

Numerisch optimierte Fuzzy-Modelle

K. Küpper

Forschungsbericht Nr. 5/93

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: Der bisher im Fachgebiet Meß-, Steuer- und Regelungstechnik (MSRT) verwendete Algorithmus zur Identifikation von Fuzzy-Relationalmodellen liefert Ergebnisse, die weitere Verbesserungen möglich erscheinen lassen. Um das Potential der Verbesserungen aufzuzeigen und Anregungen für weitere Untersuchungen zu geben, werden in dem vorliegenden Bericht Fuzzy-Modelle an zwei Systeme mit Hilfe einer numerischen Optimierung des quadratischen Fehlers angepaßt. Es zeigt sich, daß eine deutlich bessere Modellgüte als bisher erreichbar ist.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 2 | Identifikation von Fuzzy-Relationalmodellen | 2 |
| 2.1 | Fuzzy-Relationalmodelle | 2 |
| 2.2 | Strukturfestlegung | 3 |
| 2.3 | Identifikation | 4 |
| 2.4 | Verifizierung | 5 |
| 3 | Ergebnisse | 6 |
| 4 | Zusammenfassung und Ausblick | 16 |
| 5 | Literatur | 17 |

1 Einleitung

Der Einsatz von Reglern, die auf der Fuzzy-Logik beruhen, ist heute Stand der Technik und erfolgt bereits in vielen Bereichen (Sugeno 1985, Gupta und Yamakawa 1988, Bertram und Svaricek 1992). Dagegen ist die Modellierung von technischen (und auch anderen) Prozessen mit Hilfe der Fuzzy-Logik noch nicht weit verbreitet. Dabei kann sie von großem Nutzen sein. Es seien nur die Auslegung von Fuzzy-Reglern (Pedrycz 1985), die adaptive Regelung unter Einbeziehung der Fuzzy-Logik und die Untersuchung von komplexen Systemen genannt, die nicht mehr durch linguistisch erfaßbares Expertenwissen beschrieben werden können.

Wie ein Fuzzy-Regler verknüpft ein Fuzzy-Modell eine oder mehrere Eingangsgrößen „unscharf“ miteinander und liefert, je nach Bedarf, eine scharfe oder unscharfe Ausgangsgröße. Der häufig zitierte Vorteil der Fuzzy-Logik, durch vereinfachte qualitative Beschreibungen und Folgerungen hinreichend genaue Ergebnisse zu liefern, wird dabei besonders ausgenutzt. So werden auch komplexe, nichtlineare Systeme, die analytisch nur sehr aufwendig oder sogar überhaupt nicht beschreibbar sind, mit relativ wenigen, einfachen Beziehungen dargestellt. Es ist allerdings hervorzuheben, daß eine exakte Modellierung des Systemverhaltens nicht erwartet werden kann. Denn die Stärke der Fuzzy-Logik liegt, wie bereits gesagt, im Verzicht auf weniger wichtige Einzelheiten.

Die Modellgüte ist aber für viele Anwendungen ausreichend. So werden z.B. in der adaptiven Regelung oft nur einfache Systemmodelle benötigt, ebenso bei der Auslegung von Fuzzy-Reglern, die prinzipiell robust gegen Modellungenauigkeiten sind. Insbesondere das zuletzt genannte Gebiet verspricht durch eine „Inversion“ der Fuzzy-Modelle gute Ergebnisse.

Seit einiger Zeit existiert im Fachgebiet Meß-, Steuer- und Regelungstechnik (MSRT) ein in C programmierter Algorithmus, der bei vorgegebener Struktur eines Fuzzy-Relationalmodells dessen Parameter aus den Ein- und Ausgangsdaten berechnet. Die vorwiegend verwendeten Fuzzy-Operatoren sind der Summen- und der Produktoperator (Bertram und Schwarz 1993). Die Abweichungen der so identifizierten Fuzzy-Modelle erscheinen jedoch für einige Anwendungen zu groß. Daraufhin stellt sich die Frage, wo die Unzulänglichkeiten zu suchen sind: Ist der Identifikationsprozeß, also die Bestimmung der Parameter, nicht ausgereift, oder können Fuzzy-Modelle grundsätzlich nur sehr schlechte Näherungen von Funktionsverläufen darstellen?

In diesem Bericht soll die zweite Frage beantwortet werden, indem mittels numerischer Optimierung ein Fuzzy-Modell so gut wie möglich an eine bekannte Funktion angepaßt wird. Im nächsten Abschnitt wird der bisher verwendete Algorithmus zur Identifikation von Fuzzy-Modellen kurz dargestellt. Im dritten Abschnitt werden die Optimierung erläutert und die Ergebnisse vorgestellt. Eine Zusammenfassung mit anschließendem Ausblick beenden den Forschungsbericht.

2 Identifikation von Fuzzy-Relationalmodellen

In diesem Abschnitt wird die Identifikation eines Fuzzy-Relationalmodells erläutert. Nach einer kurzen Beschreibung des Aufbaus eines Modells werden die drei Hauptschritte einer Identifikation, die Festlegung der Modellstruktur, die Identifikation des Modells selbst und dessen Verifizierung, dargestellt. Der vorgestellte Algorithmus beruht im wesentlichen auf Arbeiten von Pedrycz (1984a,b) und wurde von Bertram und Schwarz (1993) modifiziert.

Auf eine andere Klasse der Fuzzy-Modelle, die sogenannten Fuzzy-Funktionalmodelle (Takagi und Sugeno 1985), soll in diesem Bericht nicht eingegangen werden. Allerdings existieren auch dafür bereits Identifikationsalgorithmen (Sugeno und Tanaka 1991, Hebisch 1992).

2.1 Fuzzy-Relationalmodelle

In einem Fuzzy-Relationalmodell werden mehrere Fuzzy-Mengen über „Wenn ... dann ...“-Beziehungen der Form

$$\text{Regel}_{221} : (\text{Wenn } X_2 \text{ und } U_2 \text{ dann } Y_1) \mid \mu_{221} \quad (2.1)$$

miteinander verknüpft. Dabei sind die Fuzzy-Mengen in Gl. (2.1) jeweils über verschiedene scharfe Grundmengen definiert. Jede Grundmenge enthält im allgemeinen mehrere Fuzzy-Mengen, also z.B.:

$$X_j : X \rightarrow [0, 1]; \quad j = 0, \dots, c_x \quad (2.2)$$

$$U_k : U \rightarrow [0, 1]; \quad k = 0, \dots, c_u \quad (2.3)$$

$$Y_l : Y \rightarrow [0, 1]; \quad l = 0, \dots, c_y, \quad (2.4)$$

wobei c_x , c_u und c_y die Anzahl der Fuzzy-Mengen auf den jeweiligen Grundbereichen ist. Der Erfülltheitsgrad der Regel wird mit μ_R bezeichnet. Es können selbstverständlich auch mehrere Bedingungsteile auftreten.

Entsprechend der Anzahl der Fuzzy-Mengen c_x, c_u, c_y sind insgesamt $N = c_x \times c_u \times c_y$ Regeln analog zu Gl. (2.1) denkbar. Diese lassen sich übersichtlich in einem mehrdimensionalen Tensor oder als Karnaugh-Tafel darstellen. Die Gesamtheit aller Regeln wird auch als „Relationalmatrix“ bezeichnet. Für $c_x = c_u = c_y = 3$ sieht eine mögliche Karnaugh-Tafel wie folgt aus:

| | U_1 | | | U_2 | | | U_3 | | |
|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | Y_1 | Y_2 | Y_3 | Y_1 | Y_2 | Y_3 | Y_1 | Y_2 | Y_3 |
| X_1 | μ_{111} | μ_{112} | μ_{113} | μ_{121} | μ_{122} | μ_{123} | μ_{131} | μ_{132} | μ_{133} |
| X_2 | μ_{211} | μ_{212} | μ_{213} | μ_{221} | μ_{222} | μ_{223} | μ_{231} | μ_{232} | μ_{233} |
| X_3 | μ_{311} | μ_{312} | μ_{313} | μ_{321} | μ_{322} | μ_{323} | μ_{331} | μ_{332} | μ_{333} |

Tabelle 1: Karnaugh-Tafel (Regel_{221} aus Gl. (2.1) hervorgehoben)

Die Auswertung der einzelnen Regeln erfolgt mit den verschiedenen in der Fuzzy-Logik üblichen Operatoren (Klirr und Folger 1988, Böhme 1990, Lee 1990, Bertram 1991). Nach den bisherigen Erfahrungen am Fachgebiet MSRT haben sich jedoch zwei Operatoren als in der Genauigkeit überlegen herausgestellt: Das sind der Produktoperator für die „und“-Verknüpfung im Bedingungsteil und die Folgerung sowie die einfache Summe bei der Überlagerung mehrerer Regeln. Diese Kombination wurde zuerst von Mizumoto (1991) für Regler untersucht. Ihr Einsatz zur Identifikation wurde von Bertram und Schwarz (1993) vorgeschlagen. Sie werden in diesem Bericht immer verwendet, wenn nicht ausdrücklich auf Ausnahmen hingewiesen wird.

Bei der Bearbeitung scharfer Meßwerte müssen diese zuerst fuzzyfiziert und anschließend das Ergebnis defuzzyfiziert werden. Bei der Fuzzyfizierung wird mit Hilfe der Zugehörigkeitsfunktionen die Zugehörigkeit des scharfen Meßwertes zu den einzelnen Fuzzy-Mengen bestimmt. Mit anderen Worten, der scharfe Meßwert wird in den Fuzzy-Mengen dargestellt. Bei der Defuzzyfizierung wird die erweiterte Schwerpunktmethodik angewendet. Dabei wird der Schwerpunkt aller aus den Regeln resultierenden Fuzzy-Mengen über der Grundmenge berechnet. Das resultierende Element der Grundmenge ist der scharfe Ausgangswert.

2.2 Strukturfestlegung

Um das Fuzzy-Modell eines Systems zu erstellen, muß zunächst seine Struktur festgelegt werden. Der erste Punkt ist dabei die Zahl und die Auswahl der Eingangswerte. Da Fuzzy-Modelle normalerweise zeitdiskret ausgewertet werden, haben sie die allgemeine Form

$$y(k+1) = f(u_1(k), u_2(k) \dots u_i(k), u_1(k-1), u_2(k-1) \dots u_i(k-1), \dots \\ u_1(k-j), u_2(k-j) \dots u_i(k-j), y(k), y(k-1) \dots y(k-j)) \quad (2.5)$$

Dabei sollen *alle* Argumente auf der rechten Seite von Gl. (2.5) als *Eingangswerte* bezeichnet werden, also sowohl die zeitverzögert zurückgeführten Ausgangsgrößen als auch die *Eingangsgrößen* u_i . Die Dynamik des Systems wird in den verzögerten Größen abgebildet. Die Zahl der Eingangswerte ist systemabhängig und muß mit Vorwissen über den zu modellierenden Prozeß gewählt werden. Ein PT_2 -System könnte analog zu seiner rekursiven zeitdiskreten Darstellung durch

$$y(k+1) = f(u(k), u(k-1), y(k), y(k-1)) \quad (2.6)$$

dargestellt werden. Dementsprechend müßte ein Fuzzy-Modell vier Eingangswerte haben. Systemtotzeiten werden analog zu zeitdiskreten Systemen behandelt. Sie müssen entweder a-priori bekannt sein oder über eine Optimierung durch mehrfache Fuzzy-Identifikation bestimmt werden.

Als nächstes werden die Eingangs- und Ausgangsgrößen auf geeignete Intervalle normiert, z.B.:

$$u_{in}(k) = \frac{u_i(k)}{u_{i\ norm}} \quad (2.7)$$

Dazu werden im allgemeinen die Intervalle $[-1,1]$ bzw. $[0,1]$ bei Größen ohne Vorzeichenwechsel gewählt. Hierbei muß sichergestellt werden, daß keine Werte außerhalb dieser Bereiche auftreten.

Ein weiterer Schritt, der zur Strukturfestlegung gezählt werden kann, ist die Definition der Fuzzy-Mengen, der sogenannten Referenzmengen, auf den Grundmengen der Ein- und Ausgangsgrößen. Dabei ist man im wesentlichen noch auf Erfahrungswerte angewiesen. Fehlen weitere Informationen, bieten sich symmetrische dreiecksförmige Zugehörigkeitsfunktionen an, die über die Grundmenge gleichverteilt sind und an ihren Schnittpunkten die Zugehörigkeit $\mu = 0,5$ haben (Bild 2.1). In diesem Bericht werden ausschließlich

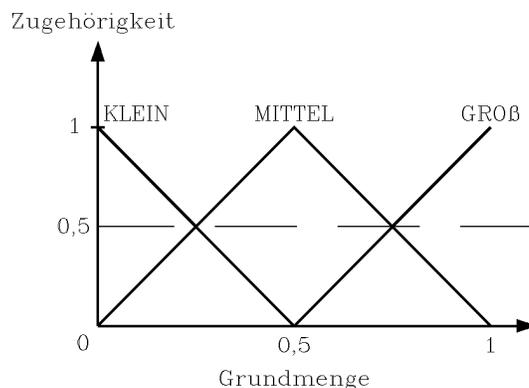


Bild 2.1: Beispiel für Fuzzy-Referenzmengen

solche Zugehörigkeitsfunktionen verwendet. Auch über die Zahl der Mengen lassen sich nur allgemeine Aussagen machen: Wenige Mengen verringern den Rechenaufwand und besitzen eine stärker interpolierende Wirkung, mehr Mengen erhöhen die Genauigkeit. Letzteres kann im Extremfall dazu führen, daß jeder Meßwert nur eine Fuzzy-Menge im Grundbereich anspricht, also im wesentlichen eine Abspeicherung wie in einem Kennfeld vorliegt.

2.3 Identifikation

Die eigentliche Identifikation besteht aus zwei Schritten, die mehrfach wiederholt werden. Zuerst wird aus einem Satz Meßdaten, also z.B. für Gl. (2.6) zum Zeitpunkt k

$$\{y(k+1), y(k), y(k-1), u(k), u(k-1)\}, \quad (2.8)$$

eine Relationalmatrix berechnet. Das heißt, daß alle Regeln, die diese Daten beschreiben, bestimmt werden. Wie bereits erwähnt, werden die Daten fuzzyfiziert, jeder scharfe Wert wird also auf mehrere Fuzzy-Mengen mit unterschiedlichen Zugehörigkeiten auf seiner Grundmenge abgebildet. So wird etwa in Anlehnung an Bild 2.1 aus

$$y(k+1) = 0,4 \Rightarrow \{0,2/\text{klein}; 0,8/\text{mittel}; 0,0/\text{groß}\}. \quad (2.9)$$

Dann berechnet man für jedes Element der Relationalmatrix, also für jede mögliche Regel, den Erfülltheitsgrad. Die Zugehörigkeitsgrade der entsprechenden Fuzzy-Mengen der

Ein- und Ausgangswerte werden miteinander multipliziert, d.h. der Produkt-Operator angewendet. So erhält man z.B. für die Regel (2.1)

$$\mu_{R_{221}} = \mu_{X_2} \times \mu_{U_2} \times \mu_{Y_1} . \quad (2.10)$$

Das Ergebnis ist eine vollständige Relationalmatrix, bei der allerdings die Mehrzahl der Elemente Null ist.

Der zweite grundsätzliche Schritt bei der Identifikation besteht darin, die so für jeden einzelnen Datensatz errechneten Relationalmatrizen zu vereinigen. Dieser Schritt entspricht der verbindenden *oder*-Operation zwischen mehreren gleichzeitig erfüllten Regeln (Regel 1 oder Regel 2 oder Regel 3 oder ...). Hierfür wird, wie schon bei der Verbindung der Regeln einer Relationalmatrix untereinander, der Summenoperator verwendet. Die einzelnen Relationalmatrizen werden also einfach addiert. Bei der späteren Defuzzifizierung stört es nicht, daß dabei die Erfülltheitsgrade der einzelnen Regeln größer als Eins werden können.

Abschließend sei noch ein Wort zu den Meßdaten gesagt, mit denen das Modell erstellt bzw. identifiziert wird. Es ist offensichtlich, daß sie den gesamten interessierenden Wertebereich abdecken müssen. Denn nur so werden für alle möglichen Eingangswerte Regeln generiert. Weiterhin sollte auf eine Gleichverteilung der Daten geachtet werden. Wäre dies nicht der Fall, wären also die einzelnen Teilrelationalmatrizen insgesamt nicht gleichmäßig besetzt, würden sich die häufig angesprochenen Regeln durch die Summation zu stark auswirken.

2.4 Verifizierung

Das identifizierte Fuzzy-Modell muß abschließend noch verifiziert werden. Dazu dienen in erster Linie die Daten, mit denen das Modell auch erstellt wurde. Das erscheint auf den ersten Blick als trivialer Test, kann aber unter Umständen bereits Probleme bereiten: Denn das gewonnene Modell ist per definitionem „fuzzy“. Man darf also keine exakte Übereinstimmung erwarten. Desweiteren können die Einflüsse der Überlagerung der verschiedenen Relationalmatrizen wegen der auftretenden Nichtlinearitäten nicht exakt eingeschätzt werden. Die Überbetonung einzelner Regeln durch die Summation wurde ja bereits angesprochen. Der Test mit weiteren Daten kann dann der endgültigen Verifizierung dienen und die Vollständigkeit der Regelbasis überprüfen.

3 Ergebnisse

Als erstes soll die Frage beantwortet werden, wie genau ein einzelner Meßwertsatz durch seine identifizierte Teilrelationalmatrix wiedergegeben wird. Es ist offensichtlich, daß für jeden Satz mindestens eine ihn exakt beschreibende Relationalmatrix existiert. Es kann aber nicht unbedingt davon ausgegangen werden, daß diese bei der Identifikation auch gefunden wird.

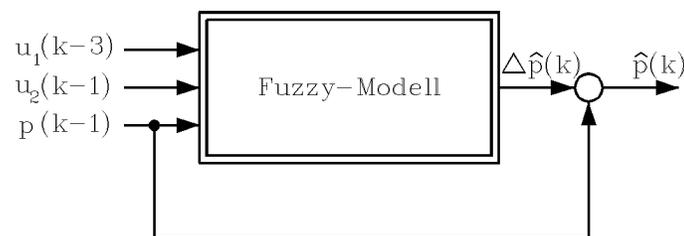
Zunächst werden Fuzzy-Modelle mit nur einem Ein- und Ausgang betrachtet. Der Eingang erhält sieben gleichverteilte, symmetrische und dreiecksförmige Zugehörigkeitsfunktionen, der Ausgang drei. Das Modell wird also durch eine 3×7 – Matrix repräsentiert. Die Wertebereiche sind jeweils $[-1, 1]$. Sie sind in Schritten von $s = 0, 1$ unterteilt, jeder enthält also 21 Werte. Jedem Eingangswert wird nun jeder Ausgangswert zugeordnet, es entstehen somit 441 Datensätze. Zu jedem Satz wird ein Fuzzy-Relationalmodell mit dem in Abschnitt 2 beschriebenen Algorithmus identifiziert. Dieses wird dann mit dem Eingang aus seinem erzeugenden Datensatz beaufschlagt und das Ergebnis ermittelt. Bild 3.1 zeigt das gewünschte Ergebnis. Die Identifikation liefert genau das gleiche Bild, d.h. jeder Punkt

Bild 3.1: Identifikation einzelner Punkte: ideales Ergebnis, sum-prod-Operator

wird exakt abgebildet. Für die spezielle Konfiguration von Operatoren und Zugehörigkeitsfunktionen kann sogar gezeigt werden, daß die Übereinstimmung für beliebig viele Eingangsgrößen gilt. Das ist jedoch nicht selbstverständlich. Werden statt des Summen- und Produkt-Operators Maximum bzw. Minimum verwendet, ergeben sich z.T. deutliche Abweichungen (Bild 3.2).

Bild 3.2: Identifikation einzelner Punkte: max-min-Operator

Der Einsatz von Fuzzy-Modellen macht natürlich keinen Sinn, wenn nur ein einzelner Punkt abgebildet werden soll. Vielmehr sollen Funktionen bzw. Systeme über ihren ganzen Arbeitsbereich von einem Fuzzy-Modell abgebildet werden. Das geschieht, wie schon erwähnt, durch die Überlagerung der Teilrelationalmatrizen der einzelnen Punkte. Untersuchungen dazu führten am Fachgebiet MSRT Schmidt (1992), Kluge (1992) und Bertram und Schwarz (1993) durch. Die Arbeiten beschränkten sich im wesentlichen auf eine Einschrittvorhersage des Ausgangs (Bild 3.3), wobei nur die Änderung der Ausgangsgröße innerhalb eines Tastschrittes geschätzt wurde. Bertram und Schwarz (1993) bezeichnen das als differentielles Fuzzy-Relationalmodell. Dabei konnte der Fehler zwischen Prädik-

**Bild 3.3:** Einschrittprädiktion (Kluge 1992)

tion \hat{y} und Ausgang y kleiner als bei einer reinen Zeitverzögerung des Ausgangs gemacht werden:

$$\hat{y}(k) - y(k) < y(k-1) - y(k). \quad (3.1)$$

Sobald man jedoch das Zeitverhalten des Systems durch die Rückführung der Ausgangsgröße modelliert (rekursives Modell, Bild 3.4), verschlechtern sich die Ergebnisse deutlich (Kluge 1992).

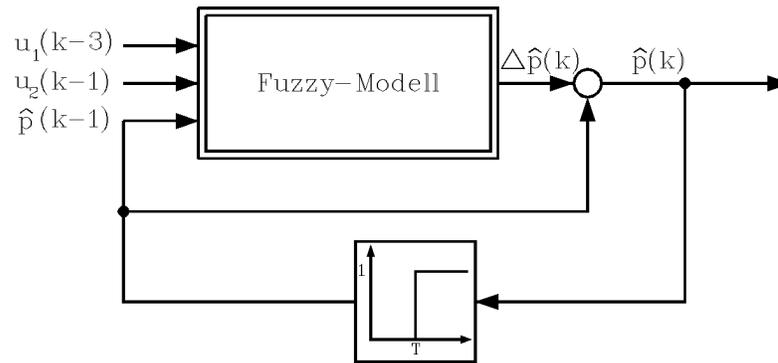


Bild 3.4: Rekursives Modell (Kluge 1992)

Ein Beispiel für die schlechte Qualität der nach dem beschriebenen Algorithmus gefundenen Fuzzy-Relationalmodelle ist das im folgenden identifizierte PT_2 -System. Es kann durch die rekursive Bestimmungsgleichung

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) \quad (3.2)$$

mit

$$\begin{aligned} a_1 &= -1,29 & a_2 &= 0,55 \\ b_1 &= 0,14 & b_2 &= 0,12 \end{aligned}$$

beschrieben werden. Das entspricht einem System mit $K = 1$, $D = 0,5$, $\omega_0 = 6s^{-1}$ und $T = 0,1s$. Bild 3.5 zeigt die Antwort des Systems auf ein treppenförmiges Eingangssignal u . Gleichzeitig ist die Einschrittprädiktion des Fuzzy-Relationalmodells dargestellt.

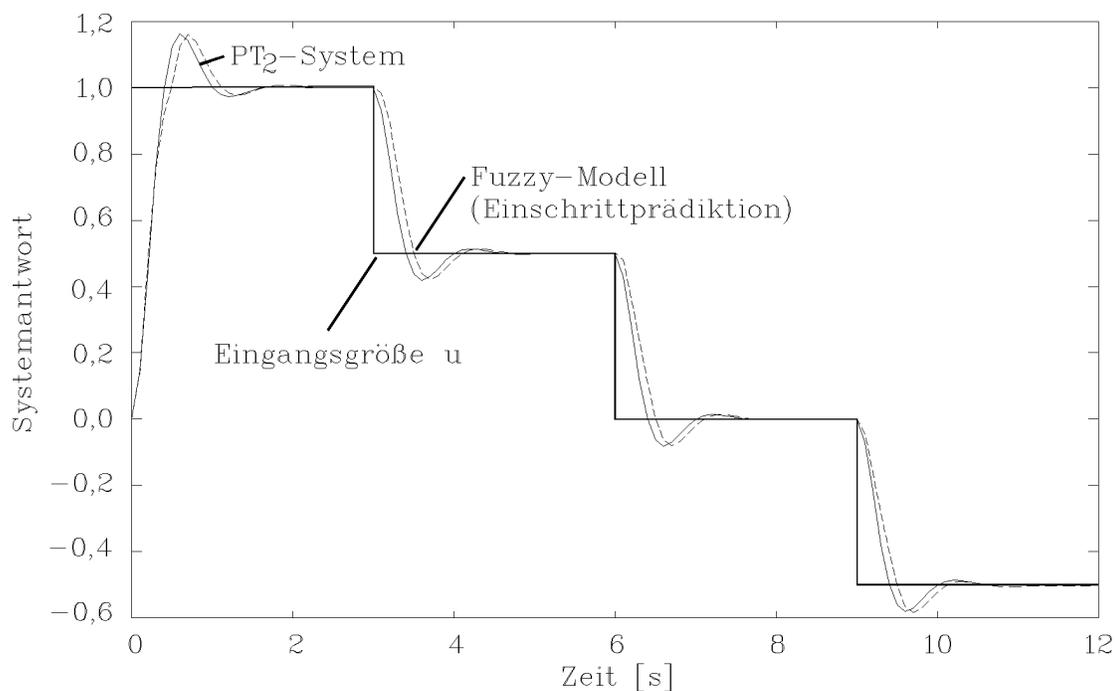


Bild 3.5: Antwort des PT_2 -Systems und des Prädiktors

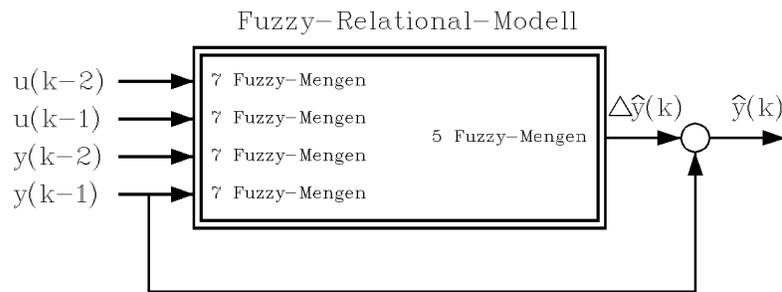


Bild 3.6: Einschrittprädiktor

Dessen Struktur ist in Bild 3.6 gezeigt. Wird der Ausgang \hat{y} über Verzögerungsglieder zurückgeführt, also $y(k-1)$ durch $\hat{y}(k-1)$ und $y(k-2)$ durch $\hat{y}(k-2)$ ersetzt, ergibt sich der in Bild 3.7 dargestellte Verlauf. Offensichtlich ist die Qualität des Modells nicht akzeptabel.

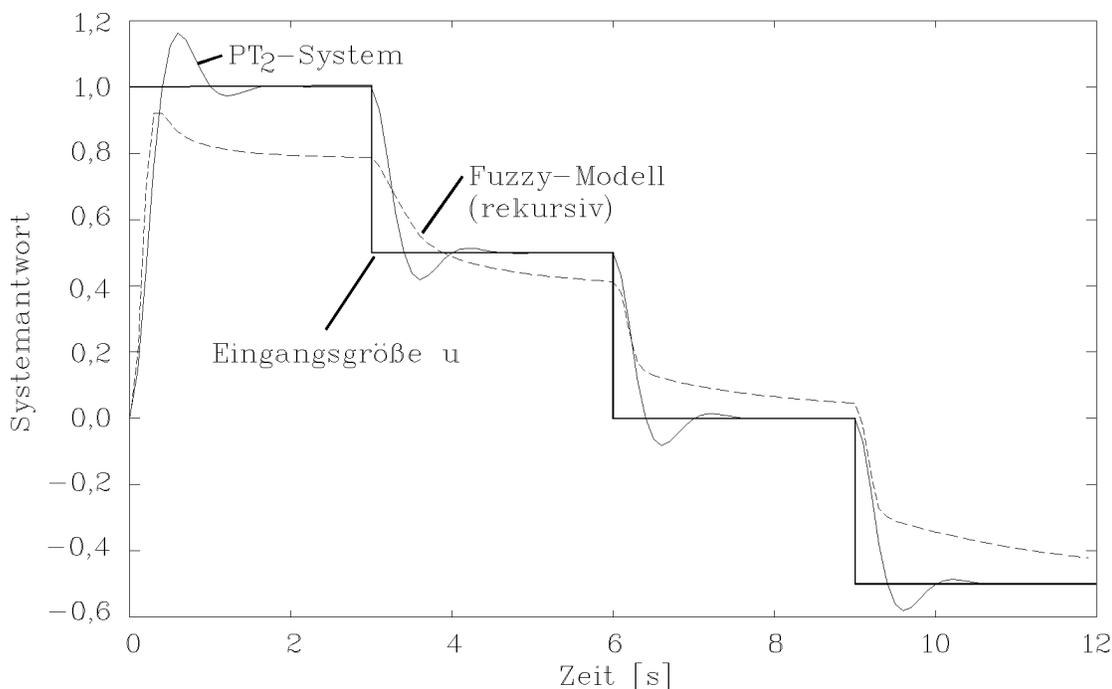


Bild 3.7: Antwort des rekursiv ausgewerteten Fuzzy-Modells

Um die weiteren Untersuchungen zu erleichtern, wird nun ein Fuzzy-Modell mit nur einem Ein- und Ausgang betrachtet. Es soll die statische Nichtlinearität

$$y = y(x) = \text{sign}(x)\sqrt{|x|} \quad (3.3)$$

abbilden. Die Identifikationsergebnisse für Modelle mit 3 Fuzzy-Mengen für die Ausgangsgröße und 3, 5 und 7 Fuzzy-Mengen für die Eingangsgröße sind in Bild 3.8 dargestellt. Für die Identifikation wurden 100 über dem Eingang gleichverteilte Meßwerte benutzt. Eine Gleichverteilung über dem Ausgang lieferte ähnliche Ergebnisse. Wiederum wird die schlechte Übereinstimmung von Modell und System deutlich.

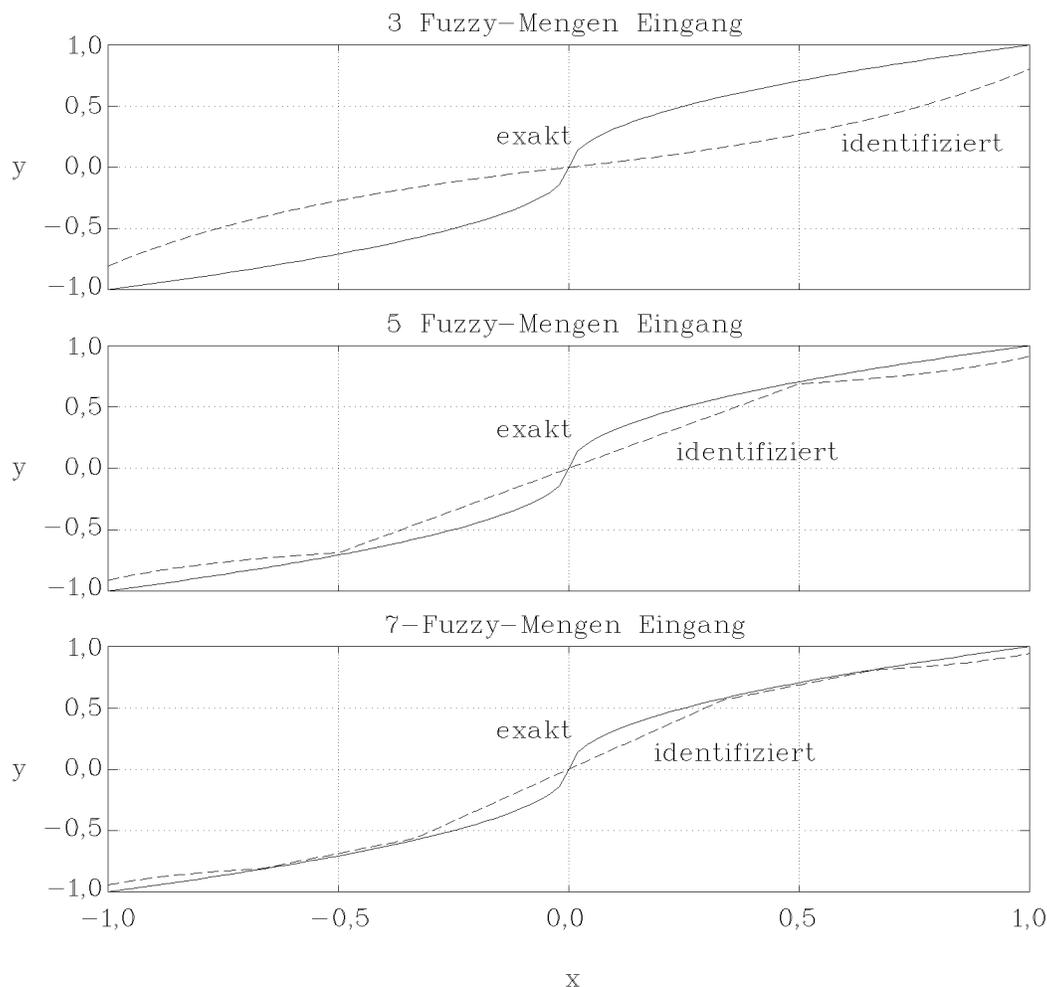


Bild 3.8: Identifizierte Fuzzy-Modelle von $y = \text{sign}(x)\sqrt{|x|}$ mit 3, 5 und 7 Fuzzy-Mengen am Eingang

An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, daß in dem benutzten Identifikationsalgorithmus nur eine Abbildung vorgenommen wird: Die Meßdaten werden lediglich umgeformt und addiert, es findet keine iterative Verbesserung oder Bewertung des Fehlers statt. Deshalb stellt sich, bevor noch nach möglichen Verbesserungen im Algorithmus gesucht wird, die Frage, welche Güte mit der vorgegebenen Modellstruktur (Zahl der Eingänge, Zahl der Fuzzy-Mengen, Form der Zugehörigkeitsfunktionen etc.) überhaupt erreicht werden kann.

Zur Beantwortung dieser Frage wird eine numerische Optimierung mit Nebenbedingungen angewendet. Die Parameter der Relationalmatrix werden so lange optimiert, bis das Fuzzy-Modell die geringste mögliche Abweichung von der zu identifizierenden Funktion hat. Dabei ist der quadratische Fehler zwischen der Schätzung \hat{y} , die man aus der Auswertung des variierten Fuzzy-Modells erhält, und dem Wert y der realen Funktion (3.3)

$$e_q = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n - \hat{y}_n)^2 \quad (3.4)$$

das zu minimierende Gütemaß. Die variierten Parameter sind die Elemente der Relationalmatrix. Bei der Beschreibung des Eingangs durch 7 und des Ausgangs durch 3 Fuzzy-Mengen gibt es also 21 Parameter. Die Nebenbedingung ist schließlich, daß alle Parameter positiv sein müssen.

Zur Optimierung wurde das M-File „constr.m“ aus der Optimization Toolbox von Matlab verwendet (o.A. 1990, Grace 1990), das nichtlineare Optimierungen unter Nebenbedingungen lösen kann. Die Ergebnisse sind für die verschiedenen Zahlen von Fuzzy-Mengen in Bild 3.9 dargestellt. Schon bei nur 3 Fuzzy-Mengen für den Eingang kann eine akzeptable

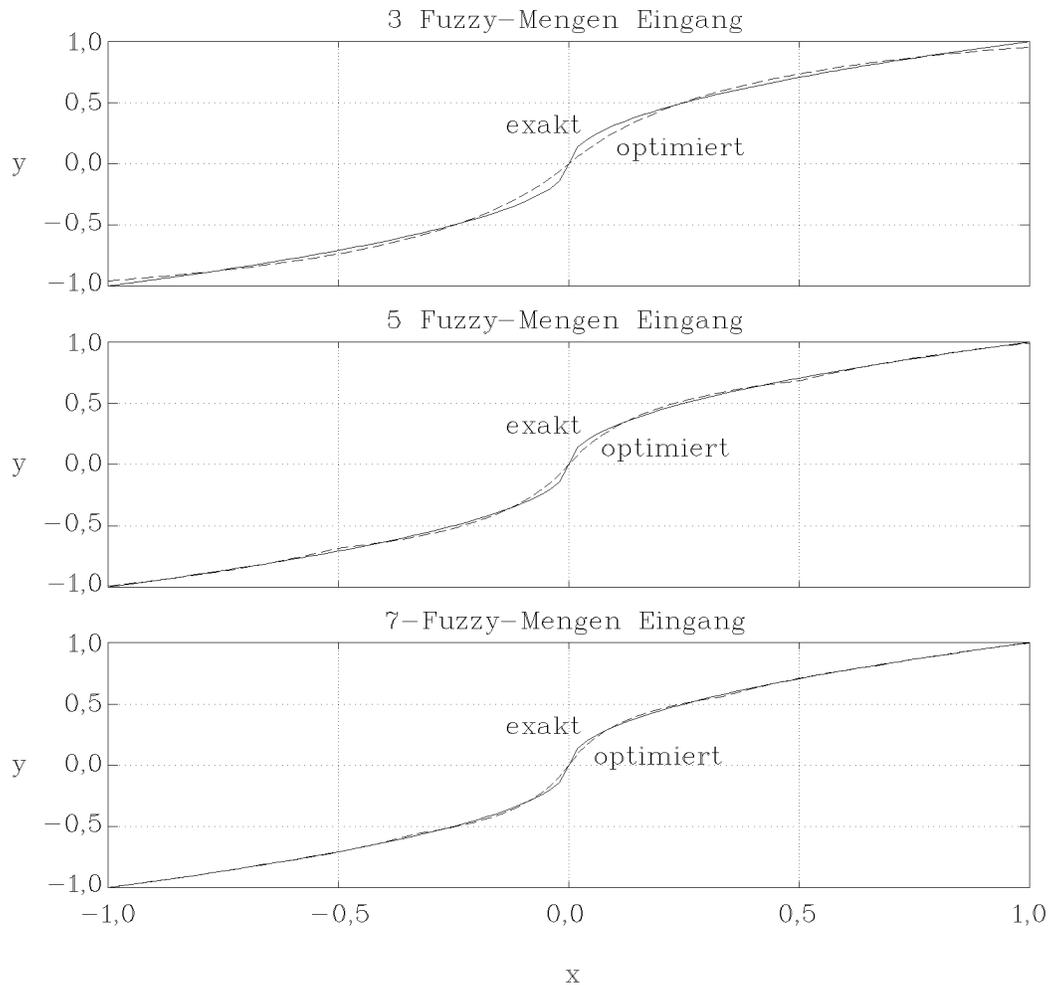


Bild 3.9: Optimierte Fuzzy-Modelle von $y = \text{sign}(x)\sqrt{|x|}$

Übereinstimmung erzielt werden, 7 Fuzzy-Mengen führen zu sehr guten Ergebnissen. Die Konvergenz des Verfahrens ist unabhängig von den Startwerten.

Als zweiter Fall wurde eine Funktion in zwei Veränderlichen untersucht:

$$z = z(x, y) = \sqrt{|xy|} \text{sign}(xy). \quad (3.5)$$

Ihr zweidimensionaler Graph ist in Bild 3.10 gezeigt. Die beiden Eingänge des Fuzzy-

Bild 3.10: Untersuchte Funktion $z(x, y) = \sqrt{|xy|} \text{sign}(xy)$

Modells werden in jeweils 5 Fuzzy-Mengen, der Ausgang in drei aufgeteilt. Die Eingangsgrößen liegen jeweils in dem Intervall $[-1, 1]$ bei einem Abstand von 0,02. Es gibt also insgesamt 10201 Wertetripel (x, y, z) . Der Optimierungsalgorithmus blieb unverändert. Es sei darauf hingewiesen, daß nun bereits $3 \times 5 \times 5 = 75$ Parameter optimiert werden müssen. Die Ergebnisse der Fuzzy-Identifikation zeigt Bild 3.11, die der Optimierung Bild 3.12. In den Bildern 3.13 und 3.14 sind außerdem die Abweichungen der Modelle von der Funktion (3.5) dargestellt.

Auch in diesem Fall wird die wesentliche Verbesserung des Fuzzy-Modells durch die Optimierung deutlich. Der quadratische Fehler sank von $e_{q,id} = 0,0183$ auf $e_{q,opt} = 0,0028$. Zwar wird die Funktion nicht exakt dargestellt, aber das konnte bei nur fünf Fuzzy-Mengen nicht erwartet werden. Das wird schon im Vergleich zum vorher betrachteten eindimensionalen Problem deutlich. Bei diesem Vergleich fällt auch auf, daß die Abweichungen in beiden Fällen eine sehr ähnliche Charakteristik besitzen. Offensichtlich übertragen sich die Eigenschaften der Identifikation einer eindimensionalen Funktion auf ihre mehrdimensionale Erweiterung. Abschließend noch eine Bemerkung zu dem deutlichen Fehler beim Nulldurchgang: Er ist wahrscheinlich auf den großen Gradienten und die Änderung des Gradienten zurückzuführen. Eine Verbesserung ließe sich mit Sicherheit durch eine Anpassung der Zugehörigkeitsfunktionen in diesem Bereich erzielen, also etwa durch eine engere Staffelung. Das muß aber Thema einer anderen Untersuchung sein.

Der Rechenaufwand für die Optimierung ist erheblich. Mit dem erwähnten M-file „constr.m“ und der Auswertung der Fuzzy-Modelle in einem C-Programm betrug die Rechenzeit auf einer HP-720 Workstation über 36 Stunden. Bei Modellen mit mehr Eingängen steigt der Aufwand exponentiell an. Dieser außerordentlich hohe Rechenaufwand beantwortet sofort die Frage, ob die beschriebene numerische Optimierung direkt als Identifikationsalgorithmus eingesetzt werden kann: Das scheint selbst bei optimierten Algorithmen nicht möglich. Es können außerdem noch weitere Probleme auftreten. So ist bei der großen Zahl der zu variierenden Parameter eine Konvergenz des Verfahrens nicht zu garantieren. Ein Einlaufen in lokale Minima ist zu erwarten. Weitere Fragen, etwa nach dem Einfluß von zu wenigen oder gestörten Meßdaten, wie neue Daten in das Modell eingefügt werden können oder wie eine ungleichmäßige Datenverteilung sich auswirkt, können ebenfalls nicht beantwortet werden.

Um wenigstens die große Zahl der Parameter zu umgehen, ist an eine abschnittsweise Optimierung gedacht: Dabei werden nur wenige benachbarte Elemente der Relationalmatrix variiert, wobei auch nur die von diesen Regeln beeinflussten Meßwerte durchgerechnet werden müssen. Die Überlappung der Fuzzy-Mengen kann durch geeignete Kombinationen der erzielten Parameter oder durch beschränkte Variation der „Randmengen“ berücksichtigt werden. Obwohl ein erster Versuch, bei allerdings nur einer Eingangsgröße, erfolgreich war, bleiben die oben angesprochenen Fragen bestehen. Gerade die Konvergenzproblematik verschärft sich durch die Überlappung. Auch die Rechenzeit konnte nicht vermindert werden, so daß dieser Ansatz nicht weiter verfolgt wurde.

Bild 3.11: Ergebnis der Fuzzy-Identifikation

Bild 3.12: Ergebnis der Optimierung

Bild 3.13: Fehler bei der Fuzzy-Identifikation

Bild 3.14: Fehler bei der Optimierung

4 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieses Forschungsberichts wurden Fuzzy-Relationalmodelle untersucht, die mit gleichverteilten, dreiecksförmigen und symmetrischen Zugehörigkeitsfunktionen arbeiten. Die Operatoren waren die Summe für die Disjunktion und das Produkt für die Konjunktion (Bertram und Schwarz 1993). Im Vergleich mit dem bisher im Fachgebiet MSRT verwendeten Fuzzy-Identifikationsalgorithmus konnten mit einer numerischen Optimierung bei den untersuchten Systemen mit ein und zwei Eingangswerten sehr viel bessere Ergebnisse erzielt werden. Der Rechenaufwand war jedoch sehr hoch. Außerdem kann die Konvergenz der Optimierung nicht garantiert werden, so daß diese für die Identifikation nicht geeignet erscheint. Jedoch wird deutlich, daß die Modellierung von Systemen mit Fuzzy-Relationalmodellen durchaus vielversprechend ist. Eine Einschnitt-Prädiktion ist bereits jetzt mit annehmbarer Genauigkeit realisierbar. Nach Verbesserungen in den Identifikationsalgorithmen erscheinen auch eine Mehrschritt-Prädiktion und nur mit den Eingangsgrößen rechnende Modelle durchaus möglich.

Für die Fuzzy-Identifikation ergeben sich aus den Ergebnissen einige interessante Aussagen: Es ist möglich, mit einem Fuzzy-Modell auch komplexe Zusammenhänge abzubilden. Einzelne Punkte können schon mit dem bekannten Identifikationsverfahren exakt erfaßt werden. Also muß die Überlagerung mehrerer Regeln (entsprechend mehrerer Teilrelationalmatrizen) mit dem Summenoperator für die Disjunktion überprüft werden. Man sollte sich weiterhin fragen, ob die angesprochene exakte Abbildung einzelner Punkte überhaupt erstrebenswert ist, da Fuzzy-Modelle insbesondere wegen ihrer Fähigkeit zur Interpolation und „ungefähren“ Darstellung interessant sind. Es kann an eine unscharfe Ablage der Punkte in der Relationalmatrix, z.B. in einer Fuzzy-Relation zweiter Ordnung, gedacht werden. Auch das Zusammenfassen mehrerer ähnlicher Punkte bei der Identifikation ist möglich.

5 Literatur

- Bertram, T.** 1991. *Einführung in die Fuzzy-Regelung*. Forschungsbericht Nr. 4/91 MSRT. Universität –GH– Duisburg.
- Bertram, T. und F. Svaricek** 1992. Zur Fuzzy-Regelung eines aufrechtstehenden Pendels. *at–Automatisierungstechnik*. 40. 308-310.
- Bertram, T, und H. Schwarz.** 1993. Fuzzy Identification of Hydraulik Systems. *12th IFAC World Congress*. Sydney, Australia, (angenommener Beitrag).
- Böhme, G.** 1990. *Algebra*. Berlin: Springer.
- Grace, A.** 1990. *Optimization Toolbox*, The MathWorks, Inc., Natick.
- Gupta, M.M. and T. Yamakawa.** 1988. *Fuzzy Computing, Theory, Hardware, and Applications*. Amsterdam: North-Holland.
- Hebisch, H.** 1992. *Identifikation eines Fuzzy-Modells am Beispiel einer hydraulischen Regelstrecke*. Diplomarbeit MSRT (unveröffentlicht). Universität –GH– Duisburg.
- Klir, G.J. and T.A. Folger.** 1988. *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*. London: Prentice-Hall International.
- Kluge, T.** 1992. *Zur unscharfen Modellbildung einer hydraulischen Regelstrecke*. Diplomarbeit MSRT (unveröffentlicht). Universität –GH– Duisburg.
- Lee, C. C.** 1990. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* Vol. 20. 404–418 und 419–435.
- Mizumoto, M.** 1991. Min-Max-Gravity Method Versus Produkt-Sum-Gravity Method for Fuzzy Controls. *Proceedings of the fourth IFSA World Congress*. Brussels, Belgium. Engineering 127-30.
- o. A.** 1990. *Matlab User's Guide*. The MathWorks, Inc., Natick.
- Pedrycz, W.** 1984a. An Identification Algorithm in Fuzzy Relational Systems. *Fuzzy Sets and Systems* 13. 153–167.
- Pedrycz, W.** 1984b. Identification in Fuzzy Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* Vol. 14. 361–366.
- Pedrycz, W.** 1985. Design of fuzzy control algorithms with the aid of fuzzy models. *Industrial Applications of Fuzzy Control*. ed. M. Sugeno. Amsterdam: North-Holland.
- Schmidt, F.** 1992. *Zur unscharfen Modellierung technischer Systeme am Beispiel einer Roheisen-Entschwefelungsanlage*. Diplomarbeit MSRT (unveröffentlicht). Universität –GH– Duisburg.

-
- Sugeno, M.** 1985. *Industrial Applications of Fuzzy-Control*. Amsterdam: North-Holland.
- Sugeno M. and K. Tanaka.** 1991. Successive identification of a fuzzy model and its applications to prediction of a complex system. *Fuzzy Sets and Systems* 42. 315–334.
- Takagi, T. and M. Sugeno.** 1985. Fuzzy-identification of systems and its applications to modelling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* Vol. 15. 116–132.