Zur Identifikation zeitkontinuierlicher zustandsquadratischer Modelle in Beobachternormalform

Mohieddine Jelali

Forschungsbericht Nr. 15/94

Übersicht: In diesem Bericht wird auf der Basis des linearen Integralfilters und der rekursiven Methode der Hilfsvariablen ein Identifikationsverfahren für nichtlineare zeitkontinuierliche Systeme in der nichtlinearen Beobachternormalform entwickelt. Die praktische Erprobung des Verfahrens bezieht sich auf einen elektro-hydraulischen Translationsantrieb. Die Modelle werden in approximierter quadratischer Beobachternormalform identifiziert.

Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur **II**

1 Einleitung **1**

2 Quadratische Beobachternormalform **3**

2.1 Exakt quadratische Beobachternormalform 3

2.2 Approximierte quadratische Beobachternormalform 5

2.3 Ein-/Ausgangsdarstellung 6

3 Zeitkontinuierlicher Identifikationsalgorithmus **7**

3.1 Ansätze zur Identifikation zeitkontinuierlicher Modelle 7

3.2 Überführung in eine Integralgleichung 9

3.3 Rekursive Methode der Hilfsvariablen 10

3.4 Implementierung des Algorithmus 12

4 Experimentelle Ergebnisse **13**

5 Zusammenfassung und Ausblick **20**

6 Literaturverzeichnis **21**

Nomenklatur

Abkürzungen

ALS	Analytisches System mit linearer Steuerung
BLS	Bilineares System
LIF	Lineares Integralfilter
LS	Lineares System
ML	Maximum-Likelihood
NBNF	Nichtlineare Beobachternormalform
QBNF	Quadratische Beobachternormalform
QLS	Quadratisches System mit linearer Steuerung
RIV	Rekursiv Instrumental Variables

Formelzeichen

$a(\cdot)$	kanonische Nichtlinearität
A	Systemmatrix
b	Eingangsvektor
$b(\cdot)$	kanonische Nichtlinearität
B	Eingangsmatrix
c^T	Ausgangsvektor
$c(\cdot)$	analytische Ausgangsfunktion
e	Schätzfehler
e_{nm}	normierter mittlerer Fehler
e_n	Einheitsvektor in der n-ten Koordinatenrichtung
E_n	Shift-Einheitsmatrix
i, j	Laufindizes
I_n	n-faches Integral
I_n	Einheitsmatrix
$J(\cdot)$	Zielfunktion
k	diskretes Zeitargument, $k = t/T$
k_0	Verzögerungsparameter
l	Längenfaktor des LIF
L	Anzahl der Meßwerte
L	Parameterkorrekturvektor
m	bewegte Masse
n	Systemordnung
N	Systemmatrix
P	Kovarianzmatrix
q^{-i}	Verzögerungsoperator

T	lineare Transformation
t	kontinuierliche Zeit
T	Schrittweite, Abtastzeit
u	normietes Eingangssignal (Spannung)
$u(t)$	kontinuierliche Eingangsgröße
u_k	diskrete Eingangsgröße
$\bar{u}$	Vektor der Zeitableitungen von $u(t)$, $\bar{u}(t) = \left[u(t), \dot{u}(t), \ldots, u^{(n-1)}(t)\right]^T$
U	absolutes Eingangssignal (Spannung)
$x(t)$	Zustandsvektor eines kontinuierlichen Systems
x_0	Zustandsvektor zum Zeitpunkt t_0
x_k	Zustandsvektor eines zeitdiskreten Systems
$y(t)$	kontinuierliche Ausgangsgröße
y_k	zeitdiskrete Ausgangsgröße
$y(t)$	kontinuierliche Ausgangsgröße
y	Vektor der gemessenen Ausgangssignale
$\hat{y}$	Vektor der geschätzten Ausgangssignale
ζ	Vektor der Hilfsvariablen
λ	Vergessensfaktor
φ	Datenvektor
θ	wahrer Parametervektor
$\hat{\theta}$	geschätzter Parametervektor

Operatoren und sonstige Zeichen

$\otimes$	Kronecker-Produkt
$\lvert \cdot \rvert$	Betragsbildung
$\lVert \cdot \rVert$	Normbildung
$(\cdot)^{-1}$	Inversion
$(\cdot)^T$	Transponieren eines Vektors bzw. einer Matrix
$\dot{(\cdot)}$	Differentiation nach der Zeit
$(\cdot)\rvert_k$	Wert an der Stelle k
$\frac{\partial}{\partial(\cdot)}$	partielle Differentiation
I_j	Polynom

1 Einleitung

Beim Aufstellen von mathematischen Modellen dynamischer Systeme werden bekanntlich zwei verschiedene Wege unterschieden, die *theoretische* und die *experimentelle Systemanalyse*. Die theoretische Modellbildung führt über die Verwendung von geeigneten Bilanzgleichungen (z. B. Bilanzierungen für Kräfte, Momente, allgemeine Erhaltungssätze für Masse, Energie, Impuls usw.) üblicherweise auf nichtlineare Zustandsmodelle komplexer Struktur mit zahlreichen nicht genau bekannten Parametern. Bei der experimentellen Systemanalyse, auch Identifikation genannt, werden Ein-/Ausgangsmodelle aus geeignet zu wählenden Eingangssignalen und gemessenen Ausgangssignalen berechnet. Anschließend können die für den Entwurf von Beobachtern und Reglern benötigten Zustandsraumdarstellungen aus den Parametern der Ein-/Ausgangsmodelle entwickelt werden.

Zur Zeit stehen zahlreiche und bewährte Identifikationsverfahren auf dem Gebiet der Identifikation linearer Systemmodelle (Goodwin und Payne 1977, Ljung 1987, Iserman 1992, Unbehauen 1993) zur Verfügung. Lineare Systemmodelle können das dynamische Verhalten technischer Systeme in der Nähe eines eingestellten Arbeitspunktes hinreichend gut beschreiben. Gilt das Interesse aber dem dynamischen Verhalten bei größeren Arbeitsbereichen, z. B. bei der Regelung hydrostatischer Antriebe, dann sind oft nichtlineare Approximationsmodelle, z. B. bilineare, quadratische und Polynomsysteme erforderlich (Schwarz 1991).

Im Bereich der Identifikation nichtlinearer, vor allem zeitkontinuierlicher Systemmodelle sind in der Literatur nur wenige bewährte Verfahren zu finden, so daß hier noch großer Forschungsbedarf besteht. Die Parameterschätzung ist aufgrund der wesentlich aufwendigeren mathematischen Operationen schwer durchzuführen, vor allem für Systeme, welche die Linearität in den Parametern nicht erfüllen. Zusätzlich besteht ein Hauptproblem der Identifikation zeitkontinuierlicher Systeme darin, daß Zeitableitungen der Systemkenngrößen auftreten, die zunächst ermittelt werden müssen. Da Digitalrechner differentielle Operationen nicht durchführen können, sind letztere durch algebraische Operationen zu ersetzen.

Vor der eigentlichen Parameteridentifikation müssen Modellstruktur und -ordnung sowie Abtastzeit festgelegt werden. Modellordnung und Abtastzeit werden in Anlehnung an die Untersuchungen von Reuter (1992, 1993b) gewählt. In dieser Arbeit werden die Systeme in der nichtlinearen – speziell quadratischen – Beobachternormalform identifiziert. Diese zeichnet sich einerseits dadurch aus, daß die zugehörige Ein-/Ausgangsdarstellung linear in den Parametern ist und hierfür Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate (Least-Squares-Verfahren) eingesetzt werden können. Andererseits besitzt die nichtlineare Beobachternormalform im Hinblick auf eine spätere Beobachtersynthese den Vorteil, daß man hierbei auf eine lineare Fehlerdynamik geführt wird, so daß das Verfahren der Polvorgabe angewendet werden kann (Jelali 1993).

Im folgenden Abschnitt wird die nichtlineare Beobachternormalform vorgestellt und auf die Klasse der quadratischen Systeme mit linearer Steuerung spezialisiert. Zusätzlich erfolgt die Einführung einer approximierten quadratischen Beobachternormalform und deren Überführung in die zugehörige Ein-/Ausgangsdarstellung.

Abschnitt 3 gibt einige Ansätze zur Identifikation zeitkontinuierlicher Modelle. Dann wird auf der Basis des linearen Integralfilters von Sagara und Zhao (1989) und der rekursiven Methode der Hilfsvariablen (Ljung und Söderström 1987) ein Identifikationsverfahren für nichtlineare Systeme in der approximierten quadratischen Beobachternormalform entwickelt. Dies stellt eine effiziente praktische Methode zum Erhalt von Prozeßmodellen direkt in der nichtlinearen Beobachternormalform dar. Die Identifikation gewährleistet, daß der Fehler zwischen realem System und Modell minimal ist. Dadurch entfällt die Überprüfung der strengen und komplexen Existenzbedingungen (Keller 1986, Zeitz 1989), die bei realen technischen Systemen selten erfüllt sind, sowie die analytische Berechnung von nichtlinearen Transformationen.

Der 4. Abschnitt berichtet über die praktische Anwendung des entwickelten Identifikationsverfahrens auf einen elektro-hydraulischen Antrieb. Als Ergebnis der Identifikation werden quadratische Zustandsmodelle des Antriebs angegeben. Die Wahl möglicher Einflußfaktoren auf die Modellgüte wird diskutiert. Eine Zusammenfassung mit Ausblick in Abschnitt 5 schließt diesen Bericht ab.

2 Quadratische Beobachternormalform

Die allgemeine nichtlineare Beobachternormalform (NBNF) für analytische Systeme mit linearer Steuerung (ALS) besitzt die Zustandsdarstellung (Keller und Fritz 1986, Keller 1987, Zeitz 1989)

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & \dots\dots & 0 \\ 1 & \ddots & \vdots \\ & \ddots\ \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}(t) - \begin{bmatrix} a_1(\bar{x}_n, u, \dot{u}, \dots, u^{(n-1)}) \\ a_2(\bar{x}_n, u, \dot{u}, \dots, u^{(n-2)}) \\ \vdots \\ a_n(\bar{x}_n, u) \end{bmatrix} \\
&= E_n \bar{x}(t) - a(\bar{x}_n, \bar{u}) \qquad ; \quad \bar{x}(t_0) = \bar{x}_0 \qquad (2.1) \\
y(t) &= c(\bar{x}_n) \qquad ; \quad \bar{u}(t) = \left[u(t), \dot{u}(t), \dots, u^{(n-1)}(t)\right]^T \quad .
\end{aligned}$$

Gl. (2.1) ist als Erweiterung der Beobachternormalform für lineare Systeme anzusehen. Wegen der Abhängigkeit des nichtlinearen Terms von den Ableitungen des Eingangssignals, die i. allg. meßtechnisch nicht erfaßt werden können, ist die NBNF nach Gl. (2.1) für die praktische Anwendung beim Beobachterentwurf wenig geeignet. Wesentlich nützlicher ist dagegen die folgende vereinfachte NBNF (Keller 1986, Schwarz 1990, Schwarz 1992):

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & \dots\dots & 0 \\ 1 & \ddots & \vdots \\ & \ddots\ \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}(t) - \begin{bmatrix} a_1(\bar{x}_n) \\ a_2(\bar{x}_n) \\ \vdots \\ a_n(\bar{x}_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(\bar{x}_n) \\ b_2(\bar{x}_n) \\ \vdots \\ b_n(\bar{x}_n) \end{bmatrix} u(t) \\
&= E_n \bar{x}(t) - a(\bar{x}_n) + b(\bar{x}_n) u(t) \qquad ; \quad \bar{x}(t_0) = \bar{x}_0 \qquad (2.2) \\
y(t) &= \bar{x}_n \quad .
\end{aligned}$$

Diese Normalform ist, wie die oben erwähnte, nur bezüglich des gemessenen Systemausgangs nichtlinear; der Zustandsvektor $\bar{x}$ geht dabei linear ein. Die Zeitableitungen der Ein- und Ausgangsgrößen tauchen hier nicht auf.

2.1 Exakt quadratische Beobachternormalform

Die Überführung eines quadratischen Systems mit linearer Steuerung (QLS)

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= A_1 x(t) + A_2 x(t) \otimes x(t) + [b_0 + B_1 x(t) + B_2 x(t) \otimes x(t)] u(t) \\
y(t) &= c^T x(t) \qquad ; \quad x_0 = x(t_0)
\end{aligned} \qquad (2.3)$$

in die NBNF gemäß Gl. (2.2) kann z. B. nach Keller (1986) über eine Zwei-Schritt-Transformation vorgenommen werden. Hierbei wird allerdings der Aufwand für die Herleitung der Existenzbedingungen mit höherer Systemordnung immer größer. Diese werden für Systeme 2. Ordnung bei Keller (1986) und für Systeme 3. Ordnung bei Keller (1987) sowie Jelali (1993) explizit formuliert.

Im Sinne einer Erweiterung der aus der linearen Systemtheorie bekannten Ergebnisse auf nichtlineare Systeme besteht ein naheliegender Gedanke in der Untersuchung, unter welchen Bedingungen die lineare Transformation

$$\bar{x} = t(x) = Tx \tag{2.4}$$

mit

$$T = \begin{bmatrix} c^T A_1^{n-1} + a_n c^T A_1^{n-2} + \ldots + a_3 c^T A_1 + a_2 c^T \\ c^T A_1^{n-2} + a_{n-1} c^T A_1^{n-3} + \ldots + a_3 c^T \\ \vdots \\ c^T A_1 + a_n c^T \\ c^T \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

ein QLS nach Gl. (2.3) in die NBNF nach Gl. (2.2) überführt. Die a_i $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$ sind die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms der Matrix A_1. Eine erste Voraussetzung ist die vollständige Beobachtbarkeit des linearen Teilsystems $\{A_1, b_0, c^T\}$, da T sonst eine nichtinvertierbare Matrix darstellt. Die Anwendung der Transformation gemäß Gl. (2.4) auf QLS liefert

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= E_n \bar{x}(t) - a\bar{x}_n(t) + TA_2T^{-1} \otimes T^{-1}\bar{x}(t) \otimes \bar{x}(t) + \\ &\quad + \left[Tb_0 + TB_1T^{-1}\bar{x}(t) + TB_2T^{-1} \otimes T^{-1}\bar{x}(t) \otimes \bar{x}(t)\right] u(t) && (2.6) \\ &:= \bar{A}_1\bar{x}(t) + \bar{A}_2\bar{x}(t) \otimes \bar{x}(t) + \\ &\quad + \left[\bar{b}_0 + \bar{B}_1\bar{x}(t) + \bar{B}_2\bar{x}(t) \otimes \bar{x}(t)\right] u(t) && (2.7) \\ y(t) &= c^T T^{-1}\bar{x}(t) = \bar{x}_n(t) \quad . \end{aligned}$$

Dabei dürfen die Terme $A_{2B}\bar{x}(t) \otimes \bar{x}(t)$, $B_{1B}\bar{x}(t)$ und $B_{2B}\bar{x}(t) \otimes \bar{x}(t)$ nur von $\bar{x}_n(t)$ bzw. $y(t)$ abhängen. Dies führt zu den Struktureinschränkungen (Ingenbleek 1991, Jelali 1993)

$$\begin{aligned} A_2 &= T^{-1}k_1c^T \otimes c^T \\ B_1 &= T^{-1}k_2c^T \\ B_2 &= T^{-1}k_3c^T \otimes c^T \\ c^T &= e_n^T T \quad , \end{aligned} \tag{2.8}$$

wobei e_n der Einheitsvektor in der n-ten Koordinatenrichtung ist.

So kann der folgende Satz formuliert werden:

Satz 2.1 :
Wenn

i) das lineare Teilsystem $\{A_1, b_0, c^T\}$ vollständig beobachtbar ist und

ii) die Strukturbedingungen nach Gln. (2.8) erfüllt sind, dann überführt die lineare Transformation $t(x) = Tx$ mit T nach Gl. (2.5) das QLS nach Gl. (2.3) in die vereinfachte Keller-NBNF mit dem Zustandsmodell

$$
\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}(t) = {} & \begin{bmatrix} 0 & \ldots & \ldots & -a_1 \\ 1 & \ddots & & -a_2 \\ & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & & 1 & -a_n \end{bmatrix} \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & \ldots & 0 & k_{11} \\ 0 & \ldots & 0 & k_{12} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \ldots & 0 & k_{1n} \end{bmatrix} \bar{x}(t) \otimes \bar{x}(t) + \\
& + \left[\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \ldots & 0 & k_{21} \\ 0 & \ldots & 0 & k_{22} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \ldots & 0 & k_{2n} \end{bmatrix} \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & \ldots & 0 & k_{31} \\ 0 & \ldots & 0 & k_{32} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \ldots & 0 & k_{3n} \end{bmatrix} \bar{x}(t) \otimes \bar{x}(t) \right] u(t) \\
y(t) = {} & \bar{x}_n(t) \qquad ; \quad \bar{x}_0 = \bar{x}(t_0)
\end{aligned}
$$

oder auch

$$
\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}(t) &= [E_n - a e_n^T]\bar{x}(t) + k_1 \bar{x}_n^2(t) + [k_2 \bar{x}_n(t) + k_3 \bar{x}_n^2(t) + b]u(t) \\
y(t) &= \bar{x}_n(t) \qquad ; \quad \bar{x}_0 = \bar{x}(t_0) \ .
\end{aligned}
\tag{2.9}
$$

Hierbei enthält der Vektor a weiterhin die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms

$$
C(\lambda) = a_1 + a_2\lambda + \ldots + a_n\lambda^{n-1} + \lambda^n \tag{2.10}
$$

der Matrix A_1. □

Die Strukturbedingungen nach Gln. (2.8) garantieren, daß die transformierten Matrizen $\bar{A}_2$, $\bar{B}_1$ und $\bar{B}_2$ nur in der jeweils letzten Spalte mit von Null verschiedenen Elementen besetzt sind. Es ist aber zunächst zu prüfen, ob c^T mit der letzten Zeile der Transformationsmatrix T übereinstimmt.

Wegen der Linearität der Transformation 2.4 ist die vereinfachte NBNF für diese sehr spezielle Teilklasse der QLS, die den obigen Bedingungen genügt, quadratisch im Zustand. Da für reale technische Systeme eine solche exakt quadratische Beobachternormalform (QBNF) nur in seltenen Fällen existiert und die Suche nach nichtlinearen Transformationen in der Praxis aufwendig ist, erscheint es sinnvoll, eine approximierte QBNF einzuführen.

2.2 Approximierte quadratische Beobachternormalform

Die nichtlinearen Funktionen $a_i(\bar{x}_n)$ und $b_i(\bar{x}_n)$ in Gl. (2.2) können durch ihre Taylorreihenentwicklungen

$$
\begin{aligned}
a_i(\bar{x}_n) &= \sum_{j=1}^{l_{ai}} \alpha_{ij}\ \bar{x}_n^j \\
b_i(\bar{x}_n) &= \sum_{j=0}^{l_{bi}} \beta_{ij}\ \bar{x}_n^j
\end{aligned}
\qquad ; \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.11}
$$

dargestellt werden. Für die QLS ist es naheliegend, eine quadratische Approximation ($l_{ai} = l_{bi} = 2$)

$$\begin{aligned} a_i(\bar{x}_n) &= \alpha_{i1}\bar{x}_n + \alpha_{i2}\bar{x}_n^2 \\ b_i(\bar{x}_n) &= \beta_{i0} + \beta_{i1}\bar{x}_n + \beta_{i2}\bar{x}_n^2 \end{aligned} \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.12}$$

anzusetzen. Damit erhält man eine approximierte quadratische Beobachternormalform (QBNF)

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= E_n\bar{x}(t) - \alpha_1\bar{x}_n(t) - \alpha_2\bar{x}_n^2(t) + [\beta_0 + \beta_1\bar{x}_n(t) + \beta_2\bar{x}_n^2(t)]u(t) \\ y(t) &= \bar{x}_n(t) \qquad ; \quad \bar{x}_0 = \bar{x}(t_0) \ . \end{aligned} \tag{2.13}$$

für QLS. Die Parametervektoren

$$\alpha_i^T = [\alpha_{1i},\ \alpha_{2i},\ \ldots,\ \alpha_{ni}] \qquad ; \quad i = 1, 2 \tag{2.14}$$

$$\beta_j^T = [\beta_{1j},\ \beta_{0j},\ \ldots,\ \beta_{nj}] \qquad ; \quad j = 0, 1, 2 \tag{2.15}$$

dieser approximierten QBNF können anhand des im Abschnitt 3.3 vorgestellten Identifikationsverfahrens aus bekannten Ein-/Ausgangsmessungen am realen System ermittelt werden und müssen nicht mit den Vektoren k_i in Gl. (2.9) übereinstimmen, falls letztere überhaupt existieren. Die Parameter der QBNF sollen so ermittelt werden, daß der mittlere quadratische Fehler zwischen gemessenen und geschätzten Ausgangssignalen minimal ist. Somit erübrigt sich in der Praxis die Frage nach einer nichtlinearen Transformation, die ein gegebenes System in die NBNF überführt.

2.3 Ein-/Ausgangsdarstellung

Da in der Praxis i. allg. nicht alle inneren Systemzustände vorliegen, muß zunächst eine Systembeschreibung in Form einer Ein-/Ausgangsdarstellung gefunden werden, wobei sowohl die Ein- als auch die Ausgangsgrößen bekannt bzw. einer Messung zugänglich sein müssen.

Durch sukzessives Einsetzen der einzelnen Zustandsgleichungen (2.13) in

$$\bar{x}^{(n)}(t) = [\dot{\bar{x}}_n(t)]^{(n-1)} \tag{2.16}$$

ergibt sich die gesuchte Ein-/Ausgangsbeziehung zu:

$$\begin{aligned} \bar{x}^{(n)}(t) = &-\sum_{i=1}^{n}\left[\alpha_{i1}\bar{x}^{(i-1)} + \alpha_{i2}(\bar{x}^2)^{(i-1)}\right] + \\ &+\sum_{i=1}^{n}\left[\beta_{i0}u^{(i-1)} + \beta_{i1}(\bar{x}\,u)^{(i-1)} + \beta_{i2}(\bar{x}^2u)^{(i-1)}\right] \ . \end{aligned} \tag{2.17}$$

Hier tritt das Kernproblem der Identifikation zeitkontinuierlicher Systemmodelle in Erscheinung, nämlich die Notwendigkeit der Kenntnis der Zeitableitungen der Ein- und Ausgangsgrößen in der Ein-/Ausgangsbeziehung (2.17). Diese sind meßtechnisch nicht erfaßbar und müssen daher anderweitig ermittelt werden. Daher ist eine weitere Behandlung von (2.17) erforderlich. Bei der Identifikation zeitdiskreter Modelle stellt sich das angesprochene Problem nicht, da dort lediglich eine Zeitverschiebung auftritt.

3 Zeitkontinuierlicher Identifikationsalgorithmus

In der ingenieurwissenschaftlichen Praxis sind die betrachteten dynamischen Prozesse naturgemäß zeitkontinuierlich. Daher ist es wichtig, die Prozesse in zeitkontinuierlicher Parametrierung zu identifizieren. Weil aber bei der Parameteridentifikation große Mengen von Daten verarbeitet werden müssen, ist dies nur mit Hilfe digitaler Rechner durchzuführen, die mit abgetasteten Signalen arbeiten. Somit enthält der Wunsch, kontinuierliche Modelle aus zeitdiskret abgetasteten Datensequenzen zu identifizieren, einen gewissen Widerspruch, der einige Schwierigkeiten mit sich bringt. Die Hauptschwierigkeit besteht in der Notwendigkeit, die Zeitableitungen der Ein- und Ausgangsgrößen zu ermitteln.

Trotzdem ist das Interesse an der Identifikation kontinuierlicher Modelle in den letzten fünfzehn Jahren ständig gewachsen. Umfassende Studien in diesem Bereich finden sich z. B. bei Young (1981) sowie Unbehauen und Rao (1987, 1990). Zhang (1994) gibt eine gute Übersicht mit Anwendung über die Methoden zur Identifikation nichtlinearer kontinuierlicher Systeme. Auch Sagara und Zhao (1989), Sagara und Zhao (1990) beschäftigten sich intensiv mit dem Thema und entwickelten einige effektive Verfahren, allerdings nur für die Identifikation linearer Modelle.

In einer neueren Arbeit von Yin (1994) wird eine allgemein einsetzbare Identifkationsmethode, die Maximum-Likelihood-Methode (ML-Methode), ausführlich behandelt und zur praktischen Anwendung herangezogen. Diese Methode liefert nur dann gute Ergebnisse, wenn die Starparameter genügend gut sind, was aber in der Praxis selten der Fall ist. Sowohl ungünstig gewählte Startwerte als auch schlecht konditionierte Meßdatenvektoren führen häufig zur numerischen Instabilität.

3.1 Ansätze zur Identifikation zeitkontinuierlicher Modelle

Zur Identifikation kontinuierlicher Modelle gibt es zwei grundsätzlich unterschiedliche Vorgehensweisen, nämlich

i) die indirekten und

ii) die direkten Verfahren.

Indirekte Verfahren

Die indirekten Verfahren umgehen das oben genannte Problem, indem in einem ersten Schritt ein zeitdiskretes Modell identifiziert wird. Dies hat den Vorteil, daß die hierfür geeigneten Methoden – teilweise auch für nichtlineare Systeme – ausgiebig erforscht sind (Ljung und Söderström 1987, Ljung 1987, Söderström und Stoica 1989, Iserman 1992). Im zweiten Schritt erfolgt dann die Herleitung eines Kontinuierlichen Modells.

Liegt z. B. ein identifiziertes zeitdiskretes bilineares Modell

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + [N_d x(k) + b_d] u(k) \\ y(k) &= c_d^T x(k) \end{aligned} \tag{3.1}$$

vor, so kann das zugrundeliegende zeitkontinuierliche BLS

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + [N_c x(t) + b_c] u(t) \\ y(t) &= c_c^T x(t) \end{aligned} \tag{3.2}$$

mit den Vorschriften (Schwarz 1991)

$$\begin{aligned} A_c &= \tfrac{1}{T} \ln(A_d) \\ N_c &= \tfrac{1}{T} \ln(A_d + N_d) - A_d \\ b_c &= (A_d + N_d)[e^{(A_d+N_d)T} - I_n]^{-1} b_d \\ c_c^T &= c_d^T \end{aligned} \tag{3.3}$$

berechnet werden. Dieses Verfahren wurde vom Autor implementiert und an von Reuter (1993a) identifizierten zeitdiskreten Modellen für den in Abschnitt 4 beschriebenen elektro-hydraulischen Antrieb angewendet. Es hat sich gezeigt, daß die Anwendung der Relationen (3.3) in vielen Fällen zu Systemmatrizen A_c, N_c mit komplexen Elementen führen, womit die physikalischen Verhältnisse prinzipiell nicht richtig wiedergegeben werden. Ein weiterer Nachteil dieses indirekten Verfahrens ist, daß die Systemstruktur (z. B. Beobachter- oder Beobachtbarkeitsnormalform) unter der Transformation nicht erhalten bleibt. Weiterhin kann diese Methode nicht in einfacher Weise auf allgemeine QLS erweitert werden. Aus diesen Gründen beschränken sich die weiteren Untersuchungen auf die direkten Verfahren.

Direkte Verfahren

Bei diesen Verfahren werden die auftretenden differentiellen Operationen durch algebraische Operationen ersetzt. Erst nach dieser Umformung kann die Identifikation durchgeführt werden. Zur Algebraisierung stehen u. a. folgende Methoden zur Verfügung:

1. *Numerische Differentiation*:
   Eine einfache Methode zur Approximation der benötigten Zeitableitungen der Ein- und Ausgangsgrößen ist die Differenzenquotientenbildung. Allerdings führt diese Methode bei Vorhandensein hochfrequenter Störsignale, wie z. B. Meßrauschen, zu unbrauchbaren Ergebnissen, da die numerische Differentiation eine Hochpaßcharakteristik besitzt und damit die Störsignale zusätzlich verstärkt.

2. *Kubische Spline-Interpolation*:
   Hierbei werden stetig differenzierbare Näherungsfunktionen für die Ein- und Ausgangsgrößenverläufe ermittelt, womit sich im deterministischen Fall noch zuverlässige Werte für die ersten und zweiten Ableitungen bestimmen lassen. Die Spline-Interpolation ist aber sehr empfindlich gegenüber hochfrequenten Störungen, so daß auch hier keine befriedigende Ergebnisse zu erwarten sind.

3. *Numerische Integration*:
   Ein sehr wirkungsvoller Weg stellt die Überführung der Ein-/Ausgangsbeziehung in eine äquivalente Integralgleichung dar, die dann mit Hilfe numerischer Integrationsmethoden gelöst werden kann. Ein besonderer Vorteil dieser Methode besteht darin, daß dabei die Rauschsignale reduziert werden, da die Integration eine glättende Wirkung hat. Mit diesem Verfahren lassen sich Identifikationsmethoden der kleinsten Fehlerquadrate (Least-Squares) anwenden, die im Gegensatz zur ML-Methode weder Startwerte noch Anfangszustände benötigen. Voraussetzung ist allerdings, daß die unbekannten Parameter linear in die Ein-/Ausgangsdarstellung eingehen. Dies ist der Fall bei Systemen sowohl in der NBNF als auch in der nichtlinearen Beobachtbarkeitsnormalform (Yin 1994).

3.2 Überführung in eine Integralgleichung

Zur Behandlung der in der Ein-/Ausgangsbeziehung (2.17) auftretenden, meßtechnisch nicht erfaßbaren Zeitableitungen der Ein- und Ausgangsgrößen schlagen Sagara und Zhao (1989) eine numerische Integrationsoperation, das sog. lineare Integralfilter (LIF), vor. Einige Rechenregeln zu diesem LIF sind im folgenden aufgeführt (Sagara und Zhao 1989, Sagara und Zhao 1990, Yin 1994):

- Das n-fache Integral eines zeitkontinuierlichen Signals $z(t)$ wird definiert durch

  $$I_n z(t) = \int_{t-lT}^{t} \int_{t_1-lT}^{t_1} \cdots \int_{t_{n-1}-lT}^{t_{n-1}} x(t_n) dt_n dt_{n-1} \cdots dt_1 \tag{3.4}$$

  mit T, der Schrittweite und l dem Längenfactor des LIF.

- Das n-fache Integral der Ableitung $z^{(j)}(t) = d_j z(t)/dt^j$ des Signals $z(t)$ kann näherungsweise berechnet werden durch:

  $$I_n z^{(j)}(t) \approx \mathrm{I}_j z(t) = \sum_{i=0}^{nl} p_i^j z(t - iT) := \sum_{i=0}^{nl} p_i^j q^{-i} z(t) \tag{3.5}$$

  oder in zeitdiskreter Form (z_k)

  $$I_n z_k^{(j)} \approx \mathrm{I}_j z_k = \sum_{i=0}^{nl} p_i^j z_{k-i} := \sum_{i=0}^{nl} p_i^j q^{-i} z_k \tag{3.6}$$

  mit dem Polynom

  $$\mathrm{I}_j = (1 - q^{-l})^j (f_0 + f_1 q^{-1} + \ldots + f_l q^{-l})^{n-j}. \tag{3.7}$$

  und dem Verzögerungsoperator

  $$q^{-i} z_k = z_{k-i} \tag{3.8}$$

- Ist das Eingangssignal in $[t_k - lT, t_k]$ konstant, dann gilt:

$$I_n[z_k^i u_k]^{(j)} \approx \mathrm{I}_j[z_k^i u_k] = u_k \mathrm{I}_j z_k^i \ . \tag{3.9}$$

- Die Verwendung der Trapezregel bedeutet

$$\begin{aligned} f_0 &= f_l = \tfrac{T}{2} \\ f_i &= T \ \ ; \ i = 1, 2, \ldots, l-1 \ . \end{aligned} \tag{3.10}$$

Die Anwendung der n-fachen Integration anhand des LIF auf die Ein-/Ausgangsdarstellung (2.17) unter Benutzung der abgetasteten Meßdaten u_k, y_k liefert

$$\begin{aligned} \mathrm{I}_n y_k = &- \sum_{i=1}^{n} \left[\alpha_{i1} \mathrm{I}_{i-1} y_k + \alpha_{i2} \mathrm{I}_{i-1} y_k^2)\right] + \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \left[\beta_{i0} \mathrm{I}_{i-1} u_k + \beta_{i1} \mathrm{I}_{i-1}(y_k u_k) + \beta_{i2} \mathrm{I}_{i-1}(y_k^2 u)\right] + e_k \quad . \end{aligned} \tag{3.11}$$

Dabei setzt sich der Gleichungsfehler e_k aus dem Approximationsfehler durch das LIF und einem Fehleranteil durch das Meßrauschen zusammen.

3.3 Rekursive Methode der Hilfsvariablen

Definiert man den wahren Parametervektor

$$\theta^T = \left[\alpha_1^T, \ \alpha_2^T, \ \beta_0^T, \ \beta_1^T, \ \beta_2^T\right] \ , \tag{3.12}$$

den geschätzten Parametervektor

$$\hat{\theta}^T = \left[\hat{\alpha}_1^T, \ \hat{\alpha}_2^T, \ \hat{\beta}_0^T, \ \hat{\beta}_1^T, \ \hat{\beta}_2^T\right] \tag{3.13}$$

und den Meßdatenvektor

$$\begin{aligned} \varphi_k^T = [&-\mathrm{I}_0 y_k, \ -\mathrm{I}_1 y_k, \ \ldots, \ -\mathrm{I}_{n-1} y_k; \ -\mathrm{I}_0 y_k^2, \ -\mathrm{I}_1 y_k^2, \ \ldots, -\mathrm{I}_{n-1} y_k^2; \\ &\mathrm{I}_0 u_k, \ \mathrm{I}_1 u_k, \ \ldots, \ \mathrm{I}_{n-1} u_k; \ \mathrm{I}_0(y_k u_k), \ \mathrm{I}_1(y_k u_k), \ \ldots, \ \mathrm{I}_{n-1}(y_k u_k); \\ &\mathrm{I}_0(y_k^2 u_k), \ \mathrm{I}_1(y_k^2 u_k), \ \ldots, \ \mathrm{I}_{n-1}(y_k^2 u_k)] \ \ , \end{aligned} \tag{3.14}$$

so kann Gl. (3.11) in

$$\mathrm{I}_n y_k = \varphi_k^T \theta + e_k \tag{3.15}$$

umgeschrieben werden. In dieser Form, in der die Parameter linear eingehen, können Identifikationsverfahren der kleinsten Fehlerquadrate sowie deren Modifikationen angewendet werden. Dabei ist die Verlustfunktion

$$J(\theta) = \sum_{k=nl}^{L} e_k^2 = \sum_{k=nl}^{L} [\mathrm{I}_n y_k - \varphi_k^T \theta]^2 \tag{3.16}$$

bezüglich des Parametervektors zu minimieren.

Um biasbehaftete Parameterfehler zu vermeiden, ist ein Schätzverfahren notwendig, das über ein einfaches Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate hinausgeht. Hierzu bietet sich besonders die rekursive Methode der Hilfsvariablen (RIV-Methode) an, die u. a. folgende Vorteile aufweist:

- Sie liefert bei einer geeigneten Wahl der Hilfsvariablen erwartungstreue Schätzungen.
- Es sind keine Apriori-Kenntnisse über die statistischen Merkmale des Meßrauschens notwendig; dies kann ein beliebiges stationäres farbiges Signal sein.
- Die RIV-Methode eignet sich für eine on-line Identifikation.

Eine ausführliche Darstellung dieser Methode geben z. B. Ljung und Söderström (1987) sowie Söderström und Stoica (1989).

In dieser Arbeit wird folgende RIV-Methode mit nachlassendem Gedächtnis nach Ljung und Söderström (1987) verwendet:

$$\left.\begin{aligned} \hat{\theta}_k &= \hat{\theta}_{k-1} + L_k(\mathrm{I}_n y_k - \varphi_k^T \hat{\theta}_{k-1}) \\ \lambda_k &= \lambda^0 \lambda_{k-1} + (1 - \lambda^0) \\ \gamma_k &= \lambda_k + \varphi_k^T P_{k-1} \zeta_k \\ L_k &= P_{k-1} \zeta_k / \gamma_k \\ P_k &= \left[P_{k-1} - P_{k-1} \zeta_k \varphi_k^T P_{k-1} / \gamma_k \right] / \lambda_k \end{aligned}\right. \quad ; \quad k = 1, \ldots, L \tag{3.17}$$

mit der Kovarianzmatrix P_k, dem Parameterkorrekturvektor L_k, dem Hilfsvariablenvektor ζ_k, dem Vergessensfaktor λ_k und der Anzahl der Meßwerte L.

Das eigentliche Problem der RIV-Methode, das allerdings weitgehend gelöst ist, besteht in der Generierung geeigneter Hilfsvariablen. Diese müssen so festgelegt werden, daß sie möglichst

- nicht korreliert sind mit dem Meßrauschen und
- stark korreliert sind mit den ungestörten Signalen, also den Nutzsignalen.

Eine ausführliche Übersicht über mögliche Alternativen zur Wahl der Hilfsvariablen sowie deren Vergleich findet sich z. B. in Ljung und Söderström (1987) und Söderström und Stoica (1981). In der Praxis hat sich bewährt, die Hilfsvariablen als Kombination der Eingangsgrößen mit einem Verzögerungsfaktor k_0, z. B.

$$\begin{aligned} \zeta_k^T &= \varphi_k^T \Big|_{y_k = u_{k-k_0}} \\ &= [-\mathrm{I}_0 u_{k-k_0},\ -\mathrm{I}_1 u_{k-k_0},\ \ldots,\ -\mathrm{I}_{n-1} u_{k-k_0};\ -\mathrm{I}_0 u_{k-k_0}^2,\ -\mathrm{I}_1 u_{k-k_0}^2,\ \ldots, \\ &\quad -\mathrm{I}_{n-1} u_{k-k_0}^2; \mathrm{I}_0 u_k,\ \mathrm{I}_1 u_k,\ \ldots,\ \mathrm{I}_{n-1} u_k;\ \mathrm{I}_0(u_{k-k_0} u_k),\ \mathrm{I}_1(u_{k-k_0} u_k),\ \ldots, \\ &\quad \mathrm{I}_{n-1}(u_{k-k_0} u_k); \mathrm{I}_0(u_{k-k_0}^2 u_k),\ \mathrm{I}_1(u_{k-k_0}^2 u_k),\ \ldots,\ \mathrm{I}_{n-1}(u_{k-k_0}^2 u_k)] \end{aligned} \tag{3.18}$$

zu verwenden. Als Startwerte für den Algorithmus (3.17) wird in der Literatur (Ljung und Söderström 1987, Iserman 1992)

$$\hat{\theta}_0 = \mathbf{0} \qquad , \quad P_0 = \rho I_n \quad , \quad 10 < \rho < 10^8 \tag{3.19}$$

und für den Vergessensfaktor (Ljung und Söderström 1987)

$$\lambda^0 = 0,99 \qquad , \quad \lambda_0 = 0,95 \tag{3.20}$$

vorgeschlagen. Diese Wahl trägt entscheidend zur Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit des Algorithmus bei.

3.4 Implementierung des Algorithmus

Die Implementierung des oben vorgestellten Identifikationsalgorithmus erfolgte aufgrund seiner weiten Verbreitung in MATLAB. Diese Interpretersprache zeichnet sich durch ihre einfache Programmiersyntax im Bereich der Regelungstechnik. Außerdem existieren hierfür umfangreiche mathematische Grundfunktionen und -algorithmen.

Der Anwender hat zunächst die Modellstruktur (LS, BLS oder QLS) und -ordnung festzulegen. Danach erfolgt die Eingabe der Verfahrensparameter l und k_0, womit die Parameteridentifikation gestartet wird. Anschließend werden die geschätzen mit den gemessenen Ausgangssignalen verglichen. Ist das Modell zufriedenstellend, dann werden die gewünschten Daten gespeichert und das Programm beendet. Andernfalls muß die Identifikation mit einer neuen Wahl von l und k_0 oder einer neuen Modellstruktur wieder gestartet werden.

4 Experimentelle Ergebnisse

Dieser Abschnitt enthält Ergebnisse, die bei der praktischen Erprobung des im letzten Abschnitt vorgestellten Identifikationsverfahrens erzielt wurden. Hierbei werden zustandsquadratische Modelle identifiziert, die die Dynamik eines elektro-hydraulischen Antriebs approximieren.

lzphot90mmZylinderprüfstand ehask0mm75mmSchematische Darstellung des Antriebs Der betrachtete Antrieb (sog. „lange“ Zylinderprüfstand, Bild 4.1) ist im Hydrauliklabor des Fachgebietes Meß-, Steuer- und Regelungstechnik der Universität Duisburg vorhanden. Die Beschreibung des Systems sowie die Durchführung der Messungen erfolgen in starker Anlehnung an Reuter (1993a).

Es handelt sich um einen elektro-hydraulischen Translationsantrieb mit ausgeprägten Nichtlinearitäten (Köckemann 1988, Dorißen 1990, Schwarz 1991). Dieser Antrieb besteht im wesentlichen aus einem Proportionalventil als Stellglied und einem hydraulischen Zylinder als Motor (Bild 4.2).

Das Proportionalventil steuert die Ölvolumenströme für die Anschlüsse A und B, in deren Abhängigkeit der Hydraulikzylinder die Last $m \approx 5$ kg bewegt. Die Eingangsgröße u des Systems ist die elektrische Steuerspannung des Ventils, die Ausgangsgröße y die Lastposition. Vor dem Start der Messung wurde die Masse mittels eines Reglers in die Nullstellung gebracht, damit der elektrische und der hydraulische Nullpunkt übereinstimmen. Denn für die Eingangsspannung $u = 0$ ergibt sich ein Geschwindigkeitsoffset bzw. eine Positionsdrift. Anderes ausgedrückt: Um den Zylinder zum Stillstand zu bringen, ist ein geringer Spannungsoffset $u_N \neq 0$, die sog. Nullsteuerspannung, erforderlich.

eing0mm95mmVerwendetes Eingangssignal Als Eingangsspannung sind Werte im Bereich $U \in [-10, +10]$ V möglich. Das entspricht einer normierten Eingangsgröße $u = \frac{U}{10\text{ V}} \in [-1, +1]$. Als Eingangssignal wurde eine gleichverteilte weiße Rauschsignalfolge verwendet. Um die Dynamik des Systems gut erfassen zu können, muß hierbei einerseits die Tastzeit T möglichst klein (1–3 ms) gehalten werden. Andererseits muß das Eingangssignal aber auch so beschaffen sein, daß die Dynamik des Systems ausreichend erregt wird und damit die Meßdaten möglichst viel Systeminformation enthalten. Dazu ist es notwendig, daß das Eingangssignal einen möglichst großen Amplituden- und Frequenzbereich abdeckt. Außerdem soll die Taktzeit für das Eingangssignal im Bereich 150–200 ms gewählt werden. Deutlich niedrigere Taktzeiten sind ungünstig und führen zu schlechten Identifikationsergebnissen, da zum einen nur ein kleiner Bereich der möglichen Ausgangssignalwerte erreicht wird. Zum anderen kommen für kleinere Eingangssignale ein signifikanter Haftreibungseinfluß und der damit verbundene Stick-Slip-Effekt deutlich zur Geltung (Köckemann 1988, Reuter 1993a).

In dieser Arbeit wurde das in Bild 4.3 dargestellte diskrete Eingangssignal mit einer Taktzeit von 180 ms verwendet. Die Zylinderposition wurde mit einer Abtastzeit von 1 ms gemessen (Reuter 1993b). Da der betrachtete Antrieb bei Nutzung des Positionssignals x

zur Identifikation ein integrales Verhalten aufweist, wurde wegen der geforderten Stabilität des Modells das durch Differenzenbildung aus x erzeugte Geschwindigkeitssignal

$$y_k = \frac{x_k - x_{k-1}}{T} \tag{4.1}$$

herangezogen.

Für verschiedene Werte des Längenfaktors l des LIF und des Verzögerungsfaktors k_0 des Eingangssignals wurden zustandsquadratische Modelle der Form

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= E_n x^*(t) - \alpha_1 x_n^*(t) - \alpha_2 x_n^{*2}(t) + \beta_0 u(t) + \beta_1 x_n^*(t)|u(t)| \\ y(t) &= x_n^*(t) \qquad ; \quad x_0^* = x^*(t_0) \ . \end{aligned} \tag{4.2}$$

identifiziert. Dieses etwas modifizierte Modell soll dem Umstand Rechnung tragen, daß sich die Geschwindigkeitsverläufe bei Eingangssignalen gleicher Höhe, aber mit unterschiedlichem Vorzeichen auch nur im Vorzeichen unterscheiden. Das heiß, das dynamische Verhalten des Antriebs weist annähernd Nullpunktsymmetrie auf (Reuter 1993a, Yin 1994). Zum Vergleich verschiedener Modelle wurde der normierte mittlere Fehler

$$e_{nm} = \frac{\|y - \hat{y}\|^2}{\|y\|^2} \cdot 100\% \tag{4.3}$$

benutzt. Tabelle 4.1 enthält *exemplarisch* einige identifizierte Modelle 4. Ordnung. Die zugehörigen Ausgangssignalverläufe sind in den Bildern 4.4 bis 4.7 dargestellt. Aus diesen und anderen Identifikationen lassen sich folgende Fakten ableiten:

- Von entscheidender Bedeutung für die Güte der Identifikationsergebnisse ist die Wahl eines geeigneten Längenfaktors. Für Längenfaktoren l kleiner als 20 oder größer als 25 verschlechtert sich die Qualität der erzielten Modelle. Der Grund dafür liegt darin, daß das Integralfilter wie ein Vorfilter wirkt, dessen Bandbreite von l abhängt. Um das Störsignal zu unterdrücken ohne dabei das Nutzsignal zu beeinträchtigen, soll l möglichst der Bandbreite des Systems entsprechen (Sagara und Zhao 1990, Yin 1994). Bei richtiger Wahl von l besitzt k_0 keinen großen Einfluß auf das Identifikationsergebnis mehr. Außerdem führt nicht jede Kombination von l und k_0 zu einem stabilen Modell, was durch eine sich der Identifikation anschließende Simulation überprüft werden kann.

- Für kleinere Modellordnungen als 4 sind die identifizierten Modelle deutlich schlechter, aber für größere nicht mehr deutlich besser.

- Der verwendete Algorithmus funktioniert in den meisten Fällen und die erzielten Ergebnisse sind recht gut.

- der Zeitaufwand für die Identifikation ist wesentlich geringer als bei Verwendung der ML-Methode (Yin 1994). Vor allem entfällt hier die Vorgabe von Startparametern und es treten selten Konvergenzprobleme auf.

□ Als problematisch erwiesen hat sich allerdings die Verwendung von großen Meßdatensätzen ($L > 1500$) zur Identifikation, da dann die Mehrfachintegration instabil werden kann und damit die zu integrierenden Funktionen mit zunehmendem Integrationsgrad dem Betrage nach sehr rasch über alle Grenzen wachsen. So ergibt sich eine schlechte Konditionierung des Schätzproblems, die zu unbefriedigenden Ergebnissen führt.

	Modell 1	Modell 2	Modell 3	Modell 4
l	22	23	25	26
k_0	7	5	5	10
α_1	$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 7,4 \\ 52,5 \\ 270,9 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 5,9 \\ 45,5 \\ 243,8 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 3,5 \\ 34,6 \\ 180,0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,0 \\ 9,6 \\ 66,5 \\ 286,0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$
α_2	$\begin{bmatrix} 0,0 \\ 0,6 \\ -0,3 \\ 38,4 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,0 \\ 0,5 \\ 0,1 \\ 45,3 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,0 \\ 0,8 \\ 5,8 \\ 48,0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} -0,0 \\ 0,2 \\ 6,0 \\ 69,0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$
β_0	$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 6,0 \\ 4,7 \\ 66,7 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 4,8 \\ 6,9 \\ 44,0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 2,8 \\ 9,8 \\ 28,6 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,0 \\ 8,9 \\ 3,1 \\ 140,2 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$
β_1	$\begin{bmatrix} -0,0 \\ -2,8 \\ -70,0 \\ -120,3 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} -0,0 \\ -2,4 \\ -58,4 \\ -91,4 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} -0,0 \\ -1,1 \\ -32,5 \\ -106,9 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$	$\begin{bmatrix} 0,0 \\ -3,3 \\ -102,1 \\ -383,8 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$
e_{nm}	0,12	0,11	0,116	0,13

Tabelle 4.1: Einige Identifikationsergebnisse

v2270mm100mmGeschwindigkeitsverläufe (Modell 1) v2350mm100mmGeschwindigkeitsverläufe (Modell 2) v2550mm100mmGeschwindigkeitsverläufe (Modell 3) v26100mm100mmGeschwindigkeitsverläufe (Modell 4)

Bemerkungen zu den Modellen 1–4

Die Modelle 1–4 unterscheiden sich im wesentlichen durch die Qualität der Approximation in Abhängigkeit der Verfahrensparameter l und k_0. Die Geschwindigkeitsverläufe in den Bildern 4.4 bis 4.7 lassen erkennen, daß die Modelle 2 und 3 das statische und dynamische Verhalten des Antriebes am besten approximieren und für eine spätere Beobachtersynthese zu verwenden sind. Dies wird auch durch Vergleich der Werte des normierten mittleren Fehlers e_{nm} (Tab. 4.1) bestätigt. Außerdem zeigt Bild 4.7, daß sich das Identifiakationsergebnis bei Verwendung eines Längenfaktors $l > 25$ deutlich verschlechtert. Weiterhin, ist anzumerken, daß die otimale Wahl für l durchaus von der Meßdatensatzlänge (hier $L = 1200$) abhängt, so daß ein gutes Modell nur nach mehrmaliger Durchführung der Identifikation unter Variation der Verfahrensparameter l und k_0 zu erhalten ist.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit[1] wurde ein Identifikationsverfahren für eine Klasse nichtlinearer zeitkontinuierlicher Systeme vorgestellt und erprobt. Das Verfahren basiert auf dem linearen Integralfilter, das differentielle Operationen algebraisiert und somit eine Behandlung mit dem Digitalrechner ermöglicht, sowie der rekursiven Methode der Hilfsvariablen, die sich durch ihre Echtzeitfähigkeit und asymptotische Biasfreiheit auszeichnet.

Die Systeme werden in der nichtlinearen Beobachternormalform identifiziert, die eine in den Parametern lineare Ein-/Ausgangsdarstellung besitzt, was eine Voraussetzung für die Anwendung des oben genannten Identifikationsverfahrens darstellt. Speziell für die praktische Anwendung wurde eine approximierte quadratische Beobachternormalform eingeführt. Durch die Identifikation wird gewährleistet, daß der Fehler zwischen realem Prozeß und approximierendem Modell minimal ist. Die Vorteile der hier gewählten Vorgehensweise liegen eindeutig darin, daß komplizierte analytische Berechnungen zur Überprüfung der Bedingungen, unter denen eine nichtlineare Transformation der Systeme in die nichtlinearen Beobachternormalform existiert, vermieden werden. Diese Bedingungen sind sehr streng und in der Praxis selten erfüllt.

Die praktische Erprobung des formulierten Algorithmus bezog sich auf einen elektrohydraulischen Translationsantrieb. Die Ergebnisse lassen erkennen, daß zustandsquadratische Zustandsmodelle in Beobachternormalform relativ gut das Verhalten des realen Prozesses wiedergeben. So kann die Beobachterauslegung auf der Basis der identifizierten Modelle erfolgen. Weiterhin soll die Identifikation für den Antrieb in der nichtlinearen Beobachtbarkeitsnormalform durchgeführt werden. Es ist zu erwarten, daß hier relativ bessere Ergebnisse zu erzielen sind, da die Beobachtbarkeitsnormalform von der Struktur her die physikalischen Gegebenheiten des hier betrachteten Antriebs besser wiedergibt als die Beobachternormalform. Die Stellgröße $u(t)$ ist nämlich multiplikativ mit dem ersten Zustand (Position des Zylinders) – in einem als Integratorkette darzustellenden Zustandsmodell – verknüpft (Schwarz 1994).

[1]Die Arbeit entstand im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Projektes „Zustands- und Parameterschätzung bei analytischen Systemen mit linearer Steuerung“.

6 Literaturverzeichnis

Dorißen, H. T. 1990. *Zur Minimalrealisierung und Identifikation bilinearer Systeme durch Markovparameter.* Dissertation. Universität –GH– Duisburg. VDI Fortschrittsberichte Reihe 8, Nr. 221. Düsseldorf: VDI-Verlag.

Goodwin, G. C. und **R. L. Payne**. 1977. *Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis.* New York: Academic Press.

Ingenbleek, R. 1991. *Zustandsbeobachter und Schätzfilter für eine Klasse analytisch linearer Systeme.* Forschungsbericht 14/91 MSRT. Universität –GH– Duisburg.

Iserman, R. 1992. *Identifikation dynamischer Systeme I und II.* Berlin: Springer.

Jelali, M. 1993. *Beobachter und Filter für im Zustand quadratische Systeme mit linearer Steuerung (QLS).* Diplomarbeit. MSRT, Universität –GH– Duisburg.

Keller, H. 1986. Entwurf nichtlinearer, zeitinvarianter Beobachter durch Polvorgabe mit Hilfe einer Zwei-Schritt-Transformation. *Automatisierungstechnik.* 34. 271–324 and 326–331.

Keller, H. 1987. Non-linear observer design by transformation into a generalized observer canonical form. *International Journal of Control.* 46. 1915–1930.

Keller, H. und **H. Fritz**. 1986. Design of nonlinear observers by a two-step-transformation. *Algebraic and Geometric Methods in Nonlinear Control Theory*, hg. M. Fliess und M. Hazewinkel. Dordrecht: Reidel.

Köckemann, A. 1988. *Zur adaptiven Regelung elektro-hydraulischer Antriebe.* Dissertation. Universität –GH– Duisburg. VDI Forschungsberichte Reihe 8, Nr. 174. Düsseldorf: VDI-Verlag.

Ljung, L. 1987. *System Identification: Theory for the User.* Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Ljung, L. und **T. Söderström**. 1987. *Theory and Practice of Recursive Identification.* First MIT Paperback edition. Cambridge/Mass.: The MIT Press.

Reuter, H. 1992. *Zur Wahl der Startparameter beim rekursiven Prädiktionsfehlerverfahren und zur Suche der Modellordnung nichtlinearer Systemmodelle.* Forschungsbericht 11/92 MSRT. Universität –GH– Duisburg.

Reuter, H. 1993a. *Zur Identifikation bilinearer Modelle in kanonischer Form.* Forschungsbericht 8/93 MSRT. Universität –GH– Duisburg.

Reuter, H. 1993b. *Ein neues Verfahren zur Abschätzung einer günstigen Abtastzeit mittels Entropieanalyse.* Forschungsbericht 9/93 MSRT. Universität –GH– Duisburg.

Sagara, S. und **Z. Y. Zhao**. 1989. Recursive identification of transfer function matrix in continuous systems via linear integral filter. *International Journal of Control*. 50. 457–477.

Sagara, S. und **Z. Y. Zhao**. 1990. Numerical integration approach to on-line identification of continuous-time systems. *Automatica*. 26. 63–74.

Schwarz, H. 1990. *ALS-Beobachter und Filter*. Forschungsbericht 7/90 MSRT. Universität –GH– Duisburg.

Schwarz, H. 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme: Systemtheoretische Grundlagen*. München: Oldenbourg.

Schwarz, H. 1992. *BLS-Beobachter in kanonischer Form*. Forschungsbericht 4/92 MSRT. Universität –GH– Duisburg.

Schwarz, H. 1994. *Kanonische Strukturen und Beobachterentwurf für BLS*. Forschungsnotiz Juni 1994 MSRT. Universität Duisburg.

Söderström, T. und **P. Stoica**. 1981. Comparison of some instrumental variable methods —consistency and accuracy aspects. *Automatica*. 17. 101–115.

Söderström, T. und **P. Stoica**. 1989. *System Identification*. London: Prentice-Hall.

Unbehauen, H. 1993. *Regelungstechnik III*. Braunschweig: Vieweg.

Unbehauen, H. und **G. P. Rao**. 1987. *Identification of Continuous Systems*. Amsterdam: North-Holland.

Unbehauen, H. und **G. P. Rao**. 1990. Continuous-time approaches to system identification - a survey. *Automatica*. 26. 23–35.

Yin, X. 1994. *Zur Identifikation zeitkontinuierlicher nichtlinearer Systeme*. Dissertation. Universität –GH– Duisburg. VDI Forschungsberichte Reihe 8, Nr. 385. Düsseldorf: VDI-Verlag.

Young, P. C. 1981. Parameter estimation for continuous-time models - a survey. *Automatica*. 17. 23–39.

Zeitz, M. 1989. Canonical forms for nonlinear systems. *Proc. of the IFAC Symposium on Nonlinear Control System Design*, hg. A. Isidori. Oxford: Pergamon Press.

Zhang, R. 1994. *Identifikation physikalischer Systemparameter nichtlinearer kontinuierlicher Mehrgrößensysteme*. Dissertation. Universität Paderborn. VDI Forschungsberichte Reihe 8, Nr. 193. Düsseldorf: VDI-Verlag.