untersuchung variiert der Versorgungsdruck p_0 von 110 bis 310 bar ($10^5 Pa$) und der Tankdruck von 0 bis 25 bar ($10^5 Pa$). Damit ergibt sich für $\varphi = 1,7$ ein Maximum der Grenzbelastung $(F/A_k)_{grenz}$ zu:

$$\max ((F/A_k)_{grenz}) = 0,1059 (310 \text{ bar } (10^5 Pa) + 1,7^2 \cdot 25 \text{ bar } (10^5 Pa)) = 40,5 \text{ bar } (10^5 Pa) \quad .$$

Die untere Schranke der maximal zulässigen Belastung $\min ((F/A_k)_{max})$ ergibt sich für $\varphi = 1$ zu

$$\min ((F/A_k)_{max}) = 110 \text{ bar } (10^5 Pa) - 25 \text{ bar } (10^5 Pa) - 2 \cdot R_{aus} Q^2 \quad . \quad (B.3)$$

Je nach dem, ob z. B. Servo- oder Proportionalventile eingesetzt werden, erhält man Wertebereiche der äußeren Belastung (F/A_k) von:

$$\text{Servoventile:} \quad 40,5 \text{ bar } (10^5 Pa) \leq (F/A_k) \leq 50 \text{ bar } (10^5 Pa)$$

$$\text{Proportionalventile:} \quad 40,5 \text{ bar } (10^5 Pa) \leq (F/A_k) \leq 75 \text{ bar } (10^5 Pa).$$

Für die weitere Untersuchung wird hier eine äußere Belastung (F/A_k) von 50 bar ($10^5 Pa$) gewählt.

C Anhang zum belasteten Zylinder mit unsymmetrischem Ventil

Leckölfreier Zylinder mit beliebigem Ventil

- Die Ermittlung der Zylinderkammerdrücke $p_{A_{aus}}$ und $p_{B_{aus}}$ sowie der Kolbengeschwindigkeit v_{aus} beim Ausfahren des Zylinders und der Zylinderkammerdrücke $p_{A_{ein}}$ und $p_{B_{ein}}$ sowie der Kolbengeschwindigkeit v_{ein} beim Einfahren des Zylinders erfolgt ebenfalls analog zum Fall des lastfreien Zylinders mit symmetrischem Ventil.
- Maximal mögliche äußere Belastung $(F/A_k)_{max}$:

Aus der Durchflußgleichung (4.1) mit der Kontinuitätsgleichung (4.3) und dem Ausfahrdruck (4.36) ergibt sich

$$p_0 - R_{A_{aus}} v_{aus}^2 A_k^2 = \frac{1}{1 + \varphi^3 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}}} \left(p_0 + \varphi^2 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}} p_T + \varphi^3 \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}} \left[\frac{F_{L_{aus}}}{A_k} \right]_{max} \right). \quad (C.1)$$

Nach $(F_{L_{aus}}/A_k)_{max}$ aufgelöst, ergibt sich die äußere Belastung (5.4).

D Anhang zur Kompensation des Geschwindigkeitsverhaltens

- Äußere Belastung (F/A_k)

Auch bei dieser Untersuchung variiert der Versorgungsdruck p_0 von 110 bis 310 bar ($10^5 Pa$) und der Tankdruck von 0 bis 25 bar ($10^5 Pa$). Daraus folgt für das Steuerkantenverhältnis $X_s = \frac{R_{A_{aus}}}{R_{B_{aus}}} = 0,5$ und dem Flächenverhältnis $\varphi = 1,8$ eine maximale Grenzbelastung von:

$$(F_L/A_k)_{max} = 110 \text{ bar } (10^5 Pa) - \frac{25 \text{ bar } (10^5 Pa)}{1,8} - 1,343 R_{A_{aus}} Q^2 \quad (D.1)$$

Je nachdem, ob z. B. Servo- oder Proportionalventile eingesetzt werden, lassen sich die folgenden Bereiche der äußeren Belastung (F_L/A_k) angeben:

$$\text{Servoventile} \quad : \quad 56,4 \text{ bar}(10^5 \text{ Pa}) \leq \left[\frac{F_L}{A_k} \right] \leq 72,6 \text{ bar } (10^5 \text{ Pa})$$

$$\text{Proportionalventile} \quad : \quad 56,4 \text{ bar}(10^5 \text{ Pa}) \leq \left[\frac{F_L}{A_k} \right] \leq 89,4 \text{ bar}(10^5 \text{ Pa}) \quad .$$

Bei der Untersuchung der Kompensation werden äußere Belastungen von 50, 60, 70 und 80 bar ($10^5 Pa$) behandelt.