

Zustandsmodelle hydraulischer Antriebselemente

Michael Spielmann

Forschungsbericht Nr. 15/96

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: Die systemtheoretische Analyse, insbesondere weitergehende Untersuchungen zu Strukturinvarianten wie Beobachtbarkeit, Steuerbarkeit, Entkoppelbarkeit und Nulldynamik, setzt das Vorhandensein systembeschreibender Differentialgleichungen in Form von Zustandsmodellen voraus. Diese können entweder durch Identifikation oder, wie es im vorliegenden Bericht der Fall ist, durch Auswerten der physikalischen Grundgesetze erfolgen. Für die wichtigsten Hydraulikkomponenten werden die Zustandsmodelle mit den zugehörigen Eingangs-, Ausgangs- und Zustandsgrößen getrennt aufgeführt.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Nomenklatur | II |
| 1 Einführung | 1 |
| 2 Nichtlineare Modelle ausgewählter Hydraulikkomponenten | 3 |
| 2.1 Differential-/Gleichgangzylinder | 6 |
| 2.2 4/3-Wege Servoventil | 9 |
| 2.3 4/3-Wege Proportionalventil | 10 |
| 2.4 Leitungen | 11 |
| 2.5 Druckbegrenzungsventil | 12 |
| 2.6 Hydrospeicher | 13 |
| 3 Komplexe hydraulische Anlagen | 14 |
| 3.1 Einachsiger hydraulischer Antrieb | 14 |
| 3.2 Zweiachsiger hydraulischer Antrieb | 15 |
| 4 Nichtlineare Approximationen | 17 |
| 4.1 Bilineare Systeme | 18 |
| 4.2 Zustandsquadratische Systeme mit linear eingehender Steuerung | 18 |
| 4.3 Polynomsysteme mit linear eingehender Steuerung | 19 |
| 4.4 Analytische Systeme mit linear eingehender Steuerung | 20 |
| 5 Zusammenfassung und Ausblick | 22 |
| 6 Literaturverzeichnis | 23 |

Nomenklatur

Skalare Größen:

| | |
|------------------------------------|---|
| A | Wirksame Fläche beim Druckbegrenzungsventil [m^2], |
| A_A | Kolbenfläche in Kammer A [m^2] |
| A_B | Kolbenfläche in Kammer B [m^2] |
| $A_{R,k}$ | Querschnittsfläche der k -ten Rohr- bzw. Schlauchleitung [m^2] |
| $A_{1,3}, A_{2,4}$ | Durchströmte Flächen im Proportionalventil [m^2] |
| B_D, B_V | Durchflußkoeffizient [$\text{m}^3\text{s}^{-1}\text{N}^{-1}$] |
| $C_H, C_{H,A}, C_{H,B}$ | Hydraulische Kapazität [m^5N^{-1}] |
| D_V | Dämpfung des Servoventils [–] |
| $E_{\text{Öl}}$ | Elastizitätsmodul des Hydrauliköls [Nm^{-2}] |
| E_{max} | Elastizitätsmodul bei p_{max} [Nm^{-2}] |
| F_0 | Federvorspannkraft beim Druckbegrenzungsventil [N] |
| F_F | Federkraft beim Druckbegrenzungsventil [N] |
| F_H | Absolutwert der Haftreibung [N] |
| F_p | Kraft aufgrund des Öldrucks [N] |
| F_R, F_{RV} | Reibkraft [N] |
| F_{Str} | Strömungskraft [N] |
| F_V | Federvorspannkraft beim Proportionalventil [N] |
| F_{V0} | Maximale Federvorspannkraft [N] |
| F_x | Äußere Kraft [N] |
| F_{Σ} | Summe der äußeren Kräfte [N] |
| G | Dämpferkonstante beim Druckbegrenzungsventil [$\text{m}^5\text{N}^{-1}\text{s}^{-1}$] |
| H | Kolbenhub [m] |
| I_A, I_B | Steuerstrom für das Proportionalventil [A] |
| K_F | Kraftverstärkung [NsA^{-1}] |
| K_{Lip} | Leckölvolumenstrombeiwert [$\text{m}^5\text{s}^{-1}\text{N}^{-1}$] |
| K_V | Normierungsfaktor beim Servoventil [V^{-1}m] |
| L_A, L_B | Induktivität [A] |
| L_H | Hydraulische Induktivität [A] |
| R_A, R_B | Wicklungswiderstände [Ω] |
| R_H | Hydraulischer Widerstand [m^3s^{-1}] |
| Q_A, Q_B | Volumenstrom aus bzw. in Zylinderkammer A,B [m^3s^{-1}] |
| $Q_{\text{ex},A}, Q_{\text{ex},B}$ | Externer Leckölstrom aus Kammer A bzw. B [m^3s^{-1}] |
| Q_{Li} | interner Leckölvolumenstrom [m^3s^{-1}] |
| Q_H | Volumenstrom aus/in den Hydrospeicher [m^3s^{-1}] |
| Q_V | Volumenstrom zum Tank (Druckbegrenzungsventil) [m^3s^{-1}] |
| U_A, U_B | Steuerspannung für die Proportionalmagneten [V] |
| V_A, V_B | Ölvolumen in den Zylinderkammern [m^3] |

Fortsetzung skalare Größen:

| | |
|------------------------------------|---|
| V_{PB} | Steigung der Drucksignalfunktion für $y_V = 0$ [Nm^{-3}] |
| V_0 | Volumen im Ausgangszustand [m^3] |
| c | Federsteifigkeit beim Proportionalventil [Nm^{-1}] |
| c_F | Federsteifigkeit beim Druckbegrenzungsventil [Nm^{-1}] |
| c_1 | Parameter der Stribeckkennlinie [s m^{-1}] |
| d_K | Kolbendurchmesser [m] |
| $d_{S,A}, d_{S,B}$ | Kolbenstangendurchmesser in der Kammerseite A bzw. B [m] |
| f_1 | Parameter der Stribeckkennlinie [Ns m^{-1}] |
| f_2, f_3 | Parameter der Stribeckkennlinie [N] |
| g | Gravitationskonstante [m s^{-2}] |
| l_A, l_B | Absolute Länge der Kammern A und B [m] |
| l_k | Länge des k -ten Leitungselements [m] |
| m | Bewegte Masse [kg] |
| $m_{\text{öl},A}, m_{\text{öl},B}$ | Ölmasse in den Zylinderkammern [kg] |
| n_L | Anzahl der diskreten Leitungselemente [–] |
| Δp | Druckdifferenz [Nm^{-2}] |
| p_A | Druck in Kammer A [Nm^{-2}] |
| p_B | Druck in Kammer B [Nm^{-2}] |
| p_{max} | Maximaler Betriebsdruck [Nm^{-2}] |
| p_H | Gasdruck im Hydrospeicher [Nm^{-2}] |
| p_T | Tankdruck [Nm^{-2}] |
| p_0 | Betriebsdruck, Druck im Ausgangszustand [Nm^{-2}] |
| u_V | Steuerspannung des Servoventils [V] |
| $u_{1,\text{max}}$ | Maximale Ventilsteuerspannung [V] |
| y | Ausgangssignal |
| y_{max} | Maximale Steuerkolbenauslenkung [m] |
| yz | Zylinderkolbenposition [m] |
| y_V | Ventilsteuerkolbenposition [m] |
| Δy_V | Steuernutenversatz [m] |
| $y_{V,\ddot{u}}$ | Ventilüberdeckung [m] |
| α | Winkel zwischen Kolbenachse und horizontaler Ebene [rad], Steuerkerbenwinkel am Proportionalventil [rad] |
| α_D | Durchflußkoeffizient [–] |
| α_K | Kontraktionskoeffizient [–] |
| γ | Approximationsfaktor [–] |
| ω_0 | Eigenkreisfrequenz des Servoventils [s^{-1}] |
| $\rho_{\text{öl}}$ | Öldichte [kg m^{-3}] |
| ε | Strömungswinkel [rad] |
| φ | Kolbenflächenverhältnis [–] |
| κ | Isentropenexponent [–] |

Vektoren, Vektorfelder und Matrizen:

| | |
|-----------|--|
| A | Systemmatrix |
| B | Eingangsmatrix |
| N | Eingangsmatrix |
| b | Eingangsvektor |
| $f(x, u)$ | Systemvektorfeld eines allgemein nichtlinearen Systems |
| $h(x)$ | Ausgangsvektorfeld eines allgemein nichtlinearen Systems |
| u | Eingangsvektor |
| x | Zustandsvektor |
| y | Ausgangsvektor |
| z | Zustandsvektor |

Funktionen:

| | |
|-------------------------------------|---|
| $ x $ | Betrag von x |
| $\otimes, (\cdot)^{\otimes(\cdot)}$ | Kronecker-Produkt |
| $(\cdot)^{\otimes[\cdot]}$ | reduziertes Kronecker-Produkt |
| Dim | Dimension eines Vektorraumes |
| $\min(\{\cdot\})$ | Kleinster Wert aus $\{\cdot\}$ |
| $\text{sign}(x)$ | Vorzeichen von x |
| $\text{sgn}(x)$ | Nicht-negativ Operator |
| V_K | Hilfsfunktion beim Druckbegrenzungsventil |

Abkürzungen:

| | |
|-----|---|
| ALS | Analytisches System mit linear eingehender Steuerung |
| BLS | Bilineares System |
| NS | Nichtlineares System |
| PLS | Polynomsystem mit linear eingehender Steuerung |
| QLS | Quadratisches System mit linear eingehender Steuerung |

1 Einführung

Hydraulische Antriebe, bestehend aus einer Reihe das Systemverhalten beeinflussender Komponenten (Bild 1.1), waren in der Vergangenheit Gegenstand zahlreicher intensiver Forschungsarbeiten nicht zuletzt im Fachgebiet Meß-, Steuer- und Regelungstechnik. Hierzu zählt neben der Modellbildung (Ruppert 1982, Pawlik 1993, Feigel 1987) und der Approximation durch einfache nichtlineare Modelle (Guo 1991) die Entwicklung eines Expertensystems zur Anlagenplanung und -entwicklung (Lemmen 1995).

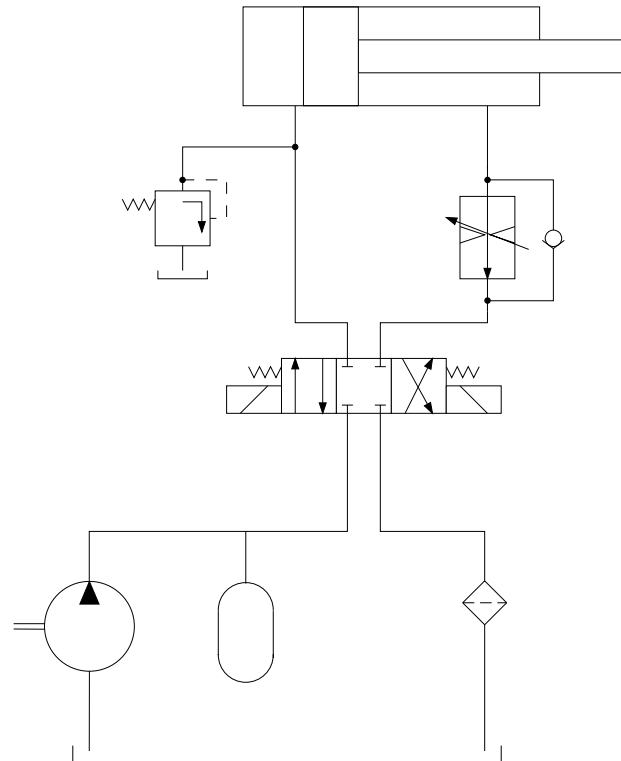


Bild 1.1: Schaltplan einer hydraulischen Anlage

Die Suche und Entwicklung umweltverträglicher Fluide (Beyer 1993), die Reduzierung des Reibungsverhaltens der Kolbendichtungen (Lorber 1994) und Untersuchungen des Strömungsverhaltens in den innerhalb einer hydraulischen Anlage auftretenden Widerständen (Feigel 1992) zählen ebenfalls zu den Forschungsschwerpunkten in diesem Bereich.

Einzig vernachlässigter Bereich stellt die Auslegung von modernen Regelungsstrategien dar. Dort, wo nicht ohnehin Steuerungen eingesetzt werden, finden im allgemeinen lineare Regler Anwendung. Der Einsatz nichtlinearer Regelungsstrategien (Schwarz 1991, Isidori 1995) bleibt bisher Sonderlösungen vorbehalten (Dietz 1988, Riege 1995) und ist Gegenstand der Forschung.

Den ersten Schritt zur systemtheoretischen Analyse eines hydraulischen Antriebs und zur Reglerauslegung stellt die Modellbildung dar. Dieser Bericht gibt die in verschiede-

nen Arbeiten hergeleiteten Modelle für einzelne hydraulische Komponenten in Form von Zustandsmodellen wieder. Für ausgewählte Kombinationen werden in Abschnitt 2 resultierende Modelle vorgestellt, die in Abschnitt 3 beispielhaft zu ein- und mehrachsigen hydraulischen Antrieben kombiniert werden. Abschnitt 4 behandelt nichtlineare Approximationen verschiedener Ordnungen wie bilineare Systeme (BLS), quadratische Systeme (QLS), Polynomsysteme und analytische Systeme mit linear eingehender Steuerung (ALS). Es werden Hinweise gegeben, wie aus den in Abschnitt 2 hergeleiteten Zustandsmodellen die genannten Approximationen gewonnen werden können.

2 Nichtlineare Modelle ausgewählter Hydraulikkomponenten

Wenn es um die Modellbildung eines einachsigen hydraulischen Antriebes geht, findet sich in der in Abschnitt 1 erwähnten Literatur häufig die in Bild 2.1 dargestellte Anordnung, bestehend aus einem translatorischen Antrieb, einem 4/3-Wege-Ventil (in der Ausführung als Servoventil) und einer angekoppelten Masse m .

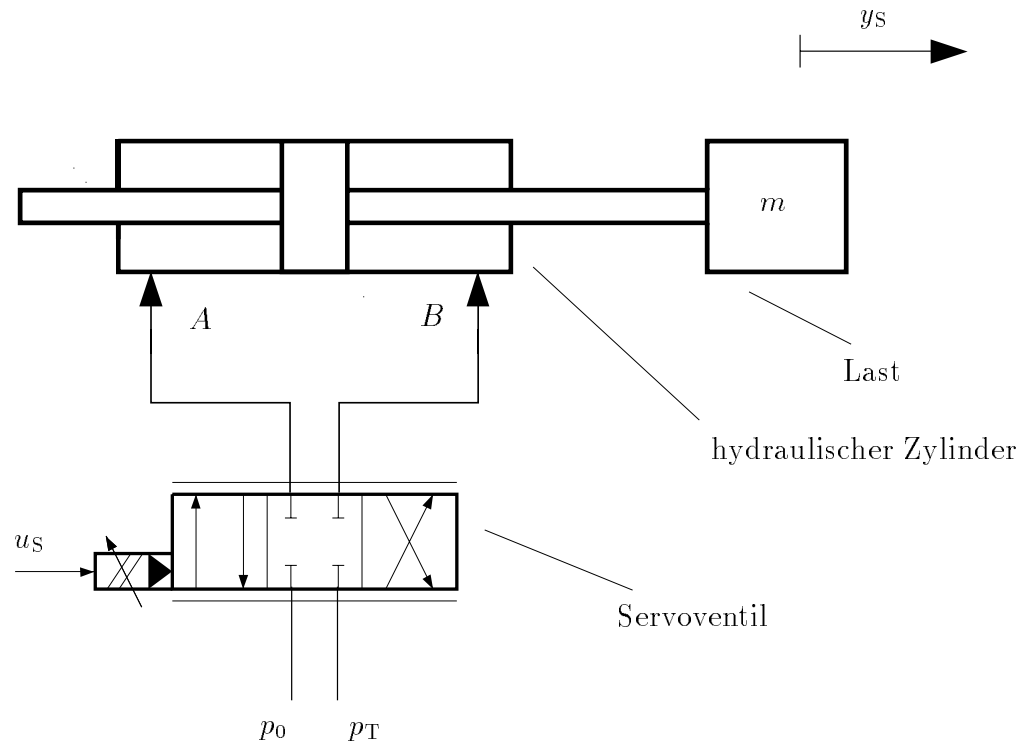


Bild 2.1: Hydraulischer Antrieb mit 2 Komponenten

In Schwarz (1991) wird hierfür, nach Einführung der Zustände

- $x_1(t)$ Zylinderkolbenposition,
- $x_2(t)$ Zylinderkolbengeschwindigkeit,
- $x_3(t)$ Druck in der Kammer A,
- $x_4(t)$ Druck in der Kammer B,
- $x_5(t)$ Steuerkolbenposition und
- $x_6(t)$ Steuerkolbengeschwindigkeit

das resultierende Zustandsmodell¹

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{f_1}{m} & \frac{A_A}{m} & -\frac{A_B}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0^2 & -2D_v\omega_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \\
 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_u \end{bmatrix} u(t) &+ \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\text{sign}(x_2)}{m} [f_2 + f_3 e^{-c_1|x_2|}] \\ \frac{E_{\ddot{O}1}(x_3)}{V_A(x_1)} (-A_A x_2 + Q_A(p_0, x_3, p_T, x_5) - Q_{Li}) \\ \frac{E_{\ddot{O}1}(x_4)}{V_B(x_1)} (+A_B x_2 + Q_B(p_0, x_3, p_T, x_5) - Q_{Li}) \\ 0 \\ K_F F_{RV}(x_6) \end{bmatrix} \quad (2.1) \\
 y = x_1 &
 \end{aligned}$$

angegeben, welches sowohl für die Verwendung eines Gleichgangzylinders als auch für die Verwendung eines Differentialzylinders gültig ist.

Die starke Nichtlinearität des Systems spiegelt sich nicht nur in den Durchflußgleichungen

$$Q_i = f(\dots, \sqrt{\Delta p}), \quad i = A, B \quad (2.2)$$

wider, sondern wird im hohen Maße durch die unstetige Betrags- und Signum-Funktion².

$$|x| = \begin{cases} x & \forall x \geq 0 \\ -x & \forall x < 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad (2.3)$$

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \forall x \geq 0 \\ -1 & \forall x < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Die Gln. (2.3)-(2.4) fließen durch Berücksichtigung der Reibung zwischen Kolbendichtung und Kolbenwand in das Modell ein. Ein analytischer Ansatz läßt sich dadurch erzielen, daß diese Terme durch

¹ Aus Gründen der Übersicht wurde auf die Angabe des Zeitargumentes verzichtet

² Für $x = 0$ sind auch andere Definitionen zu finden, z.B. bei der Berechnung mit MATLAB ist $\text{sign}(0)=0$

$$|x| = x \frac{2}{\pi} \arctan(\gamma x) \quad (2.5)$$

$$\text{sign}(x) = \frac{2}{\pi} \arctan(\gamma x) \quad (2.6)$$

ersetzt werden. Die Approximationsgüte wird mit dem Faktor γ festgelegt (Bild 2.2).

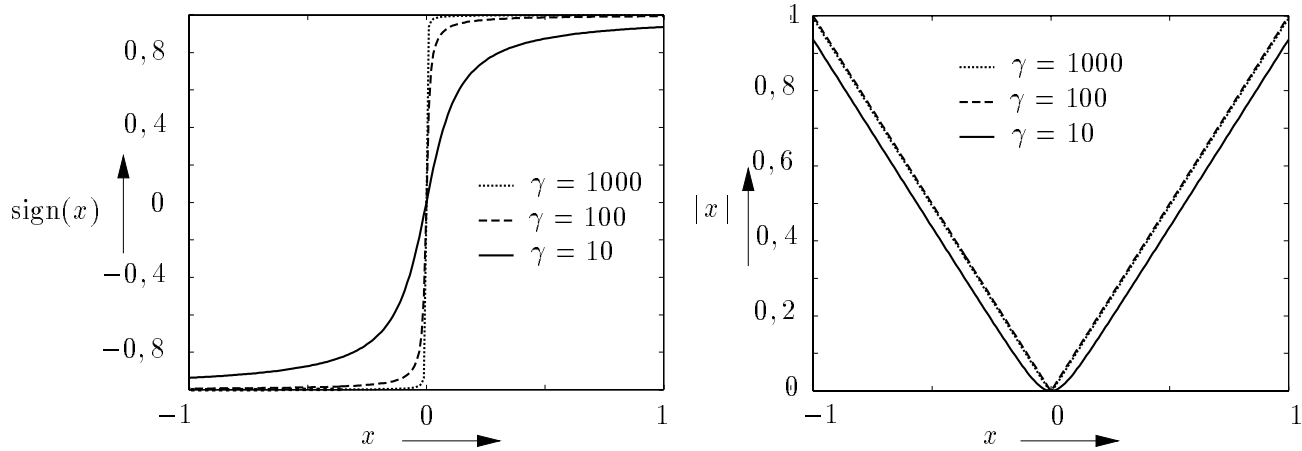


Bild 2.2: Approximation von $|x|$ und $\text{sign}(x)$

Auch wenn es sich bei dem mit Gleichung (2.1) beschriebenen Modell bereits um eine komplexe Beschreibung handelt, werden einige das Systemverhalten entscheidend beeinflussende Faktoren vernachlässigt:

- Im Ruhezustand ergibt die Berechnung der dem Modell zugrundeliegenden Reibkraft

$$F_R(\dot{x}) = f_1 \dot{x} + \text{sign}(\dot{x}) [f_2 + f_3 e^{-c_1 |\dot{x}|}] \quad (2.7)$$

den Wert

$$F_R(\dot{x}) = f_2 + f_3 \quad \text{bzw.} \quad F_R(\dot{x}) = 0$$

unabhängig von der zu erwartenden Verfahrrichtung. Tatsache ist aber, dass die Reibkraft als Reaktion auf die äußeren Kräfte bei $\dot{x} = 0$ irgendwo zwischen dem negativen und positiven Wert der Haftreibung $F_H = f_2 + f_3$

$$-F_H \leq F_R(0) \leq F_H \quad (2.8)$$

liegt. Bei Positionieraufgaben unter Verwendung eines Reglers, der aufgrund dieses Modells ausgelegt wurde, werden deshalb immer Grenzwahlungen auftreten (vgl. Bertram und Svaricek 1993, Spielmann 1996b).

- Insbesondere bei größeren Anlagen können die verbindenden Rohr- und Schlauchleitungen aufgrund ihres dynamischen Einflusses nicht mehr vernachlässigt werden.
- Bei Verwendung eines Differentialzylinders treten in der Anordnung nach Bild 2.1 Drucksprünge bei der Umkehr der Kolbenverfahrerrichtung auf. Zur Vermeidung dieses Effektes werden üblicherweise der Kammer eine Drossel und ein Rückschlagventil nachgeschaltet, in die aufgrund der Kolbenstange ein geringerer Ölvolumenstrom zu- bzw. abfließt (vgl. Bild 1.1). Diese Bauteile stellen Widerstände dar und besitzen innerhalb des Gesamtsystems einen eigenen dynamischen Anteil.

In den nachfolgenden Abschnitten werden die Gleichungen für die einzelnen hydraulischen Komponenten als Zustandsmodell

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2.9)$$

zusammengestellt.

2.1 Differential-/Gleichgangzylinder

Bei den hydraulischen Translationsantrieben lassen sich zwei Arten unterscheiden: Zylinder mit einer Kolbenstange und Zylinder mit zwei Kolbenstangen. Im praktischen Einsatz sind innerhalb dieser Gruppen Differentialzylinder, gekennzeichnet durch

$$d_{S,A} = 0 \quad , \quad Q_{\text{ex},A} = 0 \quad (2.10)$$

und Gleichgangzylinder mit

$$d_{S,A} = d_{S,B} \quad (2.11)$$

zu finden. Bei der Darstellung der Gleichungen wird von einem Zylinder mit zwei Kolbenstangen und wahlweise unterschiedlichen Kolbenflächen ausgegangen der damit sowohl Differential- als auch Gleichgangzylinder (Bild 2.3) beinhaltet. Der Eingangsvektor $\mathbf{u}(t)$ und der Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$ haben bei dem System Hydrozylinder in Zustandsdarstellung die Belegung

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} Q_A(t) \\ Q_B(t) \\ F_x(t) \\ \alpha(t) \\ Q_{\text{ex},A}(t) \\ Q_{\text{ex},B}(t) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} y_Z(t) \\ \dot{y}_Z(t) \\ p_A(t) \\ p_B(t) \end{bmatrix} . \quad (2.12)$$

Die Wahl des Ausgangsvektors ist abhängig von den zur Verfügung stehenden Meßgrößen und kann gegebenenfalls variieren.

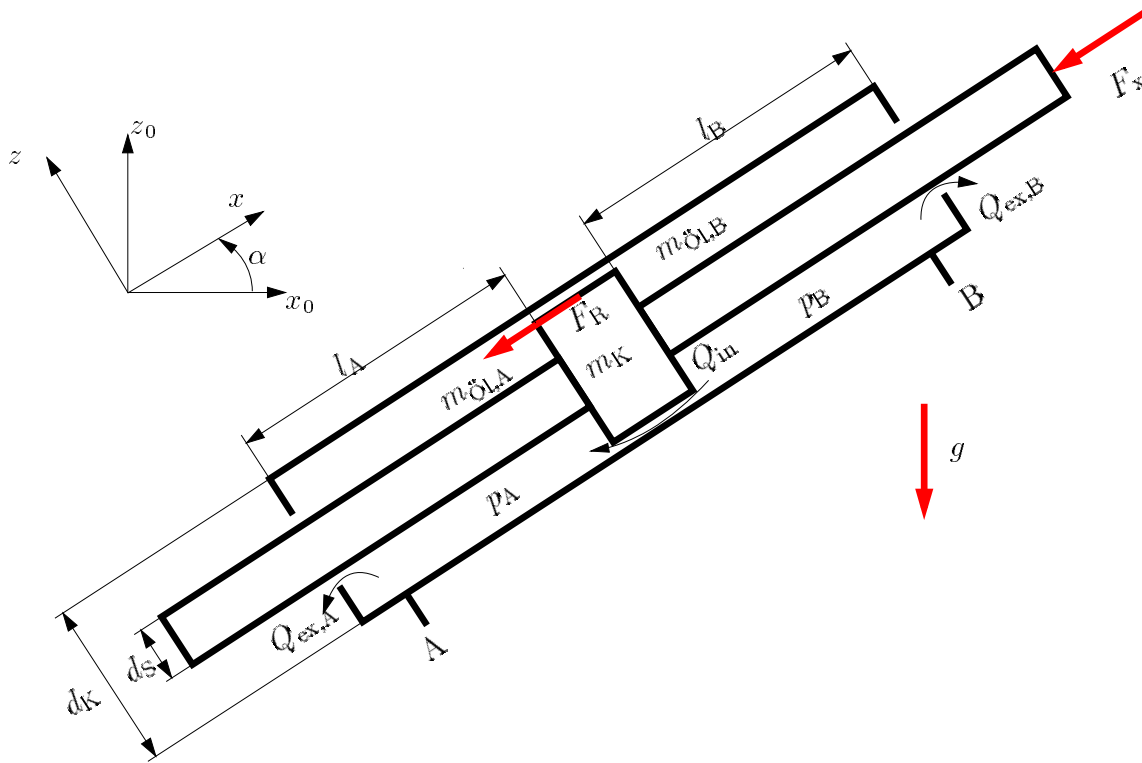


Bild 2.3: Kenngrößen bei einem Gleichgangzylinder

Die in Ruppert (1982) zu findenden Modellgleichungen können nach Ergänzung durch einen Gravitationsterm und unter Verwendung der Zustände gemäß Gl. (2.12) als Zustandsmodell

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m(x_1)} [x_3 A_A - x_4 A_B - F_R(x_2) - u_3] - g \sin u_4 \\ \frac{1}{C_{H,A}(x_1, x_3)} [-A_A x_2 + u_1 + K_{\text{Lip}}(x_4 - x_3)] \\ \frac{1}{C_{H,B}(x_1, x_4)} [A_B x_2 + u_2 - K_{\text{Lip}}(x_4 - x_3)] \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

notiert werden, mit den Abkürzungen:

$$m(x_1) = m_K + \rho_{\text{Öl}} [(A_A - A_B) x_1 + H A_B + V_{A0} + V_{B0}], \quad (2.14)$$

$$A_A = \frac{\pi}{4} (d_K^2 - d_{S,A}^2), \quad (2.15)$$

$$A_B = \frac{\pi}{4} (d_K^2 - d_{S,B}^2), \quad (2.16)$$

$$F_R = \begin{cases} f_1 x_2 + f_2 + f_3 e^{-c_1 x_2}, & \forall x_2 > 0 \\ \text{sign}(F_\Sigma) \cdot \min(f_2 + f_3, F_\Sigma), & \forall x_2 = 0 \\ f_1 x_2 - f_2 - f_3 e^{c_1 x_2}, & \forall x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

$$F_\Sigma = x_3 A_A - x_4 A_B - u_3 - m(x_1) g \sin u_4, \quad (2.18)$$

$$C_{H,A}(x_1, x_3) = \frac{V_A(x_1)}{E_{\text{Ö1}}(x_3)} = \frac{x_1 A_A + V_{A0}}{\frac{1}{2} E_{\text{max}} \log_{10} \left(\frac{90}{\rho_{\text{max}}} x_3 + 3 \right)}, \quad (2.19)$$

$$C_{H,B}(x_1, x_4) = \frac{V_B(x_1)}{E_{\text{Ö1}}(x_4)} = \frac{(H - x_1) A_B + V_{B0}}{\frac{1}{2} E_{\text{max}} \log_{10} \left(\frac{90}{\rho_{\text{max}}} x_4 + 3 \right)}. \quad (2.20)$$

Nach Feigel (1987) läßt sich der Leckölvolumenstrombeiwert K_{Lip} aus der Drucksignalfunktion (Bild 2.4 links) ermitteln. Für eine Versuchsanordnung gemäß Bild 2.4 (rechts) gilt bei Vernachlässigung des externen Leckölstromes und der Annahme $p_T = 0$

$$B_V y_V \sqrt{p_0 - p_A} = \frac{1}{\varphi} B_V y_V \sqrt{p_A} \quad . \quad (2.21)$$

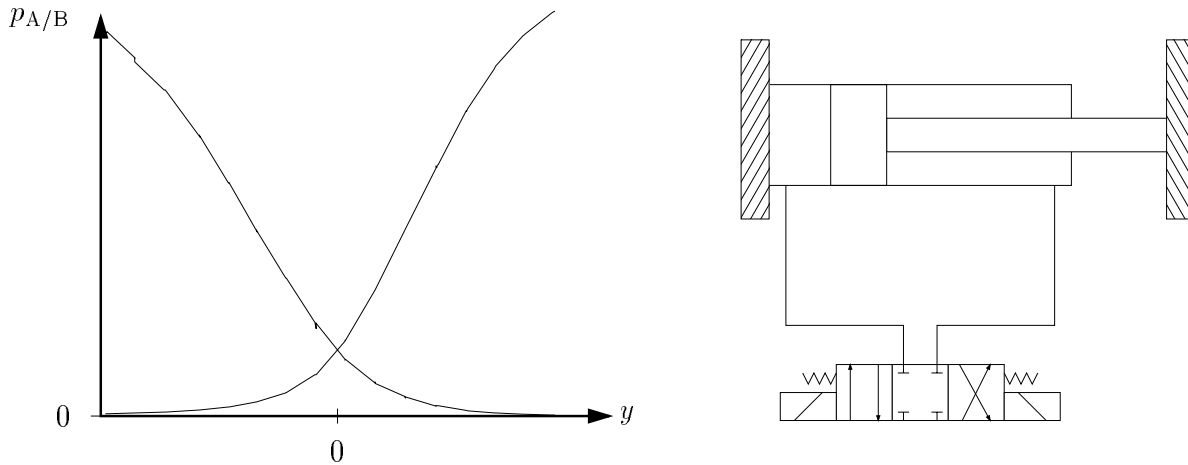


Bild 2.4: Qualitative Darstellung einer gemessenen Drucksignalfunktion (links) und verwendete Versuchsanordnung (rechts)

Aus der Volumenstrombilanz in der rechten Kammer folgt:

$$\frac{1}{\varphi} B_V y_V \sqrt{p_{B_V}} = K_{\text{Lip}} \sqrt{p_{B_V} - p_A} \quad . \quad (2.22)$$

Mit den Gleichungen (2.21) und (2.22) ergibt die Berechnung der Steigung der Drucksignalfunktion im Punkt $y_V = 0$

$$V_{\text{PB}} = \left(\frac{\partial p_B}{\partial y_V} \right)_{y_V=0} = - \frac{B_V \frac{1}{\varphi}}{K_{\text{Lip}} \left(1 + \frac{1}{\varphi^2}\right)} \sqrt{\frac{p_0}{1 + \frac{1}{\varphi^2}}}, \quad (2.23)$$

woraus für den Leckölvolumenstrombeiwert

$$K_{\text{Lip}} = - \frac{B_V \frac{1}{\varphi}}{V_{\text{PB}} \left(1 + \frac{1}{\varphi^2}\right)} \sqrt{\frac{p_0}{1 + \frac{1}{\varphi^2}}} \quad (2.24)$$

folgt. Der Faktor K_{Lip} beschreibt nicht nur den Volumenstrom zwischen Kolbenstangendichtung und Zylinderwand sondern beinhaltet auch negative Ventilüberdeckungen.

2.2 4/3-Wege Servoventil

In der in Abschnitt 1 erwähnten Literatur ist im Rahmen der Modellbildung vornehmlich die Kombination eines Zylinders mit einem 4/3-Wege Servoventil zu finden. Dies liegt im besonderen an den guten Eigenschaften, die es erlauben, das Ventil als PT₂-System zu modellieren (Ruppert 1982). Als Zustände gehen die Steuerkolbenposition y_V und die Steuerkolbengeschwindigkeit \dot{y}_V in das Modell Gl. (2.25) ein:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \omega_0^2 K_V u_1 - 2D_V \omega_0 x_2 - \omega_0^2 x_1 \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

$$K_V = \frac{y_{\text{max}}}{u_{1,\text{max}}}. \quad (2.26)$$

Neben der Steuerspannung für das Ventil u_V werden die anliegenden Drücke p_0 , p_T , p_A und p_B als Eingangsgrößen festgelegt:

$$\mathbf{u}^T = [u_V \ p_0 \ p_T \ p_A \ p_B]. \quad (2.27)$$

Die Ausgangsgrößen des Ventils sind die resultierenden Volumenströme $y_1 = Q_A$ und $y_2 = Q_B$:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} B_V \text{sgn}(z_1 + y_{V,\ddot{u}1}) \text{sign}(u_2 - u_4) \sqrt{|u_2 - u_4|} \\ -B_V \text{sgn}(-z_1 + y_{V,\ddot{u}2}) \text{sign}(u_4 - u_3) \sqrt{|u_4 - u_3|} \\ B_V \text{sgn}(-z_1 + y_{V,\ddot{u}3}) \text{sign}(u_2 - u_5) \sqrt{|u_2 - u_5|} \\ -B_V \text{sgn}(z_1 + y_{V,\ddot{u}4}) \text{sign}(u_5 - u_3) \sqrt{|u_5 - u_3|} \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Der Einfluß einer negativen Überdeckung wird z.T. durch den im vorherigen Abschnitt beschriebenen Leckölvolumenstrombeiwert K_{Lip} berücksichtigt.

Der nicht-negativ Operator

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} x & \forall x > 0 \\ 0 & \forall x \leq 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

zur Berechnung der Volumenströme in Abhängigkeit der Durchflußrichtung kann ebenfalls als analytische Funktion durch

$$\operatorname{sgn}(x) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(\gamma x) \right) x \quad (2.30)$$

approximiert werden (Bild 2.5).

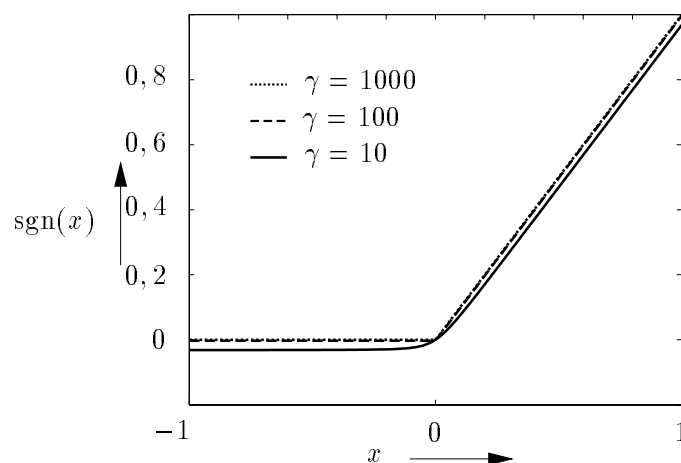


Bild 2.5: Approximation von $\operatorname{sgn}(x)$

2.3 4/3-Wege Proportionalventil

Das Proportionalventil wird aufgrund seiner gegenüber dem Servoventil robusteren Bauart häufig in der Mobilhydraulik verwendet. Die auftretenden Nichtlinearitäten sind durch die direkte Ansteuerung gravierender als beim Servoventil, weshalb Proportionalventile im allgemeinen nur zur Steuerung eingesetzt werden. Die Unterschiede zwischen den beiden Ventilarten sind allerdings in neuerer Zeit nicht mehr ganz so gravierend, da eine Annäherung bei beiden Typen erfolgt. Mit Einführung der Vektoren

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} y_V \\ \dot{y}_V \\ I_A \\ I_B \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} Q_A \\ Q_B \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ p_A \\ p_B \\ p_0 \\ p_T \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

hat das in Anlehnung an Lausch (1987) angegebene Zustandsmodell folgende Form:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m} [K_F(x_3 - x_4) + F_{\text{Str}}(x_1, u_3, u_4, u_5, u_6) - F_R(x_2) - F_V(x_1) - cx_1] \\ \frac{1}{L_A} (u_1 - R_A x_3) \\ \frac{1}{L_B} (u_2 - R_B x_4) \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Die in Gl. (2.32) enthaltenen Funktionen sind gemäß der Gln. (2.33) bis (2.38) definiert.

$$F_{\text{Str}} = \frac{2}{\alpha_D^2} \alpha_K \left[A_{1,3} (|u_5 - u_3| + |u_4 - u_6|) \cos \varepsilon - A_{2,4} (|u_5 - u_4| + |u_3 - u_6|) \cos \varepsilon \right], \quad (2.33)$$

$$A_{1,3} = 2 \left[\text{sgn}^2(-x_1 - y_{V,\ddot{u}}) + \text{sgn}^2(-x_1 - y_{V,\ddot{u}} - \Delta y_V) \right] \tan \frac{\alpha}{2}, \quad (2.34)$$

$$A_{2,4} = 2 \left[\text{sgn}^2(x_1 - y_{V,\ddot{u}}) + \text{sgn}^2(x_1 - y_{V,\ddot{u}} - \Delta y_V) \right] \tan \frac{\alpha}{2}, \quad (2.35)$$

$$F_R = \begin{cases} f_1 x_2 + f_2 + f_3 e^{-c_1 x_2}, & \forall x_2 > 0 \\ \text{sign}(F_\Sigma) \cdot \min(f_2 + f_3, F_\Sigma), & \forall x_2 = 0 \\ f_1 x_2 - f_2 - f_3 e^{c_1 x_2}, & \forall x_2 < 0 \end{cases}, \quad (2.36)$$

$$F_\Sigma = K_F(x_3 - x_4) + F_{\text{Str}}(x_1, u_3, u_4, u_5, u_6) - F_V(x_1) - cx_1, \quad (2.37)$$

$$F_V = \begin{cases} \forall x_1 > 0 F_V = F_{V0} \\ \forall x_1 = 0 F_V = 0 \\ \forall x_1 < 0 F_V = -F_{V0} \end{cases}. \quad (2.38)$$

2.4 Leitungen

Die verbindenden Rohr- und Schlauchleitungen haben aufgrund der Kompressibilität des Öls und der Elastizität der Wandungen Einfluß auf das dynamische Verhalten. In Analogie zur Elektrotechnik werden für die hydraulischen Bauelemente Widerstände R_H , Kapazitäten C_H und Induktivitäten L_H eingeführt. Bei einer Leitung werden durch die einzelnen Anteile die Effekte gemäß Tabelle 2.1 beschrieben. Durch Diskretisierung kann die Leitung in n_L Abschnitte eingeteilt werden (Bild 2.6).

| | |
|--------------------|---|
| Widerstand R_H | Druckverlust aufgrund von Flüssigkeitsreibung |
| Kapazität C_H | Elastizität des Öls |
| Induktivität L_H | Massenträgheit des Öls |

Tabelle 2.1: Analogien zur Elektrotechnik

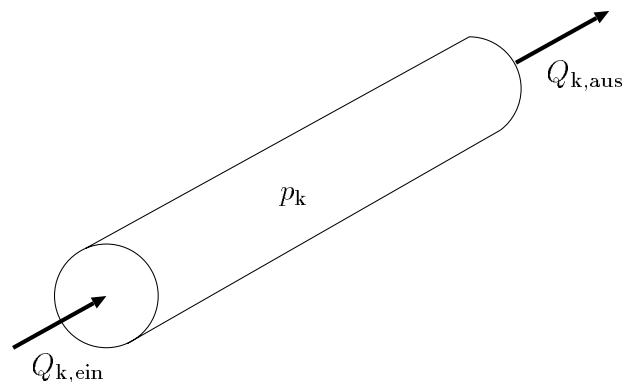


Bild 2.6: Diskretes Leitungselement

Unter Vernachlässigung des Druckverlustes aufgrund der Flüssigkeitsreibung läßt sich für ein Leitungselement k ein Zustandsmodell wie folgt angeben:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_H}(u_2 - x_2) \\ \frac{1}{L_H}(u_1 - x_1) \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad , \quad (2.39)$$

mit

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} p_k \\ Q_{k,aus} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} p_{k+1} \\ Q_{k,ein} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$C_H = \frac{l_k A_{R,k}}{E_{\ddot{O}l}} \quad L_H = \frac{l_k \rho_{\ddot{O}l}}{A_{R,k}} \quad . \quad (2.41)$$

2.5 Druckbegrenzungsventil

Das Druckbegrenzungsventil hat die Aufgabe, Systemteile vor Überlastung zu schützen. Dies geschieht in der Regel durch eine mit einer Kraft F_0 vorgespannten Feder (Bild 2.7). In Anlehnung an das Modell in Backè (1994) läßt sich folgendes Zustandsmodell bestimmen:

$$\dot{x} = \frac{G}{A} u_1 - \frac{G}{A^2} [F_0 + c_F x] + V_K(u_1, x) \quad (2.42)$$

$$y = B_D x \sqrt{u_1 - u_2} \quad (2.43)$$

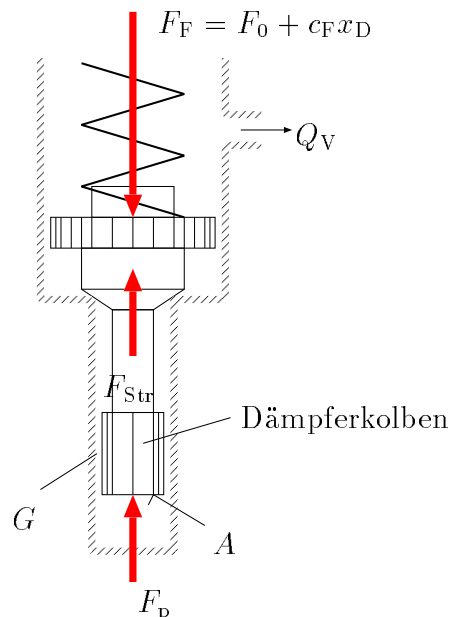


Bild 2.7: Druckbegrenzungsventil

mit

$$V_K(u_1, x) = \begin{cases} \frac{G}{A^2} F_0 - \frac{G}{A} u_1 & \forall x = 0 \wedge u_1 A - F_0 < 0 \\ = 0 & \forall z > 0 \end{cases}, \quad (2.44)$$

$$x = x_D, \quad (2.45)$$

$$\mathbf{u}^T = [p \ p_T], \quad (2.46)$$

$$y = Q_V. \quad (2.47)$$

2.6 Hydrospeicher

Für eine adiabate Zustandsänderung des im Hydrospeicher enthaltenen Gases gilt:

$$pV^\kappa = p_0 V_0^\kappa. \quad (2.48)$$

Die zeitliche Änderung des Druckes folgt aus der zeitlichen Ableitung von Gl. (2.48) zu

$$\dot{p} = \frac{p_0 \kappa}{V} \left(\frac{V_0}{V} \right)^\kappa Q_H. \quad (2.49)$$

Mit den Zustandsgrößen $x_1 = p_S$ (Speicherdruck) und $x_2 = V_S$ (Speichervolumen) lautet damit das Zustandsmodell des Hydrospeichers:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{p_0 \kappa}{x_2} \left(\frac{V_0}{x_2} \right)^\kappa u \\ -u \end{bmatrix}; \quad u = Q_H; \quad y = p_H. \quad (2.50)$$

3 Komplexe hydraulische Anlagen

Mit Hilfe der im vorangegangenen Abschnitt aufgeführten Zustandsmodelle lassen sich komplexe nichtlineare Modelle für ein- und mehrachsige hydraulische Antriebe durch Zusammensetzen auf einfache Weise realisieren. Die folgenden beiden Teilabschnitte geben dafür einige Beispiele an.

3.1 Einachsiger hydraulischer Antrieb

Eine Verknüpfung von Servoventil und Gleichgangzylinder gemäß Bild 2.1 ergibt unter Anwendung der Gln. (2.12) bis (2.24) und (2.25) bis (2.28) ein Modell der Ordnung $n = 6$ mit

$$\mathbf{u} = \left[u_V \quad p_0 \quad p_T \quad F_x \quad \alpha \quad Q_{\text{ex,A}} \quad Q_{\text{ex,B}} \right]^T \quad \text{und} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{x} = \left[y_V \quad \dot{y}_V \quad y_Z \quad \dot{y}_Z \quad p_A \quad p_B \right] \quad . \quad (3.2)$$

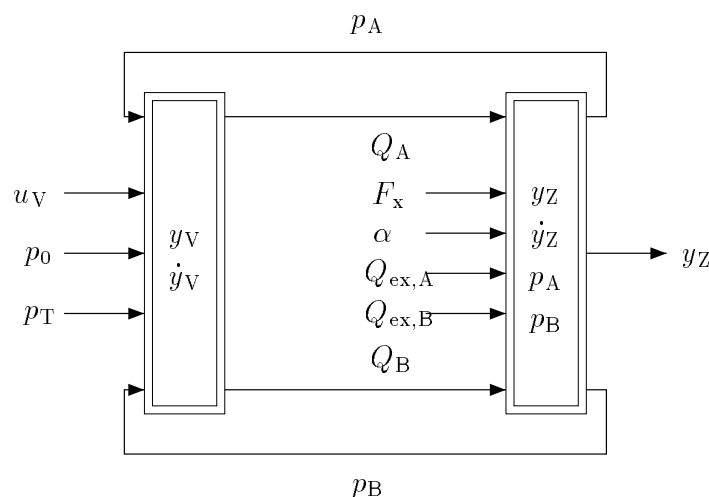


Bild 3.1: Hydraulischer Antrieb unter Berücksichtigung von Hydrozylinder und Servoventil

Werden desweiteren die Leitungen zwischen Ventil und Zylinder berücksichtigt, beispielsweise durch jeweils vier diskrete Leitungselemente, steigt die Systemordnung auf $n = 22$. Die tatsächliche Anzahl von Leitungssegmenten richtet sich nach der geforderten Modellgenauigkeit und muß in der Simulation festgelegt werden. Bild 3.2 beschreibt den Zusammenhang der Ein- und Ausgänge unter den einzelnen Modulen. Der Eingangsvektor \mathbf{u} und der Zustandsvektor \mathbf{x} setzen sich wie folgt zusammen:

$$\mathbf{u} = \left[u_V \quad p_0 \quad p_T \quad F_x \quad \alpha \quad Q_{\text{ex,A}} \quad Q_{\text{ex,B}} \right]^T, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{x} = \left[y_V \quad \dot{y}_V \quad y_Z \quad \dot{y}_Z \quad p_A \quad p_B \quad p_1 \quad Q_{1,\text{aus}} \quad \dots \quad p_8 \quad Q_{8,\text{aus}} \right]^T \quad . \quad (3.4)$$

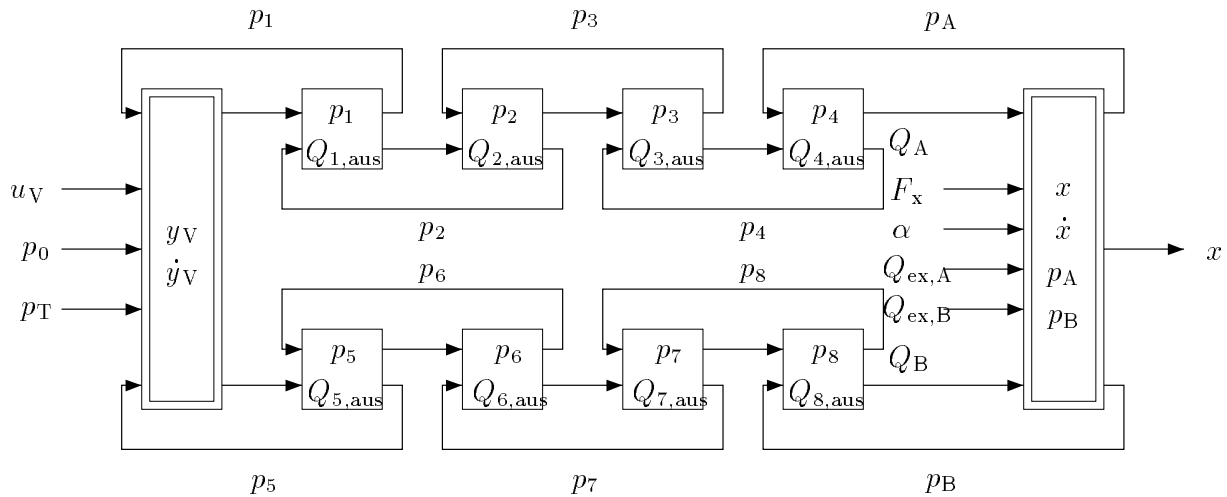


Bild 3.2: Hydraulischer Antrieb unter Berücksichtigung von Hydrozylinder, Servoventil und Rohrleitungen

3.2 Zweiachsiger hydraulischer Antrieb

Der mehrachsige hydraulische Antrieb kann wahlweise als Reihenschaltung oder Parallelschaltung realisiert werden. Beispiele hierfür zeigen die beiden Bilder 3.3 und 3.4 (Benckert und Renz 1992).

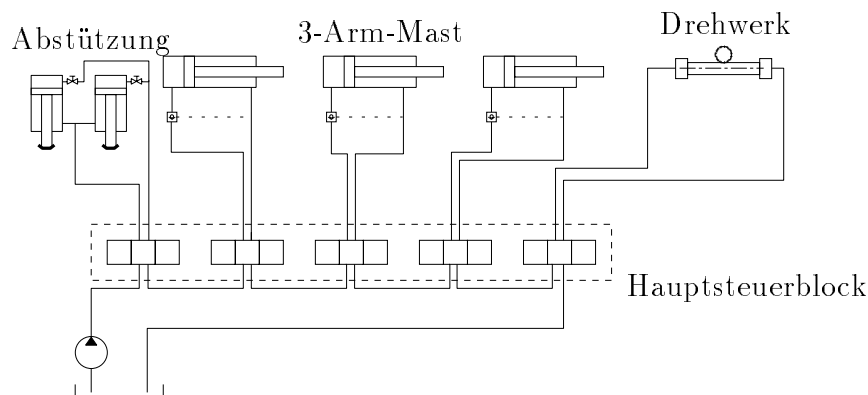


Bild 3.3: Betonverteilmast, hydraulische Reihenschaltung

Die Reihenschaltung (Bild 3.3) stellt die weniger günstige Variante dar, da der Einfluß der einzelnen Achsen aufeinander am größten ist. Ein weiterer Nachteil besteht darin, daß permanent Energie an den Ventilen vernichtet wird, auch wenn keine Bewegung stattfindet. Dies ist eine Folge davon, daß die Ventile in Ruhestellung auf Durchfluß zwischen Pumpen- und Tankanschluß geschaltet sind um eine Bewegung der nachfolgenden Achsen zu ermöglichen. Eine Parallelschaltung (Bild 3.4) zweier oder auch mehrerer hydraulischer Achsen wird im allgemeinen erst dann von Interesse für die Steuerungs- oder Regelungstechnik, wenn eine Kopplung vorliegt. Ein gemeinsamer Pumpenanschluß kann dabei in der Regel vernachlässigt werden. Bei Handhabungssystemen, die aus mehreren Achsen bestehen, ist eine Verkopplung durch Gelenke und die verwendete Armgeometrie

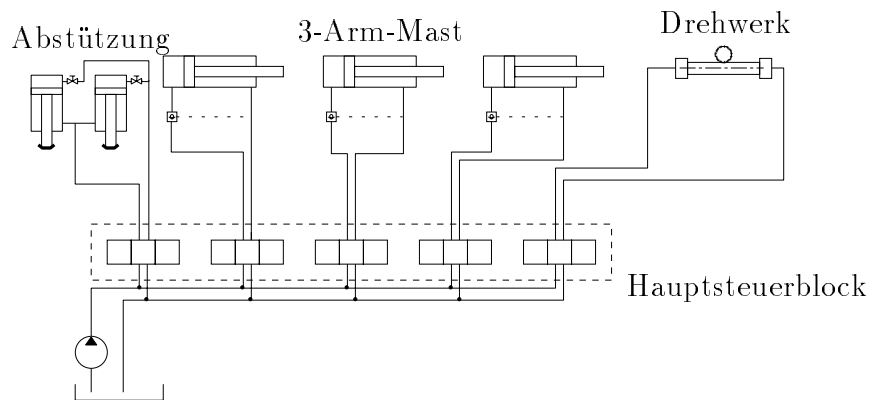


Bild 3.4: Betonverteilmast, hydraulische Parallelschaltung

gegeben. Bei dem in Bild 3.5 dargestellten hydraulischen Antrieb sind insbesondere die beiden Eingangsgrößen F_{x1} und F_{x2} nicht unabhängig voneinander und folglich auch die anderen Zylinder- und Ventilzustände ebenfalls nicht.

Unter Berücksichtigung der Leitungsdynamik, wie bereits zuvor als vier diskrete Elemente, erreicht die Modellordnung bereits den Wert $n = 44$. Systemordnungen $n > 100$ werden leicht durch die Betrachtung mehrerer Achsen und zusätzlicher, in Abschnitt 2 beschriebener, hydraulischer Elemente erzielt.

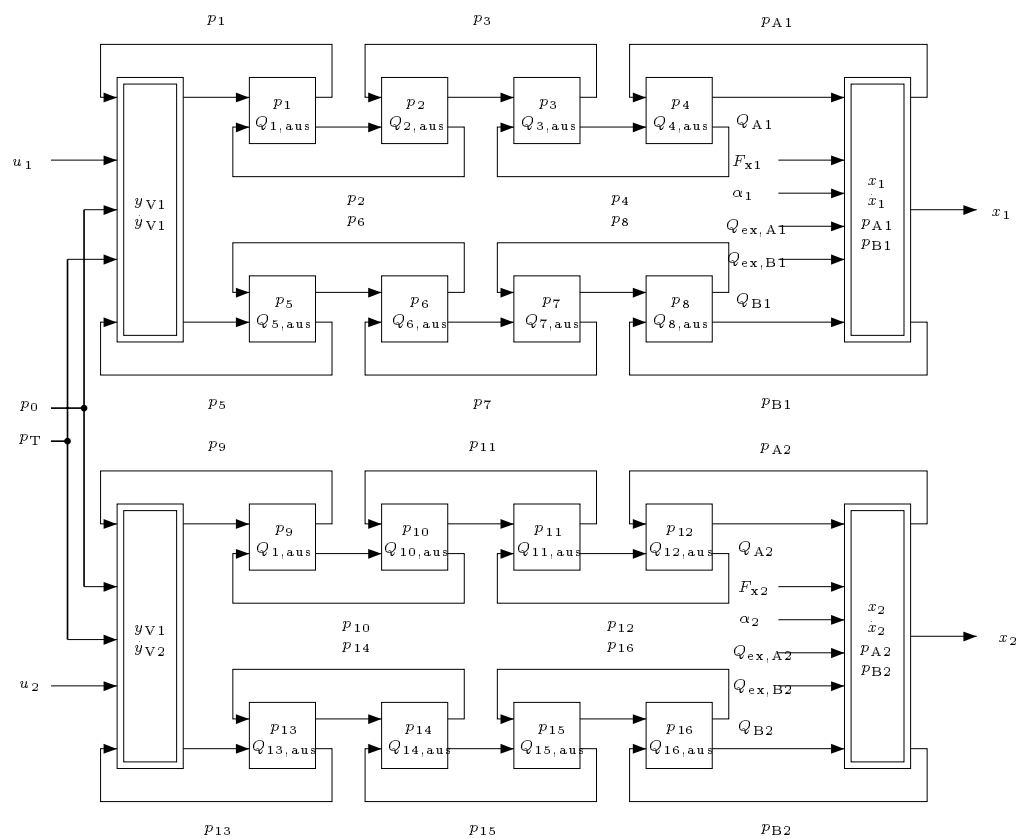


Bild 3.5: Zweiachsiger hydraulischer Antrieb

4 Nichtlineare Approximationen

Bei der Approximation der in Abschnitt 2 eingeführten Zustandsmodelle werden im weiteren Unterklassen der nichtlinearen Systeme

$$\sum_{\text{NS}} \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) \end{aligned} \quad (4.1)$$

mit $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ und $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$

betrachtet. Diese sind für die regelungstechnische Anwendung von großer Bedeutung, da

- nur für einzelne Approximationen Verfahren zur Systemanalyse und Reglersynthese vorliegen,
- der Aufwand für die Berechnung der Strukturinvarianten, wie beispielsweise Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit, sowie für die Ermittlung eines Regelgesetzes mit zunehmender Modell- und Approximationsgüte steigt,
- die Regelung oftmals die Aufgabe hat, einen Prozeß in einem Arbeitspunkt oder dessen Umgebung zu halten. Dafür sind zumeist einfache Approximationen (lineare, bilineare) ausreichend.

In Bild 4.1 sind die in den folgenden Unterabschnitten behandelten Systemklassen dargestellt. Zu erkennen ist insbesondere, welche Approximationsstufen in der jeweils höheren enthalten sind.

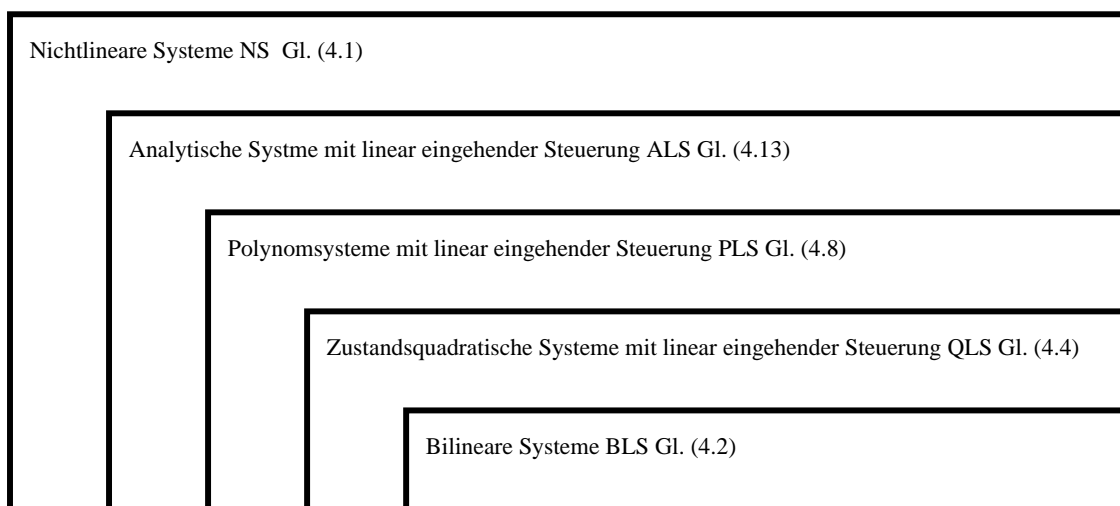


Bild 4.1: Einordnung der nichtlinearen Systemklassen

4.1 Bilineare Systeme

Bilineare Systeme BLS (Schwarz 1986) zeichnen sich als eine Erweiterung der linearen Systeme dadurch aus, dass multiplikative Verknüpfungen zwischen den Eingangsgrößen $\mathbf{u}(t)$ und den Zustandsvariablen $\mathbf{x}(t)$ zugelassen werden. Eine bilineare Zustandsdarstellung hat damit das folgende Aussehen:

$$\sum_{\text{BLS}} \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{N}\mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

mit $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ und $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$.

Für den Hydrospeicher gemäß Gl. (2.50) ergibt eine Bilinearisierung um einen Arbeitspunkt x_{10}, x_{20} und u_0 durch Taylorreihenentwicklung die Matrizen- und Vektorbelegung:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -(1 + \kappa) \frac{p_0 \kappa}{x_{20}^2} \left(\frac{V_0}{x_{20}} \right)^\kappa u_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{p_0 \kappa}{x_{20}} \left(\frac{V_0}{x_{20}} \right)^\kappa \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & -(1 + \kappa) \frac{p_0 \kappa}{x_{20}^2} \left(\frac{V_0}{x_{20}} \right)^\kappa \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.2 Zustandsquadratische Systeme mit linear eingehender Steuerung

Die nächst kompliziertere Klasse stellen die zustandsquadratischen Systeme mit linear eingehender Steuerung dar (QLS) (Schwarz 1993). Als Erweiterung der bilinearen Systeme erscheinen multiplikative Verknüpfungen der Zustände in den Modellgleichungen.

$$\sum_{\text{QLS}} \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^2 \mathbf{A}_i \mathbf{x}^{\otimes(i)}(t) + \sum_{i=1}^2 \mathbf{N}_i \mathbf{x}^{\otimes(i)}(t) \otimes \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (4.7)$$

mit $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ und $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$.

Neben der Berechnung von Gl. (4.7) mit dem Kronecker-Produkt $\mathbf{x}^{\otimes(2)}$

$$\mathbf{x}^{\otimes(2)}(t) = \mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t)\mathbf{x}(t) \\ x_2(t)\mathbf{x}(t) \\ \vdots \\ x_n(t)\mathbf{x}(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n^2} \quad (4.8)$$

kann alternativ zur Vermeidung von Redundanzen das reduzierte Kronecker-Produkt (Rugh 1981, Jelali 1995)

$$\mathbf{x}_{1:n}(t) = [x_1(t) \dots x_n(t)]^T \quad (4.9)$$

$$\mathbf{x}^{\otimes(2)}(t) \Rightarrow \mathbf{x}^{\otimes[2]}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t)\mathbf{x}_{1:n}(t) \\ x_2(t)\mathbf{x}_{2:n}(t) \\ \vdots \\ x_n(t)\mathbf{x}_{n:n}(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\frac{n(n+1)}{2}} \quad (4.10)$$

verwendet werden. Die Dimensionen der Matrizen \mathbf{A}_2 und \mathbf{N}_2 unterscheiden sich entsprechend der Reduktion. Als Beispiel für eine Approximation als QLS soll wiederum der Hydrospeicher dienen. Zu den bereits bekannten Größen $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}$, \mathbf{b} , $\mathbf{N}_1 = \mathbf{N}$ und \mathbf{c}^T aus der Bilinearisierung (Gl. (4.3)) sind die Matrizen \mathbf{A}_2 und \mathbf{N}_2 zu bestimmen. Bei Verwendung des Kronecker-Produktes \otimes folgt:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (1 + \kappa)(2 + \kappa) \frac{p_0 \kappa}{2x_{20}^3} \left(\frac{V_0}{x_{20}}\right)^\kappa u_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{N}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (1 + \kappa)(2 + \kappa) \frac{p_0 \kappa}{2x_{20}^3} \left(\frac{V_0}{x_{20}}\right)^\kappa \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

4.3 Polynomsysteme mit linear eingehender Steuerung

In den Polynomsystemen mit linear eingehender Steuerung treten neben den einfachen multiplikativen Verknüpfungen zwischen zwei Zustandsvariablen auch Multiplikationen bis zu einer Ordnung l auf:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{PLS}} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^l \mathbf{A}_i \mathbf{x}^{\otimes(i)}(t) + \sum_{i=1}^l \mathbf{N}_i \mathbf{x}^{\otimes(i)}(t) \otimes \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

mit $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ und $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$.

Zur Berechnung von $\mathbf{x}^{\otimes(l)}(t)$ kann, wie bereits bei den quadratischen Systemen, entweder das Kronecker-Produkt

$$\mathbf{x}^{\otimes(l)}(t) = \underbrace{\mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{x}(t) \otimes \cdots \otimes \mathbf{x}(t)}_{l\text{-mal}} \in \mathbb{R}^{n^l} \quad (4.14)$$

oder das reduzierte Kronecker-Produkt

$$\mathbf{x}^{\otimes(l)}(t) \Rightarrow \mathbf{x}^{\otimes[l]} = \begin{bmatrix} x_1 \mathbf{x}_{1:n}^{\otimes[l-1]} \\ x_2 \mathbf{x}_{2:n}^{\otimes[l-1]} \\ \vdots \\ x_n \mathbf{x}_{n:n}^{\otimes[l-1]} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Anwendung finden. Die Dimension des reduzierten Kronecker-Produktes läßt sich mittels

$$\text{Dim } \mathbf{x}^{\otimes[l]} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!} \quad (4.16)$$

angeben. Wiederum angewendet auf den Hydrospeicher folgt für die Matrizen höherer Ordnung :

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & (-1)^k (1+\kappa) \cdots (k+\kappa) \frac{p_0 \kappa}{k! x_{20}^{k+1}} \left(\frac{V_0}{x_{20}}\right)^\kappa u_0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

$$\mathbf{N}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & (-1)^k (1+\kappa) \cdots (k+\kappa) \frac{p_0 \kappa}{k! x_{20}^{k+1}} \left(\frac{V_0}{x_{20}}\right)^\kappa \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

für $k = 2 \dots l$.

4.4 Analytische Systeme mit linear eingehender Steuerung

Die im Rahmen der nichtlinearen Systemtheorie am häufigsten behandelten Systeme sind die analytischen Systeme mit linear eingehender Steuerung (ALS):

$$\begin{aligned} \sum_{\text{ALS}} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{a}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{c}(\mathbf{x}(t)) \end{aligned} \quad (4.19)$$

mit $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ und $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$.

Für diese Klasse nichtlinearer Systeme existieren bereits eine Reihe von Systemanalyse- und Reglersyntheseverfahren (Schwarz 1991, Isidori 1995). Alle vorgenannten Approximationen sind Unterklassen der ALS. Die Besonderheiten dieser Klasse im Vergleich

zu allgemeinen nichtlinearen Systemen sind neben der linear eingehenden Steuerung die hinreichend oft mögliche Differenzierbarkeit der Vektorfelder $\mathbf{a}(\mathbf{x}(t))$ und $\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))$.

In den in Abschnitt 2 vorgestellten Zustandsmodellen treten im wesentlichen drei unstetige Funktionen auf: $|x|$, $\text{sign}(x)$ und $\text{sgn}(x)$. Diese können gemäß Gl. (2.5) und Gl. (2.30) als analytische Funktionen angenähert werden.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Für die regelungstechnische Analyse nichtlinearer Systeme und die Bestimmung geeigneter Regelgesetze ist es erforderlich, Modelle für das zu untersuchende System aufzustellen. Neben der Identifikation wird die physikalische Modellbildung im besonderen bei hinreichend genau bekannten Prozessen verwendet. Hydraulische Antriebe gehören zu den gut erforschten Systemen, für die bereits in der Vergangenheit eine Vielzahl von Modellen entwickelt wurden.

In dem vorliegenden Bericht werden für einzelne Hydraulikelemente Zustandsmodelle aus verschiedenen Arbeiten zusammengestellt, und erweitert. Die modulare Darstellung erlaubt eine einfache Verknüpfung der einzelnen Elemente zu komplexen Schaltungen.

Ein gesonderter Abschnitt behandelt die Approximation der Modelle als Unterklassen der nichtlinearen Systeme. Diese sind für die Regelungstechnik von größerer Bedeutung als die komplexen nichtlinearen Modelle, da zur Zeit bestehende Analyseverfahren und Regelungsstrategien auf diesen Näherungen basieren.

Der Bericht dient als Grundlage für die Anwendung graphentheoretischer Verfahren (Wey 1996, Spielmann 1996a) im Bereich der hydraulischen Antriebstechnik. Aufgrund der, die je nach Modellgüte drastisch ansteigenden Systemordnung, sind graphentheoretische Verfahren zur Analyse und Synthese prädestiniert (Reinschke 1988).

Ferner ist eine Implementierung der einzelnen Komponenten in das Programmpaket MATLAB für Simulationsstudien vorgesehen.

Da die Approximation nichtlinearer Systeme durch quadratische Systeme oder Polynomsysteme in der Regel nicht mehr von Hand durchgeführt werden kann, wäre die Entwicklung von Algorithmen zur Bestimmung der Matrizen wünschenswert.

6 Literaturverzeichnis

- Backè, W.** 1994. *Grundlagen der Ölhdraulik – Umdruck zur Vorlesung*. Aachen: RWTH Aachen.
- Benckert, H.** und **H. Renz.** 1992. Entwicklung der Antriebshydraulik für mobile Betonverteilmaste. *O+P Ölhdraulik und Pneumatik* 4. 242–251.
- Bertram, T.** und **F. Svaricek.** 1993. Zur Kompensation der trockenen Reibung mit Hilfe der Fuzzy-Logik. *at – Automatisierungstechnik* 5. 180–184.
- Beyer, L.** 1993. Umweltverträgliche Hydraulikflüssigkeiten. *O+P Ölhdraulik und Pneumatik* 6. 422–425.
- Dietz, U.** 1988. *Nichtlineare Zustandsregler für elektro-hydraulische Servoantriebe*. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8. 155. Düsseldorf: VDI.
- Feigel, H.-J.** 1987. Nichtlineare Effekte am servovalventgesteuerten Differentialzylinder. *O+P Ölhdraulik und Pneumatik* 1. 42–48.
- Feigel, H.-J.** 1992. *Strömungskraftkompensation in direktgesteuerten elektrohydraulischen Stetigventilen*. Aachen: RWTH Aachen.
- Guo, L.** 1991. *Regelung bilinearer Systeme am Beispiel hydraulischer Antriebe*. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8. 245. Düsseldorf: VDI.
- Isidori, A.** 1995. *Nonlinear Control Systems*. 3rd edn. Berlin: Springer.
- Jelali, M.** 1995. *Systematischer Beobachterentwurf für nichtlineare Systeme*. Forschungsbericht 1/95. MSRT. Universität Duisburg.
- Lausch, H.** 1987. *Ein nichtlineares Zustandsmodell für ein $4/3$ -Proportional-Wegeventil*. Forschungsbericht 07/87. MSRT. Universität Duisburg.
- Lemmen, R.** 1995. *Zur automatischen Modellerstellung, Konfigurationsprüfung und Diagnose hydraulischer Anlagen*. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8. 503. Düsseldorf: VDI.
- Lorber, G.** 1994. Profile machen Geschichte – Zylinderdichtungen. *O+P Ölhdraulik und Pneumatik* 6. 346–349.
- Pawlik, M.** 1993. *Zur Auslegung von Druckregelkreisen unter Einbeziehung der Leitungsdynamik*. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8. 382. Düsseldorf: VDI.
- Reinschke, K.** 1988. *Multivariable Control – A Graph-theoretic Approach*. Berlin: Springer.

- Riege, B.** 1995. *Zur Modellbildung und Regelung eines hydraulisch angetriebenen elastischen Roboters*. Diplomarbeit. (unveröffentlicht). MSRT. Universität Duisburg.
- Rugh, W.** 1981. *Nonlinear System Theory*. Baltimore: Johns Hopkins University Press.
- Ruppert, M.** 1982. *Reglersynthese mit Hilfe der mehrgliedrigen Evolutionsstrategie*. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8. 51. Düsseldorf: VDI.
- Schwarz, H.** 1986. *Bilineare Systeme als mathematische Modelle nichtlinearer Systeme – Homogene Systeme; Bilinearisierung*. Forschungsbericht 07/86. MSRT. Universität Duisburg.
- Schwarz, H.** 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme – Systemtheoretische Grundlagen*. München: Oldenbourg.
- Schwarz, H.** 1993. *Quadratische Systeme mit linearer Steuerung (QLS)*. Forschungsbericht 12/93. MSRT. Universität Duisburg.
- Spielmann, M.** 1996a. *Beobachtbarkeitsanalyse nichtlinearer Systeme mittels Digraphen*. Forschungsbericht 1/96. MSRT. Universität Duisburg.
- Spielmann, M.** 1996b. *Zur Implementation einer Stribeck-Kurve in Simulationsprogrammen und Regleralgorithmen*. Forschungsnotiz. (unveröffentlicht). MSRT. Universität Duisburg.
- Wey, T.** 1996. *Ein graphentheoretischer Ansatz zur strukturellen Analyse und Synthese nichtlinearer Systeme*. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8. 556. Düsseldorf: VDI.