

# Verfahren für adaptive Regelungen mit Fuzzy-Logik

A. Kroll

Forschungsbericht 10/93

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

**Übersicht:** Dieser Bericht gibt einen exemplarischen Überblick über einige publizierte Algorithmen zur Adaption von PID- und Fuzzy-Reglern mit Hilfe von Fuzzy-Logik. Die Verfahren werden den bekannten Strukturen zugeordnet und Abgrenzungen und Gemeinsamkeiten festgestellt.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg  
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik  
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>III</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2 Strukturen adaptiver Regler</b>	<b>3</b>
2.1 Verfahren der gesteuerten Adaption . . . . .	3
2.2 Verfahren der geregelten Adaption mit parallelem Vergleichsmodell . . . . .	4
2.3 Verfahren der geregelten Adaption ohne Vergleichsmodell . . . . .	5
2.4 Zusammenhang zwischen Verfahren der geregelten Adaption mit und ohne parallelem Vergleichsmodell . . . . .	5
2.5 Einsatzmöglichkeiten von Reglern mit geregelter Adaption . . . . .	6
<b>3 Fuzzy-adaptierte PID-Regler</b>	<b>7</b>
3.1 Verfahren mit lokalem Gütemaß und getrennter Adaption der Reglerparameter . . . . .	8
3.2 Verfahren mit lokalem Gütemaß und kombinierter Adaption der Reglerparameter . . . . .	10
3.3 Verfahren mit globalen und lokalen Gütemaßen . . . . .	12
3.4 Ansätze zur Verbesserung . . . . .	13
<b>4 Fuzzy-adaptierte Fuzzy-Regler</b>	<b>15</b>
4.1 Explizite selbsteinstellende Regler ohne on-line Identifikation . . . . .	15
4.1.1 Regelung . . . . .	16
4.1.2 Gütemaß . . . . .	16
4.1.3 Adaption . . . . .	17
4.1.4 Reduzierung des Speicherplatzbedarfs durch spezielle Wahl der Relationalmatrix $R$ . . . . .	19
4.1.5 Fenstertechnik und geänderte Regeladaption . . . . .	20
4.2 Explizite selbsteinstellende Regler mit on-line Identifikation . . . . .	21
4.2.1 Modell . . . . .	21
4.2.2 Modelladaption durch on-line Identifikation . . . . .	22
4.3 Regler mit parallelem Vergleichsmodell ohne on-line Identifikation . . . . .	24
4.3.1 Verfahren zur Adaption der Fuzzy-Regeln . . . . .	24
4.3.2 Verfahren mit Adaption von Fuzzy-Regeln und Skalierungsfaktoren . . . . .	25
4.4 Regler mit parallelem Vergleichsmodell und on-line Identifikation eines expliziten Prozeßmodells . . . . .	29
4.4.1 Adaptives Fuzzy-Relational-Modell . . . . .	29
4.4.2 Reglerentwurf . . . . .	30
4.5 Analytisch beschreibbare Fuzzy-Regler mit parallelem Vergleichsmodell . . . . .	31
<b>5 Zusammenfassung</b>	<b>34</b>

---

<b>6</b>	<b>Literatur</b>	<b>36</b>
	<b>Anhang</b>	<b>39</b>
<b>A</b>	<b>Definitionen</b>	<b>39</b>
<b>B</b>	<b>Regelsatz zum Regler von He und Tan (1993)</b>	<b>46</b>
<b>C</b>	<b>Regelsätze zum Regler von Raju und Zhou (1992)</b>	<b>47</b>
<b>D</b>	<b>Entscheidungstafel zum selbstorganisierenden Regler von Procyk und Mamdani (1979)</b>	<b>48</b>
<b>E</b>	<b>Regelsätze zum selbsteinstellenden Fuzzy-Regler von Maeda und Murakami (1992)</b>	<b>49</b>

# Nomenklatur

Skalare scharfe Größen:

$am$	: Amplitude des Grenzyklusses um den Arbeitspunkt
$am^*$	: Sollwert für $am$
$d$	: Alterungskoeffizient
$d_r$	: Pseudodämpfungsrate
$e$	: Regelabweichung ( $w - y$ )
$\Delta e$	: Änderung der Regelabweichung
$\Delta e'$	: Änderung der Regelabweichung normiert auf die Abtastzeit
$\Delta^2 e$	: Änderung von $\Delta e$
$fp$	: Fuzzy-Gütemaß
$g$	: Gewichtungsfaktor
$GE, \tilde{G}E$	: Skalierungsfaktor für $e$
$GC, \tilde{G}C$	: Skalierungsfaktor für $\Delta e$
$GU, \tilde{G}U$	: Skalierungsfaktor für $u$
$k_i$	: $i$ -ter Skalierungsfaktor
$\Delta k_i$	: Änderung des $i$ -ten Skalierungsfaktors
$K_P$	: proportionale Verstärkung (PID-Regler)
$K_I$	: integrale Verstärkung (PID-Regler)
$K_D$	: differentielle Verstärkung (PID-Regler)
$K_c$	: Verstärkungsfaktor (PID-Regler)
$K_u$	: kritische Verstärkung (PID-Regler)
$m_E$	: Anzahl der Referenz-Fuzzy-Mengen bezüglich $E$
$m_{\Delta E}$	: Anzahl der Referenz-Fuzzy-Mengen bezüglich $\Delta E$
$m_U$	: Anzahl der Referenz-Fuzzy-Mengen bezüglich der Konklusion (bezüglich $U$ )
$m_Y$	: Anzahl der Referenz-Fuzzy-Mengen bezüglich $Y$
$of$	: Offset
$ov$	: Überschwingen
$ov^*$	: Sollwert für $ov$
$p$	: Anzahl der Modelleingänge
$P$	: Ereignis
$pi$	: Gütemaß
$Q$	: Ereignis
$r_{ij}$	: $ij$ -tes Element der Relationalmatrix $\mathbf{R}$ (für 2-dimensionale $\mathbf{R}$ )
$rt$	: Anstiegszeit
$rt^*$	: Sollwert für $rt$
$sg$	: Schwingungsgrad
$T$	: Abtastzeit
$T_d$	: Vorhaltezeit (PID-Regler)
$T_i$	: Nachstellzeit (PID-Regler)

$t_u$	: kritische Periodendauer (PID-Regler)
$u$	: Stellgröße
$\Delta u$	: Änderung der Stellgröße
$v$	: korrigierte Stellgröße
$w$	: Führungsgröße
$y$	: Ausgangsgröße der Regelstrecke (Regelgröße)
$y^*$	: Ausgangsgröße des Referenzmodells
$z$	: Störgröße

Unschärfe Größen:

$E$	: fuzzifizierte Größe $e$
$\Delta E$	: fuzzifizierte Größe $\Delta e$
$\Delta^2 E$	: fuzzifizierte Größe $\Delta^2 e$
$E_{am}$	: fuzzifizierte Größe $e_{am}$
$E_{ov}$	: fuzzifizierte Größe $e_{ov}$
$E_{rt}$	: fuzzifizierte Größe $e_{rt}$
$PI, \overline{PI}$	: fuzzifizierte Größe $pi, \overline{pi}$
$U$	: fuzzifizierte Größe $u$
$V$	: fuzzifizierte Größe $v$
$W$	: fuzzifizierte Größe $w$
$Y$	: fuzzifizierte Größe $y$
$Y^*$	: fuzzifizierte Größe $y^*$
$\mathcal{E}$	: fuzzifizierte Größe $\varepsilon$
$\Delta \mathcal{E}$	: fuzzifizierte Größe $\Delta \varepsilon$
$\Psi, \tilde{\Psi}$	: fuzzifizierte Größe $\psi, \tilde{\psi}$

Vektoren und Matrizen:

$\mathbf{c}$	: Vektor, der die Mittelpunkte aller bzgl. der Konklusionen definierten Fuzzy-Mengen enthält (symmetrische Zugehörigkeitsfunktionen)
$\mathbf{C}$	: Relationalmatrix eines Fuzzy-Reglers
$\mathbf{e}$	: Vektor der Regelabweichungen
$\Delta \mathbf{e}, \Delta \mathbf{e}'$	: Vektor der Änderungen der Regelabweichungen
$\mathbf{GE}$	: Vektor der Skalierungsfaktoren bezüglich $\mathbf{e}$
$\mathbf{GC}$	: Vektor der Skalierungsfaktoren bezüglich $\Delta \mathbf{e}$
$\mathbf{I}$	: Einheitsmatrix
$\mathbf{J}$	: Jakobi-Matrix
$\mathbf{k}$	: Vektor der Skalierungsfaktoren bzgl. der Eingangsgrößen eines Reglers
$\mathbf{M}$	: Systemmatrix eines Inkrementalmodells

$MWM$	: zweidimensionale Macvicar-Whelan-Matrix
$\overline{MWM}$	: dreidimensionale Macvicar-Whelan-Matrix
$O$	: Nullmatrix
$p, p^*$	: Reglerparametervektor
$pi$	: Vektor mit Gütemaßen
$P$	: Relationalmatrix des Fuzzy-Referenzmodells
$R$	: Relationalmatrix
$R_p$	: Partialrelationalmatrix
$T'$	: Entscheidungstafel für einen Fuzzy-Regler
$T''$	: Entscheidungstafel für die Fehlerbewertung
$u$	: Stellgrößenvektor
$\Delta u$	: Vektor der Änderung von $u$
$x$	: Vektor der Zustandsgrößen
$y$	: Ausgangsgrößenvektor
$y^*$	: Ausgangsgrößenvektor des Referenzmodells
$\varepsilon$	: Vektor der Abweichungen der Referenzmodell- von den Systemausgängen
$\Delta\varepsilon$	: Vektor der Änderungen von $\varepsilon$
$\Theta$	: Parametervektor der Regelstrecke
$\xi$	: Parameter-Variationsvektor
$\psi$	: Fehlervektor bei Systemem mit einer Ausgangsgröße ( $[e, \Delta e]^T$ )
$\tilde{\psi}$	: Fehlervektor bei Systemem mit einer Ausgangsgröße ( $[e, \dot{e}]^T$ )
$\overline{\psi}$	: Fehlervektor bei Systemem mit einer Ausgangsgröße ( $[e, \Delta e, \Delta^2 e]^T$ )
$\hat{\psi}$	: Fehlermatrix bei Systemem mit mehreren Ausgangsgrößen

## Griechische Buchstaben:

$\alpha$	: Anpassungsfaktor bei der PID-Regleradaption
$\alpha_i$	: $i$ -te Partialprämisse
$\beta_l, \gamma$	: Adaptionverstärkung
$\varepsilon$	: Abweichung des Referenzmodell- vom Systemausgang ( $y^* - y$ )
$\Delta\varepsilon$	: Änderung von $\varepsilon$
$\Theta_i$	: $i$ -te Komponente von $\Theta$
$\mu_A(x)$	: Zugehörigkeitsfunktion zur Fuzzy-Menge $A(x)$
$\tau$	: Totzeit
$\tau^*$	: Sollwert der Totzeit
$\omega$	: Gesamtprämisse
$\omega_i$	: Gesamtprämisse der $i$ -ten Regel

## Mengen und Räume:

$A$	:	Fuzzy-Menge
$A = \{a b\}$	:	$A_d$ ist die Menge aller Elemente $a$ , die die Eigenschaft $b$ aufweisen.
$B$	:	Parameterraum
$\mathbb{B}_1$	:	Vektorklasse
$D$	:	Definitionsbereich
$\mathbb{D}_N$	:	Definitionsbereich normierter Größen ( $\mathbb{D}_N = [-1; 1]$ )
$G$	:	Menge aller Referenz-Fuzzy-Mengen
$\mathbb{G}_U$	:	Menge aller Referenz-Fuzzy-Mengen bzgl. $U$
$\mathbb{G}_Y$	:	Menge aller Referenz-Fuzzy-Mengen bzgl. $Y$
$\mathbb{G}_E$	:	Menge aller Referenz-Fuzzy-Mengen bzgl. $E$
$\mathbb{G}_{\dot{E}}$	:	Menge aller Referenz-Fuzzy-Mengen bzgl. $\dot{E}$
$N$	:	Menge der natürlichen Zahlen
$N^0$	:	$N \cup \{0\}$
$R$	:	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}_1$	:	Klasse der Initialmatrizen

## Funktionen:

$RND(\cdot)$	:	Rundungsfunktion auf $\cdot$
$\exp(\cdot)$	:	Exponentialfunktion auf $\cdot$

## Indizierung:

$(\cdot)^d$	:	wertediskretisierte Größe
$(\cdot)_l$	:	Zuordnung zum Reglerparameter, $l \in \{P, I, D\}$
$(\cdot)^T$	:	Transponierte Matrix
$(\cdot)_{i,j,f}$	:	Laufindizes
$(\cdot)_k$	:	zeitdiskrete Größe im Abtastzeitpunkt $t = kT$

Operatoren:

◦ : Komposition

× : scharfes kartesisches Produkt

⊗ : unscharfes kartesisches Produkt

$\prod_{i=1}^m a_i$  : Produkt aller  $a_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ), entspricht dem PROD-Operator

$\max\{\cdot\}$  : Maximum- (MAX-) Operator (auf  $\cdot$  angewendet)

$$\max_{1 \leq i \leq n} \{x_i\} = \{\tilde{x} \mid \tilde{x} \in \{x_1, \dots, x_n\}, \tilde{x} \geq x_i, \tilde{x} \neq x_i \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}\}$$

$\min\{\cdot\}$  : Minimum- (MIN-) Operator (auf  $\cdot$  angewendet)

$$\min_{1 \leq i \leq n} \{x_i\} = \{\tilde{x} \mid \tilde{x} \in \{x_1, \dots, x_n\}, \tilde{x} \leq x_i, \tilde{x} \neq x_i \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}\}$$



# 1 Einführung

Oft tritt in der Praxis das Problem auf, daß die Parameter einer Regelstrecke zeitabhängig sind sowie zeitabhängige Störungen auf die Regelstrecke einwirken. In solchen Fällen kann auf Konzepte der robusten oder adaptiven Regelung zurückgegriffen werden.

Konzepte der robusten Regelung werden angewendet, wenn Schwankungen der Systemparameter  $\Theta$  auf einen Parameterraum

$$\mathbb{B} = \{\Theta \mid \Theta = [\Theta_1, \dots, \Theta_i, \dots, \Theta_n]^T, \quad m_i < \Theta_i < M_i \quad \forall \quad i \in \{1, \dots, n\}\} \quad (1.1)$$

beschränkt bleiben. Dabei ist  $n$  die Dimension von  $\Theta$  sowie  $m_i$  und  $M_i$  Unter- bzw. Obergrenze für die Schwankungen des  $i$ -ten Parameters. Die Aufgabenstellung beim Entwurf eines robusten Reglers besteht darin, einen *zeitinvarianten* Regler so auszulegen, daß die Regelung eine gewünschte Eigenschaft (Gesamtheit von Eigenschaften) besitzt, unabhängig davon, welche Werte  $\Theta \in \mathbb{B}$  annimmt (Föllinger 1992). Dann heißt die Regelung robust hinsichtlich dieser Eigenschaft (Gesamtheit der Eigenschaften) für Parameteränderungen im Bereich  $\mathbb{B}$ . Vorausgesetzt wird dabei allerdings, daß die Strecke durch Zustandsdifferentialgleichungen beschreibbar ist (Föllinger 1992). Ein System kann dann mit Hilfe einer Robustheitsanalyse (Kiendl 1987) auf seine Robustheitseigenschaften hin untersucht werden.

Je nachdem, welches Regelungskonzept betrachtet wird, grenzt der Bereich robuster Regelungen eng an das Gebiet adaptiver Regelungen an. Zum Beispiel werden robuste Regler, bei denen die Reglerparameter in Abhängigkeit vom Streckenzustand veränderlich sind, als *strukturvariable* robuste Regler bezeichnet. Regelungskonzepte, bei denen die Reglerparameter in Abhängigkeit von *Änderungen* der Streckenparameter veränderlich sind, werden als *adaptive* Regelungen bezeichnet (Unbehauen 1988). Treten relativ große durch Störungen verursachte (unvorhergesehene) Parameteränderungen auf, so sind selbstanpassende oder *adaptive* Regelungsstrategien besonders geeignet.

Die im 2. Abschnitt vorgestellte aus der konventionellen Regelungstechnik bekannte Einteilung der adaptiven Regelungskonzepte in verschiedene grundlegende Klassen kann auch bei adaptiven Regelungskonzepten, die Fuzzy-Logik einsetzen, vorgenommen werden. Bei den letztgenannten Verfahren besteht prinzipiell die Möglichkeit, den adaptiven Regler als komplette Fuzzy-Lösung (fuzzy-adaptierter Fuzzy-Regler) oder als hybriden Regler (nur der adaptierte Regler oder der Adaptionsmechanismus nutzt Fuzzy-Logik) zu entwerfen. Bei den fuzzy-adaptierten konventionellen Reglern sind mehrere Reglertypen möglich, wie z. B. Zustandsregler (Klein 1991, Jamshidi u. a. 1991) oder PID-Regler (He und Tan 1993, Raju und Zhou 1992, Tzafestas und Papanikolopoulos 1990, van Nauta Lemke und Krijgsman 1991). Beim Entwurf von Zustandsreglern ist i. allg. eine deutlich genauere Systemkenntnis notwendig als bei der Auslegung von PID-Reglern. Da in diesem Bericht Regelstrecken, über die kein detailliertes Prozeßwissen vorliegt oder die schlecht analytisch

---

beschreibbar sind, im Mittelpunkt des Interesses stehen, beschränken sich die Betrachtungen bei den hybriden Reglern im 3. Abschnitt auf fuzzy-adaptierte PID-Regler. Der 4. Abschnitt enthält einige Verfahren zur Fuzzy-Adaption von Fuzzy-Reglern. Der Bericht schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick im 5. Kapitel. Im ersten Anhang finden sich Definitionen einiger Begriffe und Methoden aus dem Bereich der Fuzzy-Logik, die in diesem Bericht besondere Bedeutung besitzen.

## 2 Strukturen adaptiver Regler

Was ist *adaptive Regelung*? In der Literatur findet sich keine einheitliche Definition dieses Begriffes. Åström (1983) gibt z. B. die folgende

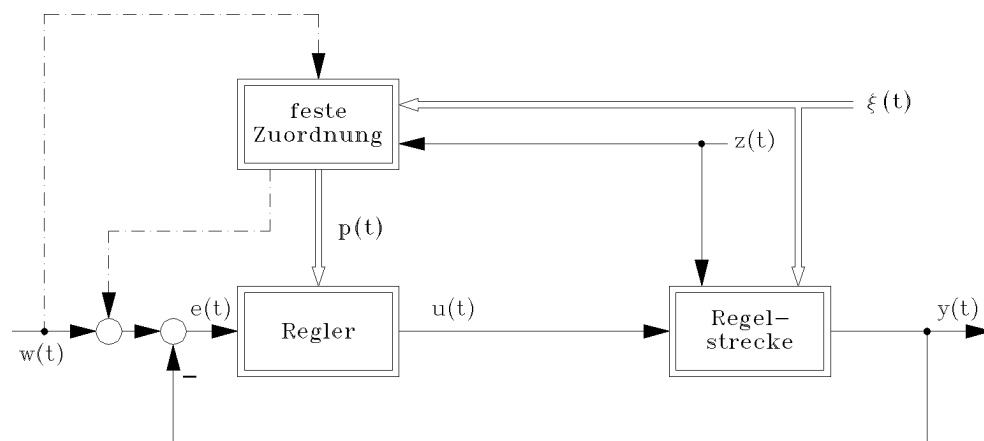
**Definition:**

*Adaptive Regelung ist ein spezieller Typ der Regelung mit nichtlinearer Rückführung.*

□

Die Strukturen adaptiver Regler können grob in drei Klassen eingeteilt werden, die im folgenden kurz vorgestellt werden.

### 2.1 Verfahren der gesteuerten Adaption



**Bild 2.1:** Struktur eines Regelungskonzeptes mit gesteuerter Adaption („gain scheduling“, Åström 1983)

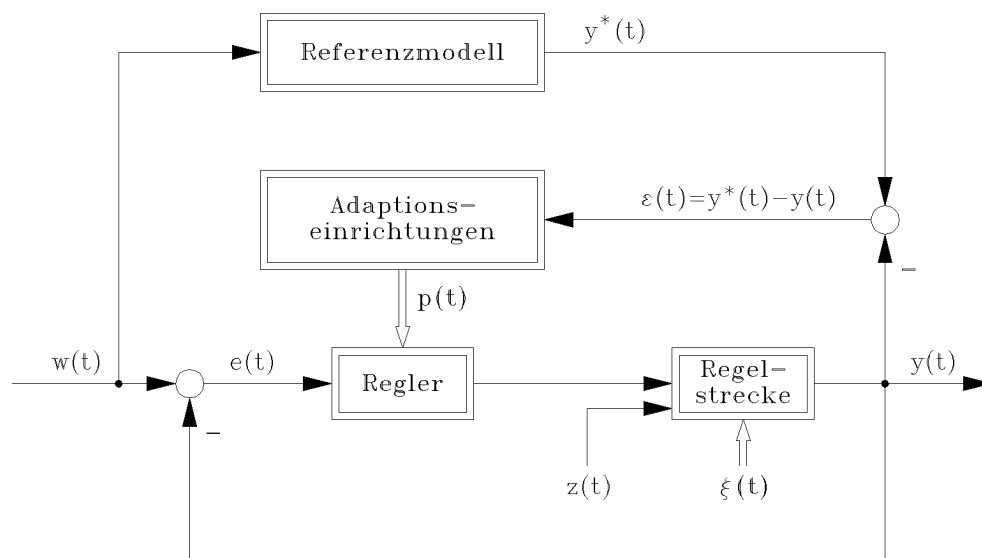
Das Verfahren der gesteuerten Adaption kann eingesetzt werden, wenn das Verhalten des Regelungssystems für unterschiedliche Parameteränderungen  $\xi(t)$  der Regelstrecke und Störungen  $z(t)$  bekannt ist. Dann kann eine Anpassung der Reglerparameter  $p(t)$  über eine zuvor berechnete Zuordnung (sog. „parameter scheduling“ oder „gain scheduling“<sup>1</sup>) oder eine Nachführung des Sollwertes  $w(t)$  vorgenommen werden (siehe Bild 2.1). Bei diesem Verfahren gibt es keine Rückkopplung zur Korrektur der Parametereinstellungen selber, was sich nachteilig auswirken kann. Es handelt sich also um eine Steuerung. Man spricht trotzdem von einem *adaptiven* Regelungssystem, da die Reglerparameter in

<sup>1</sup>Der Name gain scheduling rührt daher, daß in den ersten Konzepten nur der Verstärkungsfaktor angepaßt wurde.

Abhängigkeit von Parametervariationen und Störungen nach einer festen Zuordnungsvorschrift ausgewählt werden. Das Hauptproblem beim Reglerentwurf ist das Finden geeigneter Hilfsvariablen, um den Prozeßzustand zu erfassen und die geeignete Reglereinstellung auszuwählen. Gewöhnlich ist deshalb eine genaue Kenntnis des dynamischen Verhaltens der Regelstrecke notwendig. Wenn die Abhängigkeit des Systems von Parameteränderungen nicht oder nur unzureichend bekannt ist, sollte(n) die Ausgangsgröße(n) der Regelstrecke zum Adaptionsmechanismus zurückgeführt werden. Durch Auswertung der rückgeführten Signale über ein festzulegendes Gütekriterium zur Bestimmung der Reglerparameter entsteht eine Struktur mit geregelter Adaption. Bei der geregelten Adaption existieren Verfahren mit seriellem oder seriell-parallelem Vergleichsmodell sowie die weit verbreiteten Verfahren mit oder ohne parallelem Vergleichsmodell (Landau 1979).

## 2.2 Verfahren der geregelten Adaption mit parallelem Vergleichsmodell

Neben dieser Bezeichnung (Unbehauen 1988) ist auch der Name *Modell-Referenz-Verfahren* (Föllinger 1992) gebräuchlich, die Übersetzung der Bezeichnung *model reference adaptive systems* (MRAS) der englischsprachigen Literatur.

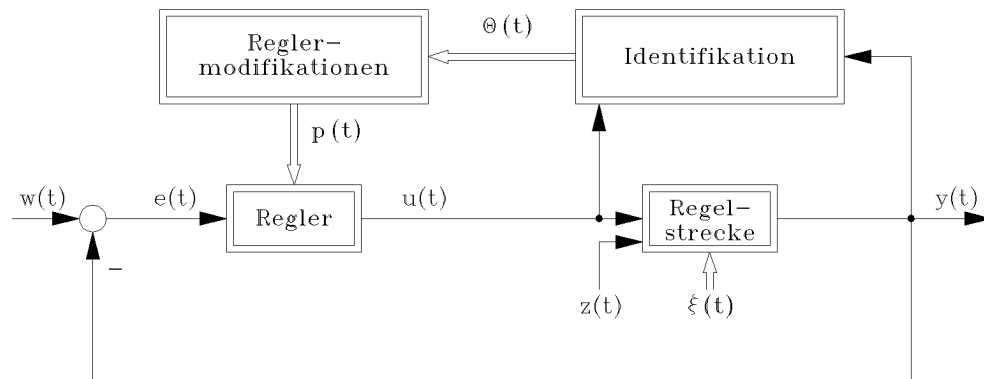


**Bild 2.2:** Struktur eines adaptiven Reglers nach dem Modell-Referenz-Verfahren (MRAS, Unbehauen 1988)

Hierbei wird ein mathematisches Modell für das gewünschte Verhalten des geschlossenen Regelkreises vorgegeben (Referenzmodell). Aus den Abweichungen der Prozeßausgangsgröße(n) von der Modellausgangsgröße(n) wird die Änderung der Reglerparameter so berechnet, daß der Fehler  $\varepsilon(t) = y^*(t) - y(t)$  minimal wird. MRAS-Systeme haben einen zweischleifigen Aufbau. Die innere Schleife setzt sich aus dem Regler und der Regelstrecke zusammen, die äußere dient zur Einstellung der Reglerparameter. Das Hauptproblem bei

MRAS-Reglern besteht darin, den Einstellmechanismus so auszulegen, daß ein stabiles System entsteht, das den Fehler  $\varepsilon(t)$  gegen 0 führt (Unbehauen 1988, Åström 1983).

### 2.3 Verfahren der geregelten Adaption ohne Vergleichsmodell



**Bild 2.3:** Struktur eines selbsteinstellenden Reglers (STR, Unbehauen 1988)

Diese als selbsteinstellende Regler (self-tuning regulators, STR) bezeichneten Regler (Åström 1983) ermitteln die schwankenden Parameter der Regelstrecke aus der Messung ihrer Ein- und Ausgangsgröße(n). Bei dem in Bild 2.3 gezeigten indirekten (expliziten) STR werden Identifikation der Streckenparameter und Anpassung des Reglers voneinander getrennt vorgenommen. Dabei wird von einem expliziten Modell der Regelstrecke ausgegangen. Wenn es möglich ist, die Reglerparameter direkt zu identifizieren (ohne den Zwischenschritt über die Identifikation der Streckenparameter), vereinfacht sich die Reglerstruktur beträchtlich. Man spricht dann von einem direkten (impliziten) STR, da er auf einem impliziten Modell der Regelstrecke beruht. Der STR besitzt wie der MRAS einen zweischleifigen Aufbau. Die innere Schleife besteht wieder aus dem Regler und der Regelstrecke, die äußere Schleife sorgt für die Einstellung der Reglerparameter.

### 2.4 Zusammenhang zwischen Verfahren der geregelten Adaption mit und ohne parallelem Vergleichsmodell

MRAS und STR sind von ihrer Struktur her ähnlich. Beide besitzen einen zweischleifigen Aufbau mit der gleichen Funktionalität von äußerer und innerer Schleife und können in Grenzfällen sogar gleich sein (Unbehauen 1988). Allerdings sind i. allg. die Entwurfsmethoden für die innere Schleife und für die in der äußeren Schleife realisierte Parameteradaption unterschiedlich (Åström 1983). Sowohl MRAS wie auch STR liefern stark nichtlineare Regelungssysteme, bei deren Entwurf die wichtigen Aspekte

- Stabilität des Gesamtsystems,

- Konvergenz der Reglerparameter und
- Einfluß von Störgrößen

beachtet werden müssen. Obwohl adaptive Regelungskonzepte bereits seit den fünfziger Jahren untersucht werden, liegt keine vollständige theoretische Grundlage vor.

Die Regelung linearer Systeme mit idealen PID-Reglern führt dagegen zu linearen Gesamtsystemen, die mit den Methoden der linearen Systemtheorie (z. B. auf Stabilität) untersucht werden können. In der Praxis aber werden PID-Regler oft einerseits nichtlinear verändert und andererseits zur Regelung nichtlinearer Strecken eingesetzt. In diesen Fällen sind i. allg. theoretische Stabilitätsnachweise nicht führbar. Wegen der guten Akzeptanz von PID-Reglern bei den Anwendern und des oft zufriedenstellenden Regelungsverhaltens wird in praxi meistens auch auf theoretische Stabilitätsuntersuchungen verzichtet.

## 2.5 Einsatzmöglichkeiten von Reglern mit geregelter Adaption

Beim Einsatz von MRAS- oder STR-Reglern sind verschiedene Abstufungen möglich:

- Die Adaption wird on-line durchgeführt.
- Die Adaptionsschleife wird zum Einstellen („*tunen*“) des Reglers eingesetzt. Die Adaption endet, sobald das Regelverhalten des Gesamtsystems die Anforderungen erfüllt. Dann wird die Adaptionsschleife vom Regler abgetrennt und der Regler mit konstanten Parametern weiterbetrieben. Gegebenenfalls kann bei Verschlechterung des Regelverhaltens der Adaptionmechanismus wieder zugeschaltet und der Regler nachgestellt werden. Hierzu ist eine übergeordnete Überwachungsstruktur erforderlich, die das Regelverhalten beurteilt und die Adaption zu- bzw. abschaltet.
- Die Adaptionsschleife wird benutzt, um für verschiedene Arbeitspunkte optimale Reglereinstellungen zu ermitteln. Diese werden tabelliert und als Grundlage für eine gesteuerte Adaption verwendet.

An dieser Stelle soll allerdings angemerkt werden, daß wegen der Komplexität eines adaptiven Reglers immer erst geprüft werden sollte, ob das regelungstechnische Problem nicht auch mit einem zeitinvarianten Regler gelöst werden kann.

### 3 Fuzzy-adaptierte PID-Regler

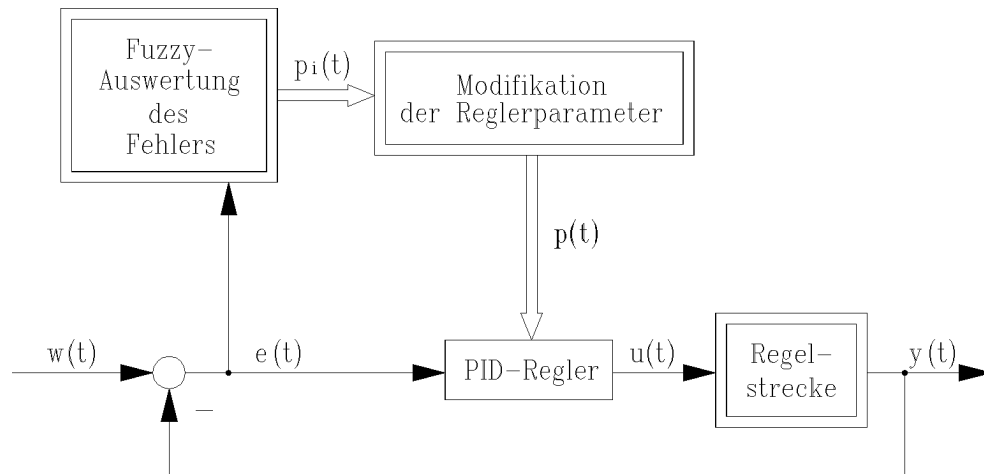
Die im folgenden vorgestellten Regelungskonzepte verwenden zur on-line Adaption der PID-Reglerparameter eine von Bild 2.3 etwas abgewandelte STR-Struktur, wie sie in Bild 3.1 dargestellt ist (He und Tan 1993). Hierbei werden die Parameter eines idealen PID-Reglers

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (3.1)$$

bzw. in der Standardform

$$u(t) = K_c \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (3.2)$$

mit dem Verstärkungsfaktor  $K_c$ , der Nachstellzeit  $T_i$  und der Vorhaltezeit  $T_d$  mit Hilfe von Fuzzy-Logik nachgestellt. Der Vorteil dieses Ansatzes liegt in der einfachen Erweiterbarkeit bestehender konventioneller PID-Regler um die Einstellkomponente. Ausgegangen



**Bild 3.1:** Fuzzy-adaptierter PID-Regler (He und Tan 1993)

wird dabei von einer Grundeinstellung  $\mathbf{p}_0 = [K_P^0, K_I^0, K_D^0]^T$  bzw.  $\mathbf{p}_0^* = [K_c^0, T_i^0, T_d^0]^T$  der Reglerparameter, die z. B. durch das Verfahren von Ziegler und Nichols (1942) bestimmt werden kann. Dabei erhält man die Reglerparameter zu

$$K_c = 0,6K_u, \quad T_i = 0,5t_u, \quad T_d = 0,125t_u \quad (3.3)$$

$$K_P = 0,6K_u, \quad K_I = 1,2K_u/t_u, \quad K_D = 0,075K_u t_u \quad (3.4)$$

Die kritische Verstärkung  $K_u$  und die kritische Periodendauer  $t_u$  können z. B. mit Hilfe der Methode des Stabilitätsrandes (Schwarz 1967, Unbehauen 1989) oder der Relais-Rückkopplungsmethode (He und Tan 1993) bestimmt werden.

### 3.1 Verfahren mit lokalem Gütemaß und getrennter Adaption der Reglerparameter

Tzafestas und Papanikolopoulos (1990) führen zur Rauschunterdrückung eine Wertediskretisierung des abgetasteten Fehlervektors  $\boldsymbol{\psi}_k := \boldsymbol{\psi}(t = kT) = [e_k, \Delta e_k]^T$  mit

$$e_k = w_k - y_k \quad (3.5)$$

und der Änderung der Regelabweichung

$$\Delta e_k = e_k - e_{k-1} \quad (3.6)$$

durch und erhalten so  $\boldsymbol{\psi}_k^d$ . Durch Fuzzifizierung von  $\boldsymbol{\psi}_k^d$  erhält man  $\boldsymbol{\Psi}_k = [E_k, \Delta E_k]^T$ .<sup>2</sup>  $\boldsymbol{\Psi}_k$  wird in den Zeitpunkten  $t = kT$  mit Hilfe einer Entscheidungstafel ausgewertet, die auf dem von Macvicar-Whelan (1976) eingeführten Prinzip beruht. Diese Tafel wird im folgenden als Macvicar-Whelan-Matrix (**MWM**) bezeichnet. Tabelle 3.1 zeigt die von Tzafestas und Papanikolopoulos (1990) zur Auswertung von  $\boldsymbol{\Psi}_k$  benutzte **MWM**. Gemäß

		$\Delta E(X_0 - X)$													
		-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0	+0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
$E$	-6	-6	-6	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0
	-5	-6	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	0
	-4	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	0	0
	-3	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	0	+1	+1
	-2	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	0	+1	+1	+2
	-1	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	0	+1	+1	+2	+2
	-0	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+3
	+0	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+3	+3
	+1	-2	-2	-1	-1	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+3	+3	+4
	+2	-2	-1	-1	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+3	+3	+4	+4
	+3	-1	-1	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+3	+3	+4	+4	+5
+4	-1	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+3	+3	+4	+4	+5	+5	
+5	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+3	+3	+4	+4	+5	+5	+6	
+6	0	0	+1	+1	+2	+2	+3	+3	+4	+4	+5	+5	+6	+6	

**Tabelle 3.1:** Macvicar-Whelan-Matrix (Tzafestas und Papanikolopoulos 1990)

der üblichen Nomenklatur wird die Menge aller Referenz-Fuzzy-Mengen  $\mathbb{G}$ , z. B.  $\mathbb{G} =$

<sup>2</sup>Bei der Definition der Änderung der Regelabweichung über  $\Delta' e_k = \Delta e_k / T$  unterscheiden sich  $\Delta e_k$  und  $\Delta' e_k$  nur um den konstanten Faktor  $T$ . Bei der üblichen Normierung der Eingangsgrößen auf  $\mathbb{D}_N = [-1, 1]$  sind deshalb beide Ansätze bei geeigneter Wahl der Skalierungsfaktoren identisch.



{negativ groß, negativ mittel, negativ klein, null negativ, null positiv, positiv klein, positiv mittel, positiv groß} einer Fuzzy-Menge durch

$$G = \{NG, NM, NK, NN, NP, PK, PM, PG\} \quad (3.7)$$

abgekürzt. Anstelle der linguistischen ist auch eine numerische Bezeichnungsweise der Fuzzy-Mengen üblich. Für das gewählte Beispiel erhält man

$$\mathbb{G} = \{-3, -2, -1, -0, +0, +1, +2, +3\} \quad (3.8)$$

(Entsprechendes gilt bei Vergrößerung/Verkleinerung des Wertebereiches.). Die numerische Bezeichnungsweise der Fuzzy-Mengen kann eine Ordnung der Einzelmengen untereinander widerspiegeln (z. B. folgt im Beispiel negativ klein auf negativ mittel), sie steht aber in keinem direkten Zusammenhang mit dem Definitionsbereich von  $G$ .  $G$  kann sowohl auf einem auf  $\mathbb{D}_N = [-1; 1]$  normierten oder auch auf einem unnormierten Definitionsbereich definiert werden. Die  $MWM$  ist je nach gewünschter Auflösung zu dimensionieren und damit an die Erfordernisse im Einzelfall anzupassen. Die Auswertung der  $MWM$  im Abtastpunkt  $k$  liefert ein Gütemaß

$$PI_k(E_k, \Delta E_k) = E_k \circ \Delta E_k \circ MWM \quad . \quad (3.9)$$

Da Tzafestas und Papanikolopoulos (1990) den Fehlervektor  $\boldsymbol{\psi}$  wertediskretisieren, korrespondiert eine Realisierung von  $\boldsymbol{\psi}_k$  immer genau mit *einem* Element der  $MWM$ . Bei numerischer Bezeichnungsweise gemäß (3.8) kann der Wert jedes  $MWM$ -Elements direkt als scharfer Wert  $pi_k$  interpretiert werden und die Defuzzifizierung entfällt. (Je nach Wahl der numerischen Bezeichnungsweise ist  $pi_k$  ggf. noch geeignet zu skalieren, wenn beispielsweise  $pi_k \in \mathbb{D}_N$  erwünscht ist.) Die Reglerparameter werden nach

$$\mathbf{p}_{neu} = \begin{bmatrix} K_{P,neu} \\ K_{I,neu} \\ K_{D,neu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{P,alt} + pi_k(E_k, \Delta E_k)\beta_P \\ k_{I,alt} + pi_k(E_k, \Delta E_k)\beta_I \\ k_{D,alt} + pi_k(E_k, \Delta E_k)\beta_D \end{bmatrix} = \mathbf{p}_{alt} + pi_k\boldsymbol{\beta} \quad (3.10)$$

aktualisiert. Mit den  $\beta_l$  ( $l \in \{P, I, D\}$ ) kann die maximale Schwankungsbreite der Reglerparameter pro Adaptionsschritt eingestellt und damit das Regelverhalten beeinflusst werden. Deshalb sind bei der Festlegung der  $\beta_l$  Stabilitätsgesichtspunkte und die Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis zu berücksichtigen.

Van Nauta Lemke und Krijgsman (1991) benutzen im Gegensatz zu Tzafestas und Papanikolopoulos (1990)  $[e(t=kT), \dot{e}(t=kT)]^T =: [e_k, \dot{e}_k]^T =: \tilde{\boldsymbol{\psi}}_k$  als Fehlervektor. Nach Normierung auf  $\mathbb{D}_N$  und ohne vorherige Wertediskretisierung wird  $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_k$  fuzzifiziert. Der so erhaltene unscharfe Fehlervektor  $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_k = [E_k, \dot{E}_k]^T$  wird zur Berechnung der Reglerparameteränderung für jeden Reglerparameter einzeln über eine Relationalmatrix  $\mathbf{R}_l$  ( $l \in$

$\{P, I, D\}$ ) ausgewertet. Die Fuzzy-Logik verwendet trapezförmige Zugehörigkeitsfunktionen, verknüpft die Partialprämissen durch den MIN-Operator und führt die vereinfachte Aggregations-Defuzzifizierungsstrategie durch. Das Adaptionsgesetz

$$p_{l,neu} = p_{l,0} + p_{i,k} \cdot \beta_l \quad l \in \{P, I, D\} \quad (3.11)$$

ähnelt (3.10). Allerdings tritt an die Stelle von  $\mathbf{p}_{alt}$   $\mathbf{p}_0 = [p_{P,0}, p_{I,0}, p_{D,0}]^T$ , die konstante Grundeinstellung des PID-Reglers (siehe Einführung des Abschnittes 3). Außerdem erfolgt in (3.11) im Gegensatz zu (3.10) eine getrennte Gütebewertung für alle drei Reglerparameter. Es folgt  $\mathbf{p}_{i,k}$ , dessen Komponenten sich jeweils nur auf den zugehörigen Reglerparameter beziehen. Die Mengen aller Referenz-Fuzzy-Mengen  $\mathbb{G}_E$  bzw.  $\mathbb{G}_{\dot{E}}$  bezüglich der Fehlergrößen  $E$  bzw.  $\dot{E}$  enthalten (analog zu (3.7) und (3.8)) jeweils 5 Fuzzy-Mengen. Bei Darstellung der Fuzzy-Regeln für die Änderung eines der drei PID-Reglerparameter über eine Relationalmatrix  $\mathbf{R}_l$  erhält man damit Matrizen der Dimension  $5 \times 5$ . Dagegen umfaßt die Menge aller Referenzmengen bezüglich der Änderung der Reglerparameter 7 Referenzmengen. Die Fuzzy-Mengen der Konklusionen der Fuzzy-Regeln und damit die Elemente der Relationalmatrizen  $\mathbf{R}_l$  bestehen allerdings jeweils aus einer Verknüpfung zweier benachbarter Referenzmengen. Bei einer Relationalmatrix  $\mathbf{R} = (r_{ij})$  kann diese Verknüpfung durch eine gewichtete Kombination der zu den benachbarten Fuzzy-Mengen  $A_f$  und  $A_{f+1}$  gehörenden Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{A_f}$  und  $\mu_{A_{f+1}}$  als

$$\mu_{r_{ij}} = g_{ij}^{A_f} \mu_{A_f} \cup (1 - g_{ij}^{A_f}) \mu_{A_{f+1}} \quad (3.12)$$

geschrieben werden.  $g_{ij}^{A_f}$  bezeichnet das der Fuzzy-Menge  $A_f$  zugeordnete Gewicht. Diesem Adaptionmechanismus für die PID-Reglerparameter ist ein Fuzzy-System übergeordnet, das das Verhalten des geschlossenen Regelkreises anhand von Kriterien wie Überschwingen, ständiger Regelabweichung u. ä. bewertet. Damit werden die Regeln zur PID-Reglerparametermodifikation (d. h. die Matrizen  $\mathbf{R}_l$ ) geändert. Genauere Angaben hierzu fehlen allerdings.

### 3.2 Verfahren mit lokalem Gütemaß und kombinierter Adaption der Reglerparameter

He und Tan (1993) benutzen ebenfalls  $\tilde{\psi}_k$  als Fehlervektor, der im Gegensatz zu dem Algorithmus von Tzafestas und Papanikolopoulos (1990) nicht wertediskretisiert wird. Nach der Fuzzifizierung von  $\tilde{\psi}_k$  erhält man  $\tilde{\Psi}_k$ . Das Verhältnis von proportionaler, integraler und differentieller Verstärkung (d. h. das Verhältnis der  $\beta_l$  in (3.10) zueinander) wird fest vorgegeben. Letzterem liegt die Idee zugrunde, die PID-Reglerparameter nur von einem Parameter  $\alpha$  abhängig zu machen. Durch qualitative Überlegungen des Zusammenhangs von PID-Reglereinstellung und resultierender Regelstreckenantwort haben He und Tan (1993) das folgende Adaptionsgesetz aufgestellt:

$$K_c = 1,2 \alpha K_u$$

$$T_i = 0,75 \frac{1}{1 + \alpha} t_u \quad (3.13)$$

$$T_d = 0,25 T_i = 0,1875 \frac{1}{1 + \alpha} t_u$$

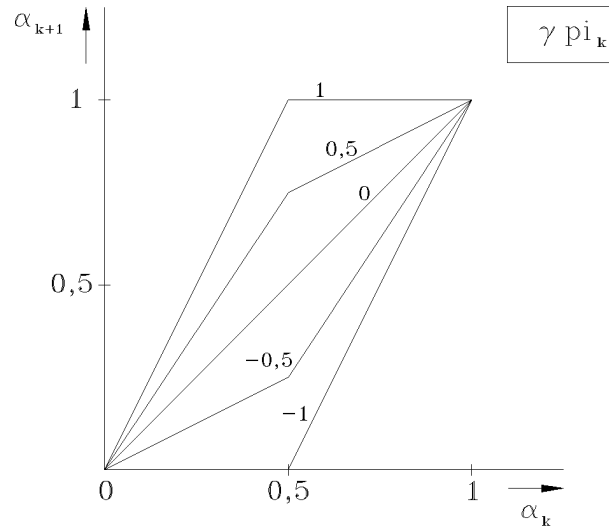
bzw. bezüglich (3.1)

$$\begin{aligned} K_P &= 1,2 \alpha K_u \\ K_I &= 1,6 \alpha(1 + \alpha) \frac{K_u}{t_u} \\ K_D &= 0,225 \frac{\alpha}{1 + \alpha} K_u t_u \quad . \end{aligned} \quad (3.14)$$

Für  $\alpha = 0,5$  folgt aus (3.13) eine Reglereinstellung nach Ziegler und Nichols (1942). Der Adaptionfaktor  $PI_k$  wird wieder durch Auswertung des Fehlervektors  $\tilde{\Psi}_k$  mit einer  $7 \times 7$ -**MWM** analog zu (3.9) bestimmt (siehe Tabelle B.1 im Anhang B). Als Zugehörigkeitsfunktionen werden Exponentialfunktionen

$$\mu(x) = \exp \left\{ - \left( \frac{x - x_i}{\sigma_i} \right)^2 \right\} \quad (3.15)$$

benutzt (über die Wahl der  $x_i$  und  $\sigma_i$  werden keine Angaben gemacht).



**Bild 3.2:** Verlauf des Anpassungsfaktors  $\alpha_{k+1}$  als Funktion von  $\alpha_k$  für verschiedene konstante Werte von  $\gamma pi_k$

Durch MAX-MIN-Komposition wird aus  $\tilde{\Psi}_k$   $PI_k$  bestimmt und  $PI_k$  nach dem Schwerpunktverfahren auf einen scharfen Wert  $pi_k \in \mathbb{D}_N$  abgebildet. Der neue Anpassungsfaktor  $\alpha_{k+1}$  berechnet sich für alle  $k = 0, 1, \dots \infty$  zu

$$\alpha_{k+1} = \begin{cases} \alpha_k + \gamma pi_k(1 - \alpha_k) & \forall \alpha_k > 0,5 \\ \alpha_k + \gamma pi_k \alpha_k & \forall \alpha_k \leq 0,5 \end{cases} \quad (3.16)$$

mit  $\alpha_0 = 0,5$  (Initialisierung des Reglers nach Ziegler-Nichols) und einer positiven Konstante  $\gamma$  (Adaptionsverstärkung). Durch (3.16) wird ein stetiger Verlauf von  $\alpha_{k+1} = F(\alpha_k)$

für  $\gamma p i_k = konst$  und  $\alpha_k \in [0, 1] \quad \forall \quad k = 0, 1, \dots, \infty$  gewährleistet (siehe Bild 3.2). Über  $\gamma$  läßt sich die Konvergenzgeschwindigkeit des Einstellalgorithmus beeinflussen, wobei  $\gamma \in [0, 2; 0, 6]$  nach He und Tan (1993) für die meisten Regelstrecken eine geeignete Wahl darstellt. Um  $\alpha \in [0; 1]$  zu gewährleisten, darf  $\gamma$  nicht größer als 1 gewählt werden. Damit folgt  $\mathbb{D}_\gamma = [0; 1]$  als Definitionsbereich für  $\gamma$ .

### 3.3 Verfahren mit globalen und lokalen Gütemaßen

Raju und Zhou (1992) werten Regelgröße und Führungsgröße über vier analytische Gütemaße aus, um einen PI-Regler zu adaptieren. Die Ergebnisse der Gütebewertung werden fuzzifiziert und über die in Anhang C aufgeführten Fuzzy-Regeln ausgewertet. Die Fuzzy-Logik verknüpft die Partialprämissen durch den MIN-Operator und führt die vereinfachte Aggregations-Defuzzifizierungsstrategie durch. Anwendung finden die folgenden Gütemaße:

- Pseudodämpfungsrate  $d_r$

$$d_r = \frac{r(t_2)}{r(t_1)} \quad , \quad (3.17)$$

$$r(t) = y^2(t) + g \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \quad (3.18)$$

mit der Regelgröße  $y$ , einem Gewichtungsfaktor  $g$  und  $t_2 = t_1 + T$ .

- Schwingungsgrad  $sg$

Die Trajektorie des Verlaufs von  $\left[ y, \frac{dy}{dt} \right]$  starte im Punkt A in Bild 3.3. Sie schneide die Linie  $\overline{OC}$  bei  $t = t_i$  in  $S_i$ , dann wieder bei  $t = t_{i+1}$  in  $S_{i+1}$  usw. Dann ist der Schwingungsgrad  $sg(t_i)$  im Zeitpunkt  $t = t_i$  definiert als

$$sg(t_i) = \frac{\overline{OS_{i+1}}}{\overline{OS_i}} \quad (3.19)$$

wobei  $\overline{OS}$  die Länge der Strecke zwischen den Punkten O und S in Bild 3.3 ist.  $sg$  kann bei jedem neuen Schnittpunkt der Trajektorie mit  $\overline{OC}$  neu bestimmt werden.

- Offset  $of$

$$of = \int_{t'_1}^{t'_2} y(t) dt \quad (3.20)$$

im Beobachtungszeitraum  $[t'_1, t'_2]$ .

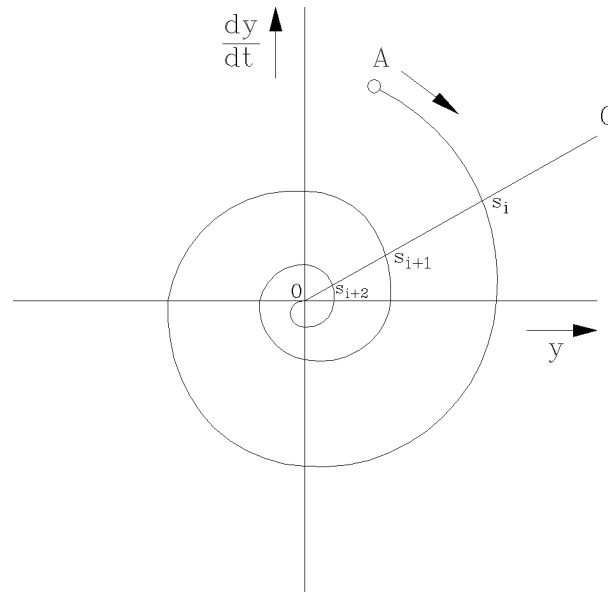


Bild 3.3: Trajektorienverlauf

- Überschwingen  $os$

$$os = \left| \max_{t_1^* \leq t \leq t_2^*} \{y(t) - y_{soll}\} \right| \quad (3.21)$$

im Beobachtungszeitraum  $[t_1^*, t_2^*]$ .

### 3.4 Ansätze zur Verbesserung

Es ist zu prüfen, ob die Verbesserung des Rauschverhaltens von Regelungssystemen durch die Wertediskretisierung des Fehlervektors den Verlust an Informationen und Stetigkeit bei der Auswertung aufwiegen kann. Die Untersuchungen des Adaptionsverhaltens eines selbstorganisierenden Fuzzy-Reglers von Kahlstorf (1992) lassen vermuten, daß bei rauscharmen Anwendungen auch beim fuzzy-adaptierten PID-Regler mit besserem Regelungsverhalten zu rechnen ist, wenn der Fehlervektor nicht wertediskretisiert wird. Ferner ist zu prüfen, ob eine künstliche Vergrößerung der Auflösung der zweidimensionalen *MWM* durch Anwendung der Fenstertechnik (Kahlstorf 1992, Song und Park 1993) das Regelungsverhalten verbessert. (Durch die Anwendung der Fenstertechnik auf einen selbstorganisierenden Fuzzy-Regler konnte Kahlstorf (1992) eine Verbesserung des Regelungsverhaltens erreichen (siehe Abschnitt 4.1.5).)

Bei den ersten beiden Adaptionsalgorithmen wird die Einstellung der Reglerparameter nur in Abhängigkeit vom Fehlervektor  $\psi_k$  bzw.  $\tilde{\psi}$  durchgeführt. Die dabei vorausgesetzte Unabhängigkeit der gewünschten Prozeßantwort von der Regelgröße  $y$  gilt aber

i. allg. bei nichtlinearen Prozessen nicht. Verbesserungen können deshalb durch eine Verarbeitung der Arbeitspunktinformation im Adaptionsgesetz, d. h. eine Bestimmung von  $\mathbf{p} = F(e, \Delta e, y)$  bzw.  $\mathbf{p} = F(e, \Delta e, w)$  an Stelle von  $\mathbf{p} = F(e, \Delta e)$ , möglich sein. (Die gleichen Überlegungen gelten, falls statt  $\Delta e$   $\dot{e}$  verwendet wird.) Damit wird aus (3.9)

$$\overline{PI}(E_k, \Delta E_k, Y) = E_k \circ \Delta E_k \circ Y \circ \overline{MWM} \quad (3.22)$$

bzw.

$$\overline{PI}(E_k, \Delta E_k, W) = E_k \circ \Delta E_k \circ W \circ \overline{MWM} \quad (3.23)$$

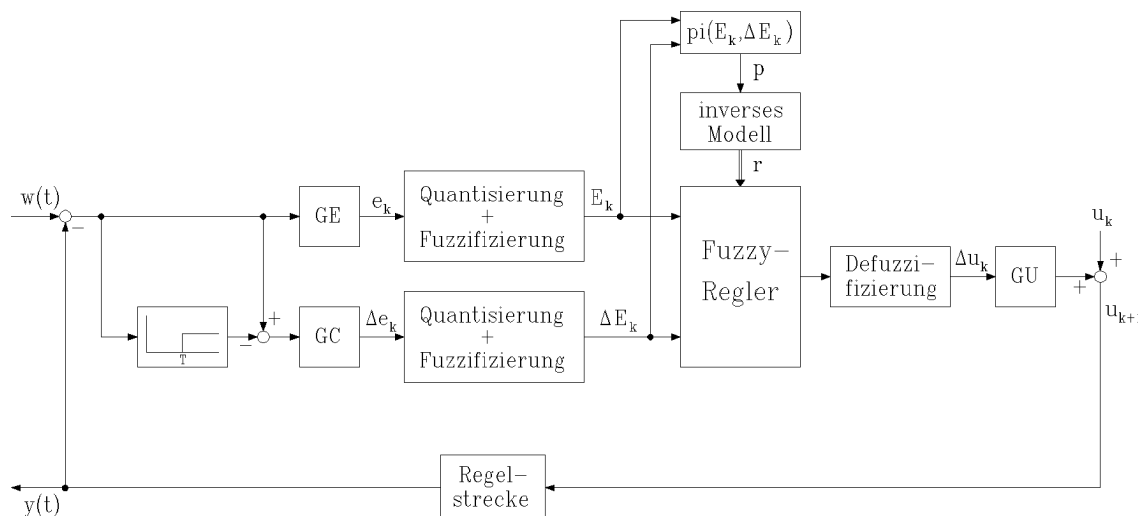
mit  $Y$  und  $W$ , der fuzzifizierten Ausgangs- bzw. Führungsgröße.  $\overline{MWM}$  entsteht durch dreidimensionale Erweiterung der (zweidimensionalen)  $MWM$ .

## 4 Fuzzy-adaptierte Fuzzy-Regler

Im letzten Abschnitt wurde ein linearer (PID-) Regler durch einen nichtlinearen Algorithmus adaptiert. Gerade bei nichtlinearen Regelstrecken kann es vorteilhaft sein, auch nichtlineare Regler anzuwenden (Schwarz 1991). Deshalb wird in diesem Abschnitt ein nichtlinearer (Fuzzy-) Regler im inneren Regelkreis eingesetzt, der ähnlich zum vorhergehenden Abschnitt nichtlinear adaptiert wird.

### 4.1 Explizite selbststellende Regler ohne on-line Identifikation

Die ersten Untersuchungen zu fuzzy-adaptierten Fuzzy-Reglern wurden von Procyk und Mamdani (1979) durchgeführt. Der von ihnen vorgeschlagene selbstorganisierende Regler (self-organizing controller, SOC) ist für Multivariablensysteme einsetzbar. Eine Realisierungsstruktur für SISO-Systeme zeigt Bild 4.1. Weil keine Modellidentifikation erfolgt, handelt es sich hierbei um einen direkt adaptierenden Regler. Da sich der Regler in mehreren Lernläufen selbst generiert, kann er auch bei Regelstrecken mit wenig a priori Prozeßwissen angewendet werden. In der von Procyk und Mamdani (1979) vorgeschlagenen Struktur (auf die sich im folgenden die Bezeichnung „SOC“ einzig beziehen soll) wird allerdings davon ausgegangen, daß die gewünschte Prozeßantwort arbeitspunktunabhängig ist, da nur Fehlersignale ausgewertet werden. Weil dies bei nichtlinearen Regelstrecken i. allg. nicht gilt, ist die Anwendbarkeit des Reglers eingeschränkt. Zur Adaption und



**Bild 4.1:** Struktur eines selbstorganisierenden Reglers (SOC, Procyk und Mamdani 1979)

Regelung wird die Komponente  $e$  bzw.  $\Delta e$  des Fehlervektors  $\psi$  mit den festen Faktoren  $GE$  bzw.  $GC$  skaliert und dann wie bereits in Abschnitt 3.1 beschrieben wertediskretisiert und fuzzifiziert.

### 4.1.1 Regelung

Der Fuzzy-Regler wertet den als Relationalmatrix  $\mathbf{R}$  gegebenen Regelsatz über MAX-MIN-Komposition aus. Die Defuzzifizierung nach der MOM-Methode liefert die Änderung der Stellgröße  $\Delta u_k$ , die noch mit  $GU$  skaliert wird, bevor sie mit  $u_k$  zur neuen Stellgröße  $u_{k+1}$  aufaddiert wird. Die Wahl der Skalierungsfaktoren wird von Procyk und Mamdani (1979) als nicht kritisch eingestuft, durch sie kann aber gezielt die Regelungscharakteristik beeinflusst werden:

- Eine Erhöhung (Erniedrigung) von  $GE$  bewirkt ein schmaleres (breiteres) Toleranzband um den Arbeitspunkt.
- Bei Erhöhung (Erniedrigung) von  $GC$  werden nur kleinere (noch größere) Änderungen um den Arbeitspunkt toleriert.
- Insgesamt gilt also, daß eine Erhöhung von  $GE$  und  $GC$  zu einer Sensibilisierung der Regelung in der Umgebung des Arbeitspunktes und zu einer Desensibilisierung in der transienten Phase führt.
- Eine Erniedrigung von  $GU$  zieht eine größere Anstiegszeit und einen größeren Wert der quadratischen Regelfläche (ISE-Kriterium) nach sich.

Wegen der Wertediskretisierung des Fehlervektors wird es möglich, die durch Relationalmatrix und Wahl der Operatoren definierte Abbildung zwischen (wertediskretem) Fehlervektor  $\boldsymbol{\psi}=[e, \Delta e]^T$  und Stellgrößenänderung  $\Delta u$  im voraus für alle Kombinationen von  $e$  und  $\Delta e$  zu berechnen. Man erhält dadurch eine Entscheidungstafel  $\mathbf{T}'=(t'_{ij})$ , die jeder Realisierung von  $\boldsymbol{\psi}$  die resultierende Stellgrößenänderung  $\Delta u$  zuordnet. Diese wird dann als sogenannte Nachschlagtabelle (look-up-table) zur Regelung verwendet. Anhang D enthält die von Procyk und Mamdani (1979) verwendete Tafel.

### 4.1.2 Gütemaß

Zur Beurteilung der Regelgüte wird die tatsächliche Systemantwort mit der eines minimal tolerierbaren Referenzmodells verglichen. Dieser Vergleich ist ähnlich zu Abschnitt 3 realisiert: Die Fehlermatrix  $\hat{\boldsymbol{\psi}}_k = (\mathbf{e}_k, \Delta \mathbf{e}_k)$  eines MISO-Systems mit den Vektoren  $\mathbf{e}_k$  bzw.  $\Delta \mathbf{e}_k$ , deren Komponenten die Regelabweichungen bzw. Änderung der Regelabweichung für den korrespondierenden Prozeßausgang angeben, wird über eine Entscheidungstafel  $\mathbf{T}''$  (entsprechend der  $MWM$ ) ausgewertet, in der das Wissen über das Referenzmodell abgelegt ist. Für eine bestimmte Fehlermatrix  $\hat{\boldsymbol{\psi}}_k$  erhält man einen Vektor  $\mathbf{pi}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_k)$ , dessen  $n$  Komponenten die Gütebewertung der  $n$  Systemausgänge enthalten. Das in  $\mathbf{T}''$  implizierte Referenzmodell besitzt eine allgemeine und damit nicht prozeßspezifische Form. Es zeichnet sich laut Procyk und Mamdani (1979) durch einen ausreichend schnellen Anstieg zum Arbeitspunkt sowie gute Dämpfung und Toleranz in seiner Umgebung aus. Die dort



		$\Delta E$												
		-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
$E$	-6	6	6	6	6	6	6	6	0	0	0	0	0	0
	-5	6	6	6	6	6	6	6	3	2	2	0	0	0
	-4	6	6	6	6	6	6	4	5	4	2	0	0	0
	-3	6	5	5	4	4	4	4	3	2	2	0	0	0
	-2	6	5	4	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0
	-1	6	4	5	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0
	0	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	+0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-2	-3	-4
	+1	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-2	-3	-4	-5
	+2	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-3	-4	-5	-6
	+3	0	0	0	-2	-5	-5	-4	-4	-4	-4	-5	-5	-6
	+4	0	0	0	-2	-5	-5	-4	-6	-6	-6	-6	-6	-6
	+5	0	0	0	-2	-3	-3	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
+6	0	0	0	0	0	0	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	

**Tabelle 4.1:** Entscheidungstafel  $T''$  zur Beurteilung der Regelgüte beim selbstorganisierenden Regler (SOC, Shao 1988)

für SISO-Systeme angegebene Entscheidungstafel ist allerdings unübersichtlich strukturiert. Shao (1988) verwendet eine günstigere Darstellungsform (siehe Tabelle 4.1).

#### 4.1.3 Adaption

Aus der Gütebeurteilung  $\mathbf{pi}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_k)$  einer Fehlermatrix  $\hat{\boldsymbol{\psi}}_k$  wird über ein inverses Modell der Regelstrecke auf die nötige Änderung der Regeln des Fuzzy-Reglers geschlossen. Dazu wird kein genaues mathematisches Modell der Regelstrecke benötigt; ein *Inkrementalmodell*, das die Monotonieeigenschaften zwischen Modellein- und -ausgang richtig beschreibt, reicht aus. Das Inkrementalmodell für ein MIMO-System sei als allgemeines Zustandsraummodell  $\dot{\boldsymbol{x}} = F(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})$ ,  $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}$  mit dem Zustandsvektor  $\boldsymbol{x}$ , dem Eingangsvektor bzw. dem Stellgrößenvektor  $\boldsymbol{u}$  und dem Ausgangsvektor  $\boldsymbol{y}$  gegeben. Für  $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{I}$ , d. h., wenn die Zustands- mit den Ausgangsgrößen übereinstimmen, können im folgenden die Betrachtungen auf  $\dot{\boldsymbol{y}} = F(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{u})$  beschränkt werden. Dieses Inkrementalmodell läßt sich über die zum System gehörige Jakobi-Matrix  $\boldsymbol{J}$  bezüglich des Eingangsgrößenvektors  $\boldsymbol{u}$  gewinnen: Für eine inkrementale Änderung  $\delta\boldsymbol{u}$  der Eingangsgrößen folgt die inkrementale Änderung der Ausgangsgrößen nach

$$\delta\dot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{J}\delta\boldsymbol{u} \quad . \quad (4.1)$$

Damit läßt sich die Systemänderung nach einer Abtastperiode  $T$  abschätzen durch

$$\Delta \mathbf{y} \cong T \mathbf{J} \Delta \mathbf{u} =: \mathbf{M} \Delta \mathbf{u} \quad . \quad (4.2)$$

$\mathbf{M}$  kann als Systemmatrix des Inkrementalmodells interpretiert werden. Wenn die Inverse  $\mathbf{M}^{-1}$  existiert und  $\Delta \mathbf{y}$  die Abweichung des realen vom gewünschten Systemverhalten darstellt, läßt sich nach

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{M}^{-1} \Delta \mathbf{y} \quad (4.3)$$

die notwendige Korrektur  $\Delta \mathbf{u}$  der Stellgröße berechnen. Beim SOC wird die notwendige Korrektur der Ausgangsgrößen durch Auswertung der Fehlermatrix über  $\mathbf{p}i(\hat{\boldsymbol{\psi}})$  berechnet. Damit ergibt sich die Stellgrößenkorrektur zu

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p}i(\hat{\boldsymbol{\psi}}) \quad . \quad (4.4)$$

Bei SISO-Systemen wird dann unter der Annahme, daß nur eine Regel für die Abweichung des realen vom gewünschten Verhalten verantwortlich ist, diese durch eine Regel ersetzt, die die Korrektur  $\Delta u$  der Stellgröße nach (4.4) berücksichtigt. Die Zulässigkeit dieser Näherung wurde von Procyk und Mamdani (1979) durch Simulationen exemplarisch überprüft. Die Auswahl der richtigen zu korrigierenden Regel setzt die Kenntnis der (a priori zu bestimmenden) Totzeit  $\tau = mT$  im System voraus. Zum Zeitpunkt  $k$  liefert die Gütebeurteilung den Wert  $pi_k$ , aus dem mit (4.4) die notwendige Korrektur  $\Delta u_{k-m}$  der Stellgröße  $u_{k-m}$  berechnet wird. Die korrigierte Stellgröße  $v_{k-m}$  berechnet sich zu

$$v_{k-m} = u_{k-m} + \Delta u_{k-m} \quad . \quad (4.5)$$

Dann wird die für  $u_{k-m}$  verantwortliche Relationalmatrix

$$\mathbf{R}'_{k-m} = E_{k-m} \otimes \Delta E_{k-m} \otimes U_{k-m} \quad (4.6)$$

durch

$$\mathbf{R}''_{k-m} = E_{k-m} \otimes \Delta E_{k-m} \otimes V_{k-m} \quad (4.7)$$

ersetzt. Man erhält aus der derzeit gültigen Relationalmatrix

$$\mathbf{R}_k = E_k \otimes \Delta E_k \otimes U_k \quad (4.8)$$

des Reglers die aktualisierte Matrix zu

$$\mathbf{R}_{k+1} = (\mathbf{R}_k \cap \overline{\mathbf{R}'_{k-m}}) \cup \mathbf{R}''_{k-m} \quad . \quad (4.9)$$

Zur Inkrementalmodellmatrix  $\mathbf{M}$  ist anzumerken, daß sie bei linearen Regelstrecken aus konstanten Koeffizienten besteht. Bei linearen SISO-Prozessen gilt nach Normierung sogar  $\mathbf{M} = 1$ . Bei nichtlinearen Prozessen sind die Koeffizienten von  $\mathbf{M}$  i. allg. Funktionen des

Zustandes und können deshalb unter Umständen schwer zu bestimmen sein. In solchen Fällen kann  $\mathbf{M}$  in erster Näherung als konstant angesetzt werden mit der Hoffnung, die daraus resultierenden Ungenauigkeiten durch einen iterativen Lernprozeß auszugleichen. Diese Art der Selbstkorrektur konnte durch Simulationen bei verschiedenen Regelstrecken nachgewiesen werden (Procyk und Mamdani 1979).

Nach Procyk und Mamdani (1979) strebt der SOC immer nach Konvergenz. Wenn keine Konvergenz eintritt, z. B. bei zu geringen Störabständen, läßt sich i. allg. trotzdem nach wenigen Lernläufen gutes Regelverhalten erzielen. Für die Generierung vieler Regeln sind Rauschen und anfängliche Störungen sogar förderlich. Deshalb muß konvergentes Verhalten nicht zwangsläufig auch zum besten Regelverhalten führen. Mit zunehmender Totzeit im Prozeß verlangsamt sich die Konvergenz der Regeladaption.

#### 4.1.4 Reduzierung des Speicherplatzbedarfs durch spezielle Wahl der Relationalmatrix $\mathbf{R}$

Um Rechenzeit und Speicherbedarf zu verringern, verwendet Shao (1988) beim Fuzzy-Regler des SOC nach Procyk und Mamdani (1979) Relationalmatrizen

$$\mathbf{R} = E \otimes \Delta E \otimes U =: [b_{ijf}], \quad b_{ijf} \in \{0, 1\} \quad (4.10)$$

mit  $i = 1, \dots, m_E$ ;  $j = 1, \dots, m_{\Delta E}$ ;  $f = 1, \dots, m_U$  und einen darauf abgestimmten Algorithmus zur Regeländerung. Dabei bezeichnen  $m_E$ ,  $m_{\Delta E}$  und  $m_U$  die Anzahl der Referenzmengen bzgl.  $E$ ,  $\Delta E$  und  $U$ .  $\mathbf{R}$  wird mit MAX-MIN-Komposition und MOM-Defuzzifizierung ausgewertet. Damit läßt sich wie beim SOC eine Entscheidungstafel  $\mathbf{T}' = [t_{ij}]$  für den Fuzzy-Regler bestimmen. Vor der Erläuterung der Regelmodifikationen wird die folgende Klassifikation eingeführt: Eine Relationalmatrix  $\mathbf{R}$  nach (4.10) sei aus einer zweidimensionalen Matrix

$$\mathbf{D} = E \otimes \Delta E = [\mathbf{b}_{ij}] \quad , \quad (4.11)$$

wobei jedes Element der Matrix ein Vektor

$$\mathbf{b}_{ij} = [b_{ijf}] \quad (4.12)$$

mit

$$b_{ijf} \in \{0, 1\} \quad \forall \quad i, j, f \quad (4.13)$$

ist, aufgebaut. Es sei eine Klasse  $\mathbb{B}_1$  von Vektoren definiert als

$$\mathbb{B}_1 = \{ \mathbf{b}_{ij} \mid \exists f^* : b_{ijf^*} = 1, \quad b_{ijf} = 0 \quad \forall f \neq f^* \} \quad . \quad (4.14)$$

Matrizen  $\mathbf{R}$  mit  $\mathbf{b}_{ij} \in \mathbb{B}_1 \quad \forall i, j$  bezeichnet Shao (1988) als *Initialmatrizen* (Klasse  $\mathbb{R}_1$ ).

Der Regelalgorithmus startet mit einem  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}_1$ . Im Auswertzeitpunkt  $t=kT$  werde wegen der (a priori festzulegenden) Systemtotzeit  $\tau=mT$  der wertediskretisierte Fehlervektor  $\boldsymbol{\psi}_{k-m}=[e_{k-m}, \Delta e_{k-m}]^T$  des Zeitpunktes  $t=(k-m)T$  betrachtet. Nach dem von Procyk und Mamdani (1979) vorgestellten Verfahren wird die Stellgröße  $v_{k-m}$  berechnet, die an Stelle von  $u_{k-m}$  bei  $t=(k-m)T$  hätte aufgeschaltet werden müssen, um das gewünschte Verhalten zu erreichen. Im Abtastpunkt  $k$  wird das  $\hat{f}^*$ , das bei Einsetzen für  $f^*$  in (4.14) zu  $v_{k-m}$  führt, bestimmt. Zur Fallunterscheidung bei der Regelmodifikation werden die folgenden Ereignisse definiert:

Ereignis P:  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}_1$ , d. h.  $\mathbf{R}$  ist eine Initialmatrix<sup>3</sup>.

Ereignis Q:

$$\begin{aligned} e_{k-m} &= e_{k-m+1} = e^i \\ \wedge \quad \Delta e_{k-m} &= \Delta e_{k-m+1} = \Delta e^j \\ \wedge \quad u_{k-m} &= u_{k-m+1} = u^f. \end{aligned}$$

(Die hochgestellten Indizes von  $e^i$ ,  $\Delta e^i$  und  $u^f$  sind mit den  $i, j, f$  in (4.11) und (4.12) identisch.)

Dann gilt für die Regelmodifikation:

$P \wedge \bar{Q}$  : Im Zeitpunkt  $kT$  wird das bisherige  $b_{ijf^*}$  mit  $b_{ijf^*}=1$  auf  $b_{ijf^*}=0$  und dafür  $b_{ij\hat{f}^*}=1$  gesetzt. Bei der Entscheidungstafel  $\mathbf{T}'$  wird  $t'_{ij}=v_{k-m}$  gesetzt.

$P \wedge Q$  : Im Zeitpunkt  $kT$  wird das bisherige  $b_{ijf^*}$  mit  $b_{ijf^*}=1$  auf  $b_{ijf^*}=0$  und dafür  $b_{ij\hat{f}^*}=1$  gesetzt. Bei der Entscheidungstafel  $\mathbf{T}'$  wird  $t'_{ij}=v_{k-m}$  gesetzt. Es wird außerdem das  $\hat{f}^{**}$  ( $b_{ij\hat{f}^{**}}=1$ ) im Abtastpunkt  $k+1$  bestimmt, mit dem die gewünschte Stellgröße  $v_{k-m+1}$  bei  $t=(k+1)T$  erreicht wird.  $\mathbf{b}_{ij}$  wird so geändert, daß  $b_{ijf} = 1$  für  $f \in \{\hat{f}^*, \hat{f}^{**}\}$  und sonst  $b_{ijf}=0$  gilt. Ist  $\hat{f}^*=\hat{f}^{**}$  bzw.  $v_{k-m}=v_{k-m+1}$ , so bleibt  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}_1$ . Ansonsten hat  $\mathbf{b}_{ij}$  zwei Komponenten  $b_{ijf_1}=1$ ,  $b_{ijf_2}=1$ ,  $f_1 \neq f_2$ .  $t'_{ij}$  der Entscheidungstafel  $\mathbf{T}'$  wird dann im Abtastpunkt  $k+1$  zu  $t'_{ij} = RND\{\frac{1}{2}(v_{k-m} + v_{k-m+1})\}$  gesetzt.

$\bar{P}$  :  $\mathbf{b}_{ij}$  wird so geändert, daß zusätzlich  $b_{ijf}=1$  für  $f=\hat{f}^*$  gilt. In der Entscheidungstafel  $\mathbf{T}'$  wird bei  $kT$   $t'_{ij} = RND\{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}t'_{ij}{}^{alt} + v_{k-m})\}$  gesetzt.

#### 4.1.5 Fenstertechnik und geänderte Regeladaption

Kahlstorf (1992) sowie Song und Park (1993) erweitern den SOC von Procyk und Mamdani (1979) um die Fenstertechnik und verwenden ein geändertes Regelmodifikationsverfahren. Dabei skalieren Song und Park  $\epsilon$  und  $\Delta\epsilon$  gleich. Die Fehlervektorauswertung bzgl.

<sup>3</sup>Im Sinne des von Shao (1988) vorgeschlagenen Algorithmus ist aber  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}_1$  nicht erforderlich, sondern lediglich  $\mathbf{b}_{ij} \in \mathbb{B}_1$ .

der Regelmodifikation erfolgt wie bei Procyk und Mamdani (1979), allerdings wird eine  $7 \times 7$ - anstelle einer  $13 \times 13$ -Entscheidungstafel verwendet. Außerdem änderten Song und Park das Regelmodifikationsverfahren nach (4.9) zur Aktualisierung der Regler-Relationalmatrix in

$$\mathbf{R}_{k+1} = (\mathbf{R}_k \cap \overline{\mathbf{R}'_{k-m}}) \cup ((\mathbf{R}'_{k-m} \cap \overline{\mathbf{R}'_{k-m}}) \cup \mathbf{R}''_{k-m}) \quad . \quad (4.15)$$

Dabei ist  $\mathbf{R}_k = \mathbf{R}_{k-m}$ , da  $\mathbf{R}$  wegen der Systemtotzeit immer erst nach  $t=mT$  geändert werden kann <sup>4</sup>. Den positiven Effekt der Fenstertechnik auf das Regelungsverhalten des SOC stellte bereits Kahlstorf (1992) fest.

## 4.2 Explizite selbsteinstellende Regler mit on-line Identifikation

Graham und Newell (1989) führen eine on-line Identifikation eines expliziten Fuzzy-Relationalmodells durch, das für den Reglerentwurf benutzt wird. Da kein Referenzmodell verwendet wird, handelt es sich um einen expliziten selbsteinstellenden Regler (STR). Die für SISO-Anwendungen erläuterte Struktur besteht aus den drei Komponenten Fuzzy-Prozeßmodell, Realisierung eines Gütemaßes sowie dem Entscheidungs- und Regelblock, der aus einem Satz möglicher Stellgrößen eine auswählt und aufschaltet (Graham und Newell 1988).

### 4.2.1 Modell

Graham und Newell (1989) verwenden ein dynamisches, diskretes Fuzzy-Relationalmodell, das bei MISO-Systemen die Form

$$Y_{k+1} = U_k^1 \circ \dots \circ U_k^p \circ \mathbf{R}_k \quad (4.16)$$

besitzt (für Einzelheiten zur Fuzzy-Modellbildung siehe z. B. Aliev und Mamedova (1990), Bertram und Schwarz (1993) oder Pedrycz (1984 und 1991)). Die Modelleingangsgrößen

$$U_k^i \quad ; i = 1, \dots, p \quad , \quad (4.17)$$

die externe Eingangsgrößen des Modells oder zur Erfassung der Systemdynamik auch aktuelle oder zurückliegende Ausgangsgrößen  $Y_{k-j}$  ( $j \in \mathbb{N}^0$ ) sein können, erhält man durch Normierung der wahren Größen mit festen Skalierungsfaktoren auf  $\mathbb{D}_N$ . Die prädiizierte Modellausgangsgröße  $Y_{k+1}$  wird mit einem weiteren Skalierungsfaktor normiert.  $\mathbf{R}_k$  ist die bei  $t = kT$  gültige Modell-Relationalmatrix. Die Komposition wird mit dem MAX-MIN-Verfahren, die Fuzzifizierung über Singletons und die Defuzzifizierung über Schwerpunkt-bildung durchgeführt. Zwei Modellstrukturen wurden von Graham und Newell (1989)

---

<sup>4</sup>Die hier wiedergegebenen Gleichungen entsprechen der verbalen Beschreibung und nicht den Gleichungen von Song und Park (1993). Da Formeln und Text voneinander abweichen, wurde als Grundlage der schlüssigere Text ausgewertet.

untersucht: Beim „relationalbasierten“ Modell werden bei jeder Prämisse jeweils alle Ausgangsgrößen-Referenzmengen berücksichtigt. Bei  $p$  Eingängen und einem Ausgang ist  $\mathbf{R}_k$  folglich  $(p+1)$ -dimensional. Ein regelbasiertes entsteht aus einem relationalbasierten Modell, wenn alle Regeln mit gleicher Prämisse (eine „Regelgruppe“) durch Bildung des Schwerpunktes zu einer dominanten Regel zusammengefaßt werden. Damit hat  $\mathbf{R}_k$  bei  $p$  Eingängen und einem Ausgang die Dimension  $p$  und einen dementsprechend reduzierten Speicherplatzbedarf. Dagegen führten die relationalbasierten Modelle bei den von Graham und Newell (1989) durchgeführten Simulationen i. allg. zu kleineren Fehlern im Sinne der absoluten Regelfläche (IAE-Kriterium) und zu größerer Robustheit gegenüber Rauscheinflüssen.

#### 4.2.2 Modelladaption durch on-line Identifikation

Ausgehend von einem durch Plausibilitätsüberlegungen abgeleiteten Apriori-Modell (z. B. *MWM*, Graham und Newell 1989) oder einer leeren Modellmatrix  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{0}$  wird die Modellmatrix in jedem Abtastschritt durch on-line Identifikation adaptiert. Falls dann der Fall eintreten sollte, daß für einen bestimmten Systemzustand keine Prädiktion mit Prämissenwerten  $\omega$  ( $\omega \in [0, 1]$ ) größer als ein festzulegendes Minimum  $\omega_{min}$  (z. B.  $\omega_{min} = 0, 1$ ) möglich sein sollte, so muß zur Überbrückung ein Hilfsalgorithmus angewendet werden. Eine einfache Methode besteht darin, wieder die alte Stellgröße aufzuschalten (Graham und Newell 1988). Moore und Harris (1992) schlagen für diesen Fall die Bestimmung der erforderlichen Stellgröße durch Interpolation der prädizierten Stützstellen vor. Wenn der zu modellierende Prozeß sich bezüglich der Eingangsgrößen symmetrisch verhält, kann ein symmetrisches Fuzzy-Modell angesetzt werden. Dann beschleunigt sich die Identifikation, da in jedem Abtastzeitpunkt aus einem Datum zwei Elemente von  $\mathbf{R}_k$  (anstelle von einem im unsymmetrischen Fall) bestimmt werden können. Graham und Newell (1989) beschreiben den Algorithmus für Modellidentifikation und -adaption für ein Modell mit Dynamik 0-ter Ordnung, d. h. die Modellausgangsgröße ist direkt von der Modelleingangsgröße abhängig. (Der Algorithmus ist direkt auf Modelle höherer Ordnung ( $p > 1$  in (4.16) erweiterbar.) Es werden hier also SISO-Modelle der Form

$$Y_{k+1} = U_k \circ \mathbf{R}_k \quad (4.18)$$

betrachtet. Beim relationalbasierten Modell wird bei  $t = (k+1)T$  aus  $U_k$  und  $Y_{k+1}$  die *Partialrelationalmatrix*

$$\mathbf{R}_{p,k} = U_k \otimes Y_{k+1} \quad (4.19)$$

identifiziert. Der Einfluß der alten Modellmatrix  $\mathbf{R}_{k-1}$  wird vor dem Verrechnen mit  $\mathbf{R}_{p,k}$  zu  $\mathbf{R}_k$  abgeschwächt, um die adaptiven Eigenschaften der Modellierung zu verbessern.  $\mathbf{R}_k$  wird nach folgender Vorschrift berechnet:

Bei  $m_U = m_Y$  Referenzmengen für  $U_k$  bzw.  $Y_k$  gilt für alle  $i = 1, \dots, m_U$

$$\text{WENN } \max_{1 \leq j \leq m'} \{\mathbf{R}_{p,k}(i, j)\} > 0, 5$$

$$\begin{aligned} \text{DANN } \mathbf{R}_k(i, j) &= d \mathbf{R}_{p,k}(i, j) + (1 - d) \mathbf{R}_{k-1}(i, j), & 1 \leq j \leq m' & \quad (4.20) \\ \text{SONST } \mathbf{R}_k(i, j) &= \max_{1 \leq j \leq m'} \{ \mathbf{R}_{p,k}(i, j), \mathbf{R}_{k-1}(i, j) \}, \end{aligned}$$

mit  $m'$  als der Anzahl der Ausgangsgrößen-Referenzmengen. Eine Vergrößerung des Alterungskoeffizienten  $d \in [0, 1]$  führt zum Anstieg der Adaptionsgeschwindigkeit aber auch der Rauschempfindlichkeit und damit zu verminderter Robustheit. Als guten Kompromiß geben Graham und Newell (1989)  $d=0,5$  an.

Beim regelbasierten Modell wird zur Zeit  $t=(k+1)T$  aus  $U_k$  und  $Y_{k+1}$  nur eine Regel  $\tilde{\mathbf{R}}_{p,k}$  identifiziert. Besitzt die Prämisse der identifizierten Regel  $\tilde{\mathbf{R}}_{p,k}$

$$\text{WENN } (U \text{ IST } U_j) \text{ DANN } (Y \text{ IS } Y_i) \quad (4.21)$$

die gleiche Form wie die Prämisse einer der Modellregeln

$$\text{WENN } (U \text{ IST } U_q) \text{ DANN } (Y \text{ IS } Y_p), \quad (4.22)$$

d. h. gilt  $U_j = U_q$ , so wird, falls  $Y_i \neq Y_p$  ist, die Regel des Modells (4.22) durch

$$\text{WENN } (U \text{ IST } U_j) \text{ DANN } (Y \text{ IS } Y_l), \quad (4.23)$$

mit

$$l = \text{RND}\{(1 - d)p + d \cdot i\}, \quad d \in [0, 1] \quad (4.24)$$

(gewichtetes Mittel) ersetzt.  $d$  bezeichnet wie beim relationalbasierten Modell einen Alterungskoeffizienten. Für  $Y_i = Y_p$  gilt  $\mathbf{R}_k = \mathbf{R}_{k-1}$ . Gilt  $U_j \neq U_q$  in (4.21) und (4.22), so wird  $\tilde{\mathbf{R}}_{p,k}$   $\mathbf{R}_{k-1}$  direkt hinzugefügt.

Anstelle der Systemausgangsgröße  $Y$  modellieren Graham und Newell (1989) die Änderung von Stellgröße

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} \quad (4.25)$$

und Regelabweichung

$$\Delta e_{k+1} = e_{k+1} - e_k \quad \text{mit } e_k = w - y_k \quad (4.26)$$

Mit dem Systemmodell wird in jedem Abtastzeitpunkt  $kT$  für das gegebene  $\Delta e_k$  für jede mögliche Stellgrößenänderung  $\Delta u_k$   $\Delta e_{k+1}$  berechnet (Einschrittprädiktion). Es wird das  $\Delta u_{k+1}^*$ , ausgewählt, das  $|e_{k+1}|$  minimiert und zusätzlich

$$\text{sign}(e_{k+1}(\Delta u_{k+1}^*)) = \text{sign}(e_k) \quad (4.27)$$

erfüllt. (4.27) dient zur Verminderung des Überschwingens, das durch Abtastregelung und Modellierungsfehler hervorgerufen wird.

### 4.3 Regler mit parallelem Vergleichsmodell ohne on-line Identifikation

Bei Reglern mit parallelem Vergleichsmodell gibt es Konzepte mit und ohne on-line Identifikation eines (expliziten) Prozeßmodells. In diesem Abschnitt werden Verfahren ohne on-line Identifikation vorgestellt, die einzig die Fuzzy-Regeln der Regelbasis oder zusätzlich auch die Skalierungsfaktoren der Ein- und Ausgangsgrößen des Reglers adaptieren.

#### 4.3.1 Verfahren zur Adaption der Fuzzy-Regeln

Layne u. a. (1992) stellen einen selbsteinstellenden Fuzzy-Regler (SOC nach Procyk und Mamdani 1979) mit parallelem Referenzmodell vor (MRAS-Struktur). Sie bezeichnen dieses Regelungskonzept als „lernenden Fuzzy-Referenzmodell-Regler“ (Fuzzy model reference learning controller, FMRLC). Im Gegensatz zum SOC ist der FMRLC ein Regler mit mehreren Eingängen und einem Ausgang (MISO-Regler), d. h. für die Regelung von Regelstrecken mit mehreren Ein- und Ausgängen (MIMO) wird eine der Anzahl der Regelstreckenausgänge entsprechende Anzahl von Reglern benötigt. Man erhält aus der beim SOC verwendeten Reglerstruktur für eine Ein- und Ausgangsgröße (SISO) eine MISO-Reglerstruktur dadurch, daß die Prämissen der Regeln des Fuzzy-Reglers um die Partialprämissen bzgl. der weiteren Eingangsgrößen erweitert werden. Zwar verwenden Laynes u. a. (1992) als zweite Reglereingangsgröße  $\Delta e'_k = (e_k - e_{k-1})/T$  anstelle von  $\Delta e_k = e_k - e_{k-1}$ . Wegen der Skalierung der Reglereingänge  $e_k$  und  $\Delta e'_k$  mit  $\mathbf{GE}$  bzw.  $\mathbf{GC}$  auf  $\mathbb{D}_N$  sind die vom Fuzzy-Regler verarbeiteten unscharfen Größen (bei geeigneter Wahl der Skalierungsfaktoren) aber identisch. Im Gegensatz zum SOC nach Procyk und Mamdani (1979) findet keine Wertediskretisierung des Fehlervektors statt.

Der Adaptionmechanismus bewertet nicht wie der SOC den Fehlervektor, sondern die Abweichung

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{y}_k^* - \mathbf{y}_k \quad (4.28)$$

sowie deren Änderung

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_k = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_k - \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}}{T} \quad (4.29)$$

von den Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}_k$  der Regelstrecke und  $\mathbf{y}_k^*$  des Referenzmodells (beliebiges dynamisches System). Mit Hilfe eines *inversen Fuzzy-Modells* der Regelstrecke werden bei  $t = kT$  die notwendigen Korrekturen  $\Delta \mathbf{u}_k$  der vorhergehenden Stellgröße  $\mathbf{u}_{k-1}$  berechnet ( $\boldsymbol{\varepsilon}_k$  und  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_k$  werden mit den Skalierungsfaktoren  $\mathbf{GE}$  und  $\mathbf{GC}$  auf  $\mathbb{D}_N$  normiert,  $\Delta \mathbf{u}_k$  wird über den Faktor  $\mathbf{GU}$  entnormiert). Im nachgeschalteten Teil zur Regeländerung werden die Regeln, die im letzten Abtastschritt eine Gesamtprämisse  $\omega_{k-1} > 0$  besaßen, so geändert, daß

$$\mathbf{u}_{k-1}^{neu} = \mathbf{u}_{k-1}^{alt} + \Delta \mathbf{u}_k \quad (4.30)$$



gilt. (Im Gegensatz zum SOC werden keine Totzeiten berücksichtigt.) (4.30) entspricht einer Verschiebung der Zugehörigkeitsfunktionen für die Ausgangsgrößen des Fuzzy-Reglers um  $\Delta \mathbf{u}_k$ . Bei Verwendung von symmetrischen Zugehörigkeitsfunktionen für die Ausgangsgrößen des Fuzzy-Reglers entspricht (4.30) einfach einer Verschiebung derer Mittelpunkte  $\mathbf{c}_k$  um  $\Delta \mathbf{u}_k$

$$\mathbf{c}_k = \mathbf{c}_{k-1} + \Delta \mathbf{u}_k \quad . \quad (4.31)$$

Layne u. a. (1992) bemängeln beim SOC, daß das benutzte inverse Modell ein explizites mathematisches Modell ist und stark einschränkende Annahmen bezüglich der Regelstrecke voraussetzt. Dagegen modelliert das von ihnen bei der Regelung eines Anti-Blockiersystems eingesetzte inverse Fuzzy-Modell nur die hierbei vorausgesetzte inkrementale Monotonität zwischen Regelstreckenein- und -ausgängen und besitzt deshalb eine der in Tabelle 3.1 gezeigten *MWM* ähnliche Struktur. Wegen der Regelmodifikation nach (4.31) entspricht allerdings dieser Ansatz fast genau dem beim SOC verwendeten Algorithmus, wenn bei letzterem ein inverses Modell  $\mathbf{M} = \mathbf{I}$  angesetzt wird. In seiner Implementierung entspricht die Fehlerinformationsauswertung von Laynes u. a. (1992) also einer vereinfachten Version des SOC. Bei der Fuzzy-Logik werden dreieckförmige Zugehörigkeitsfunktionen (nur die äußersten Zugehörigkeitsfunktionen bezüglich der Eingangsgrößen sind trapezförmig), MAX-MIN-Komposition und Schwerpunkt-Defuzzifizierung verwendet.

#### 4.3.2 Verfahren mit Adaption von Fuzzy-Regeln und Skalierungsfaktoren

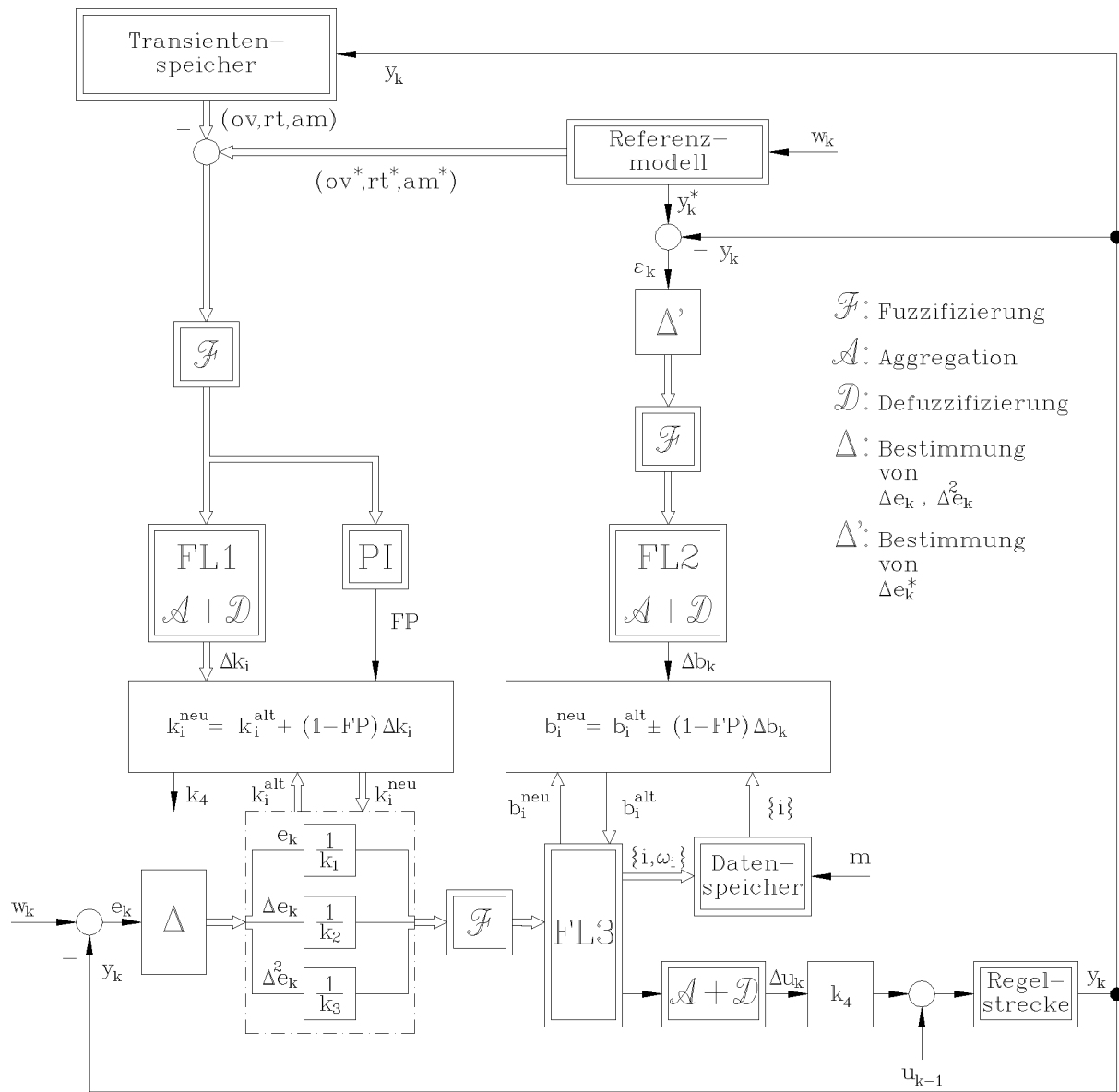
Maeda und Murakami (1992) stellten einen als selbsteinstellenden Fuzzy-Regler (self-tuning fuzzy controller, STFC) bezeichneten adaptiven Fuzzy-Regler mit MRAS-Struktur vor. Dieser Regler adaptiert die zur Normierung der realen Ein- und Ausgangsgrößen eingesetzten Skalierungsfaktoren sowie die Konklusionen der Fuzzy-Regeln. Die in Bild 4.2 dargestellte Reglerstruktur kann in 4 Teilkomponenten zerlegt werden:

- Fuzzy-Regler mit Skalierung von Ein- und Ausgängen,
- Subsystem zur Adaption der Skalierungsfaktoren,
- Adaptionmechanismus für die Fuzzy-Regeln und
- Referenzmodell und Gütemaße.

Insgesamt verwendet der Regler drei heuristisch gefundene Regelsätze (siehe Anhang E).

Der Fuzzy-Regler wertet die Regelabweichung  $e_k = w_k - y_k$ , die Änderung der Regelabweichung  $\Delta e_k = e_k - e_{k-1}$  und die Änderung von  $\Delta e_k$ :  $\Delta^2 e_k := \Delta e_k - \Delta e_{k-1}$  aus und bestimmt mit 27 Fuzzy-Regeln (FL3 in Bild 4.2 mit Regelsatz 3 aus Anhang E) die Änderung der Stellgröße  $\Delta u_k$ . Dazu wird zuerst der Fehlervektor  $\overline{\boldsymbol{\psi}} = [e_k, \Delta e_k, \Delta^2 e_k]^T$  durch Skalierung mit  $\mathbf{k} = [k_1, k_2, k_3]^T$  auf  $\mathbb{D}_N$  normiert und dann fuzzifiziert<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>Die Fuzzifizierung wird von Maeda und Murakami (1992) nicht weiter erläutert.

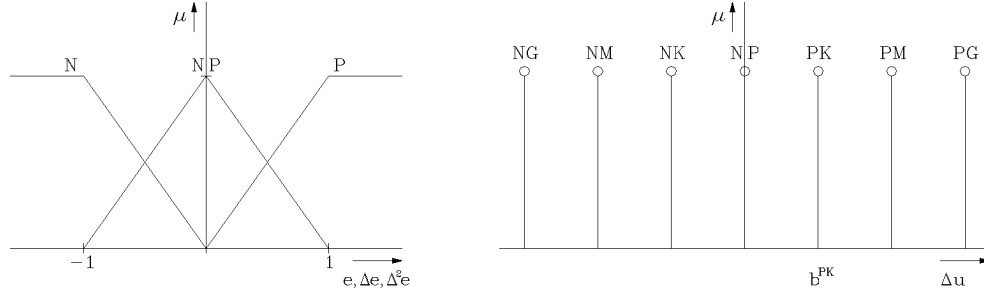


**Bild 4.2:** Selbsteinstellender Fuzzy-Regler nach Maeda und Murakami (1992), Größen und Blöcke werden in Abschnitt 4.3.2 erläutert

Die Referenz-Fuzzy-Mengen negativ, null und positiv (N, NP und P) der Partialprämisse sind durch triangulare Zugehörigkeitsfunktionen definiert (siehe Bild 4.3). Die Referenz-Fuzzy-Mengen der Konklusionen sind jeweils durch eine von 7 Singleton-Zugehörigkeitsfunktionen festgelegt (Bild 4.3, zur Nomenklatur siehe auch Abschnitt 3.1). Die Verknüpfung der Partialprämisse erfolgt mit dem MIN-Operator und die vereinfachte Aggregations-Defuzzifizierungsstrategie findet Anwendung. Mit der Gesamtprämisse  $\omega_i$  und der Stützstelle  $b_i$  der singletonförmigen Referenz-Fuzzy-Menge der Konklusion der  $i$ -ten Regel

erhält man die Änderung der Stellgröße als

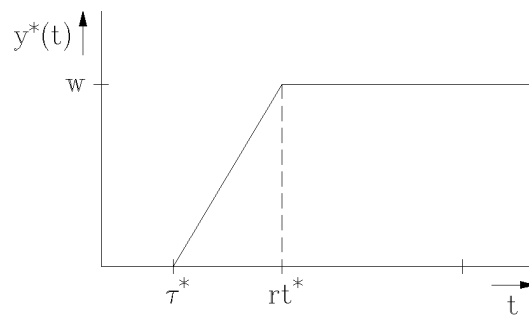
$$\Delta u_k = \frac{\sum_{i=1}^{27} \omega_i b_i}{\sum_{i=1}^{27} \omega_i} . \quad (4.32)$$



**Bild 4.3:** Definition der Referenz-Fuzzy-Mengen (links: Prämisse, rechts: Konklusion)

Es existieren also 27 getrennt zu betrachtende  $b_i$ . Bei Verwendung der numerischen anstelle der linguistischen Bezeichnungsweise (analog zu der in (3.7) und (3.8) eingeführten Bezeichnungsweise, allerdings mit nur einer Fuzzy-Menge „Null“) ist der Wert von  $b_i$  gerade der numerische Bezeichner selbst. Falls die Konklusion der  $i$ -ten Regel als Referenz-Fuzzy-Menge  $PK$  enthält, gilt in Bild 4.3 dann  $b_i = b^{PK}$ .

Zur Bewertung der Regelgröße wird ein Referenzmodell mit dem in Bild 4.4 gezeigten transienten Verhalten vorgegeben. Zum Referenzmodell gehören außerdem noch Sollwerte für Überschwingen  $ov^*$  und Amplitude des Grenzyklus um den Arbeitspunkt  $am^*$ .



**Bild 4.4:** Referenzmodell (Maeda und Murakami 1992) mit stationärem Endwert  $w$ , Totzeit  $\tau^*$  und Anstiegszeit  $rt^*$

Für die Adaption der Skalierungsfaktoren wird nach einem kompletten Regelvorgang das globale Fuzzy-Gütemaß

$$fp := \min\{\mu_{ov}(e_{ov}), \mu_{rt}(e_{rt}), \mu_{am}(e_{am})\} \quad (4.33)$$

mit den Abweichungen von Überschwingen, Anstiegszeit und Grenzyklusamplitude von ihren Vorgabewerten berechnet:

$$\begin{aligned} e_{ov} &= ov - ov^*, \\ e_{rt} &= rt - rt^* \quad \text{und} \\ e_{am} &= am - am^* \quad . \end{aligned} \tag{4.34}$$

Dabei haben  $\mu_{ov}$ ,  $\mu_{rt}$  und  $\mu_{am}$  triangulare oder trapezartige Form und bewerten die Abweichung der entsprechenden Systemcharakteristik von der Vorgabe. Diese Abweichungen werden fuzzifiziert und dann  $E_{ov}$  und  $E_{rt}$  über zwei und  $E_{am}$  über eine Regel (FL1 in Bild 4.2 mit Regelsatz 1 aus Anhang E) ausgewertet. Es wird also nur das Vorzeichen der Abweichung bewertet. Jede dieser Regeln besitzt vier Ausgänge (für die vier Skalierungsfaktoren). Die Auswertung der Regeln erfolgt wie beim Fuzzy-Regler und liefert die Änderung  $\Delta k_i$  ( $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ) der vier Skalierungsfaktoren  $k_i$ . Die neuen Skalierungsfaktoren berechnen sich gemäß

$$k_i^{neu} = k_i^{alt} + (1 - fp)\Delta k_i \quad , i = 1, \dots, 4 \quad . \tag{4.35}$$

Die Adaption endet, wenn  $fp$  einen vorgegebenen (scharfen) Schwellwert überschreitet oder wenn  $\sum_k |e_k|$  einen vorgegebenen (scharfen) Schwellwert unterschreitet.

Nach jedem Abtastschritt werden die Konklusionen (i. allg. mehrere) der Regeln geändert, die am wahrscheinlichsten dafür verantwortlich sind, daß der gegenwärtige Systemzustand von der Vorgabe abweicht. Dazu ist die systemimmanente Totzeit  $\tau = mT$  a priori zu bestimmen. Aus Modell- und Systemantwort wird die Abweichung  $\varepsilon_k = y_k^* - y_k$  und deren Änderung  $\Delta\varepsilon_k = \varepsilon_k - \varepsilon_{k-m}$  berechnet und mit 9 Fuzzy-Regeln (FL2 in Bild 4.2 mit Regelsatz 2 aus Anhang E) ausgewertet. Diese Auswertung liefert einen Korrekturfaktor  $\Delta b$  zur Verschiebung der Stützpunkte  $b_i$  der singletonförmigen Referenz-Fuzzy-Mengen der Konklusionen. Bei den Konklusionen, die vor  $m$  Abtastschritten eine Gesamtprämisse  $\omega_{k-m} \neq 0$  besaßen und somit zur Stellgröße beitrugen, werden die Referenz-Fuzzy-Mengen auf der  $\Delta u$ -Achse verschoben. Man erhält damit die neuen Stützpunkte der Singletons als

$$b_i^{neu} = \begin{cases} b_i^{alt} + (1 - fp) \Delta b \omega_{k-m}^i & i = 1, \dots, 13 \\ b_i^{alt} - (1 - fp) \Delta b \omega_{k-m}^i & i = 15, \dots, 27 \quad . \end{cases}$$

Dabei bezeichnet  $i = 1 \dots 13$  ( $i = 15 \dots 27$ ) die 13 Regeln des Fuzzy-Reglers, bei denen die Stützpunkte der singletonförmigen Referenz-Fuzzy-Menge im Bereich  $\Delta u > 0$  ( $\Delta u < 0$ ) liegen. Der Stützpunkt des Singletons der 14. Regel liegt bei  $\Delta u = 0$  und bleibt unverändert. Bei der Bestimmung von  $\Delta b$  werden analog zum Fuzzy-Regler drei Referenz-Fuzzy-Mengen bzgl.  $\varepsilon_k$  und  $\Delta\varepsilon_k$ , sowie sieben bzgl.  $\Delta b$  verwendet (siehe Bild 4.3).

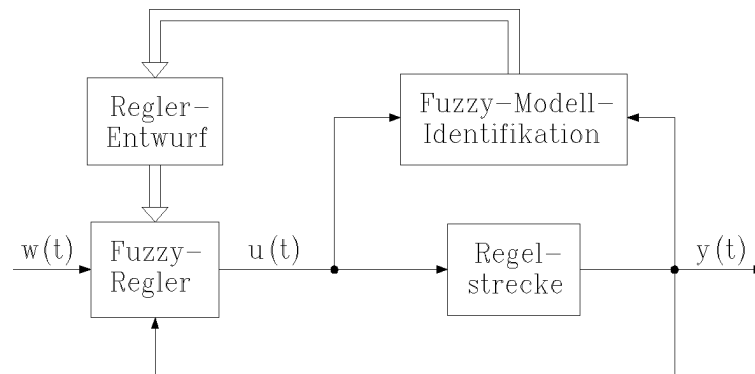


Bild 4.5: Indirekt adaptierter Fuzzy-Regler (Moore und Harris 1992)

#### 4.4 Regler mit parallelem Vergleichsmodell und on-line Identifikation eines expliziten Prozeßmodells

Moore und Harris (1992) stellen einen Regler mit parallelem Vergleichsmodell (MRAS-Struktur) für SISO-Systeme vor (siehe Bild 4.5). Wie bei Graham und Newell (1989) wird ein selbstorganisierendes, relationales Systemmodell  $\mathbf{R}$  on-line identifiziert. Bei Vorgabe eines relationalen Referenzmodelles  $\mathbf{P}$  wird das Steuergesetz des Fuzzy-Reglers aus  $\mathbf{R}$  analytisch bestimmt. Wie beim selbstorganisierenden Regler (SOC) nach Procyk und Mamdani (1979) wertet der Fuzzy-Regler nicht Systemausgangs- und Führungsgröße sondern Fehlersignale aus. Wegen der Verwendung eines expliziten Systemmodells handelt es sich bei dem vorgestellten Verfahren um eine indirekte Adaption. Die Trennung von Modellidentifikation und Reglersynthese bietet die folgenden Vorteile:

- Lang- bzw. Kurzzeitstabilität, d. h. Stabilität der Modelladaption bzw. des Regelkreises, sind getrennt und damit einfacher analysierbar.
- Um die Charakteristik des geschlossenen Regelkreises zu ändern, muß weder auf das Systemmodell zurückgegriffen werden, noch muß es geändert werden.

##### 4.4.1 Adaptives Fuzzy-Relational-Modell

Die Regelstrecke wird durch ein SISO-Fuzzy-Relational-Modell beschrieben. Das Relationalmodell beschreibt über eine Abbildung  $\mathbf{R}$  den Zusammenhang zwischen den Modell-Eingangsgößen und der Ausgangsgröße  $Y_{k+1+\tau}$ . Dabei bezeichnet  $\tau \in \mathbb{N}^0$  die Totzeit zwischen Modellein- und -ausgang. Als Eingangsgößen finden im einfachsten Fall nur  $Y_k$  oder  $U_k$  Verwendung. Je nach Erfordernis sind z. B. noch zeitliche Ableitungen von  $Y(t=kT)$  mit zu berücksichtigen. Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im folgenden die Totzeit  $\tau$  nicht mehr bei der Indizierung berücksichtigt. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit beziehen sich die folgenden Ausführungen auf ein Modell

$$Y_k, U_k \xrightarrow{\mathbf{R}_k} Y_{k+1} \quad (4.36)$$

bzw.

$$Y_{k+1} = U_k \circ Y_k \circ \mathbf{R}_k \quad . \quad (4.37)$$

Die Modelladaption wird dadurch bewirkt, daß in jedem Zeitschritt  $(k+1)T$  aus dem Datenvektor  $[Y_k, U_k, Y_{k+1}]^T$  eine neue Partialrelationalmatrix  $\mathbf{R}_{p,k}$  nach

$$\mathbf{R}_{p,k} = (Y_k \cap U_k) \cap Y_{k+1} \quad (4.38)$$

bestimmt wird. Ähnlich wie bei Graham und Newell (1989) wird vor der Berechnung von  $\mathbf{R}_k$   $\mathbf{R}_{k-1}$  „gealtert“, d. h. in seinem Einfluß abgeschwächt, um die Zeitvarianzen des Systems zu erfassen. Dieser Alterungsprozeß ist durch Gewichtung von  $\mathbf{R}_{k-1}$  mit dem Alterungskoeffizienten  $d \in [0, 1]$  realisiert. Somit erhält man  $\mathbf{R}_k$  als

$$\mathbf{R}_k = d \mathbf{R}_{k-1} \cup \mathbf{R}_{p,k} \quad . \quad (4.39)$$

Zu Beginn der Modellidentifikation ist  $\mathbf{R}_0$  die Nullmatrix.

Im Gegensatz zu herkömmlichen Parameteridentifikationsverfahren, bei denen die Modellstruktur a priori festzulegen ist, sind bei der Fuzzy-Modellbildung nur die Ein- und Ausgangsgrößen sowie die zugehörigen Totzeiten  $\tau$  festzulegen. Durch diese Black-Box-Modellierung können auch strukturvariante Systeme adaptiert werden, bei denen Verfahren mit fester Modellstruktur schnell an ihre Leistungsgrenze geraten. Die Konvergenz des zugrundeliegenden Adaptionmechanismus konnte von Brown und Harris (1992) für eine bestimmte Wahl von Fuzzy-Operatoren nachgewiesen werden.

#### 4.4.2 Reglerentwurf

Die Reglersynthese beruht auf dem Prinzip der *kausalen Invertierung* der Modellmatrix  $\mathbf{R}$ . Die Modellmatrix  $\mathbf{R}$  beschreibt die kausale <sup>6</sup> Abbildung

$$Y_k, U_k \xrightarrow{\mathbf{R}} Y_{k+1} \quad . \quad (4.40)$$

Gesucht ist der kausale Zusammenhang

$$Y_k, Y_{k+1} \xrightarrow{\mathbf{R}^{-1}} U_k \quad . \quad (4.41)$$

$\mathbf{R}^{-1}$  kann mit Hilfe der autoassoziativen Eigenschaften von  $\mathbf{R}$  bestimmt werden: Sei  $\mathbf{R}_{p,k}$  eine für das Datum  $[Y_k, U_k, Y_{k+1}]^T$  nach (4.38) identifizierte Partialrelationalmatrix. Ist dieses Datum auch für  $\mathbf{R}^{-1}$  relevant, so wird die gesuchte Inverse von  $\mathbf{R}_{p,k}$  bestimmt zu

$$\mathbf{R}_{p,k}^{-1} = (Y_k \cap Y_{k+1}) \cap U_k \quad . \quad (4.42)$$

---

<sup>6</sup>Ein System heißt kausal, wenn zu jedem Zeitpunkt  $\hat{t}$  das Ausgangssignal des Systems nur von Eingangssignalen  $s(t)$  mit  $t < \hat{t}$  abhängt.

Eine geeignete Wahl der Vernüpfungsoperatoren führt zu kommutativen und assoziativen Eigenschaften der Schnittmengenbildung. Dann folgt aus (4.38) und (4.42)

$$\mathbf{R}_{p,i}^{-1} = \mathbf{R}_{p,i} \quad (4.43)$$

und damit

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R} \quad . \quad (4.44)$$

Ausgenutzt werden hierbei die autoassoziativen Eigenschaften der Matrix  $\mathbf{R}$ . Die Modellidentifikation kann als Anlernen eines Musters (Konfiguration der Matrixelemente von  $\mathbf{R}$ ) interpretiert werden. Das angelernte Muster unterscheidet bei seiner Auswertung nicht zwischen Bedingungs- und Folgerungsteil, so daß eine beliebige Schnittstellengröße aus der Vorgabe der übrigen Größen bestimmt werden kann. Die kausale Invertierung kann alternativ bei gegebenem  $Y_k$  durch Prädiktion von  $Y_{k+1}$  für verschiedene  $U_k$  mit Hilfe von  $\mathbf{R}$  und anschließender Interpolation auf das zum gesuchten  $Y_{k+1}$  gehörende  $U_k$  vorgenommen werden.

Zur Bestimmung des Steuergesetzes  $\mathbf{C}$  des Fuzzy-Reglers in

$$U_k = W_k \circ Y_k \circ \mathbf{C} \quad (4.45)$$

wird ein durch die Relationalmatrix  $\mathbf{P}$  festgelegtes Referenzmodell

$$Y_{k+1}^* = W_k \circ Y_k \circ \mathbf{P} \quad (4.46)$$

benutzt. Mit der Forderung  $Y_k \stackrel{!}{=} Y_k^*$  können (4.37), (4.45) und (4.46) ineinander eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} Y_{k+1}^* &= Y_{k+1} \\ W_k \circ Y_k \circ \mathbf{P} &= U_k \circ Y_k \circ \mathbf{R}_k \\ &= (W_k \circ Y_k \circ \mathbf{C}) \circ Y_k \circ \mathbf{R}_k \quad . \end{aligned} \quad (4.47)$$

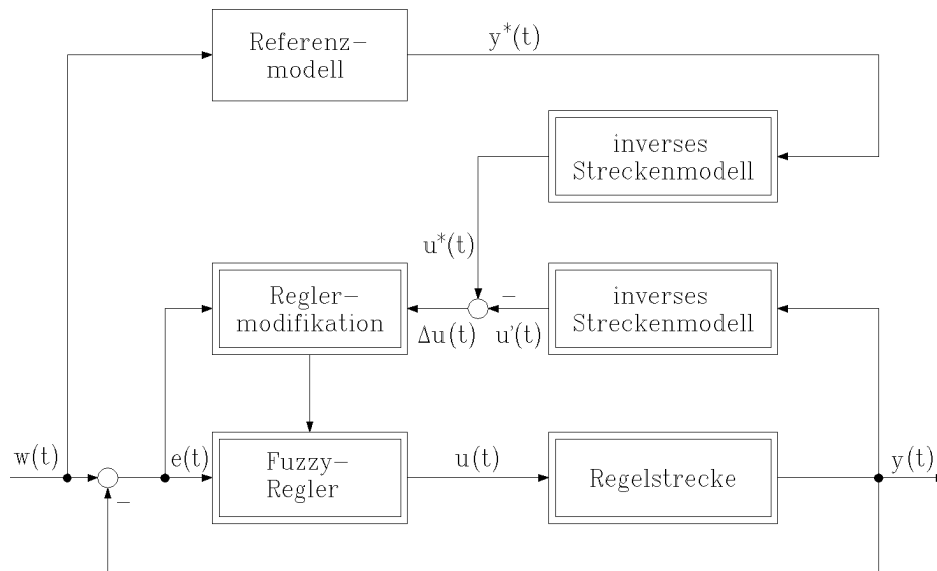
Existiert die Inverse  $\mathbf{R}_k^{-1}$ , so liefert (4.47) den Zusammenhang

$$(W_k \circ Y_k \circ \mathbf{P}) \circ Y_k \circ \mathbf{R}_k^{-1} = W_k \circ Y_k \circ \mathbf{C} \quad , \quad (4.48)$$

der das Steuergesetz  $\mathbf{C}$  algebraisch festlegt.

## 4.5 Analytisch beschreibbare Fuzzy-Regler mit parallelem Vergleichsmodell

Bei realen Systemen existiert i. allg. keine exakte analytische Beschreibung der Regelstrecke und auch eine Approximation über lineare Teilsysteme ist nicht immer möglich.



**Bild 4.6:** Realisierung des korrigierten Reglerausgangs (Behmenburg und Bertram 1993)

Deshalb verwendet Behmenburg (1993) ein *Gradientenmodell* zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen der Abweichung der Regelstrecken- von der Referenzmodellausgangsgröße und der resultierenden Stellgrößenkorrektur  $\Delta u$ . Eine einfache Form eines Gradientenmodells beschreibt wie beim Inkrementalmodell bei Procyk und Mamdani (1979) nur die Monotonie zwischen Modellein- und -ausgang und stellt damit ein P-Glied dar. Mit Hilfe des Gradientenmodells wird die Stellgrößenkorrektur berechnet. Auf deren Grundlage werden die Normierungsfaktoren  $\mathbf{k}$ , mit denen die scharfen Eingangsgrößen des Fuzzy-Reglers auf  $\mathbb{D}_N$  normiert und die Ausgangsgröße denormiert werden, adaptiert. Ausgenutzt wird hierbei, daß Fuzzy-Regler bei geeigneter Wahl der Verknüpfungsoperatoren analytisch beschreibbar sind. Bei dem zur Adaption notwendigen stetig differenzierbaren Fuzzy-Regler werden die Partialprämissen multiplikativ verknüpft, die Implikation nach Larsen durchgeführt sowie SUM-Aggregation und Schwerpunkt-Defuzzifizierung angewendet. Damit wird die scharfe Reglerausgangsgröße als Funktion der scharfen Eingangsgrößen und der Normierungsfaktoren  $\mathbf{k}$  darstellbar (Behmenburg und Bertram 1993). Als Zugehörigkeitsfunktionen können dabei beliebige auf  $\mathbb{D}_N$  definierte analytische Funktionen eingesetzt werden. Das Verfahren wurde in eine MRAS-Struktur umgesetzt und benutzt ein Fuzzy-Modell als Gradientenmodell. Wegen des starken Näherungscharakters des verwendeten Gradientenmodells sind i. allg. mehrere Adaptionsschritte nötig, bevor der Regler richtig angepaßt ist.

Die Normierungsfaktoren  $\mathbf{k}$  werden so adaptiert, daß das quadratische Gütekriterium

$$pi(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \Delta u^2 \quad (4.49)$$

minimal wird.



Dazu werden die Normierungsfaktoren in Richtung des negativen Gradienten von  $pi$  geändert

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} = -\gamma \frac{\partial pi}{\partial \mathbf{k}} \quad . \quad (4.50)$$

wobei  $\gamma$  den Adaptionverstärkungsfaktor darstellt. Mit (4.49) folgt aus (4.50)

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} = \gamma \Delta u \frac{\partial u'}{\partial \mathbf{k}} \quad (4.51)$$

mit der über das inverse Streckenmodell berechneten Stellgröße  $u'$ . Wird vorausgesetzt, daß die Parameteradaption langsamer abläuft als der Regelvorgang des Fuzzy-Reglers, gilt näherungsweise

$$\frac{\partial u'}{\partial \mathbf{k}} \cong \frac{\partial u}{\partial \mathbf{k}} \quad . \quad (4.52)$$

Dann kann die Empfindlichkeitsfunktion  $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{k}}$  mit Hilfe der analytischen Beschreibung des Fuzzy-Reglers ausgewertet werden. Bei zu komplexen Reglerstrukturen oder bei nicht analytisch beschreibbaren Fuzzy-Reglern kann die Empfindlichkeitsfunktion auch analytisch approximiert werden (Behmenburg und Bertram 1993).

## 5 Zusammenfassung

In diesem Bericht wurde ein kurzer Überblick über einige der bekannten Strukturvarianten adaptiver Regler gegeben, namentlich die Verfahren der gesteuerten sowie der geregelten Adaption mit und ohne parallelem Vergleichsmodell. Anschließend wurden exemplarisch einige Realisierungsmöglichkeiten durch Konzepte von fuzzy-nachgestellten PID- und Fuzzy-Reglern vorgestellt.

Die in diesem Bericht vorgestellten Verfahren zum Fuzzy-Tuning von PID-Reglern weisen eine STR-Struktur auf. Oft werden lokale Gütemaße zur Bestimmung der Reglerparameteränderung benutzt (Tzafestas und Papanikolopoulos 1990, van Nauta Lemke und Krijgsman 1991, He et al. 1993). Die wesentlichen Unterschiede liegen in den Adaptionsgesetzen. Man findet die separate Modifikation der drei PID-Reglerparameter (Tzafestas und Papanikolopoulos 1990, van Nauta Lemke 1991) sowie auch die kombinierte. Im letzteren Fall wird aus der lokalen Gütebeurteilung des Systemverhaltens ein Parameter berechnet, von dem alleine die Änderung der Reglerparameter abhängt (He et al. 1993). Die hier genannten Verfahren berücksichtigen beim Adaptionsmechanismus nicht die Systemausgangsgröße(n). Da bei nichtlinearen Systemen aber i. a. die optimale Reglereinstellung arbeitspunktabhängig ist, besteht hier Verbesserungspotential. Raju und Zhou (1992) stellen ein Verfahren zur Adaption eines PI-Reglers vor, das lokale (Pseudodämpfungsrate, Schwingungsgrad) mit globalen Gütemaßen (Offset, Überschwingen) kombiniert.

Als Ausgangspunkt der fuzzy-adaptierten Fuzzy-Regler kann der selbstorganisierende Regler (*self-organizing controller, SOC*) von Procyk und Mamdani (1979) angesehen werden. Diese ursprüngliche Version des SOC adaptiert nur die Konklusionen der Fuzzy-Regeln des Fuzzy-Reglers mit Hilfe einer lokalen Gütebewertung des Systemverhaltens. Darauf aufbauend wurden viele Änderungen vorgeschlagen: Spezielle Formen der Relationalmatrizen des Fuzzy-Reglers zur Reduzierung des Speicherbedarfs (Shao 1988), geänderter Mechanismus zur Regelmodifikation (Song und Park 1993), Einführung der Fenstertechnik (Kahlstorf 1992, Song und Park 1993) wie auch eine Umstrukturierung des SOC in ein MRAS-Regelungskonzept (Layne et al. 1992). In diesen Ansätzen ist im allgemeinen ein a priori zu bestimmendes zeitinvariantes (explizites oder implizites) Modell der Regelstrecke enthalten, dessen Bestimmung bei realen Prozessen Schwierigkeiten bereiten kann. Lösungsansätze bieten hier on-line Identifikation von Fuzzy-Modellen der Regelstrecke (Graham und Newell 1988 und 1989, Moore und Harris 1992) oder die Reduktion der Modellfunktion auf eine Beschreibung der Monotonität zwischen Ein- und Ausgangsgrößen der Regelstrecke (Behmenburg 1993). Letzteres führt zu den einfacher zu bestimmenden sog. *Gradientenmodellen*.

Eine wirkliche Erweiterung des SOC-Konzeptes erzielen Maeda und Murakami (1992) durch eine zusätzliche Adaption der Skalierungsfaktoren. Im Unterschied zur Fenstertechnik

nik, die auf eine Vergrößerung der Auflösung von Relationalmatrizen bei Beibehaltung der Matrixdimension abzielt, wird hier in Abhängigkeit von einer globalen Bewertung des Verhaltens des geschlossenen Regelkreises eine Änderung der Verstärkung bzgl. des proportionalen ( $\epsilon$ ) und der differentiellen Eingänge 1. und 2. Ordnung ( $\Delta\epsilon$  und  $\Delta^2\epsilon$ ) vorgenommen. Einen neuen Weg beschreiben auch Moore und Harris (1992), die bei einer MRAS-Struktur das Steuergesetz analytisch bestimmen. Dabei verwenden sie die inverse Relationalmatrix des on-line identifizierten Fuzzy-Modells der Regelstrecke. Bei der Invertierung werden die autoassoziativen Eigenschaften von Relationalmatrizen ausgenutzt.

## 6 Literatur

- Aliev, R. A. und G. A. Mamedova** 1990. Analysis of fuzzy models of industrial processes. *Fuzzy Sets and Systems* 37. 13–21.
- Åström, K. J.** 1983. Theory and applications of adaptive control – a survey. *Automatica* 19. 471–486.
- Behmenburg, C.** 1993. Modell reference adaptive systems with fuzzy logic controllers. *Proc. of the 2nd IEEE Conference on Control and Applications, Vancouver/Canada*. Vol. 1. 171-176
- Behmenburg, C. und T. Bertram.** 1993. Analytische Beschreibung eines Fuzzy-Systems und ihre Anwendung. 3. *Dortmunder Fuzzy-Tage, Dortmund*. (erscheint im Springer-Verlag).
- Bertram, T.** 1991. *Einführung in die Fuzzy-Regelung*. Forschungsbericht Nr. 04/91 MSRT. Universität –GH– Duisburg.
- Bertram, T. und H. Schwarz.** 1993. Fuzzy identification of hydraulic systems. *Proc. of the 12th IFAC World Congress, 18-23 July 1993, Sydney/Australien*. Vol. 7. 489–492.
- Böhme, G.** 1990. *Algebra*. Berlin u. a.: Springer.
- Bronstein, I. N. und K. A. Semendjajew.** 1987. *Taschenbuch der Mathematik*. Thun, Frankfurt: Harri Deutsch.
- Brown, M. und C. J. Harris.** 1992. A nonlinear adaptive controller: a comparison between fuzzy logic control and neurocontrol. *Automatica* 15. 553–577.
- Föllinger, O.** 1992. *Regelungstechnik*. Heidelberg: Hüthig.
- Graham, B. P. und R. B. Newell.** 1988. Fuzzy identification and control of a liquid level rig. *Fuzzy Sets and Systems* 26. 255–273.
- Graham, B. P. und R. B. Newell.** 1989. Fuzzy adaptiv control of a first-order process. *Fuzzy Sets and Systems* 31. 47–65.
- He, S. Z. und S. Tan.** 1993. Fuzzy self-tuning of PID controllers. *Fuzzy Sets and Systems* 56. 37–46.
- Jamshidi, M., S. Baugh, D. Barak und N. Vadiiee.** 1991. A comparison of an expert and an adaptive fuzzy control approach. *Proc. of the 30th Conf. on Decision and Control. Brighton/England*. 1907–1908.
- Kahlert, J. und H. Frank** 1993. *Fuzzy-Logik und Fuzzy-control*. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg.

- Kahlstorf, U.** 1992. *Auslegung einer adaptiven Fuzzy-Regelung für ein inverses Pendel*. Diplomarbeit MSRT. Universität –GH– Duisburg.
- Kickert, W. M. und H. R. van Nauta Lemke** 1976. Application of a fuzzy controller in a warm water plant. *Automatica* 12. 301–308.
- Kiendl, H.** 1987. Robustheitsanalyse von Regelungssystemen mit der Methode der konvexen Zerlegung. *Automatisierungstechnik* 35. 192–202.
- Klein, K.** 1991. Adaption eines Zustandsreglers mit Hilfe der Fuzzy-Set-Logik. *O+P Öhlhydraulik und Pneumatik* 35. 605–612.
- Landau, Y. D.** 1979. *Adaptive Control – The model reference approach*. Marcel Dekker: New York.
- Layne, J. R., K. M. Passino und S. Yurkovich** 1992. Fuzzy learning control for anti-skid braking systems. *Proc. of the 31st Conference on decision and control, Tucson, Arizona*. 2523–2528.
- Lee, C. C.** 1990a. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, part I. *IEEE Transactions on systems, man and cybernetics* 20. 404–418.
- Lee, C. C.** 1990b. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, part II. *IEEE Transactions on systems, man and cybernetics* 20. 419–435.
- Macvicar-Whelan, D. J.** 1976. Fuzzy sets for man-machine interaction. *International Journal of Man-Machine Studies* 8. 687–697.
- Maeda, M. und S. Murakami.** 1992. A self-tuning fuzzy controller. *Fuzzy Sets and Systems* 51. 29–40.
- Mizumoto, M.** 1991. Min-Max-Gravity method versus Product-Sum-Gravity method for fuzzy controls. *Proceedings of the 4. IFSA world congress, Brüssel/Belgien*. 127–130.
- Moore, C. G. und C. J. Harris** 1992. Indirect adaptiv fuzzy control. *International Journal of Control* 56. 441–468.
- Pedrycz, W.** 1984. An identification algorithm in fuzzy relational systems. *Fuzzy Sets and Systems* 13. 153–167.
- Pedrycz, W.** 1991. Fuzzy modelling: Fundamentals, construction and evaluation. *Fuzzy Sets and Systems* 41. 1–15.
- Preuß, H.-D.** 1992. Fuzzy Control – heuristische Regelung mittels unscharfer Logik. *Automatisierungstechnische Praxis atp* 34. 176–184.

- Procyk, T. J. und E. H. Mamdani.** 1979. A linguistic self-organizing process controller. *Automatica* 15. 15–30.
- Puppe, F.** 1991. *Einführung in Expertensysteme*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Raju, G. V. und J. Zhou.** 1992. Fuzzy Logic adaptive algorithm to improve robustness in a steam generator level controller. *Control-theory and advanced technology* 8. 479–493.
- Schwarz, H.** 1967. *Mehrfachregelungen I*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
- Schwarz, H.** 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme – Systemtheoretische Grundlagen*. München, Wien: Oldenbourg.
- Shao, S.** 1988. Fuzzy self-organizing controller and its application for dynamic processes. *Fuzzy Sets and Systems* 26. 151–164.
- Song, J. J. und S. Park.** 1993. A fuzzy dynamic learning controller for chemical process control. *Fuzzy Sets and Systems* 54. 121–133.
- Tzafestas, S. und N. P. Papanikolopoulos.** 1990. Incremental fuzzy expert PID control. *IEEE transactions on industrial electronics* 37. 365–371.
- Unbehauen, H.** 1988. *Regelungstechnik III*. Braunschweig: Vieweg.
- Unbehauen, H.** 1989. *Regelungstechnik I*. Braunschweig: Vieweg.
- van Nauta Lemke, H. R. und A. J. Krijgsmann.** 1991. Design of fuzzy PID supervisors for systems with different performance requirements. *Proc. of the 13th World Congress on Computation and Applied Mathematics, 22–26 July 1991, Dublin/Irland*. Vol. 3. 1200–1203.
- Ziegler, J. G. und N. B. Nichols.** 1942. Optimum settings for automatic controllers. *Transactions ASME* 64. 759–768.

## A Definitionen

Im Bereich der Fuzzy-Logik und -Regelung werden z. Zt. noch häufig unterschiedliche Nomenklaturen und Begriffsdefinitionen verwendet, wodurch sich Interpretationsspielräume ergeben können. Dieser Abschnitt enthält deshalb die Definitionen einiger (für die in diesem Bericht beschriebenen Regelungskonzepte) wichtiger Begriffe. Dabei wird auf Definitionen von Böhme (1990), Kahlert und Frank (1993), Lee (1990b) und Puppe (1990) zurückgegriffen und diese ggf. modifiziert oder ergänzt.

Im allgemeinen ist für den im folgenden verwendeten Definitionsbereich  $\mathbb{D}$ ,  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$  zulässig. Zunehmend werden aber die von einem Fuzzy-System zu verarbeitenden Größen auf  $\mathbb{D}_N = [-1, 1]$  normiert, um eine einfache Übertragbarkeit implementierter Regelungskonzepte zu gewährleisten.

### : Fuzzy-Menge, diskrete Fuzzy-Menge, Zugehörigkeitsfunktion, Zugehörigkeitsgrad

Ist  $\mathbb{D}$  ein Definitionsbereich, so heißt die Abbildung  $A : \mathbb{D} \rightarrow [0, 1]$  eine **Fuzzy-Menge** (unscharfe Menge, fuzzy-set) in  $\mathbb{D}$ .  $\mu_A$  ist die zu  $A$  gehörige **Zugehörigkeitsfunktion**, die jedem Element  $x \in \mathbb{D}$  einen **Zugehörigkeitsgrad**  $\mu_A(x)$  aus dem Intervall  $[0, 1]$  zuordnet. Eine **diskrete Fuzzy-Menge**  $A^d$  ist eine auf einer endlichen Menge  $\mathbb{D}^d$  definierte Fuzzy-Menge und kann über eine Menge von Tupeln

$$A^d = \{(y, \mu_{A^d}(y)) \mid y \in \mathbb{D}^d, \mu_{A^d}(y) \in [0, 1]\} \quad (\text{A.1})$$

beschrieben werden. □

### : Singleton, Singleton-Fuzzy-Menge, Stützpunkt eines Singletons

Ist  $\mathbb{D}$  ein Definitionsbereich, so heißt die Abbildung

$$S_a : \mathbb{D} \rightarrow [0, 1]$$

mit

$$\mu_{S_a}(x) = \begin{cases} 1 & \forall x = a, x \in \mathbb{D} \\ 0 & \forall x \neq a, x \in \mathbb{D} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

ein **Singleton** oder eine **Singleton-Fuzzy-Menge**, wobei  $a \in \mathbb{D}$  der **Stützpunkt** des Singletons ist. □

: **Fuzzifizierung, Fuzzifizierung über Singletons**

Ist  $\mathbb{D}$  ein Definitionsbereich  $x \in \mathbb{D}$  und  $X$  eine Fuzzy-Menge, so bezeichnet **Fuzzifizierung** die Abbildung

$$x \rightarrow X \quad (\text{A.3})$$

eines scharfen Wertes  $x$  auf  $X$ .  $X$  heißt dann auch der  $x$  zugeordnete unscharfe Wert. Die **Fuzzifizierung über Singletons** ordnet einem  $x \in \mathbb{D}$  den Singleton  $S_x$  zu.

□

: **Defuzzifizierung**

Ist  $\mathbb{D}$  ein Definitionsbereich und  $U$  eine Fuzzy-Menge, so bezeichnet **Defuzzifizierung** die Abbildung

$$U \rightarrow u_c \quad (\text{A.4})$$

von  $U$  auf eine (scharfe) Zahl  $u_c \in \mathbb{D}$ .

Die **Maximum- (MAX-) Defuzzifizierung** bildet  $U$  auf die Stelle  $u_c \in \mathbb{D}$  ab, bei der  $\mu_U(u)$  ( $u \in \mathbb{D}$ ) sein absolutes Maximum erreicht:

$$u_c = \{\tilde{u} \in \mathbb{D} \mid \mu_U(\tilde{u}) > \mu_U(u) \ \forall \ u \in \mathbb{D}, \ u \neq \tilde{u}\} \quad . \quad (\text{A.5})$$

Falls das absolute Maximum nicht eindeutig ist, ist  $u_c$  nicht definiert. Können solche Fälle nicht ausgeschlossen werden, so ist eine Auswahlstrategie für das auszuwertende absolute Maximum festzulegen oder die absoluten Maxima sind geeignet zu verrechnen (siehe z. B. Methode des mittleren Maximums).

Bei der Defuzzifizierung nach der **Methode des mittleren Maximums** (Maximum-Mittel-Methode, mean of maximum method, MOM) gilt

$$u_c = \frac{\sum_{i=1}^l \tilde{u}_i}{l} \quad (\text{A.6})$$

mit

$$\tilde{u}_i \in \{\tilde{u} \in \mathbb{D} \mid \mu_U(\tilde{u}) \geq \mu_U(u) \ \forall \ u \in \mathbb{D}, \ u \neq \tilde{u}\} \quad . \quad (\text{A.7})$$



Hierbei bezeichnet  $l$  die Anzahl der absoluten Maxima von  $\mu_U$  auf dem Definitionsbereich  $\mathbb{D}$ .

Bei der Defuzzifizierung nach der **Schwerpunktmethode** gilt

$$u_c = \frac{\int_{u \in \mathbb{D}} u \mu_U(u) du}{\int_{u \in \mathbb{D}} \mu_U(u) du} \quad (\text{A.8})$$

bzw. bei diskreten Fuzzy-Mengen

$$u_c = \frac{\sum_{u \in \mathbb{D}^d} u \mu_U(u)}{\sum_{u \in \mathbb{D}^d} \mu_U(u)} . \quad (\text{A.9})$$

□

**Anmerkung** : Über (A.7) werden nicht die relativen Maxima im Sinne der Funktionalanalysis (Bronstein u. a. 1987) ausgewertet, sondern alle absoluten Maxima im Definitionsbereich. Auch werden hierbei im Gegensatz zur Definition der relativen Maxima die Ränder des Definitionsbereichs berücksichtigt.

**: Relationale Fuzzy-Regel, Partialprämisse, Prämisse, Konklusion, Wahrheitswert, Erfülltheitsgrad, Referenz-Fuzzy-Menge, MAX-MIN-Partialprämissenauswertung**

Eine **relationale Fuzzy-Regel** hat die Form

$$\begin{array}{l} \text{WENN } (X_1 \text{ IST } A_1) \text{ UND } \dots \text{ UND } (X_p \text{ IST } A_p) \\ \text{DANN } (U_1 \text{ IST } V_1) \end{array} . \quad (\text{A.10})$$

Dabei bezeichnet ein Term  $(X_i \text{ IST } A_i)$  eine **Partialprämisse** und die Verknüpfung aller  $p$  Partialprämissen die (Gesamt-) **Prämisse**. Anstelle einer konjunktiven Verknüpfung können zwei Partialprämissen auch disjunktiv (ODER) verknüpft werden. Beim gemeinsamen Auftreten von konjunktiven und disjunktiven Verknüpfungen in einer Prämisse muß die Auswertereihenfolge festgelegt werden. Ist  $\mathbb{D}_j$  ein Definitionsbereich für  $x_j$  ( $j = 1, \dots, p$ ) also

$$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_p]^T \in \mathbb{D}_1 \times \dots \times \mathbb{D}_p \quad (\text{A.11})$$

und  $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_p]^T$  der unscharfe Wert von  $\mathbf{x}$ , dann ist

$$\alpha_j = (X_j \text{ IST } A_j) \in [0, 1] \quad (\text{A.12})$$

der **Erfülltheitsgrad (Wahrheitswert)** der  $j$ -ten Partialprämisse bzgl.  $X_j$ . ( $\mathbf{X}$  bezeichnet also einen Vektor, dessen Komponenten Fuzzy-Mengen darstellen.) Dabei ist  $\alpha_j$  ein Maß für die Übereinstimmung der vorgegebenen **Referenz-Fuzzy-Menge**  $A_j$  der Prämisse mit der unscharfen Eingangsgröße  $X_j$ . Im Fall der Fuzzifizierung über Singletons sind die  $X_j$  ( $1 \leq j \leq p$ ) Singletons und die Berechnung des Erfülltheitsgrades einer Partialprämisse (A.12) erfolgt nach

$$\alpha_j = \mu_{A_j}(x_j) \quad . \quad (\text{A.13})$$

Falls  $X_j$  kein Singleton ist, muß die Auswertung von (A.12) definiert werden. Allgemein üblich ist eine Schnittmengenbildung mit Auswahl des Maximums nach

$$\alpha_j = \max_{x_j \in \mathbb{D}_j} \{ \min \{ \mu_{X_j}(x_j), \mu_{A_j}(x_j) \} \} \quad , \quad (\text{A.14})$$

der **MAX-MIN-Partialprämissenauswertung**.

$\omega \in [0, 1]$  bezeichnet den aus der Verknüpfung aller Partialprämissen  $\alpha_j$  ( $1 \leq j \leq p$ ) berechneten Erfülltheitsgrad (Wahrheitswert) der Prämisse bzgl.  $\mathbf{X}$ . Bei Verknüpfung der  $p$  Partialprämissen durch den MIN-Operator gilt

$$\omega = \min_{1 \leq j \leq p} \{ \alpha_j \} \quad , \quad (\text{A.15})$$

bei der Verknüpfung der Partialprämissen durch den PROD-Operator gilt

$$\omega = \prod_{j=1}^p \{ \alpha_j \} \quad . \quad (\text{A.16})$$

Der Term ( $U_1$  IST  $V_1$ ) in (A.10) bezeichnet die **Konklusion**.  $V_1$  ist die **Referenz-Fuzzy-Menge** der Konklusion und  $U_1$  eine Fuzzy-Menge, die die Auswertung der Konklusion für einen gegebenen Erfülltheitsgrad der Prämisse darstellt (Implikation).

□

**Anmerkung :** Da eine Regel mit mehreren Ausgangsgrößen durch eine der Ausgangsgrößenanzahl entsprechende Zahl von Regeln mit einer Ausgangsgröße ersetzt werden kann (Lee 1990b), beschränken sich die Betrachtungen in Definition A.5 auf Regeln mit einer Ausgangsgröße.

**: Aggregation, MAX-Aggregation, SUM-Aggregation, vertikale und horizontale Partialaggregation**

Ist  $\mathbb{D}$  ein Definitionsbereich und sind  $U_1, \dots, U_n$  die auf  $\mathbb{D}$  definierten Fuzzy-Mengen, so heißt die Verknüpfung der  $U_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) zu einer Fuzzy-Menge  $U$  **Aggregation**. Bei **MAX-Aggregation** berechnet sich  $U$  für alle  $u \in \mathbb{D}$  zu

$$\mu_U(u) = \max_{1 \leq i \leq n} \{\mu_{U_i}(u)\}, \quad u \in \mathbb{D} \quad (\text{A.17})$$

und bei **SUM-Aggregation** berechnet sich  $U$  zu

$$\mu_U(u) = \sum_{i=1}^n \mu_{U_i}(u), \quad u \in \mathbb{D} \quad . \quad (\text{A.18})$$

Wenn die Aggregation zur Verknüpfung der  $n$  Regeln eines Fuzzy-Reglers angewendet wird, bezeichnen  $U_1, \dots, U_n$  die Auswertungen der Konklusionen der  $n$  Regeln für gegebene Erfülltheitsgrade der Prämissen.

Die Aggregation läßt sich auch als serielle Abarbeitung einer **vertikalen** und einer **horizontalen Partialaggregation** beschreiben. Die vertikale Partialaggregation verknüpft die ausgewerteten Schlußfolgerungen bzgl. der gleichen Referenz-Fuzzy-Mengen der Konklusion miteinander (und liefert damit maximal  $m_U$  Fuzzy-Mengen). Die anschließende Durchführung der horizontalen Partialaggregation verknüpft diese Fuzzy-Mengen zu einer resultierenden Fuzzy-Menge.

□

In der Literatur findet man häufig einen Spezialfall der Kombination von Aggregation und Defuzzifizierung. Zur abkürzenden Schreibweise soll deshalb der Begriff der *vereinfachten Aggregations-Defuzzifizierungsstrategie* eingeführt werden.

#### : Vereinfachte Aggregations-Defuzzifizierungsstrategie

Als **vereinfachte Aggregations-Defuzzifizierungsstrategie** wird das folgende Aggregation und Defuzzifizierung kombinierende Verfahren bezeichnet: Die Referenz-Fuzzy-Mengen  $V_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) der Konklusionen von  $n$  Regeln werden direkt durch MAX-Defuzzifizierung auf scharfe Werte  $v_i$  abgebildet, falls sie nicht bereits als Singleton-Zugehörigkeitsfunktion  $V_i = S_{v_i}$  vorliegen, denen ja direkt ihre Stützstellen  $v_i$  zugeordnet sind. Wenn die von den Zugehörigkeitsfunktionen der Referenz-Fuzzy-Mengen ( $\mu_{V_i}(u)$ ) und der Abzissenachse ( $u$ ) eingeschlossenen Flächen alle gleich groß sind, erfolgt die Aggregation der Einzelbeiträge der Regeln unter Berücksichtigung der Erfülltheitsgrade  $\omega_i$  der Prämissen nach

$$u_i = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i v_i}{\sum_{i=1}^n \omega_i} \quad . \quad (\text{A.19})$$

Sonst sind noch Flächengewichte  $F_i$  bzgl. der  $V_i$  zu berücksichtigen, indem in (A.19)  $\omega_i$  durch  $\omega_i F_i$  ersetzt wird.

□

**Anmerkung 1 :** Bei diesem Vorgehen geht (bis auf die Flächeninformation) das in der Form der Referenz-Fuzzy-Mengen der Konklusion enthaltene Wissen verloren.

**Anmerkung 2 :** Das Ergebnis der vereinfachten Aggregations-Defuzzifikationsstrategie kann auch durch andere Wahl der Operatoren erreicht werden (Preuß 1992).

**Anmerkung 3 :** Bei der vereinfachten Aggregations-Defuzzifizierungsstrategie muß die Defuzzifizierung nur einmal bei der Auslegung des Fuzzy-Reglers durchgeführt werden. Beim Betrieb des Reglers ist bei jedem Abarbeiten des Regelalgorithmus nur eine Verrechnung scharfer Werte  $v_i$  unter Berücksichtigung der Erfülltheitsgrade  $\omega_i$  (und ggf. der Flächengewichte  $F_i$ ) notwendig.

### : Implikation, Implikation nach Larsen oder Mamdani

Ist  $\mathbb{D}$  ein Definitionsbereich, so heißt die Verknüpfung des Erfülltheitsgrades  $\omega$  der Prämisse einer Fuzzy-Regel mit der Referenz-Fuzzy-Menge  $V$  der Konklusion zur Fuzzy-Menge  $U$  **Implikation**. Die Implikation beschreibt also eine Abbildung

$$\omega, V \rightarrow U \quad (\text{A.20})$$

mit  $U : \mathbb{D} \rightarrow [0, 1]$ . Bei der Durchführung der **Implikation nach Larsen** gilt

$$\mu_U(u) = \omega \mu_V(u) \quad , \quad (\text{A.21})$$

bei der **Implikation nach Mamdani** ist  $U$  definiert als

$$\mu_U(u) = \min\{\omega, \mu_V(u)\} \quad (\text{A.22})$$

mit  $u \in \mathbb{D}$ .

□

**Anmerkung :** Die Implikation stellt die Interpretation des linguistischen DANN in (A.10) dar.

### Inferenz, Inferenzstrategie, Inferenzmechanismus

**Inferenz, Inferenzstrategie** und **Inferenzmechanismus** bezeichnen die Problemlösungsmethode zur Auswertung von Basiswissensrepräsentation (Puppe 1990). Die Auswertung

kann durch Vorwärts- und Rückwärtsverkettung geschehen. Bei Fuzzy-Regeln liegt eine Vorwärtsverkettung (modus ponens) vor. Zur Durchführung einer Inferenz, d. h. zum Beispiel zur Auswertung eines Datums mit Hilfe eines Regelsatzes, sind die bei Partialprämissenbewertung, Prämissenbestimmung, Implikation und Aggregation auftretenden Verknüpfungen zu spezifizieren.

### : **Komposition, compositional rule of inference**

Sind  $\mathbf{R} : \mathbb{D}_1 \times \mathbb{D}_2 \rightarrow [0, 1]$  und  $\mathbf{S} : \mathbb{D}_2 \times \mathbb{D}_3 \rightarrow [0, 1]$  zwei Fuzzy-Relationen und ist  $X$  eine Fuzzy-Menge, dann ist  $\mathbf{R} \circ \mathbf{S} : \mathbb{D}_1 \times \mathbb{D}_3 \rightarrow [0, 1]$  die **Komposition** der beiden Fuzzy-Relationen und  $X \circ \mathbf{R} : \mathbb{D}_2 \rightarrow [0, 1]$  die **Komposition** der Fuzzy-Menge  $X$  mit der Fuzzy-Relation  $\mathbf{R}$ . Bei MAX-MIN-Komposition, von Zadeh (1973) auch als **compositional rule of inference** bezeichnet, gilt

$$\mu_{\mathbf{R} \circ \mathbf{S}}(x, z) = \max_{y \in \mathbb{D}_2} \left\{ \min \{ \mu_{\mathbf{R}}(x, y), \mu_{\mathbf{S}}(y, z) \} \right\} \quad (\text{A.23})$$

mit  $(x, z) \in \mathbb{D}_1 \times \mathbb{D}_3$  und

$$\mu_{X \circ \mathbf{R}}(y) = \max_{x \in \mathbb{D}_1} \left\{ \min \{ \mu_X(x), \mu_{\mathbf{R}}(x, y) \} \right\} \quad (\text{A.24})$$

mit  $y \in \mathbb{D}_2$ .

□

**Anmerkung** : Die Konklusion kann zur Durchführung eines Teils der Auswertung von (Fuzzy-) Regeln verwendet werden. Die Ausführung von Implikation und vertikaler Partialaggregation entspricht der Durchführung der Komposition, wenn Konjunktion und Disjunktion über die gleichen Operatoren umgesetzt werden. So entspricht die MAX-MIN-Komposition der Implikation nach Mamdani zusammen mit vertikaler MAX-Partialaggregation.

### : **Kreuz-Produkt, kartesisches Produkt**

Seien  $M_1$  und  $M_2$  zwei Mengen. Dann ist das (scharfe) **kartesische Produkt** dieser Mengen gegeben als

$$M_1 \times M_2 = \{(x, y) \mid x \in M_1 \wedge y \in M_2\} \quad (\text{A.25})$$

mit dem scharfen konjunktiven Verknüpfungsoperator  $\wedge$  (der booleschen Algebra).

Seien  $A_1^d : \mathbb{D}_1 \rightarrow [0, 1]$  und  $A_2^d : \mathbb{D}_2 \rightarrow [0, 1]$  diskrete Fuzzy-Mengen. Dann ist das **unscharfe kartesische Produkt (Kreuz-Produkt)** dieser Mengen

$$A_1^d \otimes A_2^d : \mathbb{D}_1 \times \mathbb{D}_2 \rightarrow [0, 1]$$

gegeben durch

$$\begin{aligned} A_1^d \otimes A_2^d &= \{(x, y, \mu_{A_1^d \otimes A_2^d}(x, y)) \mid (x, y) \in \mathbb{D}_1 \times \mathbb{D}_2, \\ &\quad \mu_{A_1^d \otimes A_2^d}(x, y) = \min \{ \mu_{A_1^d}^d(x), \mu_{A_2^d}^d(y) \} \} . \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

□

## B Regelsatz zum Regler von He und Tan (1993)

		$\dot{E}_k$						
		-3	-2	-1	0	1	2	3
$E_k$	-3	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0
	-2	-3	-2	-2	-1	-1	0	1
	-1	-2	-2	-1	-1	0	1	1
	0	-2	-1	-1	0	1	1	2
	1	-1	-1	0	1	1	2	2
	2	-1	0	1	1	2	2	3
	3	0	1	1	2	2	3	3

**Tabelle B.1:** Entscheidungstafel zur Bestimmung des Adaptionfaktors  $\alpha$  beim fuzzy-adaptierten PID-Regler von He und Tan (1993).

## C Regelsätze zum Regler von Raju und Zhou (1992)

*of*

	NG	NK	Normal	PK	PK
<i>ov</i> Klein	PK	PK	NP	NP	NK
Normal	NP	NP	NP	NP	NP
Groß	PK	NP	NP	NP	NK
Zu groß	PK	NP	NP	NP	NK

*d<sub>r</sub>*

	Sehr schnell	Etwas schnell	Normal	Etwas langsam	Zu langsam	Instabil
<i>sg</i> Sehr klein	NP	NP	NP	PK	PM	PG
Klein	NP	NP	NP	PK	PK	PM
Normal	NP	NP	NP	PK	PK	PM
Groß	NK	NK	NP	PK	PK	PK
Zu groß	NM	NK	NP	PK	PK	NK

**Tabelle C.1:** Regelsätze zur Einstellung der proportionalen Verstärkung des PI-Reglers



		<i>of</i>				
		NG	NK	Normal	PK	PK
<i>ov</i>	Klein	PM	PK	PK	PK	PM
	Normal	PK	PK	NP	PK	PK
	Groß	NP	PK	NP	PK	PM
	Zu groß	NK	NK	NK	NK	NM

		<i>d<sub>r</sub></i>					
		Sehr schnell	Etwas schnell	Normal	Etwas langsam	Zu langsam	Instabil
<i>sg</i>	Sehr klein	NP	NP	PK	PK	PM	PM
	Klein	NP	NP	NP	NP	PK	PK
	Normal	NK	NP	NP	PK	NK	NM
	Groß	NK	NK	NK	NK	NK	NM
	Zu groß	NM	NK	NK	NK	NM	NL

**Tabelle C.2:** Regelsätze zur Einstellung der integralen Verstärkung des PI-Reglers

## D Entscheidungstafel zum selbstorganisierenden Regler von Procyk und Mamdani (1979)

		$\Delta E$												
		-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6
$E$	-6	6	6	6	4	4	4	6	6	0	0	0	0	0
	-5	6	6	6	6	2	6	6	6	0	0	0	0	0
	-4	6	6	6	4	4	4	6	6	0	0	0	0	0
	-3	6	6	6	6	5	5	4	3	3	2	2	-1	-4
	-2	6	6	5	6	6	5	4	3	2	2	2	-1	-4
	-1	6	3	3	5	6	6	3	1	0	-1	0	-1	-3
	-0	6	6	1	4	6	6	3	-1	-1	-1	-2	-3	-4
	+0	6	3	1	1	1	2	-3	-6	-6	-6	-4	-4	-4
	+1	6	2	2	1	-1	0	-3	-6	-6	-6	-6	-4	-4
	+2	5	1	-2	-2	-3	-3	-4	-5	-5	-5	-4	-6	-4
	+3	4	1	-3	-3	-3	-3	-3	-6	-6	-5	-5	-6	-5
	+4	2	0	-4	-3	-4	-5	-6	-6	-6	-6	-6	-5	-5
	+5	0	-2	-3	-3	-5	-3	-3	-2	-2	-2	-6	-5	-6
+6	0	-1	-2	-2	0	-2	-2	-3	-3	-6	-6	-5	-5	

**Tabelle D.1:** Entscheidungstafel  $T'$  des Fuzzy-Reglers beim selbstorganisierenden Regler (SOC) nach Procyk und Mamdani (1979) (geänderte Wiedergabe entsprechend der Darstellung von  $T''$  in Kapitel 4.1.2 nach Shao (1988))

## E Regelsätze zum selbsteinstellenden Fuzzy-Regler von Maeda und Murakami (1992)

		$\Delta k_1$	$\Delta k_2$	$\Delta k_3$	$\Delta k_4$
$E_{ov}$	N <sub>1</sub>	NG <sub>11</sub>	PK <sub>12</sub>	PK <sub>13</sub>	PG <sub>14</sub>
	P <sub>1</sub>	PG <sub>11</sub>	NK <sub>12</sub>	NK <sub>13</sub>	NG <sub>14</sub>

$E_{rt}$	N <sub>2</sub>	PG <sub>21</sub>	NG <sub>22</sub>	NG <sub>23</sub>	NG <sub>24</sub>
	P <sub>2</sub>	NG <sub>21</sub>	PG <sub>22</sub>	PG <sub>23</sub>	PG <sub>24</sub>

$E_{am}$	P <sub>3</sub>	PG <sub>31</sub>	NG <sub>32</sub>	NG <sub>33</sub>	NK <sub>34</sub>
----------	----------------	------------------	------------------	------------------	------------------

**Tabelle E.1:** Regelsatz 1 zur Adaption der Skalierungsfaktoren

		$\mathcal{E}$		
		N	NP	P
	N	NG	NK	PK
$\Delta \mathcal{E}$	NP	NM	NP	PM
	P	NK	PK	PG

**Tabelle E.2:** Regelsatz 2 zur Adaption der Konklusionen

		$\Delta^2 E$								
		N			NP			P		
$\Delta E$	N	NG	NM	NP	NG	NK	PK	NM	NP	PM
	NP	NG	NK	PK	NM	NP	PM	NK	PK	PG
	P	NM	NP	PM	NK	PK	PG	NP	PM	PG
		N	NP	P	N	NP	P	N	NP	P
		$E$								

**Tabelle E.3:** Regelsatz 3 zur Fuzzy-Regelung