

Ein neues Verfahren zur Abschätzung einer günstigen Abtastzeit mittels Entropieanalyse

H. Reuter

Forschungsbericht Nr. 09/93

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: In diesem Forschungsbericht wird ein neues Verfahren vorgestellt, das mit Hilfe der Entropieanalyse eine günstige Abtastzeit ermittelt. Der heuristische Begriff *günstig* bedeutet hierbei, daß die Abtastzeit klein genug ist, damit der Verlauf des abzutastenden Signals genügend genau wiedergegeben wird. Nach einer kurzen Einleitung werden die Kreuzentropiefunktion sowie die Bestimmung eines Signifikanzgrenzwertes erläutert und das Verfahren zur Bestimmung der Abtastzeit erklärt. Anhand eines Simulationsbeispiels erfolgt ein Vergleich mit vier anderen Methoden. Anschließend wird das Verfahren auf ein inverses Pendel mit Fuzzy-Regelung, einen elektrohydraulischen Translationsantrieb, eine industrielle pneumatische Förderanlage sowie ein Drehschwingersystem angewendet.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Entropieanalyse	3
2.1	Entropiefunktion	3
2.2	Signifikanzgrenzwert	6
2.3	Schätzung der Abtastzeit	8
3	Weitere Anwendungsbeispiele	12
3.1	Elektrohydraulischer Translationsantrieb	12
3.2	Industrielle pneumatische Förderanlage	15
3.3	Drehschwinger	17
4	Zusammenfassung	19
5	Literatur	20

1 Einleitung

Um ein Systemverhalten erfolgreich beurteilen und beeinflussen zu können, müssen wichtige Merkmale seines dynamischen Verhaltens bekannt sein. Hiernach richtet sich auch die Wahl der Abtastzeit bei der Messung an realen Systemen. Da zu Beginn eines Identifikationsprozesses an einem unbekanntem realen System wenig A-priori-Informationen (Isermann 1988) hierüber vorliegen, ist zum Erhalt weiterer A-priori-Informationen die Verwendung von Verfahren sinnvoll, die möglichst geringe Voraussetzungen für ihre Anwendung benötigen. Der Preis hierfür besteht darin, daß der Informationsgewinn notwendigerweise kleiner ist als bei Verfahren, die nur unter wesentlich größeren Einschränkungen arbeiten können. Liegen bereits viele Informationen vor und ist die Modellstruktur bekannt, bieten sich für die Identifikation parametrische Verfahren an. Bei geringerem Wissen ist dagegen die Anwendung von nichtparametrischen Verfahren sinnvoll.

Eines der ersten Probleme, die bei der Durchführung einer Prozeßidentifikation gelöst werden müssen, liegt in der Wahl einer günstigen Abtastzeit. Optimal wäre die Tastzeit dann, wenn beim Abtastvorgang möglichst keine Informationen verloren gehen, sie also möglichst klein gewählt würde. Der heuristische Begriff *günstig* bedeutet hierbei, daß die Abtastzeit klein genug ist, damit der Verlauf des abzutastenden Signals genügend genau wiedergegeben wird.

Ein solches oben erwähntes nichtparametrisches Verfahren, das ohne große Einschränkungen verwendet werden kann, ist das der Entropieanalyse (Henning 1980, Kutscha 1989). Es ermöglicht die Bestimmung des Bereiches der statistischen Abhängigkeit von Ein- und Ausgangssignal. Hiermit liegt ein Maß für die Prozeßdynamik vor, woraus sich mit der in diesem Forschungsbericht vorgestellten neuen Methode eine günstige Abtastzeit bestimmen läßt. Die Entropieanalyse besitzt die folgenden Eigenschaften (Kutscha 1989):

- Benötigt werden stationäre Signale, wobei die Anforderungen an die Stationarität nicht sehr streng sind.
- Die Anzahl der Meßwerte kann klein sein.
- Sie ist geeignet zur Analyse beliebiger nichtlinearer Systeme.
- Es werden keine skalierten Variablen vorausgesetzt. Somit können prinzipiell auch Ereignisfolgen qualitativer Art untersucht werden.
- Der Rechenaufwand ist gering.
- Es treten keine numerischen Probleme auf.
- Das Verfahren verhält sich robust gegenüber Störungs-/Rauschanteilen in den verwendeten Signalen.

- Gegenüber der Korrelationsanalyse (Isermann 1988) erfolgt eine wesentlich deutlichere Signifikanzaussage bei Prozessen
 - mit periodischen Signalanteilen sowie
 - mit mittleren bis großen Störungen und begrenzter Meßwertanzahl.

In Abschnitt 2 erfolgt eine Erläuterung der Grundlagen des Verfahrens und anhand eines Simulationsbeispiels ein Vergleich mit anderen Verfahren (die hauptsächlich für lineare Modelle sinnvoll sind). Außerdem zeigt das Beispiel eines inversen Pendels mit Fuzzy-Regelung, daß die Stationaritätsforderung sehr schwach ausgelegt werden kann. Das Verfahren liefert auch im geschlossenen Regelkreis gute Ergebnisse. In Abschnitt 3 wird das neue Verfahren auf drei weitere technische Beispiele angewendet (elektrohydraulischer Translationsantrieb, industrielle pneumatische Förderanlage, Drehschwinger). Eine Zusammenfassung schließt diesen Bericht ab.

2 Entropieanalyse

Mit Hilfe der Entropieanalyse (Kutscha 1989, Henning 1980) kann man Ein- und Ausgangssignal eines Übertragungssystems miteinander vergleichen und ein Maß für ihre gegenseitige Abhängigkeit finden. Im folgenden werden nun die relevanten mathematischen Grundlagen, die überwiegend aus dem Bereich der Statistik stammen, sowie die Erweiterung dieses Grundkonzeptes auf die Entropiefunktion kurz erläutert. Näheres sowie Hintergründe finden sich in (Kutscha 1989).

2.1 Entropiefunktion

Die Entropie oder mittlere Information ist für einen vollständigen, disjunkten Raum U (d.h. kein Element von U steht mit einem anderen in Verbindung) von q diskreten Ereignissen u_i mit den Wahrscheinlichkeiten $p(u_i)$ als

$$H(U) = - \sum_{i=1}^q p(u_i) \log_2(p(u_i)) \quad (2.1)$$

definiert (Shannon 1948, Krauß und Woschni 1975). Aus zwei vollständigen, disjunkten Ereignisräumen U und Y läßt sich nun ein Verbundereignisraum (U, Y) bilden, der alle möglichen Kombinationen der Einzelereignisse u_i und y_j enthält. Die für die Verbundentropie

$$H(U, Y) = - \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^r p(u_i, y_j) \log_2(p(u_i, y_j)) \quad (2.2)$$

benötigten Verbundwahrscheinlichkeiten lassen sich in der sogenannten Kreuzkontingenzmatrix

$$P_{UY} = \begin{bmatrix} p(u_1, y_1) & \dots & p(u_q, y_1) \\ \vdots & & \vdots \\ p(u_1, y_r) & \dots & p(u_q, y_r) \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

einer zweidimensionalen Wertetabelle zur Aufnahme der Verbundwahrscheinlichkeiten, darstellen. Die Summe der beiden Einzelentropien stellt eine obere Schranke für die Verbundentropie

$$H(U, Y) \leq H(U) + H(Y) \quad (2.4)$$

dar. Die Abweichung von dieser Obergrenze als Maß der Abhängigkeit zwischen U und Y , die sogenannte Transinformation oder Kreuzentropie

$$H_{UY} = H(U) + H(Y) - H(U, Y) \quad , \quad (2.5)$$

wird nur für unabhängige Ereignisräume zu Null, ansonsten ist sie positiv.

Allgemein betrachtet stellt die Kreuzentropie also ein statistisches Abhängigkeitsmaß dar, dessen Anwendung, wie in Abschnitt 1 erwähnt, nur geringe Voraussetzungen erfordert. Die beiden Ereignisräume müssen lediglich vollständig und disjunkt sein, und die Wahrscheinlichkeiten sollen unabhängig von der Zeit sein, während die Ereignisräume nicht geordnet sein müssen.

Bei der Berechnung der Entropie werden lediglich die Wahrscheinlichkeiten der Einzelergebnisse berücksichtigt, nicht jedoch, welches Ereignis zu welchem Zeitpunkt stattfindet. Zur Erfassung dynamischer Vorgänge kann man das von der Korrelationsfunktion her bekannte Verschiebungsprinzip (Schlitt und Dittrich 1972, Schwarz 1981) mit der diskreten Verschiebung δ auf die Entropie übertragen, wobei δ ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit T_a darstellt. Dies führt auf die verschiebungsabhängige Kreuzentropiefunktion

$$H_{UY}(\delta) = H(U) + H(Y) - H(U, Y, \delta) \quad (2.6)$$

mit der verschiebungsabhängigen Verbundentropie

$$H(U, Y, \delta) = - \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^r p(u_i, y_j)_\delta \log_2(p(u_i, y_j)_\delta) \quad . \quad (2.7)$$

Wird ein Prozeß U_δ für beliebige Verschiebungen δ mit sich selbst verglichen, so erhält man analog zur Autokorrelationsfunktion die Autoentropiefunktion

$$H_{UU}(\delta) = 2H(U) - H(U, U, \delta) \quad . \quad (2.8)$$

Die Autoentropiefunktion ist also ein Maß für die innere statistische Abhängigkeit eines Ereignisprozesses. Folglich ist sie für weißes Rauschen nur an der Stelle $\delta = 0$ signifikant von Null verschieden und zur Kohärenzkorrektur (Abschnitt 2.2) geeignet.

Zur Anwendung der Entropieanalyse gehört unmittelbar die Ermittlung der benötigten Wahrscheinlichkeiten $p(u_i)$ und $p(y_j)$ sowie der Verbundwahrscheinlichkeiten $p(u_i, y_j)$. Nach Kutscha (1989) läßt sich die Entropie auch als der Informationsgewinn interpretieren, den man aus der Betrachtung eines beliebigen Vorganges im Mittel erwarten kann. Die Information eines Einzelereignisses ist dabei als „Überraschungsgrad“ $I(u_i) = -\log_2(p(u_i))$ definiert. Die Entropie stellt dann den „Erwartungswert der Überraschungsgrade“ dar, wobei die Überraschung eines Beobachters hauptsächlich davon abhängt, was er subjektiv für wahrscheinlich hält.

Die einfachste und häufig angewandte Form der Ermittlung von Schätzwerten \hat{p} der Wahrscheinlichkeiten basiert auf der Ermittlung der Häufigkeiten $n_i = n(u_i)$ der Ereignisse u_i einer Beobachtungsreihe der Länge N . Hierbei stellt

$$\hat{p}(u_i) = \frac{n_i}{N} \quad (2.9)$$

den Schätzwert der Wahrscheinlichkeit dar. Die Ereignisse werden dabei lediglich gezählt und nicht etwa gewichtet. Informationen erlangt man so nur aus den in der Vergangenheit

festgestellten Häufigkeiten.

Bei diesem Verfahren werden die relativen Häufigkeiten verwendet, da ihre Anwendung zu einem verhältnismäßig einfachen Algorithmus führt und außerdem statistische Abschätzungen ermöglicht. So erhält man mit Gl. (2.9) aus Gl. (2.1) den Schätzwert der Entropie

$$\hat{H}(U) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^q \log_2 \left(\left(\frac{n_i}{N} \right)^{n_i} \right) \quad . \quad (2.10)$$

Mit den Häufigkeiten n_{ij} der Verbundereignisse gilt analog

$$\hat{H}(U, Y) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^r \log_2 \left(\left(\frac{n_{ij}}{N} \right)^{n_{ij}} \right) \quad (2.11)$$

als Schätzwert für die Verbundentropie. Die Kreuzentropie nimmt allerdings im Falle der Verwendung relativer Häufigkeiten bei den verwendeten endlichen Stichproben auch für voneinander unabhängige Ereignisräume Werte größer Null an.

Nach der Beschreibung des Vorgehens zur Ermittlung der Ereigniswahrscheinlichkeiten folgt nun die Überlegung, auf welchen Ereignisraum und welche Ereignisse sich diese Wahrscheinlichkeiten überhaupt beziehen sollen. Aufgrund der Komplexität und auftretender Probleme (Kutscha 1989, Wagner 1992) bei der Verwendung kontinuierlicher Ereignisräume wird nun der Übergang zu einem diskreten Ereignisraum durch Quantisierung vollzogen. Die kontinuierlichen Ereignisse werden also in diskrete Klassen eingeordnet. Zunächst muß der zu diskretisierende Amplitudenbereich über eine Betrachtung des Wertevorrats des jeweiligen Ereignisraumes geschätzt werden. Dann müssen Anzahl und Breite der Quantisierungsklassen festgelegt werden.

Eine Möglichkeit, um den Einfluß statistischer Ausreißer und der Stichprobenlänge sowie anderer Fehlerquellen zu minimieren, besteht in der Nutzung der Tschebyschewschen Ungleichung (Fisz 1971, Bronstein und Semendjajew 1989)

$$P(|X - E(X)| \geq b\sigma) \leq \frac{1}{b^2} \quad . \quad (2.12)$$

Sie besagt, daß unabhängig von der Verteilung die Wahrscheinlichkeit für eine Abweichung einer Zufallsvariablen X von ihrem Erwartungswert $E(X)$ um mehr als das b -fache der Standardabweichung σ kleiner als $1/b^2$ ist. Soll ein bestimmter Teilbereich an Werten vom Diskretisierungsbereich abgedeckt werden, so kann man mit Gl. (2.12) das dafür höchstens benötigte Intervall als Vielfaches von σ ermitteln. Kutscha (1989) schlägt für den Diskretisierungsbereich das Intervall $[-3\sigma, 3\sigma]$ vor, womit mindestens 88,8% des Bereiches berücksichtigt werden.

Nun erfolgt die Bestimmung der Anzahl der Diskretisierungsklassen. Falls für die Dimensionen q und r der beiden Ereignisräume mit der Stichprobenlänge N

$$qr \leq \frac{N}{10} \quad (2.13)$$

gilt, so lassen sich die statistischen Eigenschaften der Kreuzentropie sehr gut mit Hilfe der χ^2 -Verteilung annähern. Für den Normalfall $q = r$ folgt daraus

$$q_{\max} \leq \sqrt{\frac{N}{10}} \quad (2.14)$$

als Obergrenze für die Anzahl der Klassen. Überschreitet man diese wesentlich, so ist i. allg. die Kreuzkontingenztabelle zu schwach besetzt. Die Klassenzahl darf jedoch auch einen Mindestwert nicht unterschreiten, da sonst die Signalstruktur zu sehr verschwindet. Kutscha (1989) gibt nach ausführlichen quantitativen Untersuchungen hierfür

$$q_{\min} = 4 \quad (2.15)$$

an. Für die Wahl der Klassenzahl bei der Kreuzentropieberechnung bietet sich

$$4 \leq q \leq \sqrt{\frac{N}{10}} \quad \wedge \quad q = r \quad (2.16)$$

als Bereich an. Bei der Erhöhung der Klassenzahl steigt die Zahl der unbesetzten Plätze in der Kreuzkontingenztabelle stark an. Dies beeinträchtigt die Gültigkeit der χ^2 -Näherung und führt somit wiederum zu einer Verfälschung des Ergebnisses.

Alle Diskretisierungsklassen besitzen die gleiche Breite, so daß sich diese direkt aus der vorangegangenen Bestimmung der Bereichsbreite und der gewählten Klassenzahl ergibt. Mit Hilfe eines einfachen Sortierverfahrens lassen sich dann die Häufigkeiten der einzelnen Klassen, d.h. deren „Füllung“, ermitteln.

2.2 Signifikanzgrenzwert

Bevor die Kreuzentropiefunktion zur Analyse unbekannter Systeme eingesetzt wird, müssen zunächst ihre statistischen Eigenschaften näher untersucht werden. Erst dann lassen sich gemessene Entropiewerte auf ihre statistische Signifikanz hin bewerten oder Aussagen über das Maß der Abhängigkeit der untersuchten Ereignisräume machen.

Der durch Gl. (2.10) definierte Schätzwert der Entropie $\hat{H}(U)$ stellt eine nicht erwartungstreue Schätzfunktion der Entropie $H(U)$ dar. Der Schätzfehler von $\hat{H}(U)$ läßt sich dabei nach Miller (1955) in erster Näherung durch

$$H(U) - E(\hat{H}(U)) = \frac{q - 1}{2 N \ln(2)} \quad , \quad (2.17)$$

der der Kreuzentropie durch

$$H_{UY} - E(\hat{H}_{UY}) = \frac{(q - 1)(r - 1)}{2 N \ln(2)} \quad (2.18)$$

abschätzen. Dabei hängt der Schätzwert der Entropie von der Länge N der Stichprobe, der Dimension der Ereignisräume U und Y bzw. der Anzahl der Diskretisierungsklassen, q und r , sowie der „Füllung“ der Ereignisklassen bzw. der Zahl der besetzten Plätze in der Kreuzkontingenzmatrix ab.

Die Kreuzentropie steht mit der sogenannten Informationsstatistik

$$2\hat{I} = 2N \ln(2) \hat{H}_{UY} \quad (2.19)$$

(Kullback 1959) in Verbindung. Dabei folgt die Größe $2\hat{I}$ asymptotisch einer χ^2 -Verteilung mit $(q-1)(r-1)$ Freiheitsgraden. Die Kenntnis der asymptotischen Verteilungseigenschaften ermöglicht nun die benötigte Signifikanzbeurteilung. Eine besondere Bedeutung besitzt dabei der Vergleich der 95%-Perzentile, wobei für ein $(1-\alpha) \cdot 100$ -Perzentil der Entropie ($\alpha =$ Irrtumswahrscheinlichkeit) nach Gl. (2.19)

$$H_{1-\alpha} = \frac{\chi_\alpha^2}{2N \ln(2)} \quad (2.20)$$

gilt. Ein Signifikanzgrenzwert $H_{0.95}$ ermöglicht also die Aussage, daß für alle ermittelten Entropiewerte $\hat{H} > H_{0.95}$ mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit eine signifikante Abhängigkeit der Signale voneinander vorliegt.

Bisher wurde vorausgesetzt, daß die Stichprobenwerte eines Signals statistisch voneinander unabhängig sind. In der System- und Signalanalyse dagegen stehen die Stichprobenwerte als Ereignisse eines Prozesses in einer bestimmten zeitlichen Reihenfolge und sind somit i. allg. statistisch abhängig. Diese innere statistische Abhängigkeit wird als Kohärenz bezeichnet (Schlitt 1968). Die Kohärenz beeinflusst wesentlich die statistischen Eigenschaften der Kreuzentropie. Als Maß für die Kohärenz eines Prozesses kann unmittelbar die Autoentropiefunktion dienen, da sie die innere statistische Abhängigkeit eines Prozesses in Abhängigkeit von der Verschiebung angibt. Die Autoentropiefunktion besitzt stets an der Stelle $\delta = 0$ ihren Maximalwert, jedoch treten bei kohärenten Signalen auch für $\delta \neq 0$ signifikant von Null verschiedene Werte in Abhängigkeit von der Kohärenz des Prozesses auf. Diese Eigenschaft wird für eine Kohärenzkorrektur ausgenutzt. Auf die Auswirkungen der Kohärenz auf die Entropie soll hier nicht eingegangen werden, näheres dazu findet sich bei Kutscha (1989) und Wagner (1992).

Zur Kohärenzkorrektur werden die Entropiewerte weiterhin mit den unveränderten Häufigkeiten berechnet und die Signifikanzgrenzen $H_{1-\alpha}$ kohärenzabhängig korrigiert. Die Kohärenz eines Prozesses und damit der gesuchte Korrekturterm lassen sich durch das Maximum der Autoentropiefunktion für Verschiebungen $\delta \neq 0$ charakterisieren. So erhält man den sogenannten Kohärenzfaktor

$$\kappa_U = \frac{\max_{\delta > 0}(H_{UU}(\delta))}{H_{UU}(0)}, \quad (2.21)$$

welcher zwischen Null für weißes Rauschen und Eins für einen vollständig determinierten Vorgang liegt. Bei unterschiedlich kohärenten Prozessen werden die Auswirkungen auf die Entropie im wesentlichen vom geringer kohärenten Prozeß bestimmt, so daß sich der Kohärenzfaktor zweier Prozesse zu

$$\kappa_{UY} = \min(\kappa_U, \kappa_Y) \quad (2.22)$$

ergibt. Für den Erwartungswert zweier kohärenter Prozesse gilt die Ungleichung

$$E(\hat{H}_{UY, \text{kohärent}}) \geq \frac{1}{\varphi^2} E(\hat{H}_{UY, \text{nicht kohärent}}) = \frac{1}{\varphi^2} \frac{(q-1)(r-1)}{2N \ln(2)} \quad (2.23)$$

mit der durch

$$\varphi = 1 - \kappa_{UY} \quad (2.24)$$

festgelegten Konstanten für die Kohärenzkorrektur. Somit gilt für den kohärenzkorrigierten Signifikanzgrenzwert

$$H_{1-\alpha} = \frac{1}{(1 - \kappa_{UY})^2} \frac{\chi_\alpha^2}{2N \ln(2)} \quad (2.25)$$

2.3 Schätzung der Abtastzeit

Eines der ersten Probleme, die bei der Durchführung einer Prozeßidentifikation gelöst werden müssen, liegt in der Wahl einer günstigen Abtastzeit. Optimal wäre die Tastzeit dann, wenn beim Abtastvorgang ein möglichst geringer Informationsverlust eintritt, sie also möglichst klein gewählt würde. In diesem Fall unterscheiden sich die Meßsignale jedoch nur minimal voneinander, was bei Parameterschätzverfahren zu numerischen Problemen führt (Isermann 1988, Unbehauen 1988, Wernstedt 1989). Außerdem läßt sich gerade bei dynamisch schnellen Systemen die Abtastzeit aus finanziellen und/oder technischen Gründen nicht beliebig verkleinern und sollte nur so klein wie notwendig gewählt werden. In der Literatur vorgeschlagen werden u.a. folgende Bereiche für die Abtastzeit, wobei in der Regel lineare Modelle identifiziert werden sollen.

$$T_a \in [1/15, 1/5] T_{95} \quad \text{Isermann (1988), digitale Regler} \quad (2.26)$$

$$T_a \in [1/10, 1/6] T_{63} \quad \text{Unbehauen (1988)} \quad (2.27)$$

$$T_a \in [0.18, 0.36] T_{63} \quad \text{Wernstedt (1989), Differenzgl.-Modell} \quad (2.28)$$

Hierbei bezeichnet T_{63} bzw. T_{95} die Zeit, bei der eine Sprungantwort des Systems 63% bzw. 95% ihres Endwertes erreicht. Dies setzt voraus, daß die Sprungantwort bekannt ist, sei es durch Messung oder durch Voridentifikation eines einfachen linearen Modells. Nun läßt sich eine Sprungantwort oft, z.B. in der Natur oder bei ökonomischen Prozessen, nicht oder nur sehr schwer aufnehmen. Weiter gilt das lineare Modell nur in der Umgebung eines Arbeitspunktes. Mindel (1993) benötigt für sein Verfahren zur Bestimmung einer

optimalen Abtastzeit Kennwerte aus dem Amplitudengang, die er aus einem voridentifizierten einfachen Modell bestimmt. Dies würde bei der Berücksichtigung nichtlinearen Systemverhaltens wegen der Abhängigkeit von der Eingangssignalamplitude zu diesem Zeitpunkt der Voridentifikation einen ungerechtfertigt hohen Aufwand bedeuten.

Die Kreuzentropiefunktion zweier Signale besitzt ihr Maximum an der Stelle mit der größten Übereinstimmung zwischen beiden. Dies ist für den Fall, daß das Eingangssignal einen Sprung und das Ausgangssignal die Sprungantwort darstellt, die Stelle mit der größten Steigung der Sprungantwort. Somit bietet sich der Ort dieses Maximums anstelle von T_{63} bzw. T_{95} zur Heranziehung für ein Kriterium zur Bestimmung einer Abtastzeit an. Gerade dann, wenn zu Beginn eines Identifikationsprozesses nur sehr wenig A-priori-Informationen vorliegen, ist die Anwendung von einfach zu handhabenden Verfahren sinnvoll. So kann eine Abschätzung der Abtastzeit mit der Entropieanalyse aufgrund der wenigen hierfür zu erfüllenden Voraussetzungen und ihrer Vorteile (geringe Meßwertanzahl, beliebige näherungsweise stationäre Signale, hoher Rauschanteil möglich) einen erheblichen Informationsgewinn darstellen.

Das Maximum der berechneten Kreuzentropiefunktion $H_{UY}(\delta)$ gehöre zur Verschiebung $T_H = \delta T_a$. Als Richtlinie für eine günstige Abtastzeit, die das dynamische Verhalten auch nichtlinearer Systeme ausreichend gut beschreibt, wird aufgrund von Erfahrungswerten

$$T_a \in [1/15, 1/10] T_H \quad (2.29)$$

vorgeschlagen, bei nicht so hohen Genauigkeitsanforderungen kann auch

$$T_a \approx 1/5 T_H \quad (2.30)$$

gewählt werden.

Mindel (1993) führt mit seinem und den drei anderen oben erwähnten Verfahren am Beispiel eines linearen Modells mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = 0.5 \frac{(s + 2)}{(s + 5)(s + 1)(s + 0.2)} \quad (2.31)$$

einen Vergleich durch. Bei Anwendung der Entropieanalyse auf ein Eingangssignal mit der Taktzeit $T_k = 10$ s (die Zeit, zu der das Eingangssignal mindestens konstant gehalten wird) und die zugehörige Modellantwort ergibt sich mit einer vorläufigen Abtastzeit von $T_a = 1$ s sowie $q = r = 7$ mit 500 Meßwerten die in Bild 2.1 gezeigte Kreuzentropiefunktion mit ihrem Maximum bei $T_H = 4$ s. Mit Gl. (2.29) liegt die günstige Abtastzeit im Bereich $T_a \in [0.26 \text{ s}, 0.4 \text{ s}]$. Die Gegenüberstellung (Tabelle 2.1) zeigt, daß auch die von Mindel (1993) berechnete Abtastzeit aus diesem Bereich stammt.

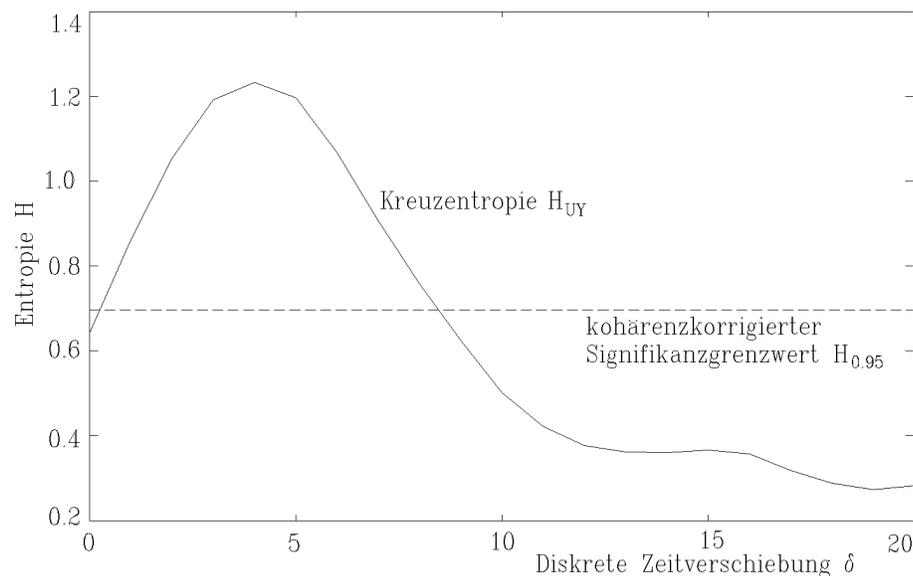


Bild 2.1: Ergebnis der Kreuzentropieanalyse für Modell (2.31)

Verfahren	Abtastzeit [s]
Isermann (1988)	[0.59 , 1.77]
Unbehauen (1988)	[0.32 , 0.54]
Wernstedt (1989)	[0.58 , 1.16]
Mindel (1993)	0.33
Gl. (2.29)	[0.26 , 0.40]

Tabelle 2.1: Vergleich der Abtastzeiten

Die Vorteile der Entropieanalyse gegenüber den anderen vier Verfahren zeigen sich am nächsten praktischen Beispiel, einem mit einer Fuzzy-Kaskadenregelung mit Reibkraftkompensator geregelten inversen Pendel (Bertram und Svaricek 1992, 1993). Als Störung wurde das Pendel zusätzlich leicht angestoßen. Die Abtastzeit lag aufgrund äußerer Umstände bei $T_a = 25$ ms und konnte nicht beliebig verändert werden. Das obere Teilbild 2.2 zeigt die Stellgröße (Spannung) des Fuzzy-Reglers, das untere den gemessenen Pendelwinkel. Das Ergebnis der Entropieanalyse ist in Bild 2.3 zu sehen. Dabei liegt das Maximum der Kreuzentropiefunktion im Bereich $\delta \approx 8$ bis 9, so daß sich für $T_H \approx 200$ bis 225 ms und für den Bereich der günstigen Abtastzeit gemäß Gl. (2.29) $T_a \in [13 \text{ ms} , 22 \text{ ms}]$ ergibt.

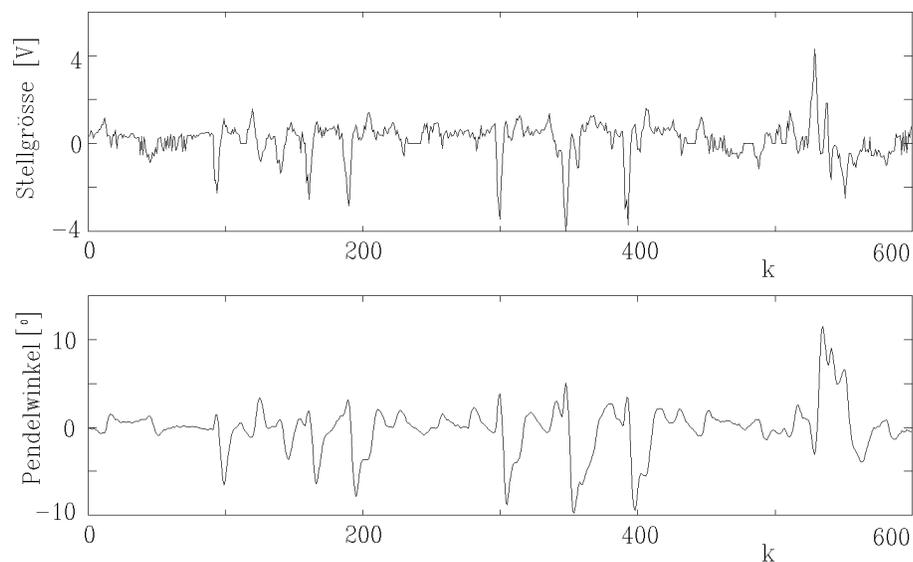


Bild 2.2: Ein- und Ausgangssignal des fuzzygeregelten inversen Pendels

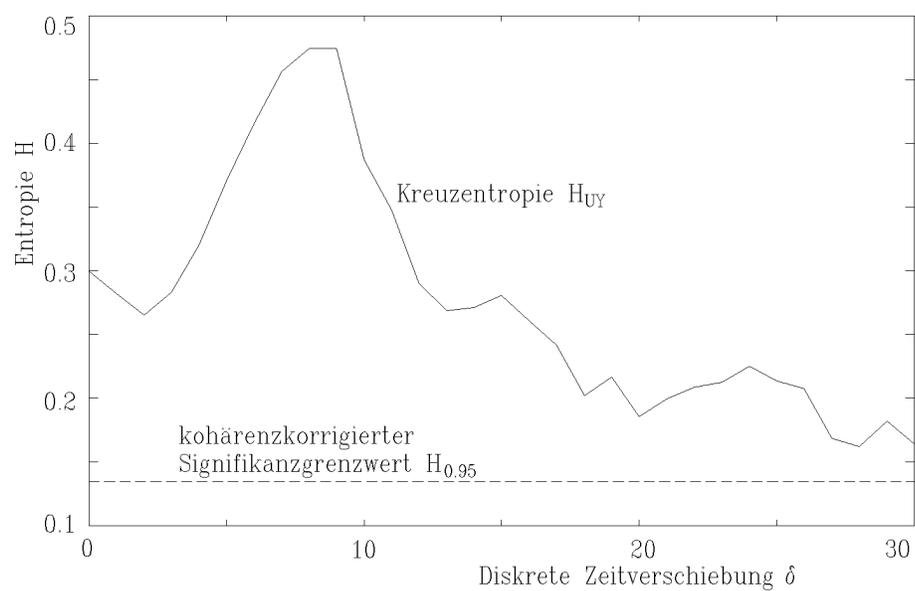


Bild 2.3: Ergebnis der Kreuzentropieanalyse für das inverse Pendel

3 Weitere Anwendungsbeispiele

3.1 Elektrohydraulischer Translationsantrieb

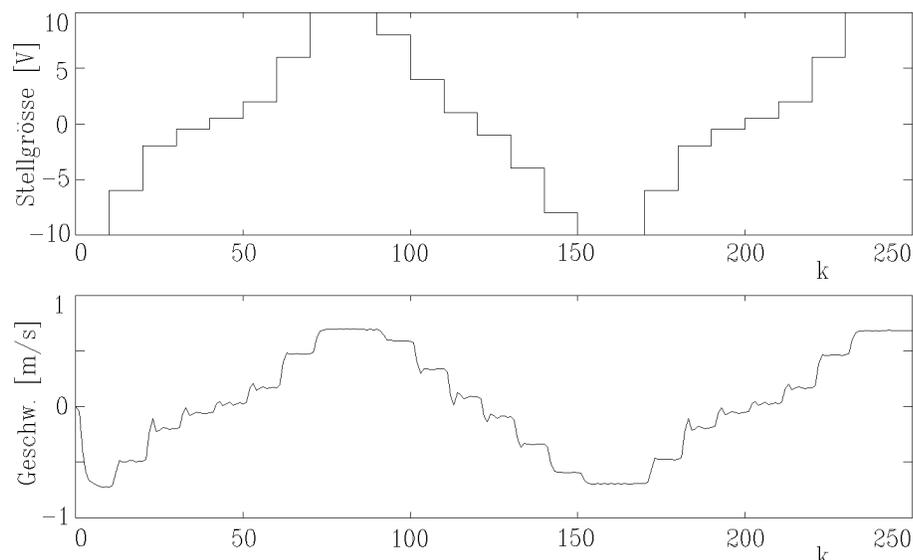


Bild 3.1: Ein- und Ausgangssignal des elektrohydraulischen Antriebes ($T_a = 10$ ms)

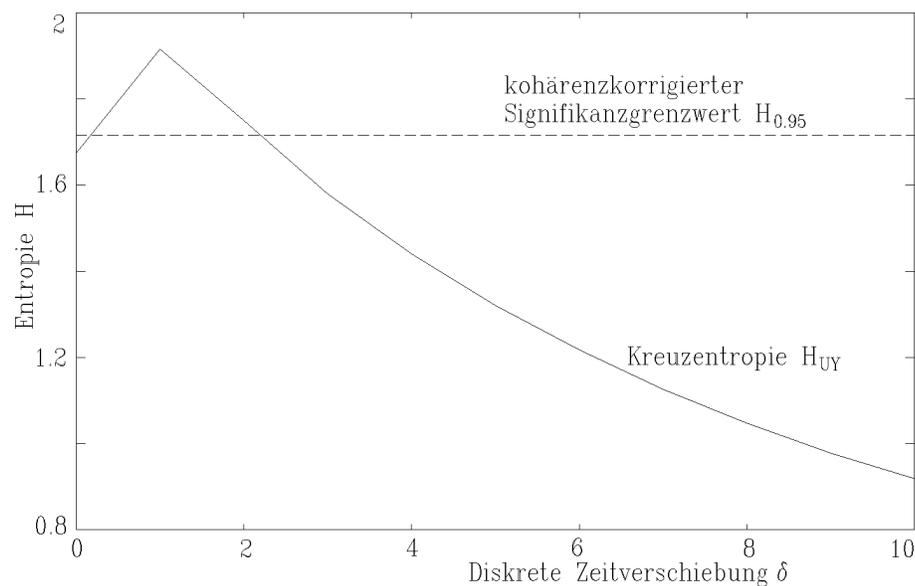


Bild 3.2: Ergebnis der Kreuzentropieanalyse für den elektrohydraulischen Translationsantrieb ($T_a = 10$ ms)

Angewendet wird nun das Verfahren zur Bestimmung einer günstigen Abtastzeit mittels Entropieanalyse auf Eingangssignal (Spannung) und Ausgangssignal (Geschwindigkeit, erhalten durch Differenzenbildung der gemessenen Positionswerte) am Beispiel eines elektrohydraulischen Translationsantriebes (Köckemann 1988, Dorißen 1990, Reuter 1993).

Die Taktzeit wurde auf $T_k = 100$ ms festgesetzt. Wählt man in Unkenntnis der genaueren Systemdynamik die Taktzeit anfangs zu $T_a = 10$ ms, so ergibt sich mit einem treppenförmigen Spannungsverlauf (Bild 3.1), 250 Meßwerten sowie $q = r = 4$ der in Bild 3.2 gezeigte Verlauf der Kreuzentropie mit seinem Maximum bei $\delta = 1$ bzw. $T_H = 10$ ms. Der kohärenzkorrigierte Signifikanzgrenzwert $H_{0,95}$ liegt hier relativ hoch, da das Eingangssignal zum einen eine starke Kohärenz besitzt und zum anderen nur eine relativ kleine Anzahl von Meßwerten vorliegt. Somit ergibt sich gemäß Gl. (2.29) ein Bereich für eine günstige Abtastzeit zu $T_a \in [0.66 \text{ ms}, 1 \text{ ms}]$.

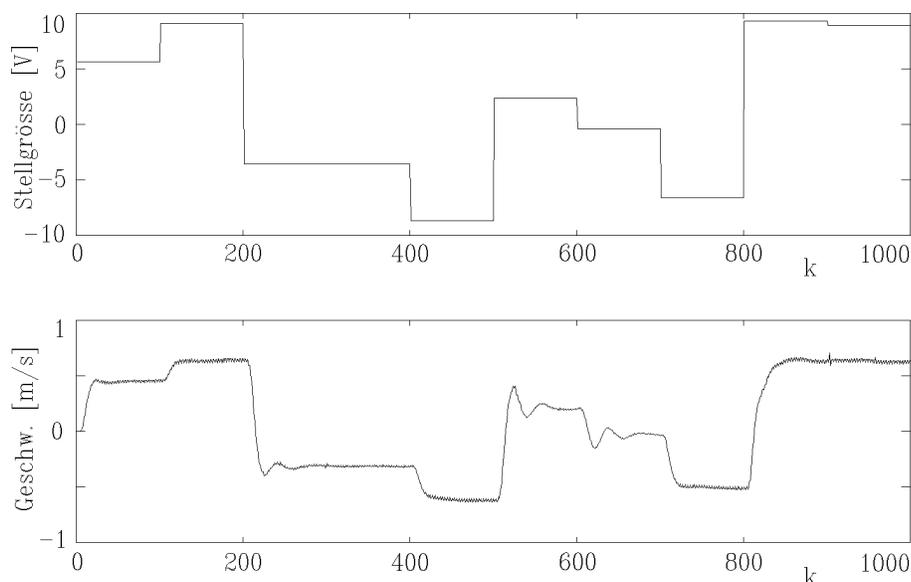


Bild 3.3: Ein- und Ausgangssignal des elektrohydraulischen Antriebes ($T_a = 1$ ms)

Wird jetzt eine andere Eingangssignalfolge (Taktzeit ebenfalls $T_k = 100$ ms, 1000 Meßwerte, Bild 3.3) mit dem zugehörigen Geschwindigkeitsverlauf sowie $T_a = 1$ ms ausgewertet, liegt $H_{0,95}$ deutlich niedriger (Bild 3.4). Hier besitzt die Kreuzentropiefunktion H_{UY} ihr Maximum bei $\delta = 13$ bzw. $T_H = 13$ ms, so daß die Abtastzeit aus dem Bereich $T_a \in [0.86 \text{ ms}, 1.3 \text{ ms}]$ gewählt werden sollte.

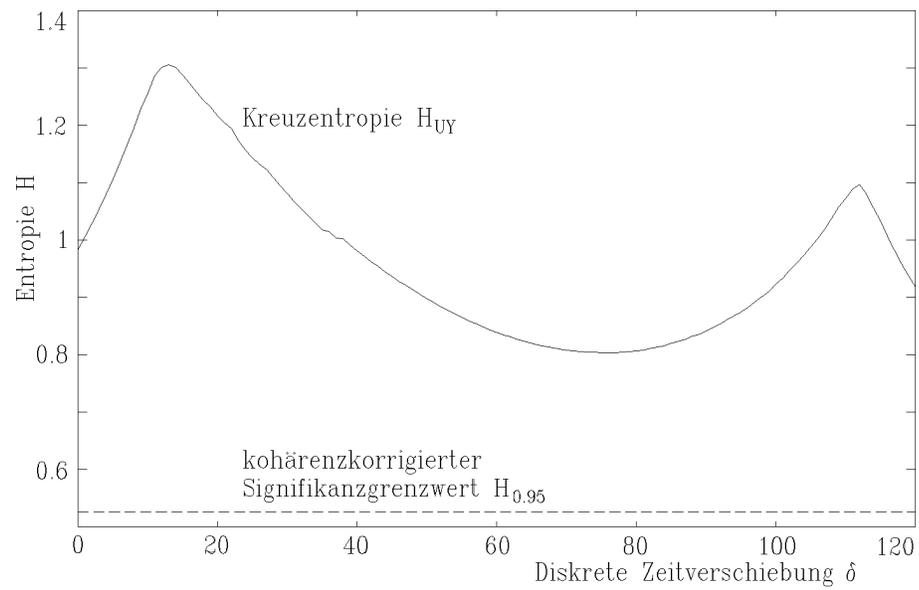


Bild 3.4: Ergebnis der Kreuzentropieanalyse für den elektrohydraulischen Translationsantrieb ($T_a = 1$ ms)

3.2 Industrielle pneumatische Förderanlage

Das neu entwickelte Verfahren zur Abschätzung einer günstigen Abtastzeit mittels Entropieanalyse wird hier angewendet auf Ein- und Ausgangssignal¹ einer pneumatischen Förderanlage, die ein Teilsystem einer in Betrieb befindlichen komplexen Industrieanlage darstellt.

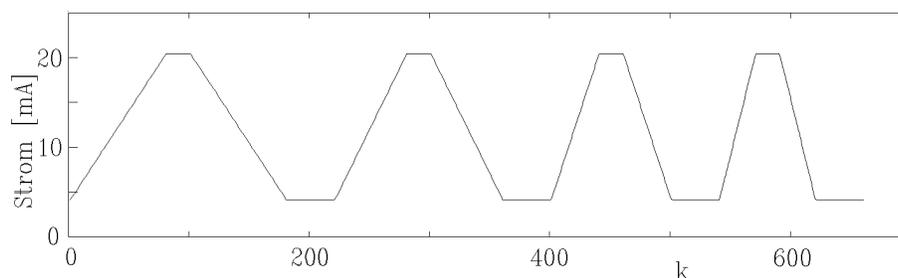


Bild 3.5: Stellsignal (zum Öffnen und Schließen der zur Einstellung des Massenstroms eingesetzten Reguliereinheit, gesamter Arbeitsbereich, $T_a = 250$ ms)

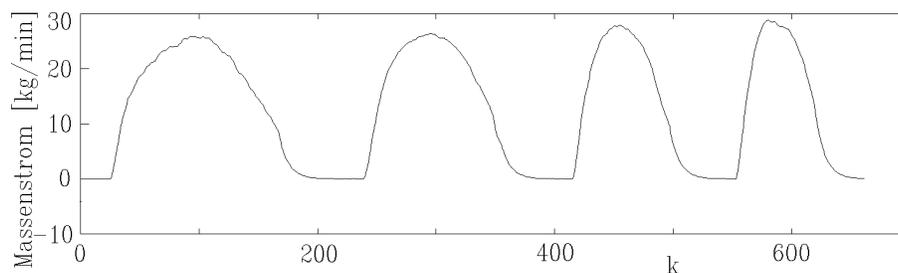


Bild 3.6: Verwendetes Ausgangssignal y (gemessener Massenstrom, $T_a = 250$ ms)

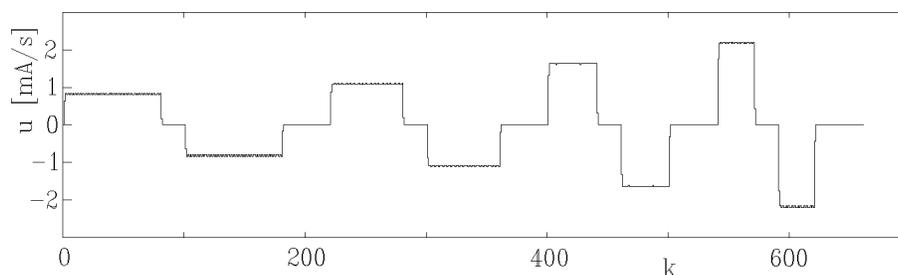


Bild 3.7: Verwendetes Eingangssignal u (Stromänderung, $T_a = 250$ ms)

Als Meßsignale stehen die Stellgröße (mit der die Reguliereinheit angesteuert wird, siehe Bild 3.5; das real gemessene Stellsignal unterscheidet sich infolge eines vorhandenen internen Regelkreises nur geringfügig hiervon) sowie der gemessene Massenstrom (Bild 3.6) zur Verfügung. Da die Entropieanalyse annähernd stationäres Signalverhalten voraussetzt, das Stellsignal jedoch trapezförmigen Verlauf besitzt, wird als Eingangssignal

¹Ich möchte mich an dieser Stelle sehr herzlich bei meinem Kollegen Herrn Dipl.-Ing. A. Kroll bedanken, der mir freundlicherweise die Meßwerte zur Verfügung stellte.

u die aus dem Stromsignal durch Differenzenbildung erhaltene Stromänderung (Bild 3.7) verwendet, Ausgangssignal y bleibt der Massenstrom.

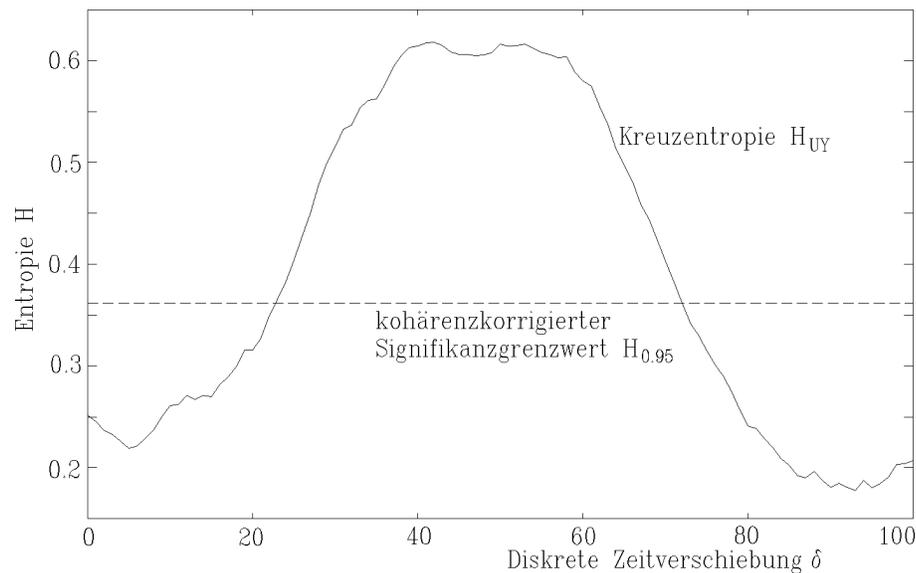


Bild 3.8: Ergebnis der Kreuzentropieanalyse für die pneumatische Förderanlage ($T_a = 250$ ms)

Da anfangs keine Informationen über das dynamische Verhalten der Anlage vorlagen, wurde die Abtastzeit vorsichtshalber relativ klein zu $T_a = 50$ ms gewählt. Bei der Entropieanalyse wurde jedoch, um die Anzahl der verwendeten Meßwerte zu verringern, nur jeder fünfte Meßwert berücksichtigt. So ergibt sich de facto eine Abtastzeit von $T_a = 250$ ms. Somit standen $N = 661$ Meßwerte zur Verfügung. Mit $q = 4$ Klassen für die Eingangsgröße und $r = 8$ für die Ausgangsgröße ergibt sich der in Bild 3.8 dargestellte Verlauf der Kreuzentropiefunktion. Das Maximum liegt hier bei einer diskreten Zeitverschiebung $\delta = 42$ bzw. bei $T_H = 10.5$ s. Der Maximalwert unterscheidet sich jedoch nur geringfügig von den umliegenden Werten, so daß sich ein plateauähnlicher Bereich für $\delta \in [38, 58]$ bzw. $T_H \in [9.5 \text{ s}, 14.5 \text{ s}]$ ergibt. Somit erhält man einen Abtastzeitbereich von $T_a \in [0.7 \text{ s}, 1.05 \text{ s}]$ für das Maximum und $T_a \in [0.63 \text{ s}, 1.45 \text{ s}]$ für den gesamten Plateaubereich.

Betrachtet man jedoch die Signalverläufe von u und y genauer, so fällt eine Totzeit von $\delta \approx 18$ bzw. $T_t \approx 4.5$ s auf. Würde die Totzeit zusätzlich berücksichtigt, so läge der Plateaubereich bei $\delta \in [20, 40]$ bzw. $T_H \in [5 \text{ s}, 10 \text{ s}]$ und als günstige Abtastzeit, die den Signalverlauf in der Regel sehr gut beschreibt, ergäbe sich $T_a \in [0.33 \text{ s}, 1.0 \text{ s}]$.

3.3 Drehschwinger

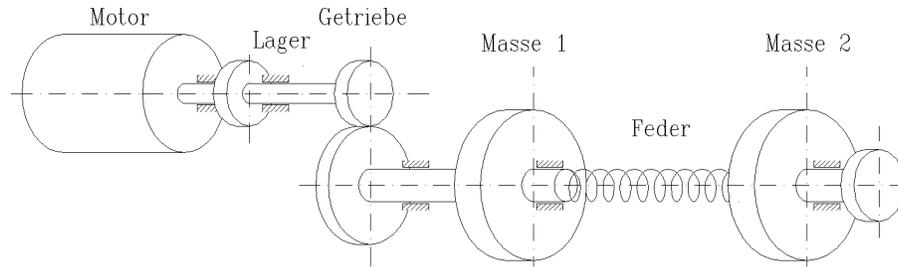


Bild 3.9: Drehschwingersystem (Prinzipiskizze)

Das physikalische System Drehschwinger (Bild 3.9, Hovestädt 1992) besteht aus zwei rotierenden Massen, die durch eine elastisch weiche Feder mit stark nichtlinearer Kennlinie verbunden sind. Zudem treten signifikante Reibungseffekte zwischen Feder und Federführung sowie in den Lagern auf. Die Masse der Antriebsseite wird durch einen Elektromotor über ein Getriebe mit Lose angetrieben, an der Abtriebsseite wird die Winkelposition gemessen.

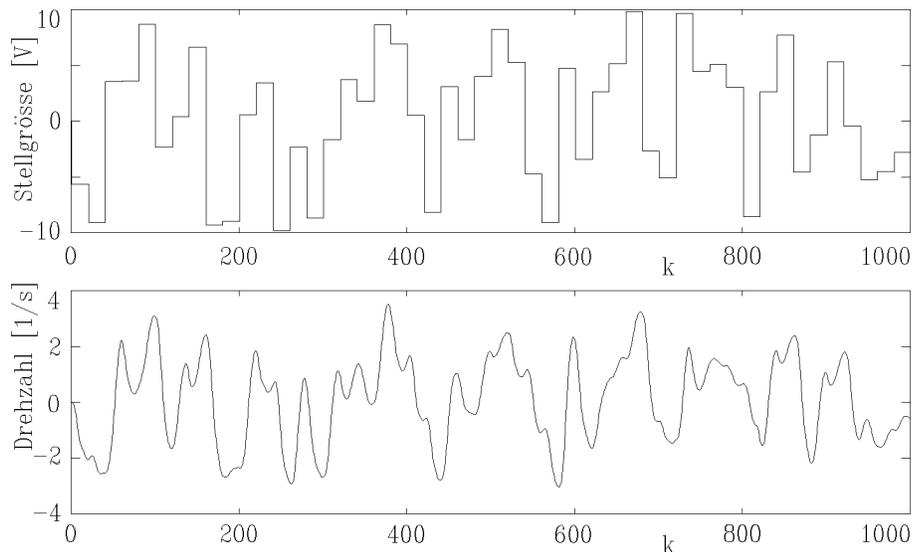


Bild 3.10: Verwendete Ein-/Ausgangssignale am Drehschwinger

Wie auch bei früheren Untersuchungen mit einem Zustandsregler (Konik und Sowa 1986) und einer Fuzzy-Regelung (Bertram 1992) wurde mit einer Abtastzeit von $T_a = 60$ ms gearbeitet. Die Taktzeit des Eingangssignals u (Stellgröße) betrug $T_k = 1.2$ s, Ausgangssignal y bei der Entropieanalyse war die Drehzahl (Bild 3.10). Mit $q = r = 6$ Diskretisierungsklassen ergab sich der in Bild 3.11 gezeigte Verlauf der Kreuzentropiefunktion mit dem Maximum bei $\delta = 9$ bzw. $T_H = 0.54$ s. Somit gilt für die ermittelte günstige Abtastzeit $T_a \in [36 \text{ ms}, 54 \text{ ms}]$.

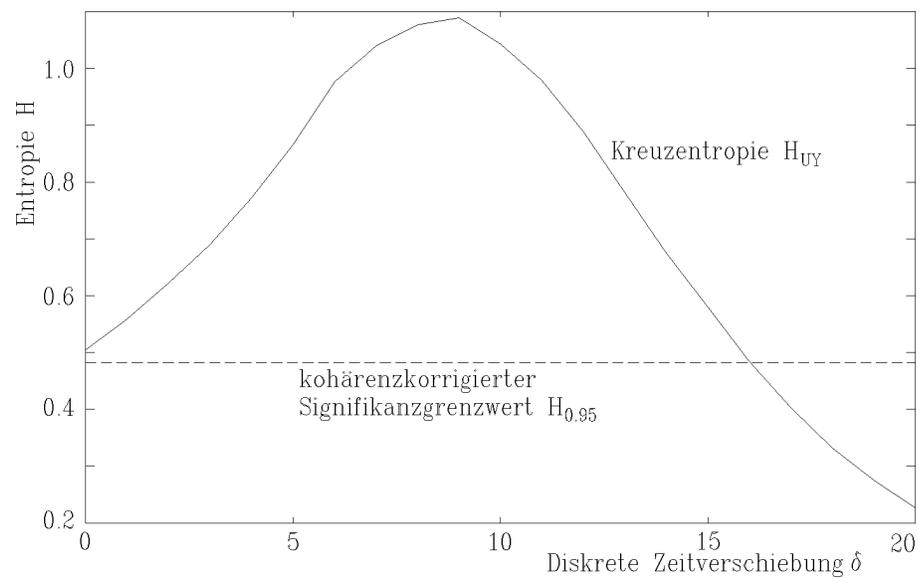


Bild 3.11: Ergebnis der Kreuzentropieanalyse für den Drehschwinger

4 Zusammenfassung

Zur Beschreibung der Zusammenhänge bei natürlichen und technischen Prozessen wird oft ein Modell des Ein-/Ausgangsverhaltens für die Simulation und/oder Reglerauslegung benötigt. Dies kann man zum einen durch eine theoretische Modellbildung erhalten, indem man die bekannten physikalischen und alle anderen Zusammenhänge zu einem Modell des Prozesses zusammenfaßt. Sind aber die Zusammenhänge oder der Aufbau des Prozesses zu komplex oder sind nicht alle zur Beschreibung notwendigen Effekte bekannt, kann hiermit oft kein ausreichend genaues Modell gefunden werden. Eine andere Möglichkeit ist die der experimentellen Modellbildung, der sogenannten Identifikation, bei der das zu untersuchende System als "black box" angesehen wird. Aus den bekannten Ein- und Ausgangssignalen berechnet man ein mathematisches Modell, das das Übertragungsverhalten charakterisieren soll. Hierbei ist zur Beschreibung eines größeren Arbeitsbereiches in der Regel ein nichtlineares Modell notwendig.

Der eigentliche Identifikationsprozeß besteht aus der Phase der Voridentifikation, in der die notwendigen A-priori-Informationen (Isermann 1988) wie z.B. Abtastzeit, Störungseinfluß und Modellstruktur ermittelt werden müssen, und aus der eigentlichen Identifikation, bei der die Modellparameter geschätzt werden.

Als einer der ersten Schritte bei der Voridentifikation muß eine günstige Abtastzeit so bestimmt werden, daß das dynamische Systemverhalten genügend gut wiedergegeben wird. Dazu sollte möglichst wenig zusätzlicher Aufwand nötig sein. Existierende Verfahren zur Abtastzeitermittlung wurden in der Regel an linearen Modellen erprobt und erfordern zur Anwendung auf stark nichtlineare Prozesse einen deutlich erhöhten Aufwand.

In diesem Forschungsbericht wird ein neues Verfahren zur Bestimmung einer günstigen Abtastzeit vorgestellt, das auf der Entropieanalyse aufbaut. Hierzu wurden die Grundlagen des Verfahrens erläutert und anhand eines Simulationsbeispiels ein Vergleich mit anderen Methoden durchgeführt, die aber für Systeme mit stärkeren Nichtlinearitäten einen deutlichen Mehraufwand erfordern. Zuletzt erfolgte die Anwendung des Verfahrens auf vier unterschiedliche technische Systeme sowie eine Erläuterung der Ergebnisse.

5 Literatur

- Bertram, T.** 1992. Entwurf einer Fuzzy-Regelung am physikalischen Modell eines Drehschwingers. 6. IAR Kolloquium: *Fuzzy Signal Processing and Lean Production*. Universität -GH- Duisburg. 93-112.
- Bertram, T. und F. Svaricek.** 1992. Zur Fuzzy-Regelung eines aufrechtstehenden Pendels. *at - Automatisierungstechnik* 40. 308-310.
- Bertram, T. und F. Svaricek.** 1993. Zur Kompensation der trockenen Reibung mit Hilfe der Fuzzy-Logik. *at - Automatisierungstechnik* 41. 180-184.
- Dorißen, H.T.** 1990. *Zur Minimalrealisierung und Identifikation bilinearer Systeme*. Dissertation Universität -GH- Duisburg. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr. 221. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Fisz, M.** 1971. *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- Henning, K.** 1980. *Die Entropie in der Systemtheorie*. Habilitationsschrift RWTH Aachen.
- Hovestädt, E.** 1992. *Zur Analyse und Synthese von Abtastregelkreisen mit mehreren Taktzeiten*. Dissertation Universität -GH- Duisburg. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr. 284. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Isermann, R.** 1988. *Identifikation dynamischer Systeme I, II*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Köckemann, A.** 1988. *Zur adaptiven Regelung elektro-hydraulischer Antriebe*. Dissertation Universität -GH- Duisburg. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr. 174. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Konik, D. und J. Sowa** . 1986. *Digitale Regelung eines Drehschwingersystems*. Laborpraktikum Steuer- und Regelungstechnik, 4. überarbeitete Ausgabe 1993 (unveröffentlicht). Universität -GH- Duisburg.
- Krauß, M. und E.-G. Woschni.** 1975. *Meßinformationssysteme*. 2. Auflage. Berlin: VEB Verlag Technik.
- Kullback, S.** 1959. *Information Theory and Statistics*. New York: Wiley & Sons.
- Kutscha, S.** 1989. *Statistische Bewertungskriterien für die Entropieanalyse dynamischer Systeme*. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr. 178. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Miller, G.A.** 1959. Note on the Bias of Information Estimates. *Information Theory in Psychology* (Hrsg. H. Quastler). Glencoe/Illinois.

- Mindel, K.** 1993. *Integration von analytischem und heuristischem Wissen in ein System zur experimentellen Modellbildung*. Dissertation Universität -GH- Duisburg. Aachen: Shaker.
- Reuter, H.** 1993. *Zur Identifikation bilinearer Modelle in kanonischer Form*. Forschungsbericht 08/93 MSRT. Universität -GH- Duisburg.
- Schlitt, H.** 1968. *Stochastische Vorgänge in linearen und nichtlinearen Regelkreisen*. Braunschweig: Vieweg.
- Schlitt, H. und F. Dittrich.** 1972. *Statistische Methoden der Regelungstechnik*. Mannheim: BI-Verlag.
- Schwarz, H.** 1981. *Optimale Regelung und Filterung*. Reihe Wissenschaft. Braunschweig: Vieweg.
- Shannon, C.E.** 1948. A Mathematical Theory of Communication. *Bell System Technical Journal* 27. 379-423 und 623-656.
- Unbehauen, H.** 1988. *Regelungstechnik III*. Braunschweig: Vieweg.
- Wagner, S.** 1992. *Die Bestimmung von Totzeiten mittels Entropieanalyse für die Identifikation dynamischer Systeme*. Studienarbeit MSRT (unveröffentlicht). Universität -GH- Duisburg.
- Wernstedt, J.** 1989. *Experimentelle Prozeßanalyse*. Berlin: VEB Verlag Technik.