

Zur experimentellen Fuzzy-Modellbildung eines pneumatischen Translationsantriebes

Andreas Kroll, Hagen Reuter und Holger Hebisch

Forschungsbericht Nr. 13/95

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: In diesem Bericht wird die Identifikation eines funktionalen Fuzzy-Modells für einen pneumatischen Translationsantrieb beschrieben. Diese wurde notwendig, da das physikalische Modell einer theoretischen Modellbildung aufgrund der nicht genau bekannten starken Nichtlinearitäten (insbesondere der Reibung) keine hinreichend genauen Ergebnisse liefert. Nach einer kurzen Beschreibung des pneumatischen Linearantriebes und einer Vorstellung des Fuzzy-Identifikationsverfahrens werden die Identifikationsergebnisse dargestellt. Dazu gehören neben dem Fuzzy-Modell auch die Ergebnisse einer Identifikation mit einem konventionellen Strukturelektionsalgorithmus.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	II
1 Einleitung	1
2 Pneumatischer Translationsantrieb	3
3 Identifikation funktionaler Fuzzy-Modelle	6
3.1 Beschreibung der Zugehörigkeitsfunktionen	6
3.2 Beschreibung der Fuzzy-Regeln	8
3.3 Identifikation der Fuzzy-Modelle	10
4 Ergebnisse der Identifikation	12
4.1 Ergebnisse der Fuzzy-Identifikation	12
4.2 Ergebnisse der konventionellen Identifikation	18
5 Zusammenfassung und Ausblick	22
6 Literaturverzeichnis	24

Nomenklatur

Skalare scharfe Größen:

a_i, a_{ji}	: Modellparameter
b_j, b_{ji}	: Modellparameter
c_i, c_{ij}	: Modellparameter
c	: Anzahl der Cluster/Regeln
d_{ik}	: Abstand zwischen i -tem Referenzpunkt \mathbf{v}_i und k -tem Datenelement \mathbf{x}_k gemäß einer vorzugebenden Abstandsnorm
e	: Modellfehler
i_1, i_2	: Ströme
i, j, k	: Zählvariablen
m	: Anzahl der eindimensionalen Eingangsgrößen (Dimension des Eingangsdaten- raumes)
N	: Anzahl der Datenelemente
p	: Druck
t	: Zeit
u	: Modelleingang
V	: mittlerer quadratischer Fehler
x_i	: i -te Eingangsgröße
y_i	: scharfe Ausgangsgröße der i -ten Regel
y	: scharfe Ausgangsgröße des gesamten Regelsatzes
ε_T	: Terminierungsgrenze des Clusterverfahrens
ν	: Unschärfeparameter ($\nu > 1$)
$\mu_i(\mathbf{x}_k)$: Zugehörigkeit des Punktes/Datums \mathbf{x}_k zum Cluster/zur Partition i
τ	: diskrete Totzeit
ω_i	: Erfülltheitsgrad der i -ten Regel

Vektoren und Matrizen:

\mathbf{I}	: Einheitsmatrix
\mathbf{P}	: Kovarianzmatrix
\mathbf{x}	: Vektor der Eingangsgrößen, Datum
\mathbf{U}	: Zugehörigkeitsmatrix
\mathbf{v}_i	: Clusterschwerpunkt des i -ten Clusters/ i -ter Referenzpunkt
Θ	: Parametervektor
Ψ	: Meßvektor

Mengen und Räume:

- \mathbb{D} : Definitionsbereich
 \mathbb{I} : Menge aller c Cluster, $\mathbb{I} = \{1, 2, \dots, c\}$
 \mathbb{I}_k : Menge aller Cluster, bei denen \mathbf{x}_k den Abstand 0 vom Clusterschwerpunkt hat
 $\tilde{\mathbb{I}}_k$: $\tilde{\mathbb{I}}_k = \mathbb{I} \setminus \mathbb{I}_k$
 \mathbb{M}_{fc} : Fuzzy c -Partitionsraum
 \mathbb{R}^m : reeler Vektorraum der Dimension m

Funktionen:

- f : allg. Funktion
 $\text{sgn}(\cdot)$: Signumfunktion
 $\mu_A(x)$: Zugehörigkeitsfunktion zur Fuzzy-Menge $A(x)$

Operatoren:

- $(\cdot)^{-1}$: Inverse
 $(\cdot)^T$: Transponiert
 $\max(\cdot)$: Maximum- (MAX-) Operator
 $\#(\cdot)$: Kardinalzahl (Anzahl der Elemente)
 $\overline{(\cdot)}$: Mittelwert

Sonstige Symbole:

- \forall : für alle
 \setminus : ohne (Mengenalgebra)
 $\hat{(\cdot)}$: Schätzwert für \cdot

Indizes:

- $(\cdot)^{(l)}$: l -ter Iterationsschritt
 $(\cdot)^{(0)}$: Initialisierung

Abkürzungen:

- ARX : Autoregressives Modell mit extra Eingang
 FCM : Fuzzy- c -Means
 GRSL : Gewichtetes rekursives Least-Squares-Verfahren
 LS : Nichtrekursives Least-Squares-Verfahren

1 Einleitung

Geeignete Modelle, die das statische und dynamische Verhalten von technischen, chemischen, ökologischen, ökonomischen und anderen Prozessen hinreichend gut beschreiben, sind bei Simulation, Systemanalyse und Reglersynthese nicht nur in der Regelungstechnik unverzichtbar. Zum Erhalt solcher Prozeßmodelle führen zwei Vorgehensweisen, die *theoretische* und die *experimentelle* Modellbildung. Bei der theoretischen Modellbildung entsteht, ausgehend von den notwendigerweise bekannten Gesetzmäßigkeiten, denen der Prozeß unterliegt, ein Modell, das neben dem Ein-/Ausgangsverhalten auch die innere Struktur des zu modellierenden Prozesses abbildet. Solche Modelle werden häufig sehr komplex und die Herausarbeitung der Gesetzmäßigkeiten ist sehr schwierig und zeitaufwendig. Bei der experimentellen Modellbildung, der Identifikation, wird aufgrund von Meßdaten ein mathematisches Modell berechnet. Hierfür müssen nicht alle Gesetzmäßigkeiten bekannt sein. In der Praxis wird in vielen Fällen eine sich ergänzende Anwendung von theoretischer und experimenteller Prozeßanalyse durchgeführt. So lassen sich beispielsweise die Parameter zur Beschreibung von Reibungseffekten nicht theoretisch sondern nur experimentell bestimmen. Auch leitet man häufig die Modellstruktur des geeigneten Modells aus bekanntem theoretischem und/oder heuristischem Wissen ab und ermittelt dafür die optimalen Werte unsicherer oder unbekannter Prozeßparameter mittels Parameterschätzverfahren (semiphysikalische Modellbildung (Ljung 1993)).

Mit zunehmenden Anforderungen an die Modellgenauigkeit und wachsender Komplexität der untersuchten Systeme werden in den letzten Jahren in starkem Maße nichtlineare Modelle verwendet (Schwarz 1991):

Sogenannte konventionelle Modelle werden üblicherweise mit Hilfe von Differential- und Differenzgleichungen dargestellt. Da es ein allgemeines, nichtlineares Modell nicht gibt, muß auf spezielle nichtlineare Modellstrukturen wie z. B. Wiener- und Hammerstein-Modelle, bilineare Systeme oder Polynommodelle zurückgegriffen werden. Für solche nichtlinearen Modelle fanden in den letzten Jahren in zunehmendem Maße Parameterschätzverfahren wie z. B. die Prädiktionsfehlerverfahren (Ljung 1987, Ljung und Söderström 1987) auch für reale Systeme Anwendung (z. B. Reuter 1995).

Eine andere Darstellungsart nichtlinearer Modelle ist die der Fuzzy-Systeme, die auf der unscharfen Logik nach Zadeh (1965) basiert. Auch hier existieren mehrere Modelltypen wie z. B. relationale (Pedrycz 1984, Küpper 1994) und funktionale (Takagi und Sugeno 1985, Sugeno und Tanaka 1991) Fuzzy-Modelle. Die funktionalen Fuzzy-Modelle beruhen auf der mathematischen Beschreibung von linguistischen WENN–DANN-Regeln, die als Folgerung eine funktionale Beziehung besitzen. Somit resultiert aus jeder Regel ein scharfer Zahlenwert, der mit den Schlußfolgerungen der anderen Regeln zum Gesamtausgang verknüpft wird. Die relationalen Fuzzy-Modelle besitzen demgegenüber als Schlußfolgerung unscharfe, im allgemeinen durch eine linguistische Größe dargestellte Werte.

Im vorliegenden Bericht werden die Betrachtungen auf eine bestimmte Klasse funktionaler Fuzzy-Modelle beschränkt. Der vorgestellte Fuzzy-Identifikationsalgorithmus kombiniert Verfahren der Mustererkennung vorteilhaft mit Verfahren der konventionellen Parameterschätzung (Kroll 1994a, 1995b). Das resultierende Verfahren zeichnet sich dadurch aus, daß bei einer Systembeschreibung mit funktionalen Fuzzy-Modellen die Anzahl der Modellparameter gegenüber der bei relationalen Fuzzy-Modellen erforderlichen viel kleiner ist. Anders ausgedrückt können mit der funktionalen Schlußfolgerung auch komplexe Systeme häufig einfacher und genauer abgebildet werden. Im Gegensatz zu den relationalen besitzen die semilinguistischen funktionalen Fuzzy-Modelle eine abstraktere Darstellung. Dies stellt jedoch keinen praktischen Nachteil dar, da die zur zufriedenstellenden Beschreibung realer Systeme erforderlichen relationalen Fuzzy-Modelle so groß sind, daß sie ebenfalls keine Transparenz mehr besitzen. Der resultierende Fuzzy-Identifikationsalgorithmus wurde in gleicher Form bereits erfolgreich auf industrielle Problemstellungen wie einen Gasofenprozeß (Lohmann 1994, Kroll 1995c, Totz 1995) und eine Roheisenentschwefelungsanlage (Engmann 1995) angewendet.

Der vorliegende Bericht befaßt sich mit der *experimentellen* Modellbildung für einen pneumatischen Translationsantrieb. Das aus einem vorher durchgeführten *theoretischen* Modellbildungsschritt (Hebisch 1995) erhaltene physikalische Modell erbrachte noch keine hohe Modellgüte, da dort viele physikalische Effekte (insbesondere die Reibungsanteile) bislang noch nicht genau genug abgebildet werden konnten.

In Abschnitt 2 wird der betrachtete pneumatische Linearantrieb kurz vorgestellt. Anschließend erfolgt in Abschnitt 3 eine kurze Beschreibung funktionaler Fuzzy-Modelle sowie die Skizzierung eines Algorithmus für ihre Identifikation. In Abschnitt 4 werden dann die Ergebnisse der Identifikation vorgestellt. Den Resultaten der Fuzzy-Identifikation in Abschnitt 4.1 folgen die mit einem konventionellen Strukturelektionsalgorithmus erzielten (Abschnitt 4.2). Zusammenfassung und Ausblick in Abschnitt 5 schließen diesen Bericht ab.

2 Pneumatischer Translationsantrieb

Der bei dieser Untersuchung betrachtete pneumatische Linearantrieb (ein Bandzylinder LA-85 von Mannesmann Rexroth (Goedecke 1993)) zeichnet sich durch die Integration der zum Betrieb benötigten Stell- und Meßglieder im Gehäuse des Antriebes aus. So befinden sich im linken wie auch im rechten Kopf jeweils ein elektrisch betätigtes Druckservoventil sowie ein Drucksensor. Der Schlitten nimmt den inkrementell arbeitenden Wegaufnehmer auf, welcher einen in der Zylinderwand fixierten Glasmaßstab abtastet. Zudem kann durch ein Schaltventil die ebenfalls im Schlitten montierte Stillstandsbremse betätigt werden. Das Schema in Bild 2.1 stellt in vereinfachter Form die Anordnung der einzelnen Elemente des Antriebes dar.

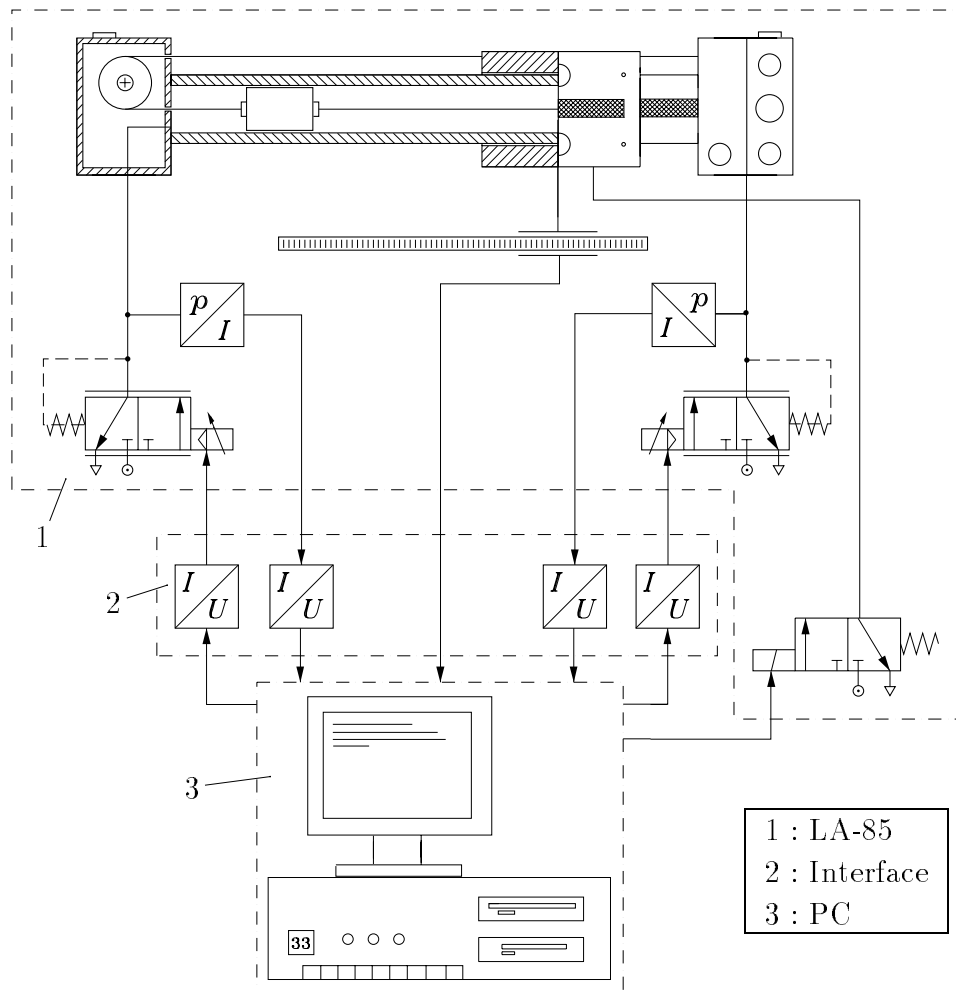


Bild 2.1: Schema des gerätetechnischen Aufbaus

Der Antrieb wird über einen Druckluftspeicher, der die Aufgabe hat, Belastungsspitzen auszugleichen, an ein Versorgungsnetz angeschlossen. Durch ein Druckregelventil soll dabei der Druck im Speicher auf konstant 6 bar ($6 \cdot 10^5$ Pa) gehalten werden. Dennoch sind während des Betriebes geringfügige Schwankungen des Versorgungsdruckes möglich.

Betrachtet man die Arbeitsweise des Antriebes, so fallen im Systemverhalten eine Reihe nichtlinearer statischer und dynamischer Anteile auf. Insbesondere gehen die Eigenschaften der Luft ein. Das bedeutet, daß die Kompressibilität des Druckmediums nicht mehr vernachlässigt werden darf. Sie macht sich in Form der Elastizität der Kolbeneinspannung zwischen den beiden Luftsäulen und bei der Durchströmung der engen Querschnitte in den Ventilen bemerkbar. Im Vergleich zu hydraulischen Antrieben ist das Verhältnis zwischen Antriebs- und zu überwindender Reibungskraft deutlich ungünstiger. Auch wenn der vorliegende Zylinder gemessen an anderen pneumatischen Antrieben vergleichsweise reibungsarm ist, besitzt insbesondere die Reibung großen Einfluß auf die Dynamik der Kolbenbewegung. Auffällig ist hier zudem die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Reibung. Die Reibkraft steigt vom Haftreibungswert ausgehend mit zunehmender Geschwindigkeit monoton an.

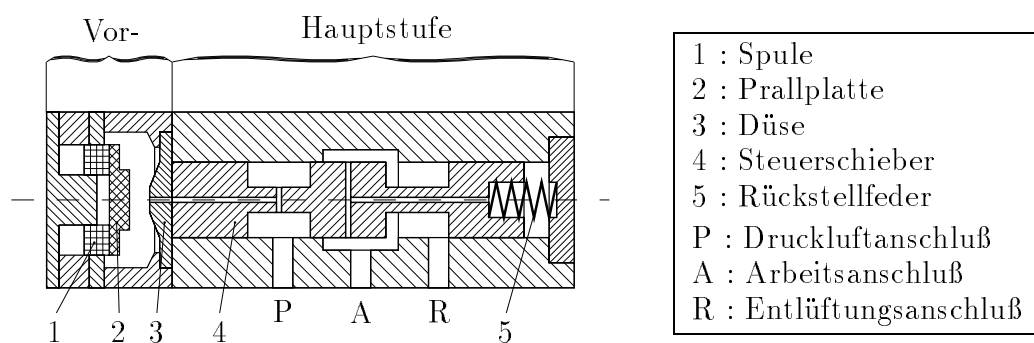


Bild 2.2: Schematischer Aufbau eines Druckservoventiles

Bei den Druckservoventilen (Bild 2.2) handelt es sich um eine Bauart mit Vor- und Hauptstufe. In der Vorstufe wird mittels eines Düse-Prallplatte-Systems der anliegende Steuerstrom i in einen Druck umgewandelt. Dieser und der vom Arbeitsanschluß zurückgeführte Ausgangsdruck bewegen den Steuerschieber der Hauptstufe solange, bis am Ausgang der geforderte Druck anliegt. Über die beiden Ventile ist bekannt, daß ihre statischen i - p -Kennlinien um einen geringfügigen Offset gegeneinander verschoben sind. Die eingesetzten Drucksensoren arbeiten weitgehend linear und weisen vernachlässigbar kleine Zeitkonstanten auf. Das Wegmeßsystem hat eine Auflösung von $10 \mu\text{m}$. Die Abtastzeit beträgt $T_{a, mess} = 1 \text{ ms}$. In einem Interface untergebrachte Spannung/Strom- beziehungsweise Strom/Spannungswandler verbinden die Stell- und Meßglieder mit einem Rechner, der Algorithmen zur Steuerung und Regelung der Anlage abarbeitet.

Weitere Details, die die Antriebseinheit betreffen, sind in der Schulungsdokumentation des Herstellers (Goedecke u. a. 1991) zu finden. Eine theoretische Modellbildung führt Hebisch (1995) ausführlich durch. Ergebnisse einer Simulation (mit prädiktiver und rekursiver Modellauswertung) des dabei ermittelten physikalischen Modells sind in Bild 2.3 zu sehen ebenso wie ein an der realen Anlage bei gleichen Eingangsgrößen gemessener Positionsverlauf.

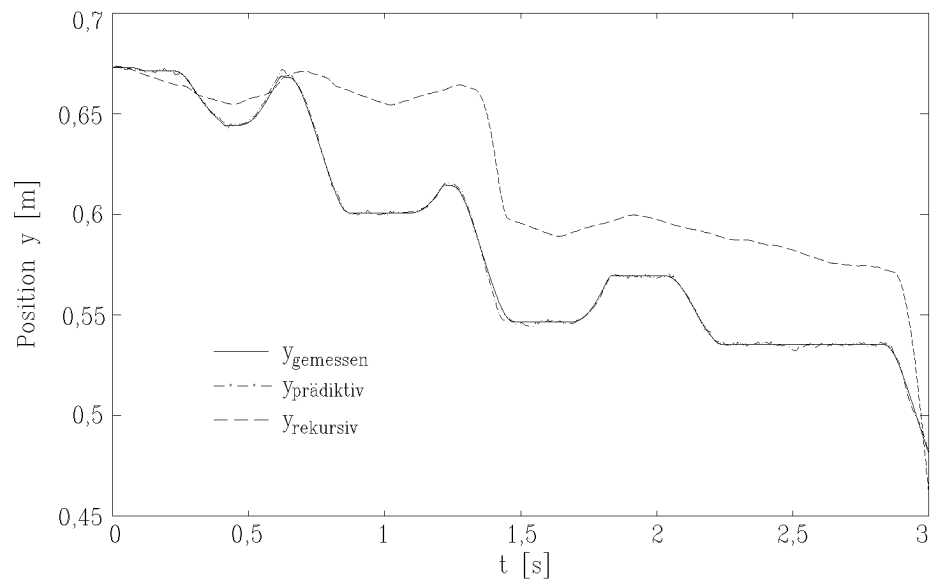


Bild 2.3: Gemessene und mit dem physikalischen Modell nach Hebisch (1995) geschätzte Position

3 Identifikation funktionaler Fuzzy-Modelle

Neben den relationalen Fuzzy-Systemen (Pedrycz 1984, Küpper 1994) stellen die funktionalen (Takagi und Sugeno 1985, Sugeno und Tanaka 1991) eine wichtige Fuzzy-Systemklasse dar. Sie lassen sich sowohl als Regler als auch als Modell einsetzen. Die in den folgenden Unterabschnitten 3.1 und 3.2 angegebene mathematische Beschreibung gilt deshalb für beide Fälle. In Unterabschnitt 3.3 wird die Identifikation von Fuzzy-Modellen der vorgestellten Systemklasse erläutert.

3.1 Beschreibung der Zugehörigkeitsfunktionen

Im Hinblick auf die Identifikation von Fuzzy-Modellen erweist sich die Verwendung mehrdimensionaler Fuzzy-Referenzmengen als günstig. Sie teilen den Merkmals- bzw. Eingangsgrößenraum in c unscharfe Bereiche auf (sog. Fuzzy- c -Partitionierung).

Aus der Vielfalt möglicher Zugehörigkeitsfunktionen soll hier eine Betrachtung solcher Funktionen erfolgen, die sich jeweils über einen „Prototypen“ bzw. „Referenzpunkt“ \mathbf{v}_i , ($i = 1, \dots, c$) gemäß

$$\mu_i(\mathbf{x}_k) = \begin{cases} \left. \begin{array}{l} \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{v}_i\|}{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{v}_j\|} \right)^{\frac{2}{\nu-1}}} \\ 0 \quad \forall \quad i \in \tilde{\mathbb{I}}_k \\ 1 \quad \forall \quad i \in \mathbb{I}_k \end{array} \right\} & \begin{array}{l} \text{für } \mathbb{I}_k = \emptyset \\ \text{(keine Singularitäten)} \\ \\ \text{für } \mathbb{I}_k \neq \emptyset \\ \text{(Singularitäten liegen vor)} \end{array} \end{cases} \quad (3.1)$$

beschreiben lassen (Kroll 1995a). Dabei ist $\mathbb{I} = \{1, \dots, c\}$ die Menge aller Cluster. $\mathbb{I}_k = \{i \in \mathbb{I} \mid \|\mathbf{x}_k - \mathbf{v}_i\| = 0\}$ stellt die Menge aller Cluster dar, bezüglich derer \mathbf{x}_k den Abstand Null vom Referenzpunkt besitzt (sog. Singularität). Damit enthält $\tilde{\mathbb{I}}_k = \mathbb{I} \setminus \mathbb{I}_k$ alle Cluster, bezüglich derer \mathbf{x}_k keine Singularität darstellt. Der Einfachheit halber wird von dem in der Praxis zu erwartenden Fall ausgegangen, daß nicht zwei oder mehr Referenzpunkte übereinanderliegen. Das heißt, \mathbb{I}_k stellt eine einelementige oder eine leere Menge dar.

Nur im Referenzpunkt \mathbf{v}_i liegt eine Zugehörigkeit von $\mu_i(\mathbf{x}) = 1$ vor. In den anderen Referenzpunkten \mathbf{v}_j ($j \in \{1, \dots, c\} \setminus \{i\}$) gilt $\mu_i(\mathbf{v}_j) = 0$. Den Verlauf außerhalb der Referenzpunkte stellt exemplarisch Bild 3.1 dar. Dort ist $\mu_1(\mathbf{x})$ für die Referenzpunkte

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -0,5 \\ -0,5 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0,0 \\ 0,5 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

bei Verwendung der euklidischen Abstandsnorm dargestellt. Durch den für alle Partitionen gleichen Unschärfeparameter ν erfolgt die Festlegung der Unschärfe der Partitionierung. Ein Wert von $\nu = 1$ führt zu einer harten Partitionierung, $\nu \rightarrow \infty$ bewirkt Punktcluster.

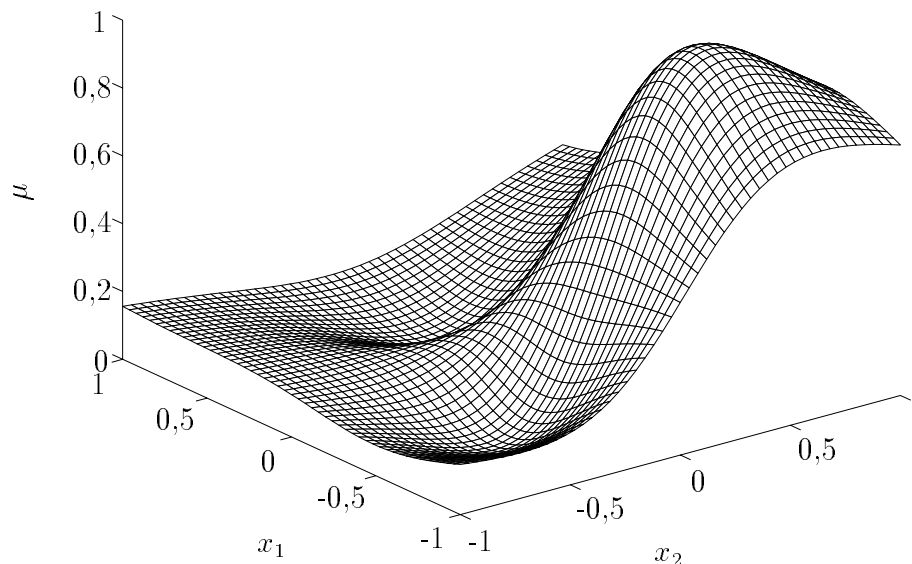


Bild 3.1: Zugehörigkeiten $\mu_1(\mathbf{x}_k)$ für $\mathbf{x}_k = [x_1; x_2]^T$ zum ersten Cluster für $\nu = 2$

Das heißt, es gilt $\mu_i(\mathbf{x})|_{v_i} = 1$, $\mu_i(\mathbf{x})|_{v_j \neq v_i} = 0$ und $\mu_i(\mathbf{x})|_{\mathbf{x} \neq v_{f,f=1,\dots,c}} = 1/c$. Dabei stellt $\mu = 1/c$ gerade den asymptotischen Endwert dar, der unabhängig von der Parametrierung für $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$ von jeder der c Zugehörigkeitsfunktionen μ_i erreicht wird. Zu beachten ist, daß die betrachteten Zugehörigkeitsfunktionen mit nicht konvexen Fuzzy-Mengen korrespondieren. Dabei gilt

Definition 3.1 (Böhme 1990):

Eine (eindimensionale) Fuzzy-Menge A auf einem Intervall G der reellen Achse heißt *konvex*, wenn für alle $x_1, x_2 \in G$ und $\lambda \in [0; 1]$ die Beziehung

$$\mu_A((1 - \lambda)x_1 + \lambda x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \quad (3.3)$$

gilt. □

Eine Verallgemeinerung auf mehrdimensionale Fuzzy-Mengen lautet:

Definition 3.2

Eine m -dimensionale Fuzzy-Menge A auf einem Grundbereich $G \in \mathbb{D}_1 \times \dots \times \mathbb{D}_m \in \mathbb{R}^m$ heißt *konvex*, wenn für alle $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in G$ und $\lambda \in [0; 1]$ die Beziehung

$$\mu_A((1 - \lambda)\mathbf{x}_1 + \lambda\mathbf{x}_2) \geq \min(\mu_A(\mathbf{x}_1), \mu_A(\mathbf{x}_2)) \quad (3.4)$$

gilt. □

Abstandsnormen

Die Festlegung der Abstandsnorm $\|\cdot\|$ in Gl. (3.1) besitzt wesentlichen Einfluß auf die Form der Partitionen. Beispielsweise kann eine L_p -Norm mit den Spezialfällen euklidische Norm ($p = 2$), City-Blocknorm ($p = 1$) oder dem Tschebyscheffschen Abstand (bzw. die Maximum-Norm, $p \rightarrow \infty$) verwendet werden. Daneben sind besonders Normen, die statistische Eigenschaften der Meßdaten bewerten, zu nennen (wie beispielsweise die Mahalonobisnorm). Eine ausführliche Definition kann (Kroll 1994b, 1995a, Totz 1995) entnommen werden.

3.2 Beschreibung der Fuzzy-Regeln

Funktionale Fuzzy-Regeln mit mehrdimensionalen Fuzzy-Referenzmengen lassen sich als

$$\text{WENN } (\mathbf{x}(k) \text{ IST } \mathbf{v}_i) \text{ DANN } y_i(\mathbf{x}(k)) = f_i(\mathbf{x}(k)) \quad (3.5)$$

schreiben (Kroll 1994a) mit

- $x_j(k)$: scharfe Eingangsgröße, $j = 1, \dots, m$, $x_j \in \mathbb{D}_{x_j}$,
- $\mathbf{x}(k)$: Vektor der scharfen Eingangsgrößen mit $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_m]^T \in \mathbb{D}_{x_1} \times \dots \times \mathbb{D}_{x_m}$,
- \mathbf{v}_i : Partitions- oder Clusterschwerpunkt der i -ten Partition bzw. des i -ten Clusters,
- $y_i(\mathbf{x}(k))$: scharfe Ausgangsgröße der i -ten Regel und
- $f_i(\mathbf{x}(k))$: Konklusionsfunktion der m scharfen Eingangsgrößen.

Ein Fuzzy-System umfaßt c Regeln. Deren c scharfe Ausgangsgrößen werden mit den Erfülltheitsgraden der Prämisse (WENN-Teil) gewichtet und zum resultierenden Mittelwert

$$y(\mathbf{x}(k)) = \frac{\sum_{i=1}^c y_i(\mathbf{x}(k))\omega_i(k)}{\sum_{i=1}^c \omega_i(k)} \quad (3.6)$$

zusammengefaßt. Der Erfülltheitsgrad ω_i der i -ten Regel wird zu

$$\omega_i(k) = \mu_i(\mathbf{x}(k)) \quad (3.7)$$

gewählt. Eine Wahl

$$\omega_i(k) = g(\mu_i(\mathbf{x}(k))) \neq \mu_i(\mathbf{x}(k)), \quad (3.8)$$

bei der Identifikation derartiger Fuzzy-Modelle, um z. B. eine *Konzentration* oder *Kontrastverstärkung* (Zadeh 1973) zu erreichen, bringt keine wesentlichen Vorteile (Lohmann 1994).

Dynamische Fuzzy-Systeme

Jede der c Konklusionen wird aus einem ARX-Modell (ARX:= autoregressive with exogenous variable, d. h. autoregressives Modell mit extra Eingang) für das Kleinsignalverhalten um den jeweiligen Entwicklungspunkt angesetzt. Die externen Eingangsgrößen $u(k)$ sind direkte Meßgrößen oder eine analytische Funktion direkter Meßgrößen. Die Konklusionsfunktion soll den Großsignalwert $y_i(k)$ der Ausgangsgröße liefern. Damit läßt sich der ARX-Ansatz für jede Regel als

$$y_i(k) - y_{0,i} = - \sum_{j=1}^n a_{ji}(y(k-j) - y_{0,i}) + \sum_{f=1}^m b_{fi}(u(k-f) - u_{0,i}) \quad (3.9)$$

$$y_i(k) = y_{0,i}(1 + \sum_{j=1}^n a_{ji}) - u_{0,i} \sum_{j=1}^m b_{ji} - \sum_{j=1}^n a_{ji}y(k-j) + \sum_{j=1}^m b_{ji}u(k-f) \quad (3.10a)$$

$$= c_i - \sum_{j=1}^n a_{ji}y(k-j) + \sum_{f=1}^m b_{fi}u(k-f) \quad (3.10b)$$

beschreiben, wobei der Parameter c_i alle konstanten Anteile des i -ten Konklusionspolynoms zusammenfaßt. Für die Wahl der Entwicklungspunkte $y_{0,i}$ und $u_{0,i}$ existieren zwei Alternativen (Kroll 1995a):

1. Die Entwicklungspunkte werden über die Prototypen festgelegt (Kroll 1995a, Engmann 1995) oder
2. die Entwicklungspunkte können beliebig plaziert werden (Kroll 1994b, Lohmann 1994, Totz 1995).

Im ersten Fall ist damit der konstante Term c_i in Gl. (3.10b) bei vorliegender Partitionierung festgelegt, also kein freier Modellparameter. Im zweiten Fall ist der konstante Term c_i in Gl. (3.10b) ein freier Modellparameter. Durch den zusätzlichen Freiheitsgrad pro Regel lassen sich deutlich höhere Güten erzielen (Engmann 1995). Deshalb wird der erste Fall nicht weiter betrachtet. Bei vorliegender Partitionierung, d. h., wenn alle c Zugehörigkeitsfunktionen μ_i festgelegt sind, läßt sich Gl. (3.10b) schreiben als

$$y_i(k+1) = [c_i \Theta_i^T] \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

mit

$$\Theta_i^T = [a_{1i}, \dots, a_{ni}, b_{1i}, \dots, b_{mi}] \quad (3.12)$$

und

$$\mathbf{x}^T(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)] \quad (3.13)$$

3.3 Identifikation der Fuzzy-Modelle

Zur Identifikation der Zugehörigkeitsfunktionen wird ein aus der Mustererkennung bekanntes Clusterverfahren, zur Identifikation der Konklusionspolynome ein Least-Squares-Verfahren (LS) eingesetzt.

Identifikation der Zugehörigkeitsfunktionen

In Abschnitt 3.1 wurde ein Zugehörigkeitsfunktionstyp betrachtet, der generisch aus der Anwendung von Fuzzy-Clusterverfahren mit Zielfunktion folgt. Ein einfacher Algorithmus, der mit wenig Iterationen zu guten Ergebnissen führt, ist der Fuzzy- c -Means-Algorithmus (FCM; Bezdek 1981).

FCM-Algorithmus

1. Clusteranzahl c ($2 \leq c < N$), Abstandsnorm D , geeignete Matrixnorm $\|\cdot\|_T$ für die Terminierungsbedingung, Unschärfeparameter $\nu \in (1, \infty)$ und Anfangswert $\mathbf{U}^{(0)} \in \mathbb{M}_{fc}$ vorgeben. Es sei $l = 0$.
2. Clusterschwerpunkte \mathbf{v}_i berechnen:

$$\mathbf{v}_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^N \left(\mu_i^{(l)}(\mathbf{x}_k)\right)^\nu \mathbf{x}_k}{\sum_{k=1}^N \left(\mu_i^{(l)}(\mathbf{x}_k)\right)^\nu} \quad i = 1, \dots, c \quad (3.14)$$

3. $\mathbf{U}^{(l)}$ zu $\mathbf{U}^{(l+1)}$ aktualisieren :

- (a) Prüfung, ob Singularitäten ($d_{ik} = 0$) vorliegen. Sei $\mathbb{I} = \{1, \dots, c\}$ die Menge aller Cluster und $\mathbb{I}_k^{(l)} = \{i \in \mathbb{I} \mid d_{ik}^{(l)} = \|\mathbf{x}_k - \mathbf{v}_i^{(l)}\| = 0\}$ die Menge aller Cluster, bzgl. derer \mathbf{x}_k den Abstand $\mathbf{0}$ vom Clusterschwerpunkt hat. $\tilde{\mathbb{I}}_k^{(l)} = \mathbb{I} \setminus \mathbb{I}_k^{(l)}$ ist die Menge aller Cluster, bzgl. derer \mathbf{x}_k keine Singularität darstellt.
- (b) Berechne die Zugehörigkeit zu den neuen Clustern

$$\mu_i^{(l+1)}(\mathbf{x}_k) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_{jk}^{(l)}}{d_{ik}^{(l)}}\right)^{\frac{2}{\nu-1}}} \\ 0 \quad \forall i \in \tilde{\mathbb{I}}_k^{(l)} \\ a_{ik}^{(l)} \quad \forall i \in \mathbb{I}_k^{(l)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{für } \mathbb{I}_k^{(l)} = \emptyset \\ \text{(keine} \\ \text{Singularitäten)} \\ \text{für } \mathbb{I}_k^{(l)} \neq \emptyset \\ \text{(Singularitäten} \\ \text{liegen vor)} \end{array} \quad (3.15)$$

mit

$$a_{ik}^{(l)} : \sum_{i \in \mathbb{I}_k^{(l)}} a_{ik}^{(l)} = \sum_{i \in \mathbb{I}_k^{(l)}} \mu_i^{(l)}(\mathbf{x}_k) = 1 \quad \forall i \in \mathbb{I}_k^{(l)} \neq \emptyset \quad (3.16)$$

Wähle z. B. $a_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\#(\mathbb{I}_k^{(l)})} \quad \forall i$. Damit ist $\mathbf{U}^{(l+1)} = [\mu_i^{(l+1)}(\mathbf{x}_k)]$.

4. Terminierungsbedingung prüfen:

$$\begin{aligned} \text{WENN} \quad & \|\mathbf{U}^{(l+1)} - \mathbf{U}^{(l)}\|_T \leq \varepsilon_T \\ \text{DANN} \quad & \text{Stop} \\ \text{SONST} \quad & l = l + 1, \text{ zurück zu 2.} \end{aligned} \quad (3.17)$$

□

Für eine automatische Initialisierung hat es sich allerdings als günstig erwiesen, anstelle von $\mathbf{U}^{(0)}$ die $\mathbf{v}_i^{(0)}$ über gleichverteilte Zufallszahlen zu initialisieren (Kroll 1995c, Totz 1995). \mathbf{U} ist eine $c \times N$ -Matrix, die für alle N Daten jeweils die Zugehörigkeiten zu c Partitionen enthält. Weitere Algorithmen können beispielsweise (Bezdek 1981) oder auch (Kroll 1994a) entnommen werden. In der Praxis reicht es wie in Abschnitt 3.1 erläutert im allgemeinen aus, $a_{ik}^{(l)} \equiv 1$ zu wählen.

Identifikation der Konklusionsparameter

Nach der Identifikation der Zugehörigkeitsfunktionen kann für jedes Datentupel \mathbf{x} eine Zugehörigkeit $\mu_i(\mathbf{x})$ ($i \in \{1, \dots, c\}$) zu jeder der c Partitionen berechnet werden. Mit dieser Zugehörigkeit $\mu_i(\mathbf{x})$ erfolgt eine Gewichtung des Datentupels \mathbf{x} bei der Identifikation der i -ten Konklusions-Funktion über das gewichtete rekursive Least-Squares-Verfahren (GRLS). Es gilt (Isermann 1988)

$$\hat{\Theta}(k+1) = \hat{\Theta}(k) + \gamma(k) [y(k+1) - \Psi^T(k+1) \hat{\Theta}(k)] \quad (3.18)$$

für die $(k+1)$ -te Schätzung des Parametervektors Θ mit

$$\gamma(k) = \frac{\mathbf{P}_w(k) \Psi(k+1)}{\Psi^T(k+1) \mathbf{P}_w(k) \Psi(k+1) + \frac{1}{w(k+1)}} \quad (3.19)$$

und

$$\mathbf{P}_w(k+1) = [\mathbf{I} - \gamma(k) \Psi^T(k+1)] \mathbf{P}_w(k) \quad (3.20)$$

Dabei gilt bei diesem Algorithmus für den Meßvektor

$$\Psi(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Zu beachten ist dabei, daß die Parameterschätzung i. allg. biasbehaftet ist. Dies läßt sich durch eine nachfolgende Modelloptimierung über (iterative) Gradientenverfahren korrigieren (Kroll 1995a, Engmann 1995).

4 Ergebnisse der Identifikation

In diesem Abschnitt finden sich die Ergebnisse der Fuzzy-Identifikation für den pneumatischen Linearantrieb (Abschnitt 4.1). Außerdem stehen in Abschnitt 4.2 die Resultate der Parameterschätzung mit einem konventionellen Strukturelektionsalgorithmus.

4.1 Ergebnisse der Fuzzy-Identifikation

Testdaten

Die zur Identifikation eines Fuzzy-Modells verwendeten Meßdaten zeigt Bild 4.1. Dabei bezeichnet i_1 den durch den U/I-Wandler gelieferten Ansteuerstrom für Ventil 1 und y die Kolbenposition.

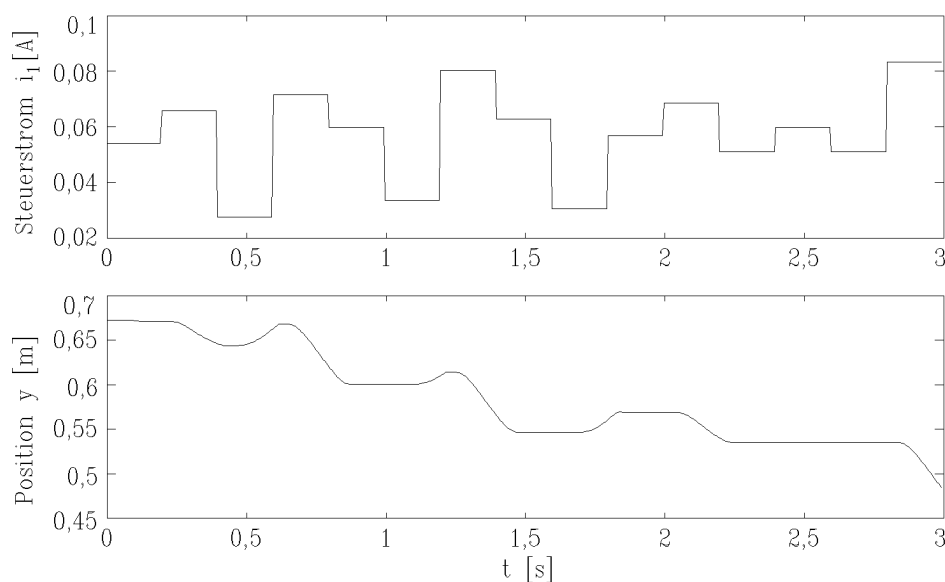


Bild 4.1: Eingangssignal i_1 und Ausgangssignal y

Die 3000 Meßdatensätze wurden mit $T_{a, mess} = 1$ ms aufgezeichnet (Hebisch 1995). Zur Reduzierung der Datenmenge wird nur jedes fünfte Datentupel verwendet, was gleichbedeutend ist mit einer effektiven Abtastzeit von $T_a = 5$ ms. Hierdurch ist kein signifikanter Informationsverlust zu erwarten. Damit liegen 600 Testdatensätze vor.

Wenn kein Wissen über die Signifikanz einzelner Modelleingänge vorliegt, hat sich eine Gleichbewertung über eine Normierung ins Einheitsintervall $[-1; 1]$ bewährt. Im vorliegenden Fall folgt

$$y_n = \frac{y - \bar{y}}{y_{max}} \quad (4.1)$$

mit $\bar{y} = 0,5857$ und $y_{max} = 0,1049$ sowie

$$i_{1,n} = \frac{i_1 - \bar{i}_1}{i_{1,max}} \quad (4.2)$$

mit $\bar{i}_1 = 0,0571$ und $i_{1,max} = 0,0295$.

Konklusionsfunktion

Die Konklusionsfunktionen sind Differenzgleichungen in den externen Eingangsgrößen i_1 und i_2 sowie in der verzögert zurückgeführten Ausgangsgröße y . Da während der Messungen i_2 konstant gehalten wurde (Hebisch 1995), liefert i_2 keine Information und kann damit unberücksichtigt bleiben. Zur Vereinfachung werden die Daten nicht auf diskrete Ersatztotzeiten hin untersucht. Damit besitzen die c Konklusionsfunktionen die Form

$$y_i(k) = c_i - \sum_{f=1}^n a_f y(k-f) + \sum_{j=1}^m b_j i_1(k-j) \quad . \quad (4.3)$$

Festzulegen bleiben n und m . Zur Abschätzung der Wirkung ihrer Wahl können von den Abtastsystemen (Schwarz 1979) bekannte Zusammenhänge betrachtet werden: Ein kontinuierliches PT₁- bzw. PT₂-System mit Halteglied nullter Ordnung läßt sich durch eine Differenzgleichung

$$y(k) = -a_1 y(k-1) + b_1 i_1(k-1) \quad (4.4)$$

bzw.

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_1 i_1(k-1) + b_2 i_1(k-2) \quad (4.5)$$

beschreiben.

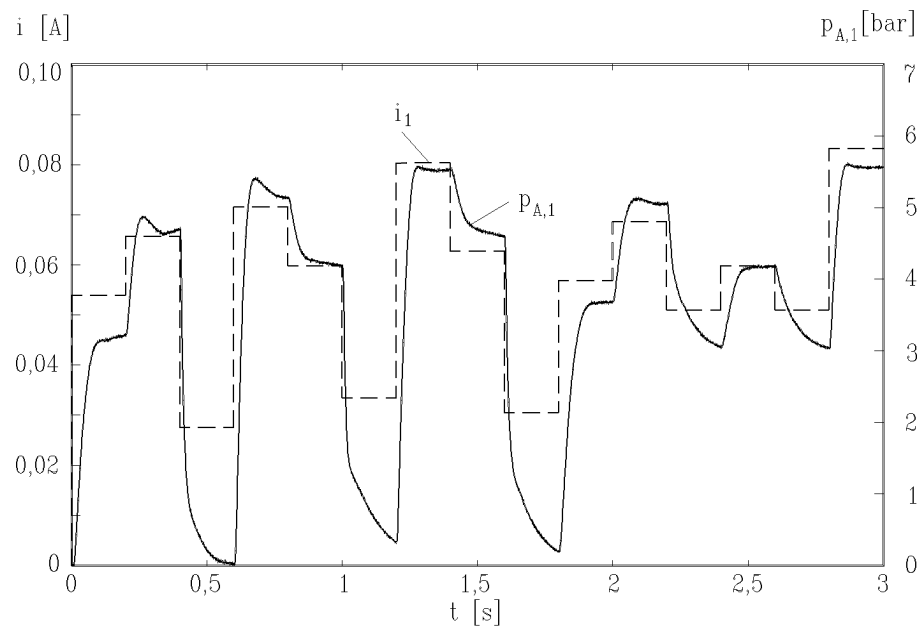


Bild 4.2: Eingangssignal i_1 und Kammerdruck $p_{A,1}$

Eine exemplarische Betrachtung der Zeitverläufe der bzgl. des betrachteten Black box-Modells inneren Größe $p_{A,1}$ in Abhängigkeit vom Steuerstrom i_1 (vergl. Bild 4.2) deutet auf einen dynamischen Zusammenhang höherer Ordnung als eins hin. Deshalb sind Konklusionspolynome zumindest bis $n = m = 2$ zu prüfen. Da Gl. (4.4) und (4.5) Kleinsignalgrößen verwenden, Gl. (4.5) dagegen Großsignalgrößen, enthält letztere noch einen konstanten Anteil. Identifizierte Modelle mit $n = 1$, $m = 2$ oder $n = 2$, $m = 1$ zeigten erwartungsgemäß schlechteres Verhalten. Eine Betrachtung, ob sich mit Funktionen höherer Ordnung eine bessere Modellgüte erreichen läßt, kann Gegenstand weiterführender Untersuchungen sein.

Bei der Auswertung der Modelle wird zudem unterschieden zwischen einer rekursiven Modellauswertung mit

$$\hat{y}(k) = f(u(k), \dots, u(k-n), \hat{y}(k-1), \dots, \hat{y}(k-n)) \quad , \quad (4.6)$$

bei der die geschätzten, zeitlich zurückliegenden Ausgänge $\hat{y}(k-\tau)$ ($\tau \in \{1, \dots, n\}$ mit der Modellordnung n) verwendet werden, die aber naturgemäß nicht so gut sein kann wie eine prädiktive Auswertung mit

$$\hat{y}(k) = f(u(k), \dots, u(k-n), y(k-1), \dots, y(k-n)) \quad , \quad (4.7)$$

bei der die gemessenen Werte zur Verfügung stehen (sog. Einschnittprädiktion).

Ergebnisse

Die Anwendung der Mahalanobisnorm lieferte bessere Modellgütewerte (mittlerer quadratischer Fehler) als die exemplarisch betrachteten L_p -Normen. Als Partitionsanzahl wurde $c = 4$ vorgegeben. Dies erlaubt deutlich nichtlineares Verhalten des Modells, hält aber die Anzahl der Modellparameter begrenzt. Tabelle 4.1 listet als Gütewerte der identifizierten Modelle die mittleren quadratischen Fehler

$$V = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^2(k) = \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2 \quad (4.8)$$

auf.

Zwar liegt bezüglich der interessanten rekursiven Auswertung der Gütewert des Fuzzy-Modells für $c = 4$ und $n = m = 1$ in der Nähe des Wertes für das Modell mit $n = m = 2$. Ein Vergleich der in den Bildern 4.3 und 4.4 dargestellten Prädiktionen der Modelle favorisiert aber deutlich das Modell mit $n = m = 2$. Bei einer graphischen Darstellung der mit prädiktiver Auswertung erhaltenen Ausgangssignale wären die Signalverläufe mit dem Verlauf der Meßkurve deckungsgleich. Bild 4.5 zeigt die Prädiktionen, wenn ein Fuzzy-Modell mit einer Partition ($c = 1$, $n = m = 2$), also ein *lineares* Modell, identifiziert wird. Zum Vergleich sind die Simulationsergebnisse des physikalischen Modells nach Hebisch (1995) mit eingezeichnet.

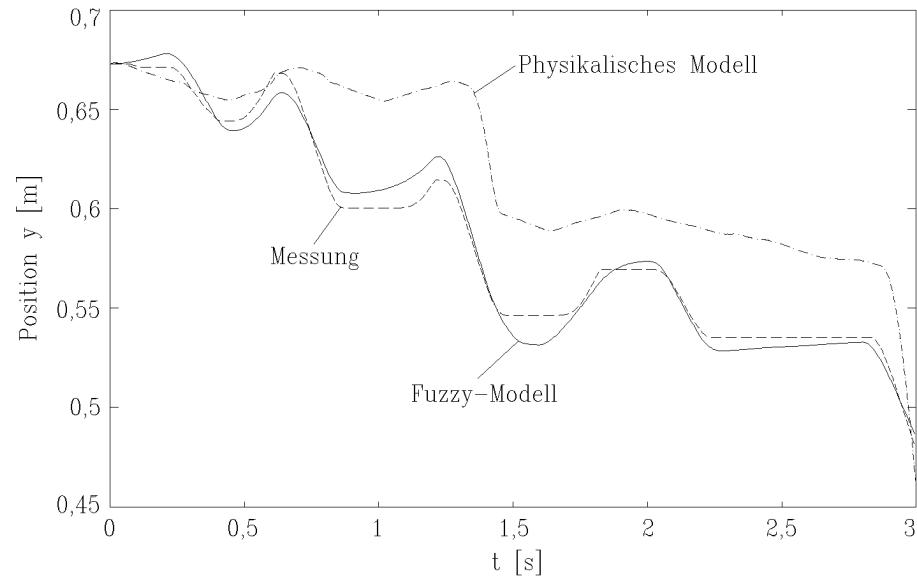


Bild 4.3: Fuzzy-Modell (rekursive Auswertung) mit $c = 4$ und $n = m = 2$, physikalisches Modell und Meßwerte (Messung und prädiktive Auswertung sind bei dieser Darstellung deckungsgleich)

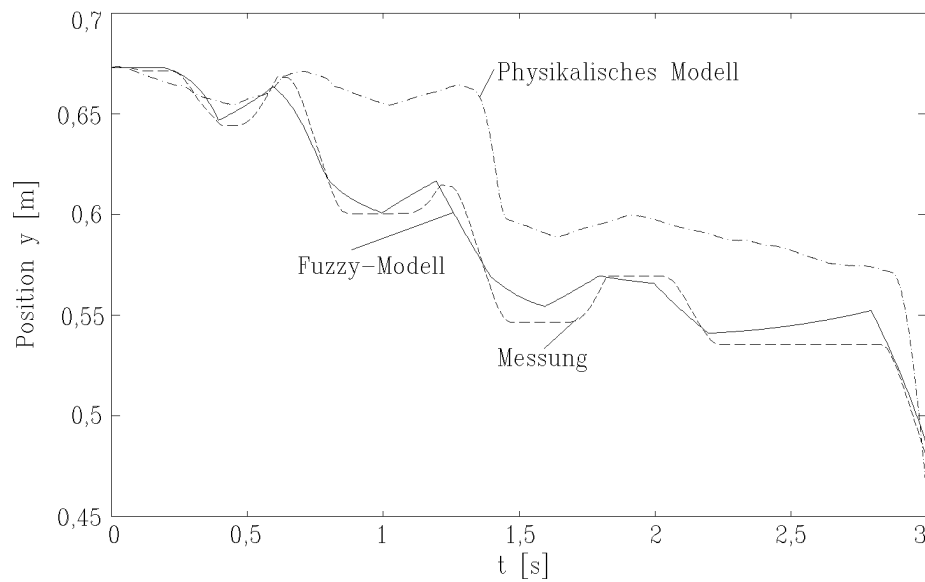


Bild 4.4: Fuzzy-Modell (rekursive Auswertung) mit $c = 4$ und $n = m = 1$, physikalisches Modell und Meßwerte (Messung und prädiktive Auswertung sind bei dieser Darstellung deckungsgleich)

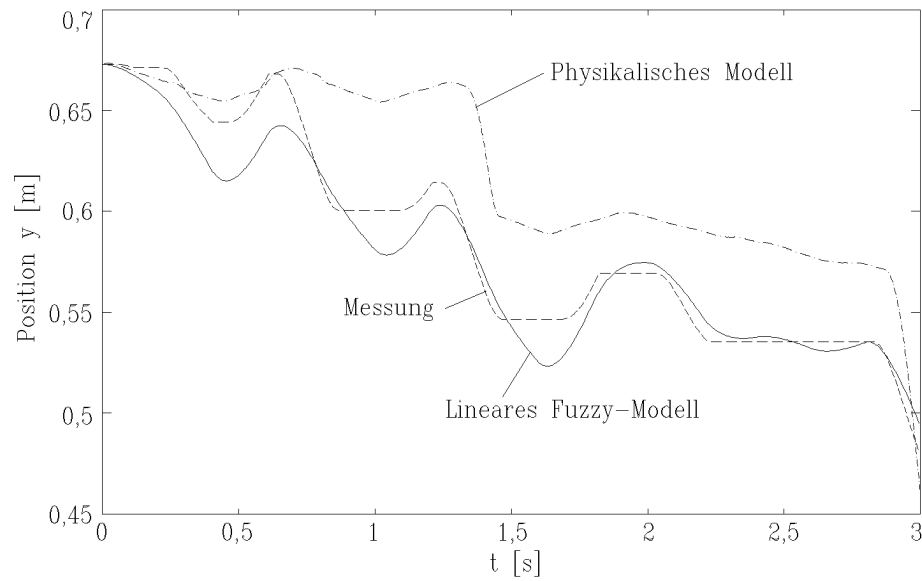


Bild 4.5: Lineares Fuzzy-Modell (rekursive Auswertung; $c = 1$, $n = m = 2$), physikalisches Modell und Meßwerte (Messung und prädiktive Auswertung sind bei dieser Darstellung deckungsgleich)

Modelltyp				Modellauswertung: V [m ²]	
	n	m	ν	rekursiv	prädiktiv
Fuzzy-Modell, $c = 4$	1	1	1,9	$6,686 \cdot 10^{-5}$	$2,848 \cdot 10^{-7}$
lineares Fuzzy-Modell, $c = 1$	1	1	–	$2,722 \cdot 10^{-4}$	$3,72 \cdot 10^{-7}$
Fuzzy-Modell, $c = 4$	2	1	2,2	$1,3547 \cdot 10^{-4}$	$3,769 \cdot 10^{-9}$
lineares Fuzzy-Modell, $c = 1$	2	1	–	$1,926 \cdot 10^{-4}$	$4,530 \cdot 10^{-9}$
Fuzzy-Modell, $c = 4$	2	2	1,895	$4,5988 \cdot 10^{-5}$	$3,5072 \cdot 10^{-9}$
lineares Fuzzy-Modell, $c = 1$	2	2	–	$1,7016 \cdot 10^{-4}$	$4,4444 \cdot 10^{-9}$
physikal. Modell	–	–	–	$8,5408 \cdot 10^{-3}$	$1,287 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 4.1: Mittlerer quadratischer Fehler V der Modelle

Identifiziertes Fuzzy-Modell

Die $c = 4$ Regeln des identifizierten Fuzzy-Modells mit $n = m = 2$ und $\nu = 1,895$ lauten:

$$\begin{aligned}
 R_1 : \text{ WENN } & \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k-2) \\ i_1(k-1) \\ i_1(k-2) \end{bmatrix} \text{ IST } \begin{bmatrix} 0,1004 \\ 0,1039 \\ 0,0143 \\ 0,0076 \end{bmatrix} \\
 \text{DANN } & y_1(k) = 0,0062 + 0,2576 y(k-1) - 1,0479 y(k-2) \\
 & \quad + 0,3901 i_1(k-1) - 0,4895 i_1(k-2) \quad , \quad (4.9a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 : \text{ WENN } & \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k-2) \\ i_1(k-1) \\ i_1(k-2) \end{bmatrix} \text{ IST } \begin{bmatrix} 0,1098 \\ 0,1138 \\ 0,0228 \\ 0,0193 \end{bmatrix} \\
 \text{DANN } & y_2(k) = -0,0830 + 11,6187 y(k-1) - 12,8466 y(k-2) \\
 & \quad - 0,3625 i_1(k-1) + 0,3500 i_1(k-2) \quad , \quad (4.9b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_3 : \text{ WENN } & \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k-2) \\ i_1(k-1) \\ i_1(k-2) \end{bmatrix} \text{ IST } \begin{bmatrix} 0,1397 \\ 0,1435 \\ 0,0271 \\ 0,0257 \end{bmatrix} \\
 \text{DANN } & y_3(k) = 0,0739 - 16,233 y(k-1) + 17,2537 y(k-2) \\
 & \quad + 0,0115 i_1(k-1) + 0,0941 i_1(k-2) \quad , \quad (4.9c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_4 : \text{ WENN } & \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k-2) \\ i_1(k-1) \\ i_1(k-2) \end{bmatrix} \text{ IST } \begin{bmatrix} -0,2180 \\ -0,2164 \\ -0,0377 \\ -0,0362 \end{bmatrix} \\
 \text{DANN } & y_4(k) = 0,0040 - 1,4268 y(k-1) + 0,4268 y(k-2) \\
 & \quad - 0,0404 i_1(k-1) + 0,0412 i_1(k-2) \quad . \quad (4.9d)
 \end{aligned}$$

Dabei wurde von den Startwerten

$$\mathbf{v}_1^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,6939 \\ 0,4701 \\ 0,4874 \\ -0,5160 \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{v}_2^{(0)} = \begin{bmatrix} -0,0243 \\ 0,2447 \\ 0,4351 \\ -0,4637 \end{bmatrix} \quad ,$$

$$\mathbf{v}_3^{(0)} = \begin{bmatrix} -0,8003 \\ 0,1707 \\ -0,8999 \\ 0,1637 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{v}_4^{(0)} = \begin{bmatrix} -0,7721 \\ -0,7743 \\ -0,7106 \\ -0,6129 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

der vier Referenzpunkte (elementweise gleichverteilte Zufallszahlen) ausgegangen. Als Terminierungskriterium wird anders als in Gl. (3.17) die Abweichung zwischen neuen und alten Referenzpunkten gemäß

$$\left\| \left[\mathbf{v}_1^{(l+1)} - \mathbf{v}_1^{(l)}, \dots, \mathbf{v}_c^{(l+1)} - \mathbf{v}_c^{(l)} \right] \right\|_T = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^m \mathbf{v}_{ij}^{(l+1)} - \mathbf{v}_{ij}^{(l)} \leq \varepsilon_T = 1 \quad (4.11)$$

bewertet.

4.2 Ergebnisse der konventionellen Identifikation

Die Anwendung von konventionellen Identifikationsverfahren auch mit nichtlinearen Modellen erweist sich bei diesem Anwendungsbeispiel als großes Problem, da der pneumatische Linearantrieb insbesondere einen starken Reibungsanteil (bis zu 50 % der maximalen Stellgröße) besitzt. Dieser Reibungsanteil kann mit stetig differenzierbaren, durch Polynome darstellbaren, statischen Nichtlinearitäten nicht hinreichend genau abgebildet werden (Anwendung fanden iterative Prädiktionsfehlerverfahren nach Ljung (Ljung 1987, Ljung und Söderström 1987) für einfache Wiener- und Hammerstein-Modelle aus (Reuter 1995)).

Etwas bessere, wenn auch keine zufriedenstellenden Ergebnisse lassen sich durch ein konventionelles Struktursuchverfahren (Kortmann 1989, Reuter 1995) erhalten, dessen Vorgehensweise im folgenden kurz skizziert wird:

Der direkte Strukturelektionsalgorithmus von Kortmann (1989) sucht die bezüglich des Übertragungsverhaltens signifikanten Parameter aus einem Kolmogorov-Gabor-Polynommodell

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) = & \bar{y} + \sum_{i_1=0}^n b_{i_1} u(k-i_1) + \sum_{i_1=0}^n \sum_{i_2=i_1}^n b_{i_1,i_2} u(k-i_1) u(k-i_2) \\ & + \dots + \sum_{i_1=0}^n \dots \sum_{i_q=i_{q-1}}^n b_{i_1,\dots,i_q} u(k-i_1) \dots u(k-i_q) \\ & + \sum_{i_1=1}^m a_{i_1} y(k-i_1) + \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=i_1}^m a_{i_1,i_2} y(k-i_1) y(k-i_2) \\ & + \dots + \sum_{i_1=1}^m \dots \sum_{i_q=i_{q-1}}^m a_{i_1,\dots,i_q} y(k-i_1) \dots y(k-i_q) \\ & + \sum_{i_1=0}^n \sum_{i_2=1}^m c_{i_1,i_2} u(k-i_1) y(k-i_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \dots + \sum_{i_1=0}^n \dots \sum_{i_{q-1}=i_q}^n \sum_{i_q=1}^m c_{i_1, \dots, i_{q-1}, i_q} u(k-i_1) \dots u(k-i_{q-1}) y(k-i_q) \\
& + \dots + \sum_{i_1=0}^n \sum_{i_2=1}^m \dots \sum_{i_q=i_{q-1}}^m c_{i_1, i_2, \dots, i_q} u(k-i_1) y(k-i_2) \dots y(k-i_q) \quad (4.12)
\end{aligned}$$

heraus und berechnet dazu mittels des nichtrekursiven Least-Squares-Verfahrens (Isermann 1988)

$$\hat{\Theta} = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T \mathbf{y} \quad (4.13)$$

mit dem Meßvektor Ψ , der die zueinander orthogonalisierten Signalanteile enthält, die zugehörigen Parameter, wobei Linearität in den Parametern für diese Modellbeschreibung gegeben ist ($\epsilon(k)$ = Modellfehler):

$$y(k) = \Psi^T(k) \Theta + \epsilon(k) = \hat{y}(k) + \epsilon(k) \quad (4.14)$$

Dies geschieht in sieben Schritten:

Im 1. Schritt erfolgt die Vorgabe der maximalen Modellgröße (Parameter n , m , q in Gl. (4.12)). Anschließend werden alle möglichen Signalanteile des Modells zueinander orthogonalisiert und es wird ein Einflußwert jedes Signalanteils auf das Ein-/Ausgangsverhalten ermittelt (Schritt 2). Anhand dieser Einflußwerte erfolgt in Schritt 3 die Auswahl eines optimalen Signalanteils bzw. Parameters und seine Übernahme in ein vorläufiges Modell. Das so stufenweise aufgebaute vorläufige Modell wird nun bezüglich der Modellgüte untersucht: Verschiedene statistische Kriterien ermitteln die Güte des vorläufigen Modells (Schritt 4). In Schritt 5 werden die Fragen geklärt, ob das vorläufige Modell überhaupt statistisch signifikante Parameter enthält (wichtig für den ersten Durchlauf durch den Algorithmus) und ob gegenüber dem vorherigen Durchlauf eine Verbesserung erzielt wurde. Sind beide Antworten positiv, wird die Signifikanz aller Parameter im vorläufigen Modell bestimmt (Schritt 6). In Schritt 7 folgt dann die Entscheidung, ob der in diesem Durchlauf im 2. Schritt ausgewählte Parameter im Modell enthalten bleibt, einen oder mehrere andere Parameter ersetzt oder keine signifikante Verbesserung erbringt und deshalb selber wieder daraus zu entfernen ist. Der Algorithmus wird beendet, wenn keine Modellverbesserung mehr eintritt.

Die für die Identifikation verwendeten Steuerströme zeigt Bild 4.6 mit einer Abtastzeit $T_a = 5$ ms. Da bei dieser Messung der Steuerstrom i_2 für das eine Ventil konstant ist, wird für ein Eingrößenmodell das Eingangssignal $u(k) = i_2(k) - i_1(k)$ verwendet. Somit ergibt sich bei $m = n = q = 4$ das Modell

$$\begin{aligned}
y(k) = & 2,9739 y(k-1) - 3,3110 y(k-2) + 1,6784 y(k-3) \\
& - 0,3413 y(k-4) + 0,0029 u(k-2) - 0,0312 u(k) u(k-3) \\
& + 0,0255 u(k-2) y(k-1) - 0,0027 u(k-4) + y_0 \quad (4.15)
\end{aligned}$$

mit der Startposition $y_0 = 0,6729$. Dabei wurden (bis auf y_0) die Signalanteile des Modells in der Reihenfolge ihrer Aufzählung in Gl. (4.15) vom Strukturelektionsalgorithmus entsprechend ihrer Signifikanz ausgewählt. Bild 4.7 zeigt die geschätzten Modellausgänge $y(k)$ für prädiktive und rekursive Modellauswertung.

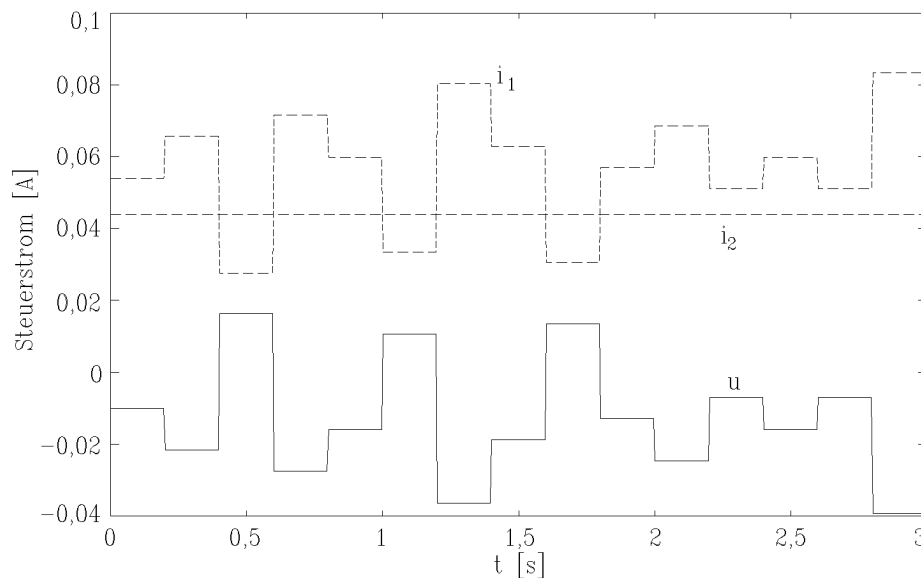


Bild 4.6: Steuerströme i_1 und i_2 sowie verwendetes Modelleingangssignal u

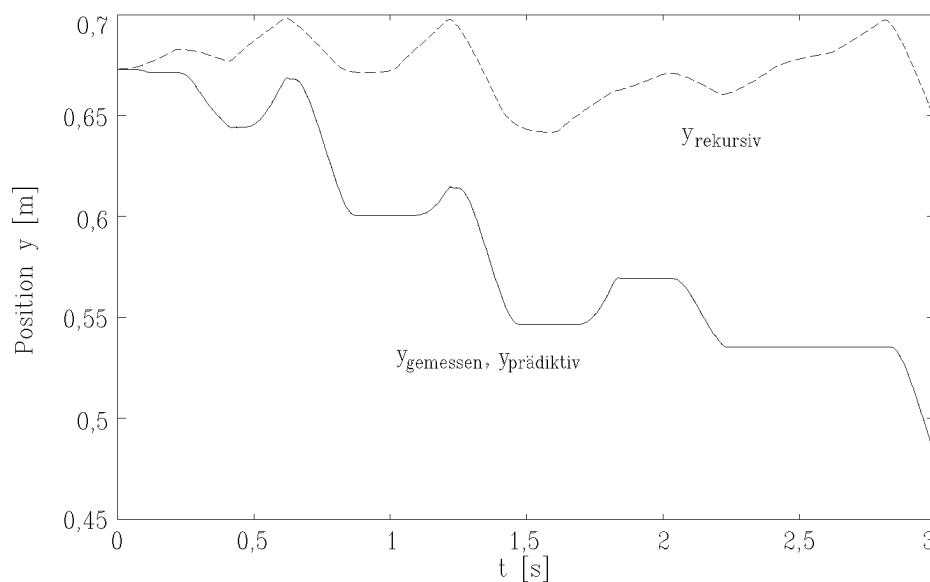


Bild 4.7: Gemessene und mit dem Modell (4.15) geschätzte Position (Messung und prädiktive Auswertung sind bei dieser Darstellung deckungsgleich)

Bei prädiktiver Auswertung $\hat{y}(k) = f(u, y)$, bei der auf alle vorherigen Meßwerte zurückgegriffen wird, ergab sich ein mittlerer quadratischer Fehler von $V = 1,3088 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$. Damit liegt bei diesem Signalverlauf die Modellgüte für prädiktive Auswertung noch über der des Fuzzy-Modells.

Dem gegenübergestellt sei die Vorhersage

$$\hat{y}(k) = y(k - 1) \tag{4.16}$$

mit Wiederverwendung des letzten bekannten Meßwertes, für die man $V = 751,15 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ erhält.

Dieses Modell (4.15) versagt jedoch bei rekursiver Auswertung $\hat{y}(k) = f(u, \hat{y})$, bei der die alten Schätzwerte zur Berechnung des aktuellen Ausgangswertes verwendet werden. Es ergab sich beim pneumatischen Linearantrieb ein starkes Driftverhalten zwischen Meßwert und Schätzwert ($V = 9,890 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$). Die Ursache hierfür liegt darin begründet, daß das beim direkten Strukturelektionsalgorithmus verwendete Least-Squares-Verfahren bei falscher Modellstruktur einen Parameterbias (systematische Parameterabweichungen) verursacht – und das umso mehr, je stärker sich Modell- und Prozeßstruktur voneinander unterscheiden. Eine genauere Erklärung dieses Phänomens findet sich z. B. in (Reuter 1995).

5 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Im vorliegenden Bericht wurde die Identifikation eines pneumatischen Translationsantriebes mit Hilfe eines funktionalen Fuzzy-Modells beschrieben. Diese wurde erforderlich, da eine rein theoretische Modellbildung mit einem physikalischen Modell als Ergebnis wegen der ungenauen Kenntnis vorhandener Nichtlinearitäten (insbesondere der Reibungsanteile) keine zufriedenstellende Beschreibung des Systemverhaltens ermöglichte.

Die identifizierten Fuzzy-Modelle geben das Systemverhalten statisch wie auch dynamisch deutlich besser wieder als das physikalische Modell. Insbesondere mit dem nichtlinearen Fuzzy-Modell gelingt eine im Vergleich zum physikalischen Modell hervorragende Approximation des gemessenen Verlaufs. Dabei ist anzumerken, daß das Fuzzy-Modell noch nicht optimal parametrisiert ist: Die Partitions- bzw. Regelanzahl c , die Abstandsnorm sowie die Konklusionsfunktionsstruktur können noch optimiert werden. Auch kann eine Berücksichtigung diskreter Ersatztotzeiten ggf. noch zu Verbesserungen führen.

Bei der konventionellen Identifikation zeigte sich das Problem einer unbekanntenen Prozeßstruktur und damit einer schlecht gewählten Modellstruktur. Deshalb war auch beispielsweise mit Wiener- und Hammerstein-Modellen kein zufriedenstellendes Ergebnis zu erzielen. Bessere Resultate ließen sich dagegen mit einem konventionellen Struktureselektionsalgorithmus finden. So wies das hiermit geschätzte Eingrößenmodell für den verwendeten Meßdatensatz für die Einschnittprädiktion eine bessere Modellgüte auf als das Fuzzy-Modell, versagte aber bei der rekursiven Auswertung. Die Einschnittprädiktion oder prädiktive Modellauswertung wird z. B. bei adaptiven Regelungen verwendet, die rekursive Auswertung ist beispielsweise bei der Prozeßsimulation bzw. der Vorhersage über längere Zeiträume erforderlich.

Ausblick

Bei der Fuzzy-Modellbildung besteht ein wesentlicher Aspekt in der Wahl der Struktur der Konklusionsfunktionen. Zwar finden sich in der Literatur (Takagi und Sugeno 1985, Sugeno und Kang 1988, Sugeno und Yasukawa 1993) Ansätze über Suchbaumverfahren. Diese sind aber auf Fuzzy-Modelle mit eindimensionalen Zugehörigkeitsfunktionen zugeschnitten. Die Erfahrung zeigt, daß eine Übertragung auf mehrdimensionale Zugehörigkeitsfunktionen problematisch ist, weil beispielsweise die Referenzpunkte durch das Clusterverfahren dimensionsübergreifend und nicht explizit eindimensional optimal platziert werden. Zur Nutzung der Erfahrungen aus der konventionellen Identifikation soll deshalb eine Fuzzifizierung von Modellstrukturen untersucht werden, die mit Hilfe des hier bereits vorgestellten Struktureselektionsalgorithmus identifiziert werden.

Nachdem so die Struktur festgelegt wurde, werden die Parameter des Modells mit dem zuvor beschriebenen Fuzzy-Algorithmus identifiziert. Erste Untersuchungen zeigen, daß so zwar höhere Güterwerte erreicht werden können, die Modelle allerdings deutlich komplexer werden. Weitere Untersuchungen befassen sich mit alternativen, mehrdimensionalen Zugehörigkeitsfunktionen.

In diesem Bericht erfolgte die Modellbeurteilung mit den gleichen Testdaten wie die Identifikation. Im Rahmen weiterer Untersuchungen sollten die Modell darüberhinaus mit nicht zur Identifikation verwendeten Meßdaten validiert werden (sog. Kreuzvalidierung (Ljung 1987)).

Auch der alternative Weg der Identifikation eines konventionellen Modelles kann durchaus weiterverfolgt werden. Dabei ist auf das im Rahmen der theoretischen Modellbildung gesammelte Wissen zurückzugreifen. Aus dem physikalischen läßt sich zunächst ein weniger komplex strukturiertes Modell ableiten. Dessen Parameter können wiederum mit geeignet auszuwählenden Identifikationsverfahren geschätzt werden. Dabei ist zu beachten, daß der Anteil der Reibung an der Systemdynamik eventuell gesondert zu berücksichtigen ist.

6 Literaturverzeichnis

- Bezdek, J.C.** 1981. *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*. New York, London: Plenum Press.
- Böhme, G.** 1990. *Algebra – Anwendungsorientierte Mathematik*. 6. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Engmann, B.** 1995. *Identifikation einer analytischen Klasse von Funktional-Fuzzy-Modellen*. Diplomarbeit MSRT. Universität Duisburg.
- Goedecke, W.-D.** 1993. Positionsregelung und Kraftsteuerung mit servopneumatischer Sensorachse. *O + P „Ölhydraulik und Pneumatik“* 37. 129–132.
- Goedecke, W.-D., u. a.** 1991. *LA-95 – Schulungsdokumentation zur servopneumatischen Linearachse*. St. Georgen: Mannesmann Rexroth Pneumatik GmbH.
- Hebisch, H.** 1995. *Modellbildung eines pneumatischen Zylinderantriebes*. Forschungsbericht Nr. 07/95 MSRT. Universität Duisburg.
- Isermann, R.** 1988. *Identifikation dynamischer Systeme, Band I und II*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Kortmann, M.** 1989. *Die Identifikation nichtlinearer Ein- und Mehrgrößensysteme auf der Basis nichtlinearer Modellansätze*. Dissertation Ruhr-Universität Bochum. Fortschritt-Bericht VDI Reihe 8 Nr. 177. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Kroll, A.** 1993. *Verfahren für adaptive Regelungen mit Fuzzy-Logik*. Forschungsbericht Nr. 10/93 MSRT. Universität Duisburg.
- Kroll, A.** 1994a. *Identifikation von funktionalen Fuzzy-Modellen*. Forschungsbericht Nr. 10/94 MSRT. Universität Duisburg.
- Kroll, A.** 1994b. *Zur Parameterwahl bei metrischen Clusterverfahren*. Forschungsbericht Nr. 18/94 MSRT. Universität Duisburg.
- Kroll, A.** 1995a. *Zur analytischen Beschreibung von Fuzzy-Systemen*. Forschungsbericht Nr. 04/95 MSRT. Universität Duisburg.
- Kroll, A.** 1995b. Identification of Functional Fuzzy Models Using Multidimensional Reference Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems* (zur Veröffentlichung angenommen).
- Kroll, A.** 1995c. Partition Identification of Fuzzy Models using Objective Function Clustering Algorithms. *IEEE Conference on Systems, Man, and Cybernetics, Vancouver/Kanada* (akzeptierter Beitrag).

- Küpper, K.** 1994. Self-Learning Fuzzy Models Using Stochastic Approximation. *Proceedings of the 3rd IEEE Conference on Control Applications, Glasgow/Schottland*. 1723–1728.
- Ljung, L.** 1987. *System Identification – Theory for the User*. Englewood Cliffs/New Jersey: Prentice Hall.
- Ljung, L.** 1993. Perspectives on the process of identification. *Preprints of the 12th IFAC World Congress, Sydney, Vol. V*. V-197–V-205.
- Ljung, L. und T. Söderström.** 1987. *Theory and Practice of Recursive Identification*. 1st Paperback edition. Cambridge/Massachusetts: The MIT Press.
- Lohmann, G.** 1994. *Identifikation von Funktional-Fuzzy-Modellen zur systematischen Synthese von Funktional-Fuzzy-Reglern*. Studienarbeit MSRT. Universität Duisburg.
- Pedrycz, W.** 1984. An identification algorithm in fuzzy relational systems. *Fuzzy Sets and Systems* 13. 153–167.
- Reuter, H.** 1995. *Zur Identifikation nichtlinearer Systemmodelle mit wenig A-priori-Informationen*. Dissertation Gerhard-Mercator-Universität – GH Duisburg. Fortschritt-Bericht VDI Reihe 8 Nr. 471. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Schwarz, H.** 1979. *Zeitdiskrete Regelungssysteme*. Braunschweig: Vieweg.
- Schwarz, H.** 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme – Systemtheoretische Grundlagen*. München: Oldenbourg.
- Sugeno, M. und G.T. Kang.** 1985. Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems* 28. 15–33.
- Sugeno, M. und K. Tanaka.** 1991. Successive identification of a fuzzy model and its applications to prediction of a complex system. *Fuzzy Sets and Systems* 42. 315–334.
- Sugeno, M. und T. Yasukawa.** 1993. A fuzzy logic based approach to qualitative modeling. *IEEE Transactions of Fuzzy Systems* 1. 1–34.
- Takagi, T. und M. Sugeno.** 1985. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 15. 116–132.
- Totz, O.** 1995. *Verfahren zur Identifikation mehrdimensionaler Referenz-Fuzzy-Mengen bei Funktional-Fuzzy-Modellen*. Studienarbeit MSRT. Universität Duisburg.
- Zadeh, L.A.** 1965. Fuzzy sets. *Information and Control* 8. 338–353.
- Zadeh, L.A.** 1973. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 3. 28–44.