

# Ein Ansatz zur Regelung eines Roboters mit einem elastischen Gelenk

Jianqi Wang

Forschungsbericht Nr. 7/96

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

**Übersicht:** In diesem Bericht wird ein neuer Ansatz zur Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken vorgestellt. Dann wird dieser Regler mit Hilfe von Fuzzy-Logik realisiert. Darauf aufbauend wird ein zeitvarianten Fuzzy-Regler entworfen.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg  
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik  
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>II</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Nichtlineare Regelung eines Roboters mit einem elastischen Gelenk</b>	<b>2</b>
<b>3 Zeitvarianter Fuzzy-Regler zur Regelung des starren Roboters</b>	<b>8</b>
3.1 Problembeschreibung . . . . .	8
3.2 Bahnverfolgungsregelung des starren Roboters . . . . .	9
<b>4 Fuzzy-Regelung des Roboters mit elastischem Gelenk</b>	<b>16</b>
4.1 Fuzzy-Regler für die Starrkörperbewegungen . . . . .	16
4.2 Fuzzy-Regler für elastische Eigenbewegungen . . . . .	18
4.3 Simulationsergebnisse . . . . .	21
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>24</b>
<b>6 Literaturverzeichnis</b>	<b>25</b>

## Nomenklatur

$a_i$	Reglerparameter
$e(t)$	Winkeldifferenz zwischen Ist- und Sollwinkel des Gelenkes [rad]
$e_i, \dot{e}_i$	Parameter des Fuzzy-Reglers
$f(\cdot)$	Funktion
$g$	Gravitationskonstante [m/s <sup>2</sup> ]
$i$	Index
$I$	Trägheitsmoment des Arms [kgm <sup>2</sup> ]
$J$	Trägheitsmoment des Motors [kgm <sup>2</sup> ]
$k$	Federsteifigkeit des Gelenkes [Nm/rad]
$k_i$	Reglerparameter
$k_e$	Verstärkungsfaktor der Regelabweichung des Fuzzy-Reglers
$k_{de}$	Verstärkungsfaktor der Änderung der Regelabweichung des Fuzzy-Reglers
$k_v$	Verstärkungsfaktor der Gelenkverformung
$k_{dv}$	Verstärkungsfaktor der Änderung der Gelenkverformung
$k_u, k_{ue}, k_{us}$	Verstärkungsfaktoren der Regelgröße des Fuzzy-Reglers
$L$	Armlänge [m]
$m$	Gesamte Masse des Arms und der Last [kg]
$q(t)$	Drehwinkel des Arms [rad]
$q_0$	Anfangswert des Armwinkels [rad]
$q_d(t)$	Sollbewegungsbahn des Arms [rad]
$q_f$	Sollendwert des Armwinkels [rad]
$q_m(t)$	Drehwinkel des Motors [rad]
$t, t_d$	Zeit [s]
$u_i, u_i^e, u_i^s$	Parameter des Fuzzy-Reglers
$u(t)$	Motormoment [Nm]
$u_0(t)$	Feedforward-Kompensation [Nm]
$u_e(t)$	Elastische Regelgröße [Nm]
$u_s(t)$	Starre Regelgröße [Nm]
$v_i, \dot{v}_i$	Parameter des Fuzzy-Reglers
$v(t)$	Verformung des Gelenkes [rad]
$y_i(t)$	neue Zustände des Reglers mittels exakter Zustands-Linearisierung
$\mu(t)$	neuer Eingang des Reglers mittels exakter Zustands-Linearisierung
$\mu_i(u(t))$	Zugehörigkeit von $u(t)$ zur i-ten Fuzzy-Menge
$\mu_i(u_e(t))$	Zugehörigkeit von $u_e(t)$ zur i-ten Fuzzy-Menge
$\mu_i(u_s(t))$	Zugehörigkeit von $u_s(t)$ zur i-ten Fuzzy-Menge
$\Sigma$	Summation

# 1 Einleitung

Die Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken ist in den letzten Jahren immer häufiger Gegenstand der Forschung geworden. Verschiedene Methoden, wie Linearisierung durch Zustandsrückführung (De Luca 1988, Spong 1987), Singularperturbation (Spong, Khorasani und Kokotovic 1987), Beobachterentwurf (Nicosia und Tomei 1995), robuste Regelung (Qu 1995) und adaptive Regelung (Benallegue 1995, Ge 1995, 1996, Spong 1989) wurden für die Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken entwickelt.

Eine neue Entwicklungstendenz des Reglerentwurfs für Roboter mit elastischen Gelenken ist die Kombination der Regelung für den entsprechenden starren Roboter mit einer Regelung für die Schwingungsdämpfung im Gelenk. Für die Schwingungsdämpfung im Gelenk hat Spong (1989), unter der Annahme kleiner Gelenkelastizitäten, die Rückführung der Differenz zwischen der Winkelgeschwindigkeit des Arms und des Motors angewandt. Dagegen hat Ge (1995, 1996) für diese Schwingungsdämpfung die Rückführung des Verfolgungsfehlers des Motors herangezogen. Benallegues Regler (Benallegue 1995) für diese Schwingungsdämpfung besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil entspricht dem oben bereits erwähnten Regler von Spong zur Schwingungsdämpfung des Gelenks. Der zweite Teil benutzt eine Rückführung der Differenz zwischen dem – durch einen von Landau und Horowitz (1989) vorgestellten starren Rückführungsregler berechneten – Sollwert und dem Istwert des elastischen Moments des Gelenkes. Für diese Schwingungsdämpfung präsentieren Lin und Chen (1995) einen Fuzzy-Regler, der vier Eingänge besitzt: die Position und Geschwindigkeit des Roboterarms sowie seines Antriebsmotors.

In diesem Forschungsbericht wird ein neuer Ansatz zur Regelung eines einachsigen Roboters mit einem elastischen Gelenk vorgestellt. Der Regler besteht aus zwei Teilen, wobei der erste Teil für die Regelung des Endeffektors zuständig ist. Er basiert auf dem Modell des Roboterarms. Der zweite Teil dient der Schwingungsdämpfung im Gelenk. Er besteht aus einer nichtlinearen Feedforward-Kompensation und einer linearen Rückführung der Verformung des Gelenks sowie der zeitlichen Änderung dieser Verformung. Um diesen Regler mit Hilfe von Fuzzy-Logik zu realisieren, wird ein zeitvarianter Fuzzy-Regler ausgelegt, dessen Reglerparameter sich entsprechend der Sollbahn nach einem bestimmten Gesetz verändern. Dann wird dieser Fuzzy-Regler zur Regelung des starren Roboters und des Roboters mit elastischem Gelenk eingesetzt. Eine Zusammenfassung und ein Ausblick schließen den Forschungsbericht ab.

## 2 Nichtlineare Regelung eines Roboters mit einem elastischen Gelenk

Betrachtet wird ein eingliedriger Roboter mit einem elastischen Gelenk. Unter bestimmten Annahmen (Spong 1987) kann der Roboter durch folgendes Modell beschrieben werden:

$$\begin{cases} I\ddot{q}(t) + mgL \sin q(t) + k[q(t) - q_m(t)] = 0 \\ J\ddot{q}_m(t) - k[q(t) - q_m(t)] = u(t). \end{cases} \quad (2.1)$$

Dabei ist

- $q(t)$  der Drehwinkel des Arms,
- $q_m(t)$  der Drehwinkel des Motors,
- $m$  die gesamte Masse des Arms und der Last,
- $g$  die Gravitationskonstante,
- $I$  das Trägheitsmoment des Arms,
- $J$  das Trägheitsmoment des Motors,
- $k$  die Federsteifigkeit des Gelenkes,
- $L$  die Armlänge,
- $u(t)$  das Motormoment.

Ein Rückführgesetz mittels exakter Zustands-Linearisierung für diesen Roboter lautet (Spong 1987, Lin und Chen 1995, Schwarz 1991):

$$u(t) = \frac{IJ}{k} [\mu(t) - f(q(t), \dot{q}(t), q_m(t), \dot{q}_m(t))], \quad (2.2)$$

$$\mu(t) = q_d^{(4)}(t) - \sum_{i=1}^4 a_i [y_i(t) - q_d^{(i-1)}(t)], \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} f[q(t), \dot{q}(t), q_m(t), \dot{q}_m(t)] &= \frac{mgL}{I} [\dot{q}(t)]^2 \sin q(t) \\ &+ \left[ \frac{mgL}{I} \cos q(t) + \frac{k}{I} \right] \left[ \frac{mgL}{I} \sin q(t) + \frac{k}{I} (q(t) - q_m(t)) \right] \\ &+ \frac{k^2}{IJ} [q(t) - q_m(t)], \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{cases} y_1(t) = q(t) \\ y_2(t) = \dot{q}(t) \\ y_3(t) = -\frac{mgL}{I} \sin q(t) - \frac{k}{I} [q(t) - q_m(t)] \\ y_4(t) = -\frac{mgL}{I} \dot{q}(t) \cos q(t) - \frac{k}{I} [\dot{q}(t) - \dot{q}_m(t)] \end{cases} \quad (2.5)$$

Dabei sind  $a_1, a_2, a_3, a_4$  die zu bestimmenden Reglerparameter und  $q_d(t)$  ist die Sollbewegungsbahn des Roboters.

Für die praktische Anwendung des Regelgesetzes (2.2) erweist es sich als problematisch, daß hierfür der Drehwinkel  $q(t)$  des Armes und die 1. bis 3. zeitliche Ableitung benötigt werden. Dieser Nachteil wird bei dem im folgenden dargestellten modifizierten Regler vermieden.

Nach Einsetzen von (2.3)-(2.5) in (2.2) und einigen Umformungen folgt

$$u(t) = k_5 u_s(t) + u_e(t), \quad (2.6)$$

$$u_s(t) = I \ddot{q}_d^{(2)} - k_1 [q(t) - q_d(t)] - k_2 [\dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)] + mgL \sin q(t), \quad (2.7)$$

$$u_e(t) = u_0(t) + k_3 [q(t) - q_m(t)] + k_4 [\dot{q}(t) - \dot{q}_m(t)], \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} u_0(t) &= \frac{IJ}{k} \left\{ q_d^{(4)}(t) + a_4 [q_d^{(3)}(t) + \frac{mgL}{I} \cos q(t) \dot{q}(t)] \right. \\ &\quad \left. - \frac{mgL}{I} \sin q(t) \left[ (\dot{q}(t))^2 + \frac{mgL}{I} \cos q(t) + \frac{k}{I} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} k_1 = \frac{Ia_1}{a_3} \\ k_2 = \frac{Ia_2}{a_3} \\ k_3 = J \left[ a_3 - \frac{mgL}{I} \cos q(t) - \frac{k}{I} - \frac{k}{J} \right] \\ k_4 = a_4 J \\ k_5 = \frac{a_3 J}{k} \end{cases} . \quad (2.10)$$

Da  $\frac{mgL}{I} \cos q(t) \ll a_3 - \frac{k}{I} - \frac{k}{J}$  ist, kann dieser Term für  $k_3$  in Gl. (2.10) vernachlässigt werden. Ersetzt man weiterhin  $q(t)$  und  $\dot{q}(t)$  in (2.9) jeweils durch  $q_d(t)$  und  $\dot{q}_d(t)$ , so ergibt sich das folgende Regelgesetz:

$$u(t) = k_5 u_s(t) + u_e(t), \quad (2.11)$$

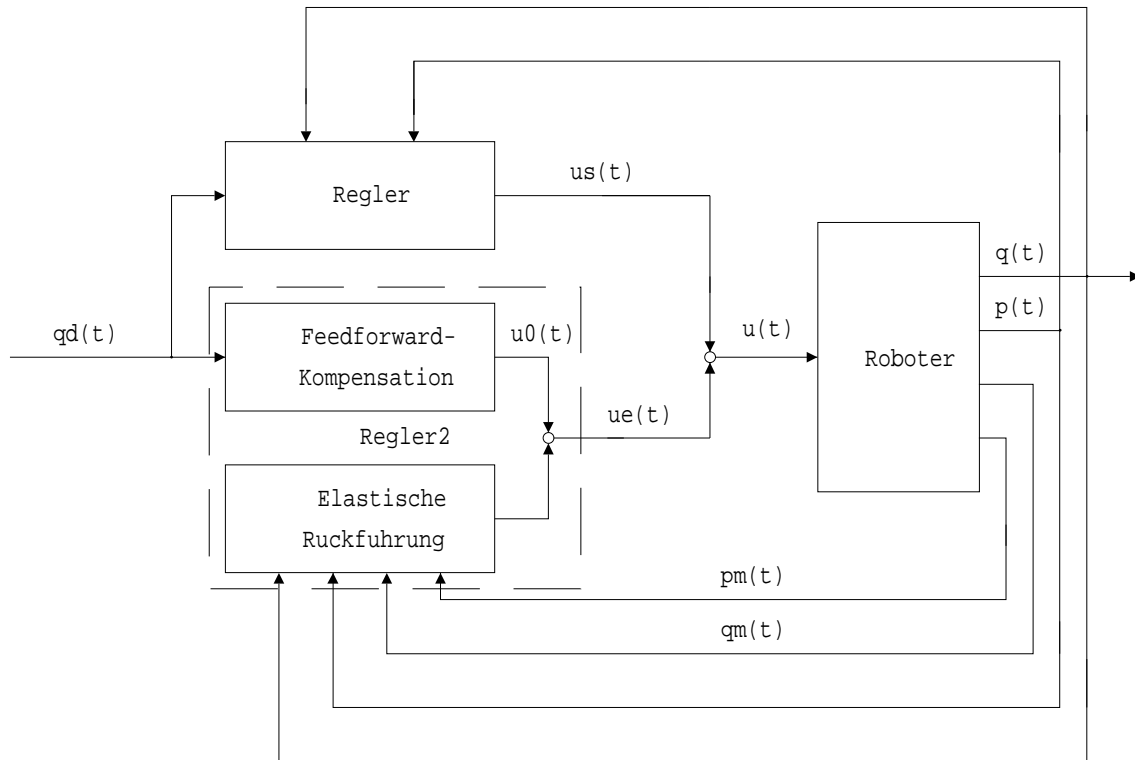
$$u_s(t) = I \ddot{q}_d - k_1 [q(t) - q_d(t)] - k_2 [\dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)] + mgL \sin q(t), \quad (2.12)$$

$$u_e(t) = u_0(t) + k_3 [q(t) - q_m(t)] + k_4 [\dot{q}(t) - \dot{q}_m(t)], \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} u_0(t) &= \frac{IJ}{k} \left\{ q_d^{(4)}(t) + k_6 \left[ q_d^{(3)}(t) + \frac{mgL}{I} \cos q_d(t) \dot{q}_d(t) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{mgL}{I} \sin q_d(t) \left[ (\dot{q}_d(t))^2 + \frac{mgL}{I} \cos q_d(t) + \frac{k}{I} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dabei sind  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  und  $k_6$  die Reglerparameter.

Im Bild 2.1 ist der Regelkreis für die Regelung dieses Roboters mit dem durch (2.11)-(2.14) beschriebenen Regler dargestellt.



**Bild 2.1:** Regelkreis für die Regelung des Roboters mit elastischem Gelenk

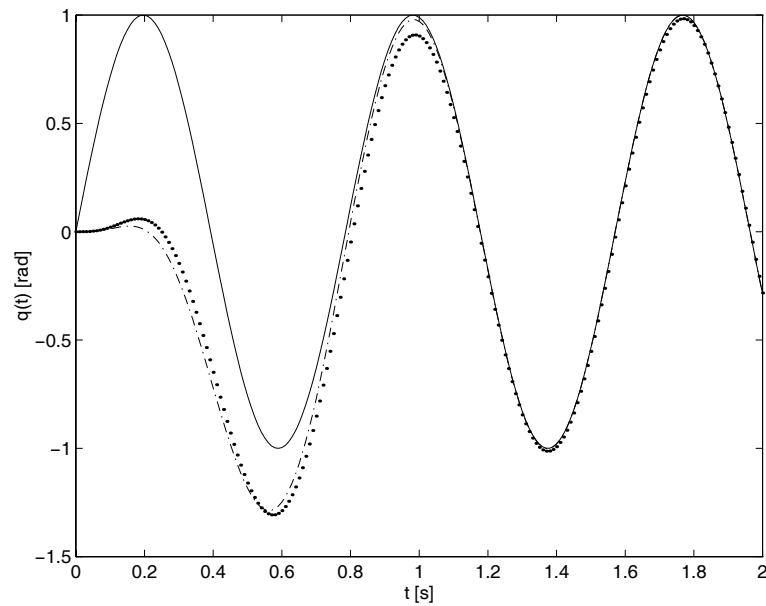
Dieser Regler besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil (Stellgröße  $u_s(t)$ ) dient zur Regelung der Starrkörperbewegung. Er basiert auf folgendem Modell des Roboterarms:

$$I\ddot{q}(t) + mgL \sin q(t) = u(t). \quad (2.15)$$

Der zweite Teil (Stellgröße  $u_e(t)$ ) dient der Kompensation elastischer Moden. Er besteht aus einer nichtlinearen Feedforward-Kompensation  $u_0(t)$  und einer Rückführung der elastischen Verformung  $q(t) - q_m(t)$  und der Änderung dieser Verformung  $\dot{q}(t) - \dot{q}_m(t)$  des elastischen Gelenkes.

Zum Vergleich mit der Regelung mittels exakter Zustands-Linearisierung gibt Bild 2.2 das Regelverhalten bei der Regelung des Roboters mit dem Regler nach Gln. (2.11)-(2.14) und mit dem Regler mittels exakter Zustands-Linearisierung für  $I = 1 \text{ kgm}^2$ ,  $J = 1 \text{ kgm}^2$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ,  $k = 100 \text{ Nm/rad}$  und  $q_d(t) = \sin 8t$  wieder. Bei der Regelung des Roboters mit dem aufgestellten Regler werden  $k_1 = 17$ ,  $k_2 = 7$ ,  $k_3 = 400$ ,  $k_4 = 40$ ,  $k_5 = 6$  und  $k_6 = 40$  gewählt. Der Regler mittels exakter

Zustands-Linearisierung ist durch die Gln. (2.2)-(2.5) gegeben. Bei der Regelung mittels exakter Zustands-Linearisierung sind die Reglerparameter zu  $a_1 = 10000$ ,  $a_2 = 4000$ ,  $a_3 = 600$ ,  $a_4 = 40$  festgelegt worden.

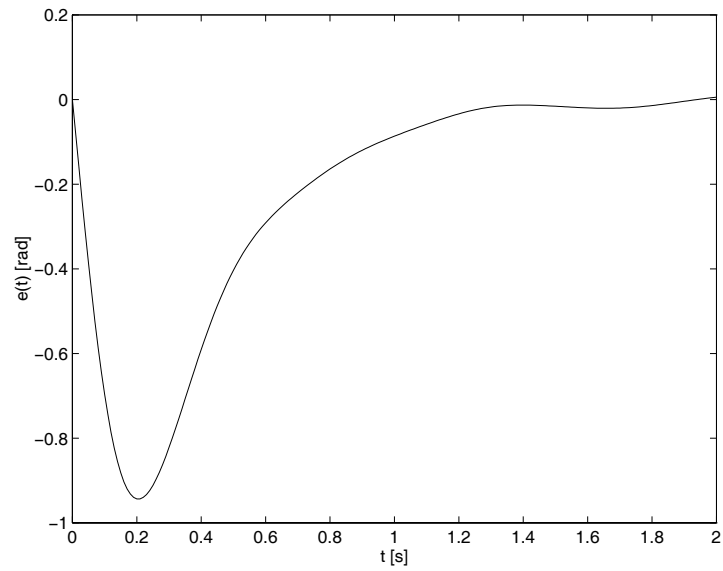


**Bild 2.2:** Regelverhalten des Roboters

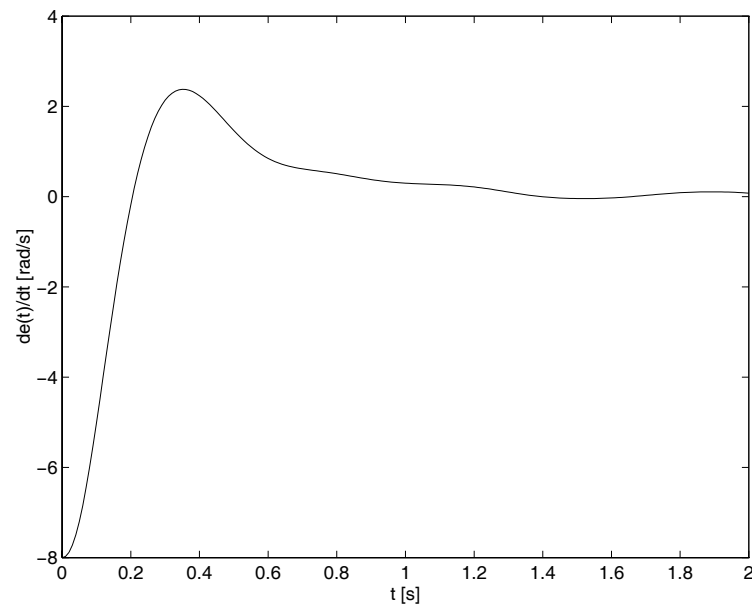
- „ — “ Sollbewegungsbahn
- „ · “ Regelung mit dem vorgestellten Regler
- „ - · “ Regelung mit dem Regler mittels exakter Zustands-Linearisierung

Die Bilder 2.3, 2.4 und 2.5 geben die Regelabweichung, die Änderung der Regelabweichung und die Stellgröße des vorgestellten Reglers wieder.

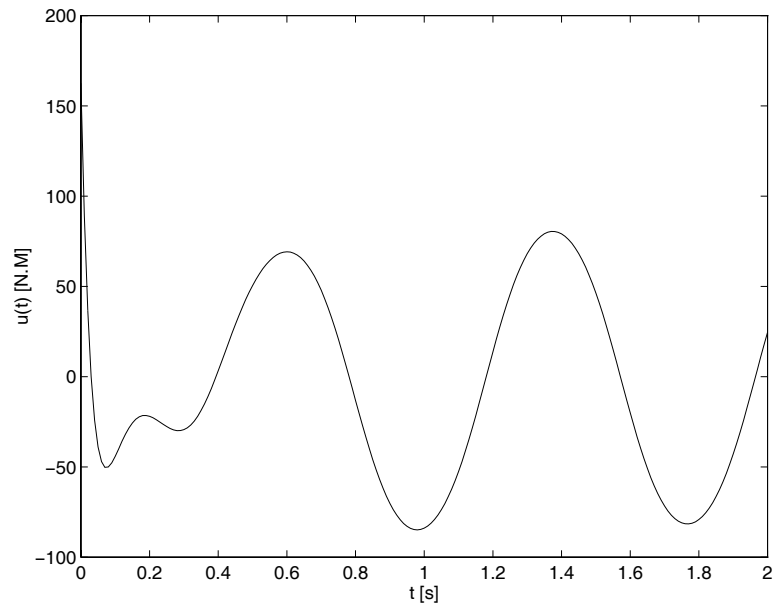




**Bild 2.3:** Regelabweichung bei Einsatz des vorgestellten Reglers



**Bild 2.4:** Änderung der Regelabweichung bei Einsatz des vorgestellten Reglers



**Bild 2.5:** Stellgröße des vorgestellten Reglers

### 3 Zeitvarianter Fuzzy-Regler zur Regelung des starren Roboters

#### 3.1 Problembeschreibung

Wegen der guten Charakteristik von Fuzzy-Reglern wird der im vorherigen Abschnitt aufgestellte Regler mit Hilfe der Fuzzy-Logik realisiert.

Gl. (2.12) kann wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} u_s(t) &= I\ddot{q}_d(t) + mgL \sin((q(t) - q_d(t)) + q_d(t)) \\ &- k_1[q(t) - q_d(t)] - k_2[\dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)]. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Wird der Regler aus Gl. (3.1) durch einen Standard-Fuzzy-Regler, d.h. mit konstanten Parametern und fester Regelbasis, mit den Eingangsgrößen  $q(t) - q_d(t)$  und  $\dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)$  approximiert, so kann das Auftreten einer bleibenden Regelabweichung nur dann verhindert werden, wenn  $q_d(t)$  konstant ist. Die gleiche Situation entsteht, wenn der in Gl. (2.13) dargestellte Regler  $u_e(t)$  durch einen Standard-Fuzzy-Regler mit den Eingangsgrößen  $\dot{q}(t) - \dot{q}_m(t)$  und  $q(t) - q_m(t)$  approximiert wird. In diesem Fall wird die bleibende Regelabweichung nur dann zu Null, wenn das Ausgangssignal der Feedforward-Kompensation  $u_0(t)$  aus Gl. (2.14) konstant ist.

Normalerweise ist  $q_d(t)$  bei der Regelung des Roboters jedoch nicht konstant. Beispielsweise kann die Soll-Bewegungsbahn des Roboters als (Ge 1996)

$$q_d(t) = q_0 + \left( 6\frac{t^5}{t_d^5} - 15\frac{t^4}{t_d^4} + 10\frac{t^3}{t_d^3} \right) (q_f - q_0). \quad (3.2)$$

gewählt werden. Hier sind  $q_0$  und  $q_f$  die Anfangs- und die Soll-Endposition des Arms,  $t_d$  ist die Zeit bis zum Erreichen der Soll-Endposition. Weil  $u_0(t)$  die Ausgangsgröße des Feedforward-Kompensators ist, ist es normalerweise auch unmöglich, daß  $u_0(t)$  konstant ist. Deshalb wird eine bleibende Regelabweichung auftreten, wenn dieser Roboter von einem Standard-Fuzzy-Regler geregelt wird.

Man kann zeigen, daß bei geeigneter Wahl der Reglerparameter und der Regelbasis des Fuzzy-Reglers die Ausgangsgröße des Fuzzy-Reglers  $mgL \sin q_d(t)$  ist, wenn  $\dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)$  und  $q(t) - q_d(t)$  Null sind. Damit tritt bei der Näherung von Regler (3.1) durch einen Fuzzy-Regler keine bleibende Regelabweichung auf, wenn  $q_d(t)$  als konstant vorausgesetzt wird. Ebenfalls ermöglicht eine geeignete Wahl der Reglerparameter und der Regelbasis des Fuzzy-Reglers, daß die Ausgangsgröße des Fuzzy-Reglers  $u_0(t)$  ist, wenn  $\dot{q}(t) - \dot{q}_m(t)$  und  $q(t) - q_m(t)$  Null sind. Damit tritt bei der Näherung des Reglers nach Gl. (2.13) durch einen Fuzzy-Regler keine bleibende Regelabweichung auf, wenn  $u_0(t)$  konstant ist.

Inspiziert davon, können die Parameter und/oder die Regelbasis des Fuzzy-Reglers in Abhängigkeit von  $q_d(t)$  oder  $u_0(t)$  entsprechend einem bestimmten Gesetz verändert werden, damit die Ausgangsgröße des Fuzzy-Reglers  $(I + J)\ddot{q}_d + mgL \sin q_d(t)$  oder  $u_0(t)$  ist und die bleibende Regelabweichung nicht auftritt, wenn  $q_d(t)$  oder  $u_0(t)$  zeitvariant ist. Das ist der Grundgedanke, der für den Entwurf eines zeitvarianten Fuzzy-Reglers in diesem Bericht genutzt wird, um die bei der Bahnverfolgungsregelung des Roboters mit Standard-Fuzzy-Reglern auftretende Regelabweichung zu beseitigen.

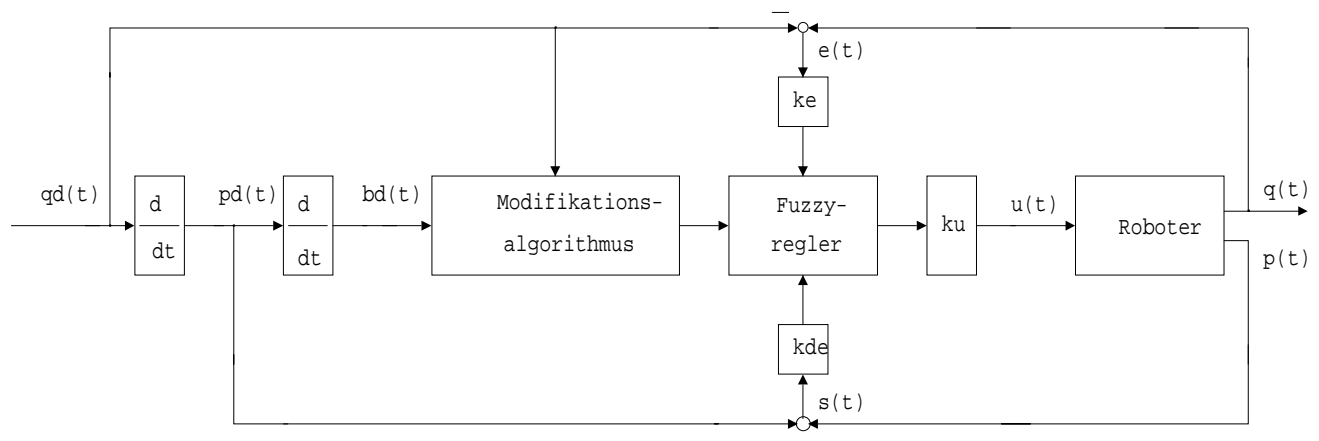
Zur Verdeutlichung dieses Verfahrens wird im folgenden Unterabschnitt die Bahnverfolgungsregelung des starren Roboters mit einem Fuzzy-Regler erläutert. Die Regelung des Roboters mit einem elastischen Gelenk wird in einem weiteren Abschnitt diskutiert.

### 3.2 Bahnverfolgungsregelung des starren Roboters

Als Grundlage dient ein durch folgendes Modell beschriebener, eingliedriger starrer Roboter (Spong 1987):

$$(I + J)\ddot{q}(t) + mgL \sin q(t) = u(t). \quad (3.3)$$

In Bild 3.1 ist der Regelkreis für eine Bahnverfolgungsregelung des starren Roboters mit einem Fuzzy-Regler dargestellt.



**Bild 3.1:** Regelkreis für eine Bahnverfolgungsregelung des starren Roboters mit einem Fuzzy-Regler

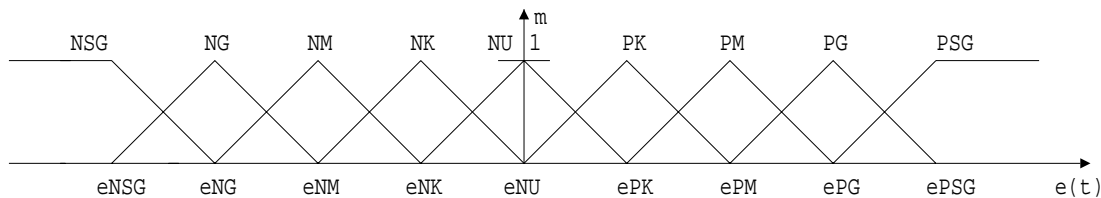
Hierbei sind  $q(t)$  und  $q_d(t)$  die Ist- bzw. Sollposition des Gelenkwinkels des Roboters zum Zeitpunkt  $t$ .  $\dot{q}(t)$  und  $\dot{q}_d(t)$  sind die Ist- bzw. Sollgeschwindigkeit,  $\ddot{q}_d(t)$  die gewünschte Beschleunigung.  $k_e$  und  $k_{de}$  sind die Verstärkungsfaktoren für die Normierung der Reglereingangsgrößen und  $k_u$  ist der Verstärkungsfaktor für die Denormierung der Reglerausgangsgröße. Der Fuzzy-Regler hat als Eingangsgrößen die Winkeldifferenz

$$e(t) = q(t) - q_d(t) \quad (3.4)$$

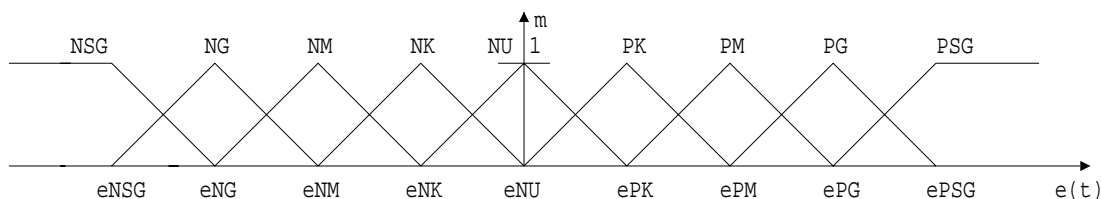
zwischen Ist- und Sollwinkel des Gelenks des Roboters und die Änderung dieser Winkel-differenz

$$\dot{e}(t) = \dot{q}(t) - \dot{q}_d(t). \quad (3.5)$$

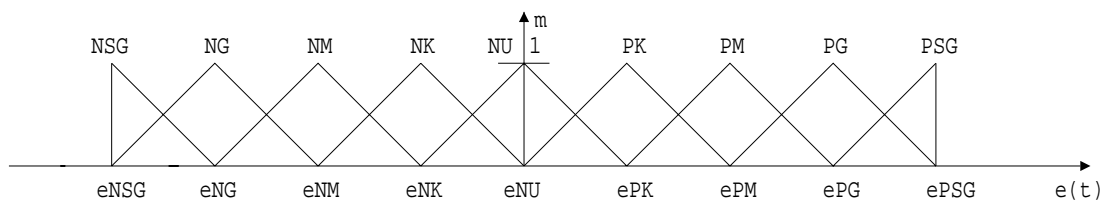
Die Eingangsgrößen  $e(t)$  und  $\dot{e}(t)$  sowie die Stellgröße  $u(t)$  werden durch jeweils neun linguistische Werte „negativ sehr groß (NSG)“, „negativ groß (NG)“, „negativ mittel (NM)“, „negativ klein (NK)“, „etwa Null (NU)“, „positiv klein (PK)“, „positiv mittel (PM)“, „positiv groß (PG)“ und „positiv sehr groß (PSG)“ wiedergegeben, deren Zugehörigkeitsfunktionen in den Bildern 3.2 bis 3.4 dargestellt sind.



**Bild 3.2:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $e(t)$



**Bild 3.3:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $\dot{e}(t)$



**Bild 3.4:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $u(t)$

Dabei sind die Kerne der Fuzzy-Mengen zu

$$\begin{bmatrix} e_{NSG} \\ e_{NG} \\ e_{NM} \\ e_{NK} \\ e_{NU} \\ e_{PK} \\ e_{PM} \\ e_{PG} \\ e_{PSG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8 \\ -0.6 \\ -0.4 \\ -0.2 \\ 0 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (3.6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{NSG} \\ \dot{e}_{NG} \\ \dot{e}_{NM} \\ \dot{e}_{NK} \\ \dot{e}_{NU} \\ \dot{e}_{PK} \\ \dot{e}_{PM} \\ \dot{e}_{PG} \\ \dot{e}_{PSG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.8 \\ -3.6 \\ -2.4 \\ -1.2 \\ 0 \\ 1.2 \\ 2.4 \\ 3.6 \\ 4.8 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

gewählt worden.  $u_{NU}$  wird durch den folgenden Modifikationsalgorithmus verändert:

$$u_{NU}(t) = (I + J)\ddot{q}_d(t) + mgL \sin q_d(t). \quad (3.8)$$

$u_{NSG}$ ,  $u_{NG}$ ,  $u_{NM}$ ,  $u_{NK}$ ,  $u_{PK}$ ,  $u_{PM}$ ,  $u_{PG}$  und  $u_{PSG}$  werden durch die folgende Verschiebung aus  $u_{NU}$  berechnet:

$$\begin{cases} u_{PK}(t) = u_{NU}(t) + 48 \times 1 \\ u_{NK}(t) = u_{NU}(t) - 48 \times 1 \\ u_{PM}(t) = u_{NU}(t) + 48 \times 2 \\ u_{NM}(t) = u_{NU}(t) - 48 \times 2 \\ u_{PG}(t) = u_{NU}(t) + 48 \times 3 \\ u_{NG}(t) = u_{NU}(t) - 48 \times 3 \\ u_{PSG}(t) = u_{NU}(t) + 48 \times 4 \\ u_{NSG}(t) = u_{NU}(t) - 48 \times 4 \end{cases} \quad (3.9)$$

Die Regeln sind in Tabelle 3.1 dargestellt. Die Erstellung dieses Regelwerkes erfolgte heuristisch. Hierbei wurde von Erfahrungen ausgegangen, die aus der Regelung des starren Roboters mittels exakter Zustands-Linearisierung gewonnenen wurden und das Regelwerk dann mit Hilfe weiterer Simulationen verfeinert. Für die Berechnung der Stellgröße wird die UND-Verknüpfung der Eingangsgrößen mit dem Minimumoperator berechnet und die Singleton-Fuzzifizierungsmethode, Max-Min-Inferenz und folgende Singleton-Schwerpunktmethode zur Defuzzifizierung verwendet (Lee 1990, Preuß 1992):

$$u(t) = \frac{\sum_{i=NSG}^{PSG} \mu_i(u(t))u_i}{\sum_{i=NSG}^{PSG} \mu_i(u(t))}, \quad (3.10)$$

wobei  $\mu_i(u(t))$  der Zugehörigkeitswert der resultierten Fuzzy-Ausgangsmenge ist.

Zum Vergleich der Regelung mittels exakter Zustands-Linearisierung, der Standard-Fuzzy-Regelung und dieser parametervarianten Fuzzy-Regelung gibt Bild 3.5 das Regelverhalten dieser parametervarianten Fuzzy-Regelung, der Regelung mittels exakter Zustands-Linearisierung und der Standard-Fuzzy-Regelung des starren Roboters für  $I = 1 \text{ kgm}^2$ ,

Tabelle 3.1: Regelbasis

$u(t)$		$\dot{e}(t)$								
		NSG	NG	NM	NK	NU	PK	PM	PG	PSG
$e(t)$	NSG	PSG	PSG	PSG	PSG	PSG	PG	PM	PK	NU
	NG	PSG	PSG	PSG	PSG	PG	PM	PK	NU	NK
	NM	PSG	PSG	PSG	PG	PM	PK	NU	NK	NM
	NK	PSG	PSG	PG	PM	PK	NU	NK	NM	NG
	NU	PSG	PG	PM	PK	NU	NK	NM	NG	NSG
	PK	PG	PM	PK	NU	NK	NM	NG	NSG	NSG
	PM	PM	PK	NU	NK	NM	NG	NSG	NSG	NSG
	PG	PK	NU	NK	NM	NG	NSG	NSG	NSG	NSG
	PSG	NU	NK	NM	NG	NSG	NSG	NSG	NSG	NSG

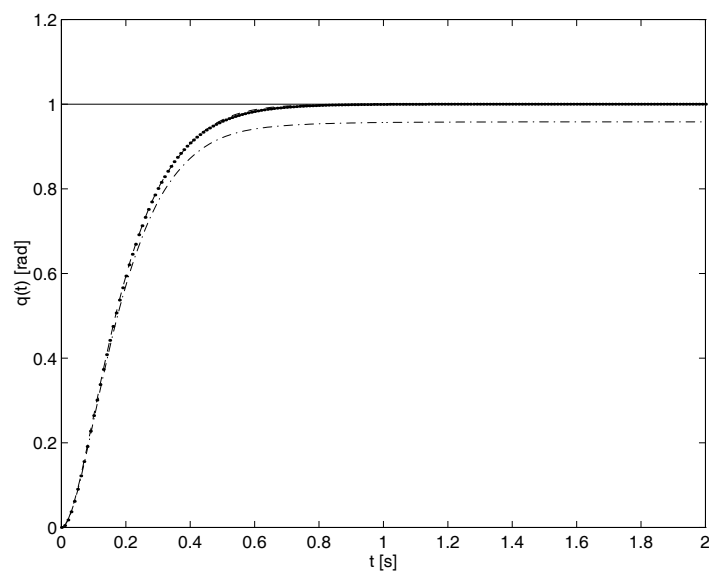
$J = 1 \text{ kgm}^2$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $L = 1 \text{ m}$  und  $q_d(t) = 1(t)$  wieder. Der Regler mittels exakter Zustands-Linearisierung ist durch

$$u(t) = (I + J)\mu(t) + mgL \sin q(t) \quad (3.11)$$

$$\text{mit } \mu(t) = \ddot{q}_d(t) - a_1[q(t) - q_d(t)] - a_2[\dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)] \quad (3.12)$$

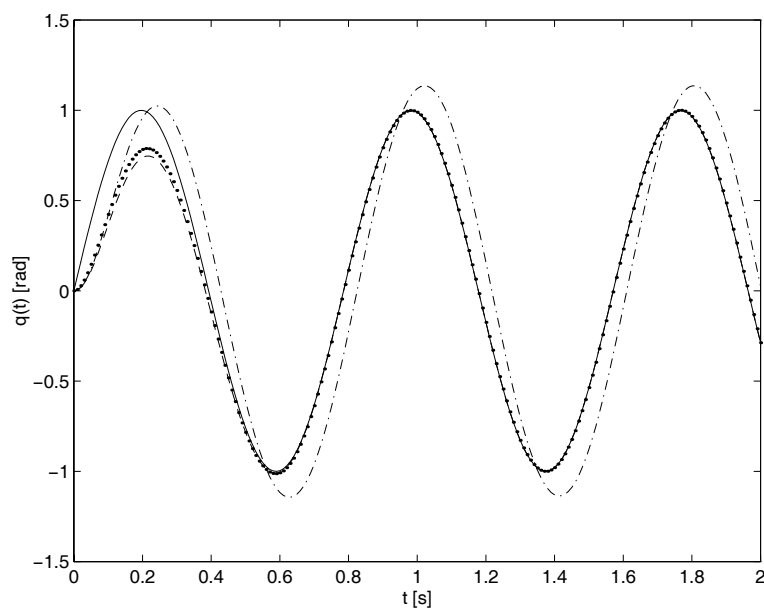
beschrieben (Spong 1987), und bei dieser Regelung werden die Parameter als  $a_1 = 100$ ,  $a_2 = 20$  gewählt. Daraus ergibt sich der Standard-Fuzzy-Regler, indem  $u_{UN}$  von diesem parametervarianten Fuzzy-Regler zu null gesetzt wird und alle anderen Parameter konstant bleiben.

Bild 3.6 gibt das Regelverhalten des starren Roboters bei der Regelung mit dem parametervarianten Fuzzy-Regler für  $q_d(t) = \sin 8t$  wieder. Die Bilder 3.7, 3.8 und 3.9 zeigen die Regelabweichung, die Änderung der Regelabweichung und die Regelgröße des starren Roboters bei der Regelung mit dem parametervarianten Fuzzy-Regler für  $q_d(t) = \sin 8t$ .



**Bild 3.5:** Regelverhalten des starren Roboters für  $q_d(t) = 1(t)$

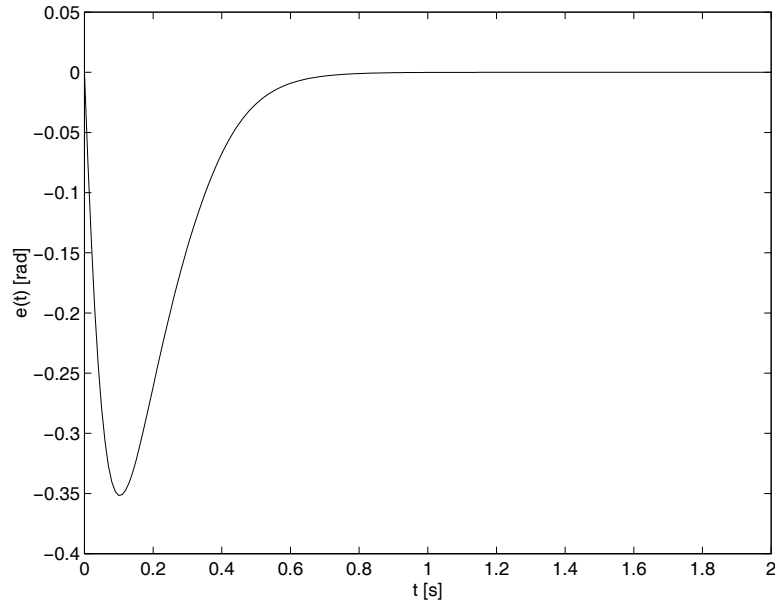
- „ — “ Sollbewegungsbahn
- „ — — “ Regelung mit parametervariatem Fuzzy-Regler
- „ · “ Regelung mit Regler mittels exakter Zustands-Linearisierung
- „ — · “ Regelung mit Standard-Fuzzy-Regler



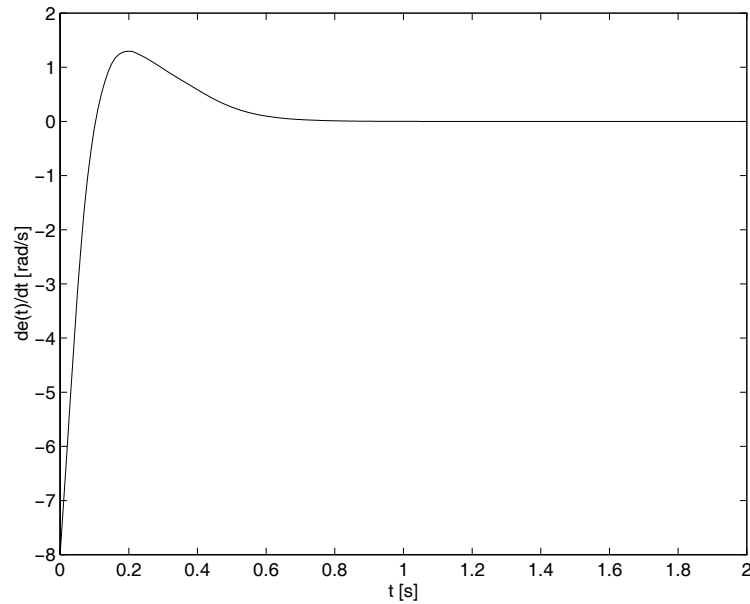
**Bild 3.6:** Regelverhalten des starren Roboters für  $q_d(t) = \sin 8t$

- „ — “ Sollbewegungsbahn
- „ — — “ Regelung mit parametervariatem Fuzzy-Regler
- „ · “ Regelung mit Regler mittels exakter Zustands-Linearisierung
- „ — · “ Regelung mit Standard-Fuzzy-Regler

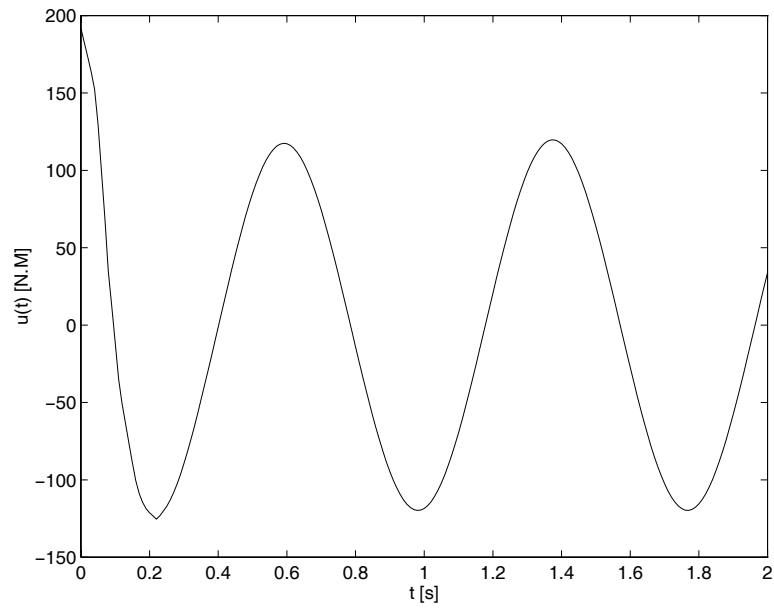




**Bild 3.7:** Regelabweichung bei Einsatz des parametervarianten Fuzzy-Reglers



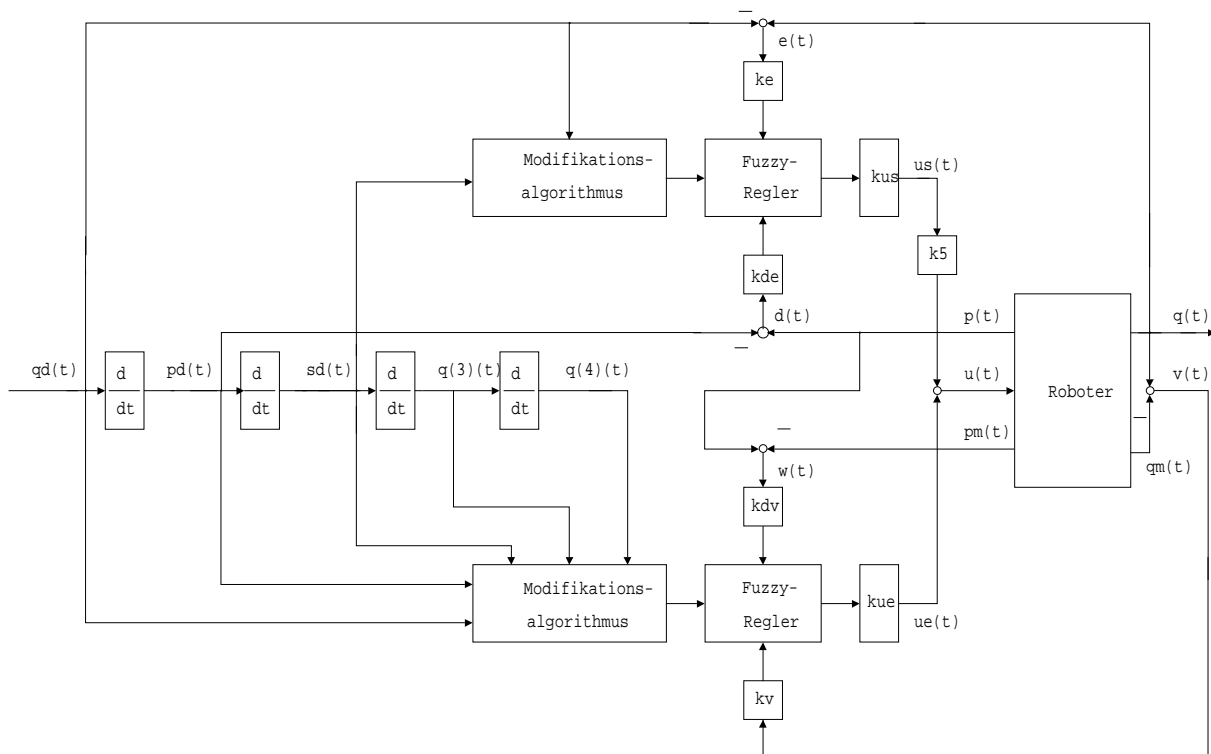
**Bild 3.8:** Änderung der Regelabweichung bei Einsatz des parametervarianten Fuzzy-Reglers



**Bild 3.9:** Stellgröße des parametervarianten Fuzzy-Reglers

## 4 Fuzzy-Regelung des Roboters mit elastischem Gelenk

In diesem Abschnitt werden die beiden zuvor vorgestellten Regler zur Regelung des Roboters mit elastischem Gelenk angewendet. In Bild 4.1 ist der Regelkreis für diese Regelung dargestellt.



**Bild 4.1:** Regelkreis für die Fuzzy-Regelung des Roboters mit elastischem Gelenk

### 4.1 Fuzzy-Regler für die Starrkörperbewegungen

Wie in Bild 4.1 dargestellt, hat der Fuzzy-Regler für die Starrkörperbewegung als Eingangsgrößen die Winkeldifferenz

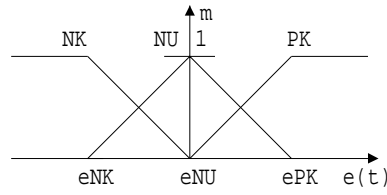
$$e(t) = q(t) - q_d(t) \quad (4.1)$$

zwischen Ist- und Sollwinkel des Roboterarms sowie die Änderung dieser Winkeldifferenz

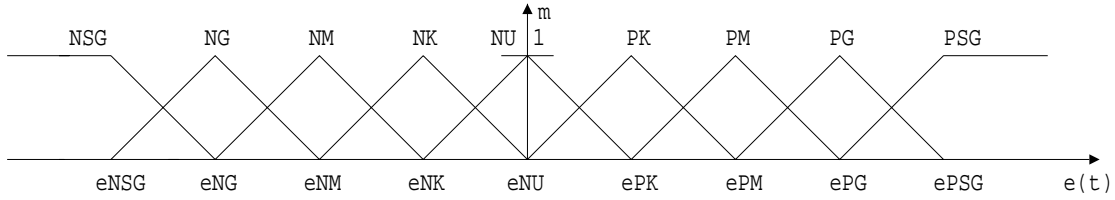
$$\dot{e}(t) = \dot{q}(t) - \dot{q}_d(t). \quad (4.2)$$

Die Eingangsgröße  $e(t)$  wird durch drei linguistische Werte, „negativ klein (NK)“, „etwa Null (NU)“, „positiv klein (PK)“ wiedergegeben. Die Eingangsgröße  $\dot{e}(t)$  und die Stellgröße  $u_s(t)$  werden durch jeweils neun linguistische Werte „negativ sehr groß (NSG)“, „negativ groß (NG)“, „negativ mittel (NM)“, „negativ klein (NK)“, „etwa Null (NU)“, „positiv klein (PK)“, „positiv mittel (PM)“, „positiv groß (PG)“ und „positiv sehr groß

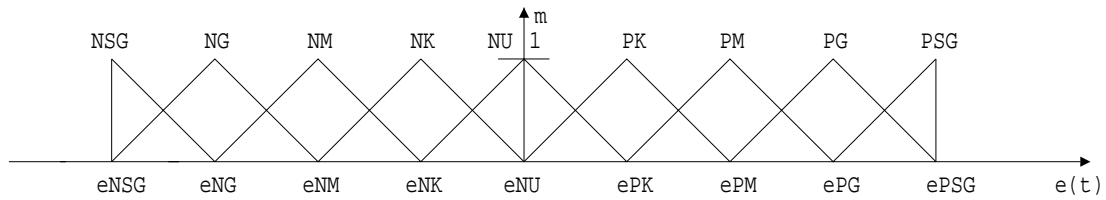
(PSG)“ wiedergegeben. Die Zugehörigkeitsfunktionen von  $e(t)$ ,  $\dot{e}(t)$  und  $u_s(t)$  sind in den Bildern 4.2 bis 4.4 dargestellt.



**Bild 4.2:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $e(t)$



**Bild 4.3:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $\dot{e}(t)$



**Bild 4.4:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $u_s(t)$

Dabei ergeben sich die Mittelpunkte der Fuzzy-Mengen zu:

$$\begin{bmatrix} e_{NK} \\ e_{NU} \\ e_{PK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8 \\ 0 \\ 0.8 \end{bmatrix} \text{ und} \quad (4.3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{NSG} \\ \dot{e}_{NG} \\ \dot{e}_{NM} \\ \dot{e}_{NK} \\ \dot{e}_{NU} \\ \dot{e}_{PK} \\ \dot{e}_{PM} \\ \dot{e}_{PG} \\ \dot{e}_{PSG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -6 \\ -4 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix} . \quad (4.4)$$

$u_{NU}^s$  wird durch den folgenden Modifikationsalgorithmus verändert:

$$u_{NU}^s(t) = I\ddot{q}_d(t) + mgL \sin q_d(t). \quad (4.5)$$

**Tabelle 4.1:** Regelbasis

$u_s(t)$		$\dot{\epsilon}(t)$								
		NSG	NG	NM	NK	NU	PK	PM	PG	PSG
$\epsilon(t)$	NK	PSG	PSG	PG	PM	PK	NU	NK	NM	NG
	NU	PSG	PG	PM	PK	NU	NK	NM	NG	NSG
	PK	PG	PM	PK	NU	NK	NM	NG	NSG	NSG

$u_{NSG}^s, u_{NG}^s, u_{NM}^s, u_{NK}^s, u_{PK}^s, u_{PM}^s, u_{PG}^s$  und  $u_{PSG}^s$  werden durch die folgende Verschiebung aus  $u_{NU}^s$  berechnet:

$$\begin{cases} u_{PK}^s(t) &= u_{NU}^s(t) + 14 \times 1 \\ u_{NK}^s(t) &= u_{NU}^s(t) - 14 \times 1 \\ u_{PM}^s(t) &= u_{NU}^s(t) + 14 \times 2 \\ u_{NM}^s(t) &= u_{NU}^s(t) - 14 \times 2 \\ u_{PG}^s(t) &= u_{NU}^s(t) + 14 \times 3 \\ u_{NG}^s(t) &= u_{NU}^s(t) - 14 \times 3 \\ u_{PSG}^s(t) &= u_{NU}^s(t) + 14 \times 4 \\ u_{NSG}^s(t) &= u_{NU}^s(t) - 14 \times 4 \end{cases} \quad (4.6)$$

Die Regeln sind in Tabelle 4.1 dargestellt. Die Erstellung dieses Regelwerkes erfolgte heuristisch. Hierbei wurde von Erfahrungen ausgegangen, die aus der Regelung des Roboters mit dem im Abschnitt 2 vorgestellten Regler gewonnenen wurden, und dieses dann mit Hilfe weiterer Simulationen verfeinert.

Für die Berechnung der Stellgröße wird die UND-Verknüpfung der Eingangsgrößen mit dem Minimumoperator berechnet und die Singleton-Fuzzifizierungsmethode, Max-Min-Inferenz und folgende Singleton-Schwerpunktmethode zur Defuzzifizierung verwendet (Lee 1990, Preuß 1992):

$$u_s(t) = \frac{\sum_{i=NSG}^{PSG} \mu_i(u_s(t)) u_i^s}{\sum_{i=NSG}^{PSG} \mu_i(u_s(t))}, \quad (4.7)$$

wobei  $\mu_i(u_s(t))$  der Zugehörigkeitswert der resultierten Fuzzy-Ausgangsmenge ist.

## 4.2 Fuzzy-Regler für elastische Eigenbewegungen

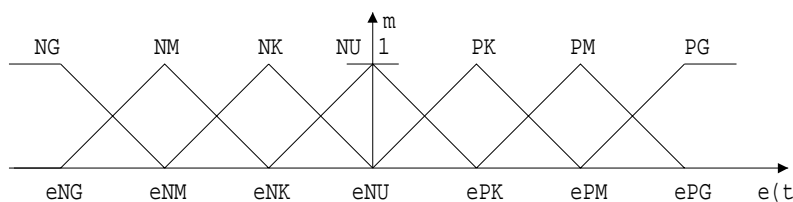
Die Eingangsgrößen des Fuzzy-Reglers sind die Verformung des Robotergelenkes

$$v(t) = q(t) - q_m(t) \quad (4.8)$$

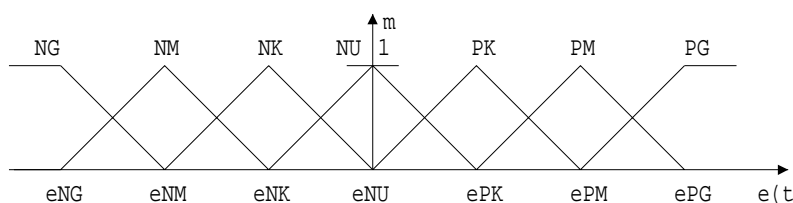
und die Änderung dieser Verformung

$$\dot{v}(t) = \dot{q}(t) - \dot{q}_m(t). \quad (4.9)$$

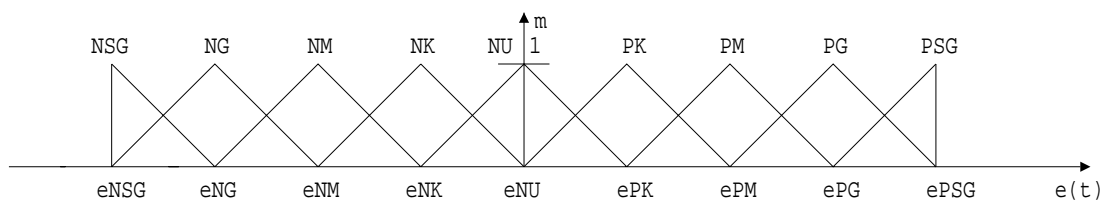
Die Eingangsgrößen  $v(t)$  und  $\dot{v}(t)$  werden durch jeweils sieben linguistische Werte „negativ groß (NG)“, „negativ mittel (NM)“, „negativ klein (NK)“, „etwa Null (NU)“, „positiv klein (PK)“, „positiv mittel (PM)“ und „positiv groß (PG)“ wiedergegeben. Die Stellgröße  $u_e(t)$  wird durch neun linguistische Werte „negativ sehr groß (NSG)“, „negativ groß (NG)“, „negativ mittel (NM)“, „negativ klein (NK)“, „etwa Null (NU)“, „positiv klein (PK)“, „positiv mittel (PM)“, „positiv groß (PG)“ und „positiv sehr groß (PSG)“ repräsentiert. Die Zugehörigkeitsfunktionen von  $v(t)$ ,  $\dot{v}(t)$  und  $u_e(t)$  sind in den Bildern 4.5, 4.6, 4.7 dargestellt.



**Bild 4.5:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $v(t)$



**Bild 4.6:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $\dot{v}(t)$



**Bild 4.7:** Zugehörigkeitsfunktionen für  $u_e(t)$

Dabei ergeben sich die Mittelpunkte der Fuzzy-Mengen zu:

$$\begin{bmatrix} v_{NG} \\ v_{NM} \\ v_{NK} \\ v_{NU} \\ v_{PK} \\ v_{PM} \\ v_{PG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.525 \\ -0.35 \\ -0.175 \\ 0 \\ 0.175 \\ 0.35 \\ 0.525 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (4.10)$$

**Tabelle 4.2:** Regelbasis

$u_e(t)$		$\dot{v}(t)$						
		NG	NM	NK	NU	PK	PM	PG
$v(t)$	NG	NSG	NSG	NSG	NG	NM	NK	NU
	NM	NSG	NSG	NG	NM	NK	NU	PK
	NK	NSG	NG	NM	NK	NU	PK	PM
	NU	NG	NM	NK	NU	PK	PM	PG
	PK	NM	NK	NU	PK	PM	PG	PSG
	PM	NK	NU	PK	PM	PG	PSG	PSG
	PG	NU	PK	PM	PG	PSG	PSG	PSG

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{NG} \\ \dot{v}_{NM} \\ \dot{v}_{NK} \\ \dot{v}_{NU} \\ \dot{v}_{PK} \\ \dot{v}_{PM} \\ \dot{v}_{PG} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.25 \\ -3.5 \\ -1.75 \\ 0 \\ 1.75 \\ 3.5 \\ 5.25 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

$u_{NU}^e$  wird durch folgenden Modifikationsalgorithmus verändert:

$$\begin{aligned} u_{NU}^e(t) &= \frac{IJ}{k} \left\{ q_d^{(4)}(t) + 40 \left[ q_d^{(3)}(t) + \frac{mgL}{I} \cos q_d(t) \dot{q}_d(t) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{mgL}{I} \sin q_d(t) \left[ (\dot{q}_d(t))^2 + \frac{mgL}{I} \cos q_d(t) + \frac{k}{I} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

$u_{NSG}^e, u_{NG}^e, u_{NM}^e, u_{NK}^e, u_{PK}^e, u_{PM}^e, u_{PG}^e$  und  $u_{PSG}^e$  werden durch die folgende Verschiebung aus  $u_{NU}^e$  berechnet:

$$\begin{cases} u_{PK}^e(t) &= u_{NU}^e(t) + 75 \times 1 \\ u_{NK}^e(t) &= u_{NU}^e(t) - 75 \times 1 \\ u_{PM}^e(t) &= u_{NU}^e(t) + 75 \times 2 \\ u_{NM}^e(t) &= u_{NU}^e(t) - 75 \times 2 \\ u_{PG}^e(t) &= u_{NU}^e(t) + 75 \times 3 \\ u_{NG}^e(t) &= u_{NU}^e(t) - 75 \times 3 \\ u_{PSG}^e(t) &= u_{NU}^e(t) + 75 \times 4 \\ u_{NSG}^e(t) &= u_{NU}^e(t) - 75 \times 4 \end{cases}. \quad (4.13)$$

Die Regeln sind in Tabelle 4.2 dargestellt. Die Erstellung dieses Regelwerkes erfolgte heuristisch. Hierbei wurde wieder von den Erfahrungen ausgegangen, die aus der Regelung des Roboters mit dem in Abschnitt 2 vorgestellten Regler gewonnenen wurden, und dieses dann mit Hilfe weiterer Simulationen verfeinert.

Für die Berechnung der Stellgröße wird die UND-Verknüpfung der Eingangsgrößen mit dem Minimumoperator berechnet und die Singleton-Fuzzifizierungsmethode, Max-Min-Inferenz und folgende Singleton-Schwerpunktmethode zur Defuzzifizierung verwendet (Lee 1990, Preuß 1992):

$$u_e(t) = \frac{\sum_{i=NSG}^{PSG} \mu_i(u_e(t)) u_i^e}{\sum_{i=NSG}^{PSG} \mu_i(u_e(t))}, \quad (4.14)$$

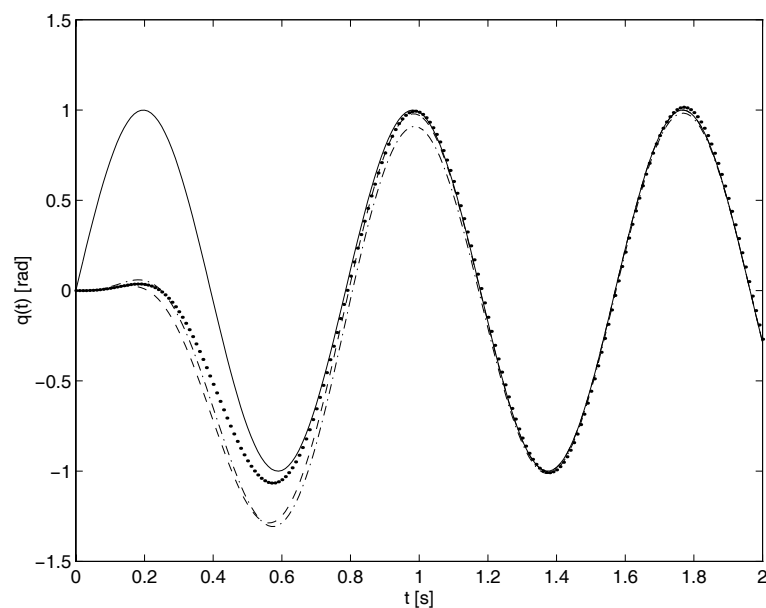
wobei  $\mu_i(u_e(t))$  der Zugehörigkeitswert der resultierten Fuzzy-Ausgangsmenge ist.

### 4.3 Simulationsergebnisse

Zum Vergleich der parametervarianten Fuzzy-Regelung, der Regelung mit dem in Abschnitt 2 vorgestellten Regler und der Regelung mittels exakter Zustands-Linearisierung gibt Bild 4.8 das Regelverhalten des Roboters bei allen drei Regelungskonzepten für  $I = 1 \text{ kgm}^2$ ,  $J = 1 \text{ kgm}^2$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ,  $k = 100 \text{ Nm/rad}$  und  $q_d(t) = \sin 8t$  wieder. Bei der parametervarianten Fuzzy-Regelung wird  $k_5 = 6$  gewählt. Der Regler mittels exakter Zustands-Linearisierung ist durch die Gln. (2.2) - (2.5) beschrieben, hier werden  $a_1 = 10000$ ,  $a_2 = 4000$ ,  $a_3 = 600$ ,  $a_4 = 40$  gewählt. Bei der Regelung mit dem im Abschnitt 2 aufgestellten Regler werden  $k_1 = 17$ ,  $k_2 = 7$ ,  $k_3 = 400$ ,  $k_4 = 40$ ,  $k_5 = 6$ ,  $k_6 = 40$  gewählt.

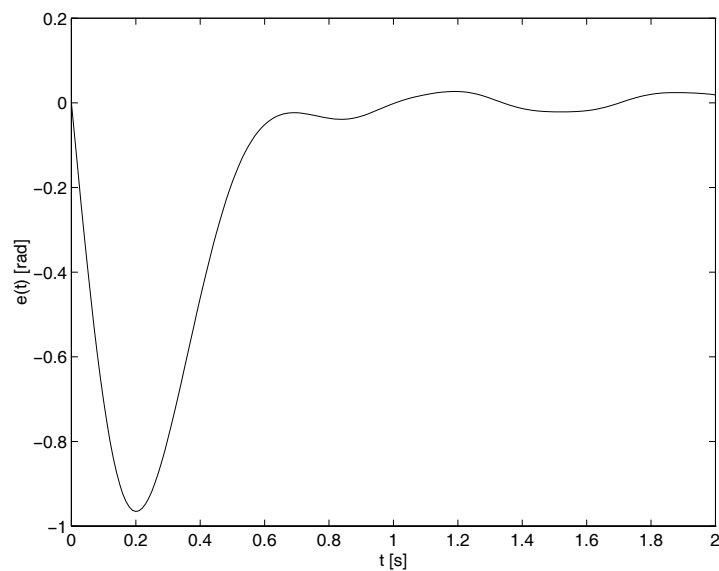
Die Bilder 4.9, 4.10 und 4.11 geben die Regelabweichung, die Änderung der Regelabweichung und die Stellgröße des Roboters bei der Regelung mit dem parametervarianten Fuzzy-Regler für  $q_d(t) = \sin 8t$  wieder.



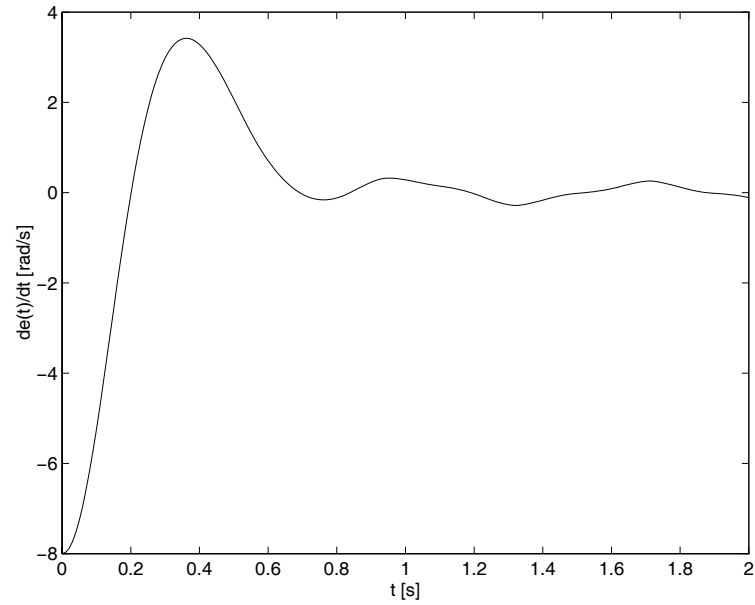


**Bild 4.8:** Regelverhalten des Roboters für  $q_d(t) = \sin 8t$

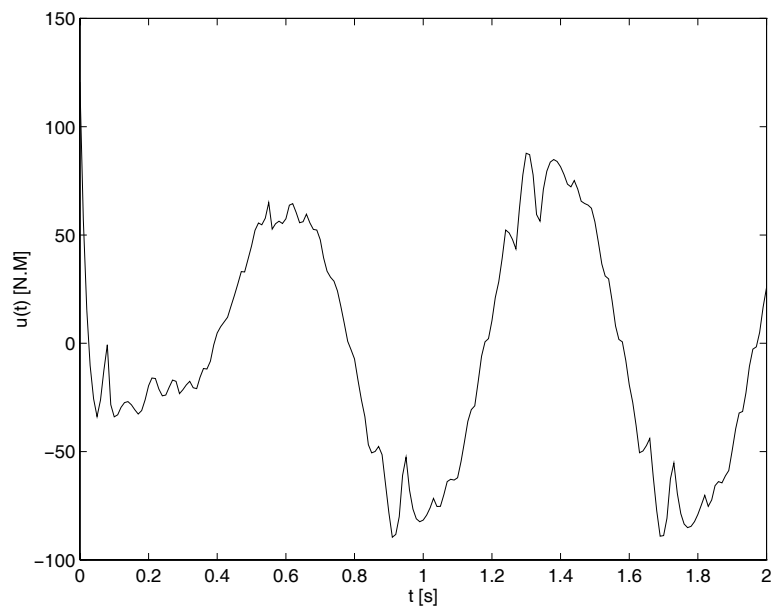
- „ — “ Sollbewegungsbahn
- „ · “ Regelung mit parametervariatem Fuzzy-Regler
- „ - · “ Regelung mit Regler mittels exakter Zustands-Linearisierung
- „ - - “ Regelung mit dem im Abschnitt 2 vorgestellten Regler



**Bild 4.9:** Regelabweichung bei Einsatz des parametervarianten Fuzzy-Reglers



**Bild 4.10:** Änderung der Regelabweichung bei Einsatz des parametervarianten Fuzzy-Reglers



**Bild 4.11:** Stellgröße des parametervarianten Fuzzy-Reglers

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Im vorliegenden Bericht wurde ein Ansatz zur Regelung eines Roboters mit einem elastischen Gelenk vorgestellt. Die Simulationsergebnisse zeigen, daß dieser Regler ein genauso gutes Regelverhalten wie die Regelung mittels exakter Zustands-Linearisierung besitzt. Als Vorteil ist herauszustellen, daß dieser Regler keine Information über das Differential der Beschleunigung des Roboterarms benötigt. Dadurch wird die Realisierung dieses Reglers wesentlich einfacher als z.B. der nach Benallegue (1995).

Der Regler wurde mit Hilfe von Fuzzy-Logik realisiert und als zeitvarianter Regler ausgeführt. Der vorgestellte Fuzzy-Teilregler für die Schwingungsdämpfung hat nur zwei Eingangsgrößen. Im Vergleich zu dem Regler nach Lin und Chen (1995) hat dieser Fuzzy-Regler eine kleinere Regelbasis. Deshalb ist der Rechenaufwand bei diesem Regler geringer.

Bisher wurde der vorgestellte Regler nur zur Regelung des eingliedrigen Roboters mit elastischem Gelenk angewandt. Die Erweiterung auf einen mehrgliedrigen Roboter soll in Zukunft durchgeführt werden. Außerdem benötigt der Modifikationsalgorithmus des vorgestellten zeitvarianten Fuzzy-Reglers das Modell des Roboters. Daher soll er durch einen selbstlernenden Modifikationsalgorithmus ersetzt werden.

## 6 Literaturverzeichnis

- Benallegue, A.** 1995. Adaptive control for flexible-joint robots using a passive systems approach. *Control Engineering Practice* 3. 1393-1400.
- De Luca, A.** 1988. Dynamic control of robots with joint elasticity. *Proc. IEEE Robot '88*. 152-158.
- Ge, S. S.** 1995. Comparative studies between finite and infinite time interval controllers for flexible joint robots. *Journal of Systems and Control Engineering* 209. 219-224.
- Ge, S. S.** 1996. Adaptive controller design for flexible joint manipulators. *Automatica* 32. 273-278.
- Landau, I. D. and R. Horowitz.** 1989. Application of the passive systems approach to the stability analysis of adaptive controllers for robot manipulators. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 3. 23-38.
- Lee, C. C.** 1990. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller-Part I, II. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics* 20. 404-435.
- Lin, L. C. and C. C. Chen.** 1995. Rigid model-based fuzzy control of flexible-joint manipulators. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 13. 107-126.
- Nicosia, S. and P. Tomei.** 1995. A tracking controller for flexible joint robots using only link position feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control* 40. 885-890.
- Preuß, H. P.** 1992. Fuzzy Control - heuristische Regelung mittels unscharfer Logik. *Automatisierungstechnische Praxis* 34. 176-184.
- Qu, Z. H.** 1995. Input-output robust tracking control design for flexible joint robots. *IEEE Transactions on Automatic Control* 40. 78-83.
- Schwarz, H.** 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme*. München, Wien: Oldenbourg.
- Spong, M. W.** 1987. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 109. 310-319.
- Spong, M. W., K. Khorasani and P.V. Kokotovic.** 1987. An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots. *IEEE Journal of Robotics and Automation* RA-3. 291-300.
- Spong, M. W.** 1989. Adaptive control of flexible joint manipulators. *Systems and Control Letters* 13. 15-21.