Relationentheoretische Beschreibung der Begriffe Steuerbarkeit, Erreichbarkeit und Zugänglichkeit nicht linearer Systeme[1]

Markus Lemmen und Marc Schleuter

Forschungsbericht Nr. 8/95

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: Mit dem vorliegenden Bericht wird ein Beitrag zur Verallgemeinerung der Theorie dynamischer Systeme geleistet. Im Rahmen dieses Berichts werden die Begriffe der Steuerbarkeit, Erreichbarkeit und Zugänglichkeit für Regel–Relative entsprechend (Arnold 1994) und für System–Relative (Zeit–Zustands–Relative) nach (Schleuter 1995) relationentheoretisch beschrieben.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Fachgebiet Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz
*
Fachgebiet Geometrie, Algebra
Prof. Dr. rer. nat. H.-J. Arnold

[1] Dieser Bericht entstand im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Projekts Schw 120/55-1 „Algebraische Strukturanalyse nichtlinearer- und Fuzzy-Systeme“

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur

Skalare und vektorwertige Größen

$\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$	Ausgangsfunktion/nichtlineare Ausgangsspaltenmatrix eines analytischen Systems
$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})$	Systemfunktion, Vektorfeld eines analytischen Systems
m	Dimension des Eingangsvektors
n	Dimension des Zustandsvektors
p	Dimension des Ausgangsvektors
t, T	Zeit
t_A	Zeitkomponente des Punktes (der Phase) A
u	Stellgröße
$\boldsymbol{u}$	Eingangsvektor eines analytischen Systems
x	Zustandsvariable
$\boldsymbol{x}$	Zustandsvektor eines analytischen Systems
x_A	Zustandskomponente des Punktes (der Phase) A
$\boldsymbol{y}$	Ausgangsvektor eines analytischen Systems

Mengen und Mengentupel

$\emptyset$	Leere Menge
$\mathcal{M}$	Zustandsmannigfaltigkeit eines analytischen Systems
$\mathcal{M}_0$	Teilmannigfaltigkeit
$\mathfrak{P}$	Punktemenge
$\mathfrak{P}_0$	Teilmenge der Punktemenge
$(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$	Regel–Relativ nach Arnold (1994): Mengentripel
$(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$	System–Relativ nach Schleuter (1995)
$\Pi \cdot dt$	Abbildungsschar
$\mathcal{R}$	Menge binärer Relationen auf $\mathfrak{P}$
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$	Menge zeitorientierter Relationen eines Systemrelativs $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$
$\mathfrak{r}$	Relation aus $\tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ eines Systemrelativs $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$
S	Menge
S_0	Umgebung
$\mathcal{T}$	Zeitmenge
$\mathcal{U}$	Menge zulässiger Stellwerte eines analytischen Systems
$\mathcal{X}$	Zustandsmenge
$\mathcal{X}_0$	Teilmenge der Zustandsmenge
$\mathcal{Y}$	Menge $\mathbb{R}^p$–wertiger Ausgangsfunktionen

Sonstige Formelzeichen

A	Punkt aus einer Punktmenge $(t_A, x_A) := A \in \mathfrak{P}$
B	Punkt aus einer Punktmenge $(t_B, x_B) := B \in \mathfrak{P}$
s	Punkt aus S, S_0

Operatoren und Funktionen

$\overline{\mathtt{h}}(\cdot)$	Abgeschlossene Hülle einer Menge
$\mathtt{in}(\cdot)$	Inneres einer Menge
$\mathtt{rand}(\cdot)$	Rand einer Menge
$\times$	Kartesisches Mengenprodukt
$\circ$	Komposition, Relationenprodukt
$\dot{(\cdot)}$	Zeitliche Ableitung $\frac{d(\cdot)}{dt}$
$\in$	Element von
$\subset$	Teilmenge (unecht)
$\supset$	Obermenge (unecht)
$\cap$	Schnittmenge
$\cup$	Vereinigungsmenge
$\wedge$	UND–Verknüpfung
$\vee$	ODER–Verknüpfung
$\bigwedge$	Allquantor
$\bigvee$	Existenzquantor
$\langle\cdot\rangle$	durch $\cdot$ definierte Relation
$\rangle \cdot \langle$	Umkehrrelation zu $\langle\cdot\rangle$

Sonstige Zeichen

Σ_{AS}	Analytisches System
$\xrightarrow{bij.}$	Bijektive Zuordnung
$(\quad,\quad)$	Offenes Intervall, $(t_0, t_1) \subset \mathcal{T}$
$[\quad,\quad]$	Abgeschlossenes Intervall, $[t_0, t_1] \subset \mathcal{T}$
$[\quad,\quad)$	Halboffenes Intervall, $[t_0, t_1) \subset \mathcal{T}$

1 Einleitung

Für eine Verallgemeinerung der Theorie dynamischer Systme ist es wünschenswert, möglichst viele, bisher nur mit unterschiedlichen mathematischen Werkzeugen beschreibbare Systeme und Systemklassen einer einheitlichen Beschreibung zugänglich zu machen. In (Arnold 1993), (Arnold 1994) sowie (Schleuter 1995) werden unterschiedliche Ansätze für eine Beschreibung dynamischer Systeme vorgestellt. Diese orientieren sich ausschließlich an relationalen Sprechweisen, so daß eine größtmögliche Allgemeinheit gewährleistet ist. Neben dieser Allgemeinheit, die es gestattet, auch Zusammenhänge relationaler Natur – wie z. B. in relationelen Fuzzy–Systemen – zu beschreiben, geht jedoch nicht die notwendige Synonymität zum bekannten Systembegriff, wie z. B. dem nach Sontag (1990), verloren (Lemmen und Schleuter 1995). Dieser Bericht schließt sich an diese Untersuchungen an und leistet einen Beitrag zur Verallgemeinerung aus der Theorie dynamischer Systeme gut bekannter Struktureigenschaften.

Im Rahmen dieses Berichts werden die aus der Theorie dynamischer Systeme bekannten Begriffe der Erreichbarkeit, Zugänglichkeit und Steuerbarkeit für analytische Systeme (Σ_{AS}) gemäß (Schwarz 1991) in eine relationentheoretische Schreibweise übertragen, mit der diese Eigenschaften auch für Regel–Relative nach (Arnold 1994) und System–Relative (genauer: Zeit–Zustands–Relative) nach (Schleuter 1995) eindeutig bestimmt werden. Die Definitionen lehnen sich an die aus der Differentialgeometrie bekannten Definitionen (auch lokaler Natur) wie z. B. in (Kalman u. a. 1969, Brocket 1976, Hermann und Krener 1977, Krener 1985, Casti 1985, Nijmeijer und van der Schaft 1990, Schwarz 1991) an. Im Abschnitt 2 werden die Vorlagen für die Erreichbarkeit (Abschnitt 2.1), die Zugänglichkeit (Abschnitt 2.2) und die Steuerbarkeit (Abschnitt 2.3) aus der Differentialgeometrie vorgestellt und auf Regel–Relative nach (Arnold 1994) erweitert. Im Rahmen dieser Erweiterung wird es jedoch notwendig, eine Topologie auf der Zustandsmenge von Regel–Relativen einzuführen, um die Lokalität und das Innere einer Menge relationentheoretisch erfassen zu können. Für die Erreichbarkeit und Steuerbarkeit eines Regel–Relativs $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ an sich ist diese Einschränkung jedoch nicht notwendig, so daß unter diesen Begriffen eine Verallgemeinerung der bisher bekannten zu verstehen ist. Im Abschnitt 3 erfolgt die Umsetzung der eben angesprochenen Systemeigenschaften (bzw. Relativeigenschaften) auf System–Relative bzw. Zeit–Zustands–Relative. Eine Zusammenfassung und ein Ausblick schließen diesen Bericht ab.

2 Systeme und Regel–Relative

Die exakte Unterscheidung der Begriffe Erreichbarkeit, Steuerbarkeit und Zugänglichkeit erfolgt in (Lemmen 1995:Abschnitt 3) in Anlehnung an (Schwarz 1991), wobei für lineare und symmetrische Systeme die Begriffe identisch sind (Sontag 1991). In diesem Abschnitt werden für die, aus der Theorie dynamischer Systeme hinlänglich bekannten Systemeigenschaften die entsprechenden Analogien für Regel–Relative $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ nach (Arnold 1994, Lemmen und Schleuter 1995) formuliert. Für die Verallgemeinerung der in dem vorliegenden Abschnitt behandelten Systemeigenschaften wird von den differentialgeometrischen Defintionen, wie sie u. a. in (Kalman u. a. 1969, Brocket 1976, Hermann und Krener 1977, Krener 1985, Schwarz 1991, Casti 1985) beschrieben werden, ausgegangen. Dafür wird zunächst ein beliebiges analytisches System (Σ_{AS}) gemäß (Schwarz 1991) betrachtet

$$\sum\nolimits_{AS} \begin{array}{rcl} \dot{\boldsymbol{x}}(t) & = & \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \quad , \quad \boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{x}(t_0) \quad , \\ \boldsymbol{y}(t) & = & \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}(t)) \quad . \end{array} \tag{2.1}$$

Dabei stellt $\mathcal{U}$ eine Menge zulässiger Steuerfunktionen aus $\mathbb{R}^m$ (also $\boldsymbol{u}(t) \in \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^m$), $\mathcal{Y}$ eine Menge $\mathbb{R}^p$–wertiger Ausgangsfunktionen (mit $\boldsymbol{y} \in \mathcal{Y} \subseteq \mathbb{R}^m$) und $\mathcal{M}$ eine C^∞ einfach zusammenhängende Mannigfaltigkeit der Dimension n dar ($\boldsymbol{x}(t) \in \mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$).

2.1 Erreichbarkeit

Aufbauend auf den Begriff der Erreichbarkeit zweier Punkte und der Erreichbarkeit von Systemen wird in diesem Abschnitt das relationentheoretische Analogon definiert und vorgestellt.

Vorlagen

Definition 2.1 (Hermann und Krener 1977, Krener 1985)
Ein Punkt $\boldsymbol{x}_T \in \mathcal{M}_0$ heißt *$\mathcal{M}_0$–erreichbar von $\boldsymbol{x}_0$ zur Zeit T*, wenn eine beschränkte, meßbare Steuerung $\boldsymbol{u}(t) \in \mathcal{U}$ existiert, die eine Trajektorie von (2.1) mit $\boldsymbol{x}(t) \in \mathcal{M}_0$ für alle $t \in [t_0, T]$ generiert derart, daß gilt:

$$\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0 \qquad \text{und} \qquad \boldsymbol{x}(T) = \boldsymbol{x}_T \quad . \tag{2.2}$$

□

Für die Definition der Erreichbarkeit eines Systems wird die Menge der von einem Punkt aus erreichbaren Zustände benötigt:

Definition 2.2 (Hermann und Krener 1977, Krener 1985)
Die Menge aller Zustände $\boldsymbol{x}_T$, die von $\boldsymbol{x}_0$ aus zur Zeit T $\mathcal{M}_0$–erreichbar sind, wird mit

$\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0, T, \mathcal{M}_0)$ bezeichnet. Wird die Zeit T weggelassen, so versteht man unter dieser Menge die zu einer positiven Zeit $t \geq 0$ von $\boldsymbol{x}_0$ aus $\mathcal{M}_0$–erreichbaren Zustände:

$$\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0, \mathcal{M}_0) = \bigcup_{T \geq 0} \mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0, T, \mathcal{M}_0) \qquad . \tag{2.3}$$

□

Unter Verwendung der abkürzenden Schreibweise $\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0) = \mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0, \mathcal{M})$ folgt nun anschaulich

Definition 2.3 (Hermann und Krener 1977, Krener 1985)
Gilt $\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0) = \mathcal{M}$, so ist das System Σ_{AS} (2.1) $\mathcal{M}$–erreichbar von $\boldsymbol{x}_0$, bzw. *erreichbar von* $\boldsymbol{x}_0$. □

Definition 2.4 (Hermann und Krener 1977, Krener 1985)
Gilt $\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0) = \mathcal{M}$ für alle $\boldsymbol{x} \in \mathcal{M}$, so spricht man von $\mathcal{M}$–Erreichbarkeit oder von *Erreichbarkeit* schlechthin. □

Um diesen Begriff auch lokal fassen zu können, wird gesetzt:

Definition 2.5 nach (Hermann und Krener 1977)
Das System Σ_{AS} (2.1) ist *lokal erreichbar von* $\boldsymbol{x}_0$, wenn für jede Umgebung $\mathcal{M}_0$ von $\boldsymbol{x}_0$ die Menge $\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0)$ ebenfalls eine Umgebung von $\boldsymbol{x}_0$ ist. □

Daraus ergibt sich nun die bisher strengste Erreichbarkeitseigenschaft (Lemmen 1995) für ein System:

Definition 2.6 nach (Hermann und Krener 1977)
Das System Σ_{AS} (2.1) ist *lokal erreichbar*, wenn es für jede beliebige offene zusammenhängende Teilmenge $\mathcal{M}_0$ von $\mathcal{M}$ $\mathcal{M}_0$–erreichbar ist; d. h., das $\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0, \mathcal{M}_0) = \mathcal{M}_0$ für jedes beliebige $\boldsymbol{x}_0 \in \mathcal{M}_0 \subset \mathcal{M}$ gilt. □

Relationentheoretische Übertragung

Für die nachfolgenden Definitionen wird eine gegebene Teilmenge $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ der Zustandsmenge eines Regel–Relativs um einen Zustand $x_A \in \mathcal{X}$ mit $A = (t_A, x_A) \in \mathfrak{P}$ betrachtet.

Definition 2.7 *$\mathcal{X}_0$–Erreichbarkeit eines Punktes*
Ein Punkt $B \in \mathfrak{P}$ eines Regel–Relativs $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ heißt genau dann *$\mathcal{X}_0$–erreichbar von* A, wenn eine Relation $\left[\Pi_{t_A}^{T} \Omega dt\right]$ existiert, so daß gilt

$$A \left[\Pi_{t_A}^{T} \Omega dt\right] B \qquad \wedge \qquad \bigwedge_{t \in [t_A, T]} A \left[\Pi_{t_A}^{t} \Omega dt\right] \in (\mathcal{T} \times \mathcal{X}_0) \qquad . \tag{2.4}$$

□

Definition 2.8 *Erreichbarkeit eines Regel–Relativs von einem Punkt*
Ein Regel–Relativ $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ heißt genau dann *$\mathcal{X}$–erreichbar* bzw. *erreichbar von A*, wenn für alle $x \in \mathcal{X}$ eine Relation $\left[\Pi_{t_A}^T \Omega dt\right]$ mit $T \geq t_A$ existiert, so daß gilt

$$(t_A, x_A) \left[\Pi_{t_A}^T \Omega dt\right] (T, x) \qquad \text{für alle} \quad x \in \mathcal{X} \qquad . \tag{2.5}$$

□

Für die Betrachtung einer lokalen Eigenschaft des Regel–Relativs besteht nun zunächst das Problem, daß für die Zustandsmenge eines Regel–Relativs keinerlei Topologie geschweige denn eine Metrik gefordert ist. Aus mathematisch–systemtheoretischer Sicht stellen die oben eingeführten Erreichbarkeitsbegriffe somit eine Verallgemeinerung der bisher üblichen Begriffe für Systeme dar. Um nun die Lokalität im Rahmen einer Regel–Relativdarstellung beschreibbar machen zu können, muß also zumindest eine Topologie auf dem Zustandsraum gefordert werden (vgl. (Lemmen 1995:Anhang B) und (Isidori 1989) sowie (Olver 1986)):

Definition 2.9
Sei S eine Menge. Dann ist eine *topologische Struktur* oder kurz *Topologie* auf S eine Sammlung von Untermengen von S, *offene Mengen* genannt, die folgenden Axiomen genügt:

1. die Vereinigung einer beliebigen Anzahl von offenen Mengen ist ebenfalls offen,

2. der Schnitt jeder endlichen Anzahl von offenen Menge ist ebenfalls offen und

3. die Menge S und die leere Menge $\emptyset$ sind ebenfalls offen.

Eine Menge S mit einer Topologie wird *topologischer Raum* genannt. Eine *Umgebung* $\mathcal{S}_0$ eines Punktes s (mit $s \in S$) eines topologischen Raumes ist eine offene Menge, die den Punkt s enthält. □

Für die folgenden Definitionen wird also eine Topologie auf der Zustandsmenge $\mathcal{X}$ vorausgesetzt. Somit lautet

Definition 2.10 *Lokale Erreichbarkeit eines Regel–Relativs von einem Punkt*
Ein Regel–Relativ $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ heißt genau dann *lokal erreichbar von A*, wenn für alle $x \in \mathcal{X}_0$ mit einer beliebigen offenen zusammenhängenden Teilmenge $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ um x_0 eine Relation $\left[\Pi_{t_A}^T \Omega dt\right]$ mit $T \geq t_A$ existiert, so daß gilt

$$A \left[\Pi_{t_A}^T \Omega dt\right] (T, x) \qquad \wedge \qquad \bigwedge_{t \in [t_A, T]} A \left[\Pi_{t_A}^t \Omega dt\right] \in (\mathcal{T} \times \mathcal{X}_0) \qquad . \tag{2.6}$$

□

Definition 2.11 *Lokale Erreichbarkeit eines Regel–Relativs*
Ein Regel–Relativ $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ heißt genau dann *lokal erreichbar*, wenn für alle $x \in \mathcal{X}_0$ und alle $x_A \in \mathcal{X}_0$ mit jeder beliebigen offenen zusammenhängenden Teilmenge $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ eine Relation $\left[\Pi_{t_A}^{T} \Omega dt\right]$ mit $T \geq t_A$ existiert, so daß gilt

$$(t_A, x_A) \left[\Pi_{t_A}^{T} \Omega dt\right] (T, x) \qquad \wedge \qquad \bigwedge_{t \in [t_A, T]} A \left[\Pi_{t_A}^{t} \Omega dt\right] \in (\mathcal{T} \times \mathcal{X}) \qquad . \tag{2.7}$$

□

2.2 Zugänglichkeit

Für die Beschreibung, ob von allen Zuständen aus jeweils andere erreichbare Punkte existieren, eignet sich der Begriff der Zugänglichkeit (Lemmen 1995).

Vorlagen

Definition 2.12 nach (Krener 1985)
Ein System (2.1) heißt *zugänglich*, bzw. es besitzt die *Zugänglichkeitseigenschaft*, wenn $\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0)$ ein nicht leeres Inneres für beliebige $\boldsymbol{x}_0 \in \mathcal{M}$ besitzt. □

Definition 2.13 nach (Krener 1985)
Ein System (2.1) heißt *lokal zugänglich*, bzw. es besitzt die *lokale Zugänglichkeitseigenschaft*, wenn $\mathcal{R}(\boldsymbol{x}_0, \mathcal{M}_0)$ ein nicht leeres Inneres für jedes beliebige $\boldsymbol{x}_0 \in \mathcal{M}$ und einer beliebigen offenen Umgebung $\mathcal{M}_0$ besitzt. □

Zum besseren Verständnis des Begriffs „Inneres einer Menge“ dient Bild 2.1. Dabei können ausgehend von einem Punkt $A \in \mathfrak{P}$ alle Punkte erreicht werden, die in der Relationenschar $A\,[\Pi\Omega dt]$ stehen. Dabei ist unter der Schreibweise $A\,[\Pi\Omega dt]$ die Vereinigung aller unter Einfluß der unterschiedlichen Kontrollabbildungen Ω_i erreichbaren Punkte $A\,[\Pi\Omega_i dt]$ zu verstehen. Diese Menge nun besteht aus einem sie umschließenden Rand und ihrem Inneren.

Notwendige Erweiterung der Regel–Relative

Formal werden die Begriffe Rand und Inneres wie unter der Verallgemeinerung dieser Begriffe nach Forster (1984) gefaßt

Definition 2.14 (Forster 1984)
Sei $\mathcal{X}$ eine offene Menge und $\mathcal{X}_0$ eine Teilmenge von $\mathcal{X}$. Ein Punkt $x \in \mathcal{X}$ heißt *Randpunkt von* $\mathcal{X}_0$, wenn in jeder Umgebung von x sowohl ein Punkt von $\mathcal{X}_0$ als auch ein Punkt von $\mathcal{X} \backslash \mathcal{X}_0$ liegt. Die Menge aller Randpunkte wird mit $\mathtt{rand}(\mathcal{X}_0)$ bezeichnet. □

Ausgehend vom Rand einer Menge können auch das Innere und die Hülle einer topologischen Menge erklärt werden.

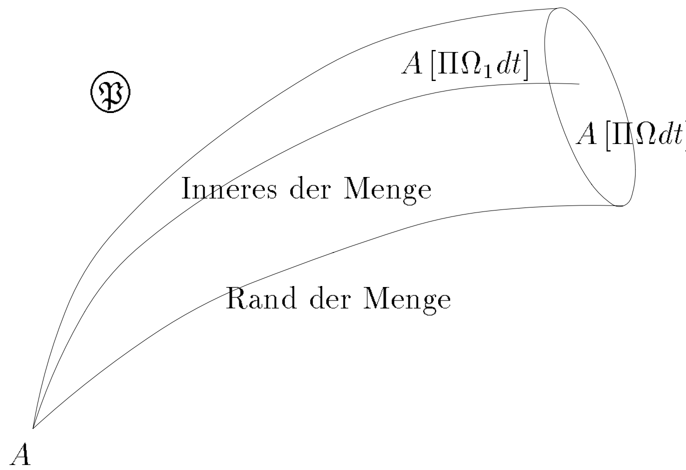

Bild 2.1: Rand und Inneres der Menge $A\,[\Pi\Omega dt]$

Definition 2.15 (Forster 1984)
Ist $\mathcal{X}_0$ Teilmenge der offenen Menge $\mathcal{X}$, so heißt

- $\mathtt{in}\,(\mathcal{X}_0) := \mathcal{X}_0 \backslash \mathtt{rand}\,(\mathcal{X}_0)$ das *Innere* oder der *offene Kern* von $\mathcal{X}_0$ und
- $\overline{\mathtt{h}}\,(\mathcal{X}_0) := \mathcal{X}_0 \bigcup \mathtt{rand}\,(\mathcal{X}_0)$ die *abgeschlossene Hülle* von $\mathcal{X}_0$.

□

In der Literatur wird auch häufig die Schreibweise $\partial\mathcal{X}_0$ für den Rand, $\mathring{\mathcal{X}}_0$ für das Innere und $\overline{\mathcal{X}}_0$ für die abgeschlossene Hülle verwendet. Ferner führt Forster (1984) diese Begriffe auf einem metrischen Raum statt in der Verallgemeinerung auf offenen Mengen bzw. topologischen Räumen ein. Aus der vorhandenen Metrik kann auf eine notwendigerweise vorhandene Topologie geschlossen werden, es muß jedoch nicht zu jeder Topologie eine Metrik existieren. Anschaulich wird der Begriff des Rands einer Menge in Bild 2.2.

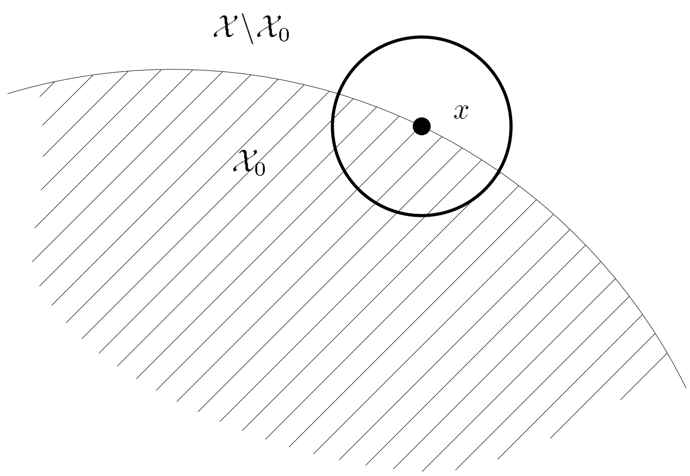

Bild 2.2: Rand einer offenen Menge $\mathcal{X}_0$ nach (Forster 1984): In jeder Umgebung um den Punkt x ist sowohl ein Punkt der Menge $\mathcal{X}_0$, als auch ein Punkt der Menge $\mathcal{X}\backslash\mathcal{X}_0$ enthalten.

Aufbauend auf dem Randbegriff bzw. auf dem Inneren einer Menge kann nun unter Beachtung der in Abschnitt 2.1 eingeführten Topologie auf dem Zustandsraum die Zugänglichkeit relationentheoretisch definiert werden. Dafür ist es jedoch zur Vereinfachung der Schreibweise notwendig, die $\mathcal{X}$–Komponenten der Punkte aus $\mathfrak{P}$ ansprechen zu können. Dafür wird gemäß (Lemmen und Schleuter 1995:Bemerkung 2.1, zu 2.II) benutzt:

$$\text{Für } A = (t_A, x_A) \in \mathfrak{P} \text{ setze } t(A) := t_A \text{ und } x(A) := x_A.$$

Um die $\mathcal{X}$–Komponenten einer ganzen Menge ansprechen zu können, wird diese Definition wie folgt kanonisch erweitert:

Definition 2.16
Es sei eine Teilmenge $\mathfrak{P}_0 \subset (\mathcal{T} \times \mathcal{X}) = \mathfrak{P}$ gegeben. Dann heißt

$$x(\mathfrak{P}_0) := \bigcup \{x(A_0)\,|A_0 \in \mathfrak{P}_0\} \tag{2.8}$$

$\mathcal{X}$–Komponente von $\mathfrak{P}_0$. □

Relationentheoretische Übertragung

Definition 2.17 *Zugänglichkeit*
Ein Regel–Relativ $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ heißt *zugänglich*, bzw. es besitzt die *Zugänglichkeitseigenschaft*, wenn der Nachbereich für beliebige $(t_A, x_A) = A \in \mathfrak{P}$ bezüglich der Abbildungsschar $[\Pi \cdot dt]$ ein nicht leeres Inneres besitzt, also wenn gilt

$$\bigwedge_{A \in \mathfrak{P}} \mathtt{in} \left(x \left(\bigcup_{t \geq t_A} \left\{ A \left[\Pi_{t_A}^{t} \Omega dt \right] \right\} \right) \right) \neq \emptyset \qquad . \tag{2.9}$$

□

Bei der Betrachtung der lokalen Eigenschaft ist für die Trajektorie wiederum vorgeschrieben, daß sie die betrachtete Umgebung $\mathcal{X}_0$ um x_0 nicht verlassen darf. Die Erweiterung von Gl. (2.9) lautet:

Definition 2.18 *Lokale Zugänglichkeit*
Ein Regel–Relativ $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ heißt *lokal zugänglich*, bzw. es besitzt die *lokale Zugänglichkeitseigenschaft*, wenn für beliebige $(t_A, x_A) = A \in \mathfrak{P}$, deren Nachbereich bezüglich der Abbildungsschar $[\Pi \cdot dt]$ innerhalb jeder beliebigen Umgebung $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ um $x_A \in \mathcal{X}_0$ liegt, ein nicht leeres Inneres besitzt, also wenn gilt

$$\bigwedge_{A \in \mathfrak{P}} \mathtt{in} \left(x \left(\bigcup_{t \geq t_A} \left\{ A \left[\Pi_{t_A}^{t} \Omega dt \right] \middle| \left(\bigwedge_{\tau \in [t_A, t]} x \left(A \left[\Pi_{t_A}^{\tau} \Omega dt \right] \right) \in \mathcal{X}_0 \right) \right\} \right) \right) \neq \emptyset \qquad . \tag{2.10}$$

□

2.3 Steuerbarkeit

Für die formale Fassung des Steuerbarkeitsbegriffs wird ein gegebener Zustand $\boldsymbol{x}_0 \in \mathcal{M}$ des Systems (2.1) betrachtet, wobei üblicherweise $\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{0}$ gesetzt wird (wie z. B. in Kalman u. a. (1969)).

Vorlagen

Unter Verwendung der in Abschnitt 2.1 eingeführten Begriffe wird in Analogie zu (Kalman u. a. 1969, Sontag 1990, Schwarz 1991) definiert:

Definition 2.19 *Steuerbarkeit eines Systems in einen Punkt*
Ein System (2.1) heißt steuerbar (in den Zustand $\boldsymbol{x}_0$), wenn für alle $\boldsymbol{x} \in \mathcal{M}$ gilt $\boldsymbol{x}_0 \in \mathcal{R}(\boldsymbol{x})$. □

Aufgrund der Äquivalenz der Steuerbarkeit des Systems mit der Erreichbarkeit des Systems kann diese weggelassen werden. Weiterhin ist eine lokale Charakterisierung des Steuerbarkeitsbegriffs innerhalb einer Umgebung um $\boldsymbol{x}_0$ sinnvoll.

Definition 2.20 *Lokale $\mathcal{M}_0$–Steuerbarkeit eines Systems in einen Punkt*
Ein System (2.1) heißt lokal $\mathcal{M}_0$–steuerbar (in den Zustand $\boldsymbol{x}_0$) um $\boldsymbol{x}_0$, wenn gilt $\boldsymbol{x}_0 \in \mathcal{R}(\boldsymbol{x}, \mathcal{M}_0)$ für alle $\boldsymbol{x} \in \mathcal{M}_0$ und einer beliebigen offenen und zusammenhängenden Teilmenge $\mathcal{M}_0 \subset \mathcal{M}$ um $\boldsymbol{x}_0$. □

Analog zur Verallgemeinerung der Lokalität entsprechend Definition 2.6 lautet

Definition 2.21 *Lokale Steuerbarkeit eines Systems*
Ein System (2.1) heißt lokal steuerbar, wenn gilt $\boldsymbol{x}_0 \in \mathcal{R}(\boldsymbol{x}, \mathcal{M}_0)$ für alle $\boldsymbol{x} \in \mathcal{M}$ und jeder beliebigen, offenen und zusammenhängenden Teilmenge $\mathcal{M}_0 \subset \mathcal{M}$ um $\boldsymbol{x}_0$. □

Relationentheoretische Übertragung

Die relationentheoretische Fassung des Steuerbarkeitsbegriffs verläuft nun analog zu Abschnitt 2.1.

Definition 2.22 *Steuerbarkeit eines Regel–Relativs in einen Punkt*
Ein Regel–Relativ heißt *steuerbar in* $A = (t_A, x_A) \in \mathfrak{P}$ genau dann, wenn für alle $(t_0, x_0) \in \mathfrak{P}$ und für ein $x_A \in \mathcal{X}$ und $T \geq 0$ eine Relation $\left[\Pi_{t_0}^{t_0+T} \Omega dt\right]$ existiert, so daß gilt

$$(t_0, x_0) \left[\Pi_{t_0}^{t_0+T} \Omega dt\right] (t_A, x_A) \qquad \wedge \qquad t_A = t_0 + T \qquad . \tag{2.11}$$

□

Gilt diese Eigenschaft für alle $(t_0, x_0) \in \mathfrak{P}$, so gelangt man zur Erreichbarkeit des Regel–Relativs, bzw. zur

Definition 2.23 *Steuerbarkeit eines Regel–Relativs*
Ein Regel–Relativ heißt *(vollständig) steuerbar*, wenn für alle x_0, x_A aus der Zustandsmenge $\mathcal{X}$ und $T \geq 0$ eine Relation $\left[\Pi_{t_0}^{t_0+T}\Omega dt\right]$ existiert, so daß gilt

$$(t_0, x_0)\left[\Pi_{t_0}^{t_0+T}\Omega dt\right](t_A, x_A) \qquad \wedge \qquad t_A = t_0 + T \qquad . \tag{2.12}$$

□

Die lokale Version mit einer vorgegebenen Teilmenge $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ lautet:

Definition 2.24 *Lokale Steuerbarkeit eines Regel–Relativs in einen Punkt*
Ein Regel–Relativ heißt *lokal steuerbar (in $A = (t_A, x_A)$)*, wenn für alle Zustände $x_0 \in \mathcal{X}_0$ und für ein $x_A \in \mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ und $t_A = t_0 + T$ mit $T \geq 0$ eine Relation $[\Pi\Omega dt]$ existiert, so daß gilt

$$(t_0, x_0)\left[\Pi_{t_0}^{t+T}\Omega dt\right](t_A, x_A) \qquad \wedge \bigwedge_{t\in[t_0, t_0+T]} (t_0, x_0)\left[\Pi_{t_0}^{t}\Omega dt\right] \in (\mathcal{T} \times \mathcal{X}_0) \qquad . \tag{2.13}$$

□

Weiterhin kann formuliert werden:

Definition 2.25 *Lokale Steuerbarkeit eines Regel–Relativs*
Ein Regel–Relativ heißt *lokal steuerbar*, wenn für alle $x_0, x_A \in \mathcal{X}_0$ und jede offene zusammenhängende Teilmenge $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ um x_0, x_A mit $t_A = t_0 + T$, $T \geq 0$ eine Relation $[\Pi\Omega dt]$ existiert, so daß gilt

$$(t_0, x_0)\left[\Pi_{t}^{t+T}\Omega dt\right](t_A, x_A) \qquad \wedge \bigwedge_{t\in[t_0, t_0+T]} (t_0, x_0)\left[\Pi_{t_0}^{t}\Omega dt\right] \in (\mathcal{T} \times \mathcal{X}_0) \qquad . \tag{2.14}$$

□

3 System–Relative

Die im Abschnitt 2 auf Regel–Relative $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ übertragenen Definitionen der Steuerbarkeit, Erreichbarkeit und Zugänglichkeit dynamischer Systeme wird in diesem Abschnitt für eine Erweiterung dieser Eigenschaften auf System–Relative nach (Schleuter 1995) benutzt. Dabei werden als System–Relative ausschließlich Zeit–Zustands–Relative (Schleuter 1995) verwendet.

3.1 Erreichbarkeit

Für die Erreichbarkeitsdefinition sei eine Umgebung $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ gegeben.

Definition 3.1 *$\mathcal{X}_0$–Erreichbarkeit eines Punktes*
Ein Punkt $B \in \mathfrak{P}$ eines Regel–Relativs $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *$\mathcal{X}_0$–erreichbar von $A \in \mathfrak{P}$* genau dann, wenn eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ existiert, so daß für ein $T \geq t_A$ gilt

$$A\mathfrak{r}|_{t_A}^{T} B \qquad \wedge \qquad \bigwedge_{t \in [t_A, T]} A\mathfrak{r}|^{t} \in (\mathcal{T} \times \mathcal{X}_0) \qquad . \tag{3.1}$$

□

Definition 3.2 *Erreichbarkeit eines System–Relativs von einem Punkt*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt genau dann *$\mathcal{X}$–erreichbar* bzw. *erreichbar von $A \in \mathfrak{P}$*, wenn für alle $x_B \in \mathcal{X}$ eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ mit $T \geq t_A$ existiert, so daß gilt

$$A\mathfrak{r}|_{t_A}^{T} B \qquad . \tag{3.2}$$

□

Definition 3.3 *Erreichbarkeit eines System–Relativs*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt genau dann *$\mathcal{X}$–erreichbar* bzw. *erreichbar*, wenn für alle $A \in \mathfrak{P}$ und $x_B \in \mathcal{X}$ eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ mit $T \geq t_A$ existiert, so daß gilt

$$A\mathfrak{r}|_{t_A}^{T} B \qquad . \tag{3.3}$$

□

Für die Fassung der Lokalität ist auch beim System–Relativ eine Topologie auf der Zustandsmenge $\mathcal{X}$ erforderlich.

Definition 3.4 *Lokale Erreichbarkeit eines System–Relativs von einem Punkt*
Es sei eine Umgebung $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ um den Zustand x_A gegeben. Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *lokal erreichbar von A* genau dann, wenn für alle $x_B \in \mathcal{X}_0$ eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ mit $T \geq t_A$ existiert, so daß gilt

$$A\mathfrak{r}|_{t_A}^{T} B \qquad \bigwedge_{t \in [t_A, T]} A\mathfrak{r}|^{t} \in (\mathcal{T} \times \mathcal{X}_0) \qquad . \tag{3.4}$$

□

Definition 3.5 *Lokale Erreichbarkeit eines System–Relativs*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *lokal erreichbar* genau dann, wenn für alle $x_A, x_B \in \mathcal{X}_0$ und für jede beliebige Umgebung $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ um $x_A \in \mathcal{X}_0$ eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ mit $T \geq t_A$ existiert, so daß gilt

$$A\mathfrak{r}|_{t_A}^{T} B \qquad \wedge \qquad \bigwedge_{t \in [t_A, T]} A\mathfrak{r}|^{t} \in (\mathcal{T} \times \mathcal{X}_0) \qquad . \tag{3.5}$$

□

3.2 Zugänglichkeit

Die Übertragung der Zugänglichkeitseigenschaft dynamischer Systeme gemäß Krener (1985) auf System–Relative nach Schleuter (1995) erfolgt analog zu Abschnitt 2.2.

Definition 3.6 *Zugänglichkeit eines System–Relativs*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *zugänglich*, bzw. es besitzt die *Zugänglichkeitseigenschaft* genau dann, wenn der Nachbereich für beliebige $(t_A, x_A) = A \in \mathfrak{P}$ bezüglich der Relationenmenge $\tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ ein nicht leeres Inneres besitzt, also wenn gilt

$$\bigwedge_{A \in \mathfrak{P}} \mathtt{in} \left(x \left(\bigcup_{\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}} \{A\mathfrak{r}|_{t_A}\} \right) \right) \neq \emptyset \qquad . \tag{3.6}$$

□

Definition 3.7 *Lokale Zugänglichkeit eines System–Relativs*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *lokal zugänglich*, bzw. es besitzt die *lokale Zugänglichkeitseigenschaft* genau dann, wenn der Nachbereich für beliebige $(t_A, x_A) = A \in \mathfrak{P}$ bezüglich der Relationenmenge $\tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ innerhalb jeder beliebigen Umgebung $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ um $x_A \in \mathcal{X}_0$ ein nicht leeres Inneres besitzt, also wenn gilt

$$\bigwedge_{A \in \mathfrak{P}} \mathtt{in} \left(x \left(\bigcup_{\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}} \left\{ A\mathfrak{r}|_{t_A} \middle| \left(x \left(A\mathfrak{r}|_{T_A} \right) \subset \mathcal{X}_0 \right) \right\} \right) \right) \neq \emptyset \qquad . \tag{3.7}$$

□

3.3 Steuerbarkeit

Definition 3.8 *Steuerbarkeit eines System–Relativs in einen Punkt*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *steuerbar in* $A = (t_A, x_A) \in \mathfrak{P}$ genau dann, wenn für alle $(t_0, x_0) \in \mathfrak{P}$ und für ein $A \in \mathfrak{P}$ mit $t_0 \leq t_A$ eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ mit $T \geq t_0$ existiert, so daß gilt

$$(t_0, x_0)\mathfrak{r}|_{t_0}^{T} A \qquad . \tag{3.8}$$

□

Definition 3.9 *Steuerbarkeit eines System–Relativs*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *steuerbar* genau dann, wenn für alle $A, B \in \mathfrak{P}$ mit $t_A \leq t_B$ eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ mit $T \geq t_0$ existiert, so daß gilt

$$A\mathfrak{r}|_{t_A}^{T} B \qquad . \tag{3.9}$$

□

Die lokale Formulierung der Steuerbarkeit lautet entsprechend

Definition 3.10 *Lokale Steuerbarkeit eines System–Relativs in einen Punkt*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *lokal steuerbar in* $A = (t_A, t_B) \in \mathfrak{P}$ genau dann, wenn für alle Zustände $x_0 \in \mathcal{X}_0$ und ein $x_A \in \mathcal{X}_0$ mit $t_0 \leq t_A$ und jeder beliebigen Umgebung $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ und $x_A \in \mathcal{X}_0$ eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ mit $T \geq t_0$ existiert, so daß gilt

$$(t_0, x_0)\mathfrak{r}|_{t_0}^{T} A \qquad \wedge \qquad \bigwedge_{t \in [t_0, T]} x\left((t_0, x_0)\mathfrak{r}|_{t_0}^{t}\right) \in \mathcal{X}_0 \qquad . \tag{3.10}$$

□

Definition 3.11 *Lokale Steuerbarkeit eines System–Relativs*
Ein System–Relativ $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ heißt *lokal steuerbar* genau dann, wenn für alle $A, B \in \mathfrak{P}$ mit $t_B \geq t_A$ und jeder beliebigen Umgebung $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ mit $x_A, x_B \in \mathcal{X}_0$ eine Relation $\mathfrak{r} \in \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}$ mit $T \geq t_0$ existiert, so daß gilt

$$A\mathfrak{r}|_{t_A}^{T} B \qquad \wedge \qquad \bigwedge_{t \in [t_A, T]} x\left(A\mathfrak{r}|_{t_A}^{t}\right) \in \mathcal{X}_0 \qquad . \tag{3.11}$$

□

4 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Bericht werden die aus der Theorie dynamischer Systeme gut bekannten Struktureigenschaften von analytischen Systemen wie Erreichbarkeit, Zugänglichkeit und Steuerbarkeit auf eine allgemeine relationentheoretische Sprechweise übertragen und für Regel–Relative $(\mathfrak{P}, \mathcal{R}, \Pi \cdot dt)$ nach (Arnold 1994) und System–Relative (genauer: Zeit–Zustands–Relative) $(\mathfrak{P}, \tilde{\mathcal{R}}_{\mathcal{R}}, \sigma)$ nach (Schleuter 1995) definiert und beschreibbar gemacht. Im einzelnen geschieht dies für die folgenden Struktureigenschaften

- $\mathcal{X}_0$–Erreichbarkeit zweier Punkte,
- Erreichbarkeit eines Regel– und eines System–Relativs von einem Punkt,
- Erreichbarkeit eines Regel– und eines System–Relativs,
- Lokale Erreichbarkeit eines Regel– und eines System–Relativs von einem Punkt,
- Lokale Erreichbarkeit eines Regel– und eines System–Relativs,
- Zugänglichkeit eines Regel– und eines System–Relativs,
- Lokale Zugänglichkeit eines Regel– und eines System–Relativs,
- Steuerbarkeit eines Regel– und eines System–Relativs in einen Punkt,
- Steuerbarkeit eines Regel– und eines System–Relativs,
- Lokale Steuerbarkeit eines Regel– und eines System–Relativs in einen Punkt und
- Lokale Steuerbarkeit eines Regel– und eines System–Relativs.

Für weitere Untersuchungen werden zunächst andere Struktureigenschaften, wie z. B. die Beobachtbarkeit dynamischer Systeme und Fragen der Nulldynamik in eine relationale Sprechweise übertragen. Weiterhin sollen Fuzzy–Systeme in eine relationentheoretische Sprechweise eingefaßt werden, um so diese Struktureigenschaften auch für Fuzzy–Systeme beschreibbar zu machen. Darüber hinaus müssen jedoch noch Analysemethoden entwickelt bzw. verallgemeinert werden, die gerade diese Strukturmerkmale einer Analyse ohne Voraussetzungen wie z. B. Differenzierbarkeit, Glattheit oder Stetigkeit zugänglich machen. Untersuchungen in dieser Richtung erfolgen in der nächsten Zukunft.

Literaturverzeichnis

Arnold, H.-J. 1993. *Regel–Relative.* Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik, SM-DU-196. Universität – GH – Duisburg.

Arnold, H.-J. 1994. *Regel–Relative.* Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik, SM-DU-246. Universität – GH – Duisburg.

Brocket, R. 1976. Nonlinear Systems and Differential Geometry. *Proc. of the IEEE.* 61 – 72.

Casti, J. 1985. *Nonlinear System Theory.* London: Academic Press.

Forster, O. 1984. *Analysis 2. Differentialrechnung im* $\mathbb{R}^n$ *– Gewöhnliche Differentialgleichungen.* Braunschweig: Vieweg.

Hermann, R. und **A. Krener**. 1977. Nonlinear Controllability and Observability. *IEEE Transactions on Automatic Control* AC - 22. 728 – 742.

Isidori, A. 1989. *Nonlinear Control Systems.* Berlin: Springer.

Kalman, R. E., **P. L. Falb** und **M. A. Arbib**. 1969. *Topics in mathematical system theory.* New York: McGraw-Hill.

Krener, A. J. 1985. $(Ad_{f,g})$, $(ad_{f,g})$ And Locally $(ad_{f,g})$ Invariant Controllability Distributions. *SIAM J. Control and Optimization* 23. 523 – 549.

Lemmen, M. 1995. *Steuerbarkeit – Erreichbarkeit – Zugänglichkeit: algebraische und differentialgeometrische Aspekte.* Forschungsbericht 3/95 MSRT. Meß-, Steuer- und Regelungstechik. Gerhard–Mercator–Universität –GH– Duisburg.

Lemmen, M. und **M. Schleuter**. 1995. *Regel–Relative: Definition, Vergleich und Anwendung auf dynamische Systeme.* Forschungsbericht 2/95 MSRT. Meß-, Steuer- und Regelungstechik. Gerhard–Mercator–Universität –GH– Duisburg.

Nijmeijer, H. und **A. van der Schaft**. 1990. *Nonlinear Dynamical Control Systems.* Berlin: Springer.

Olver, P. 1986. *Applications of Lie Groups to Differential Equations.* Berlin: Springer.

Schleuter, M. 1995. *System–Relative.* Forschungsbericht. Fachgebiet Geometrie, Algebra Gerhard–Mercator–Universität –GH– Duisburg.

Schwarz, H. 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme: systemtheoretische Grundlagen.* München: Oldenbourg.

Sontag, E. D. 1990. *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems.* New York: Springer-Verlag.

Sontag, E. D. 1991. Kalman's Controllability Rank Condition: From Linear to Nonlinear. *Mathematical System Theory. The Influence of R.E. Kalman*, hg. von A. E. Anatoulas. Berlin: Springer.