

# Modellmodifikation und online-Schätzung der Zustände eines zweiachsigen elastischen Handhabungssystems

Mingli Bai

Forschungsbericht Nr. 21/96

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

**Übersicht:** In diesem Forschungsbericht wird das Systemmodell des im Fachgebiet MSRT vorhandenen, zweiachsigen elastischen Handhabungssystems (DFM01), wie es bereits im Forschungsbericht Nr. 05/96 vorgestellt wurde, modifiziert. Dazu wird die Dynamik der Antriebe berücksichtigt. Die Reibungskräfte sowie die nicht modellierte Dynamik des DFM01 werden als eine Störgröße betrachtet. Die Schätzung der Zustände sowie der Störgröße des zweiachsigen elastischen Handhabungssystems erfolgt mit Hilfe des *Strong-Tracking-Filter* (STF) und wird online durchgeführt. Zur Unterdrückung unerwünschter Meßrauschsignale wird ein Tiefpaßfilter verwendet. Die am DFM01 gemessenen Ausgangsdaten stimmen im Rahmen der hier vorgestellten Modellvalidierung mit den geschätzten Werten sehr gut überein.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg  
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik  
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Nomenklatur</b>  | <b>II</b> |
| <b>1 Einleitung</b>                                       | <b>1</b>  |
| <b>2 Modifikation des Systemmodells vom DFM01</b>         | <b>2</b>  |
| 2.1 Modell der Antriebe . . . . .                         | 3         |
| 2.2 Linearisiertes Systemmodell in Zustandsform . . . . . | 4         |
| 2.3 Störgröße . . . . .                                   | 4         |
| <b>3 Online-Schätzung der Zustände vom DFM01</b>          | <b>5</b>  |
| 3.1 Strong-Tracking-Filter (STF) . . . . .                | 6         |
| 3.2 Experimentelle Ergebnisse . . . . .                   | 9         |
| 3.3 Tiefpaßfilter . . . . .                               | 11        |
| <b>4 Zusammenfassung und Ausblick</b>                     | <b>14</b> |
| <b>5 Literaturverzeichnis</b>                             | <b>15</b> |

# Nomenklatur

## Algebraische Größen:

|  |   |
|--|---|
| $\mathbf{A}$   | Systemmatrix  |
| $\mathbf{A}_d$   | Systemmatrix eines zeitdiskreten Systems                    |
| $a$  | Parameter eines Tiefpaßfilters                              |
| $\mathbf{B}$   | Eingangsmatrix  |
| $\mathbf{B}_d$   | Eingangsmatrix eines zeitdiskreten Systems                  |
| $\mathbf{C}$   | Ausgangsmatrix  |
| $\mathbf{C}_d$   | Ausgangsmatrix eines zeitdiskreten Systems                  |
| $\mathbf{C}_h, \mathbf{D}(k)$                            | Matrizen  |
| $e(k)$   | weißes Rauschen   |
| $\mathbf{F}(\cdot), \mathbf{f}(\cdot)$                   | Funktionsmatrix   |
| $G(z)$   | Übertragungsfunktion eines zeitdiskreten Tiefpaßfilters     |
| $\mathbf{G}(\cdot)$                                      | Funktionsmatrix   |
| $\mathbf{g}(\cdot)$                                      | Funktionsvektor   |
| $\mathbf{H}_h$   | Matrix  |
| $\mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$         | Vektor der verallgemeinerten Kreisel- und Zentrifugalkräfte |
| $\mathbf{I}_i$   | Einheitsmatrix der Dimension $\mathbb{R}^{i \times i}$      |
| $I_{gi}$   | Trägheitsmoment des $i$ -ten Getriebes                      |
| $I_{mi}$   | Rotorträgheitsmoment des $i$ -ten Motors                    |
| $\mathbf{K}(k)$  | Verstärkungsmatrix  |
| $\mathbf{K}_a, \mathbf{K}_h, \mathbf{K}_m$               | Matrizen  |
| $\mathbf{K}_s$   | Steifigkeitsmatrix  |
| $k$  | diskrete Zeitvariable                                       |
| $k_{ai}, k_{ni}$   | $i$ -te Parameter   |
| $k_{ei}$   | Generator-Spannungskonstante des $i$ -ten Motors            |
| $k_{mi}$   | Drehmomentkonstante des $i$ -ten Motors                     |
| $\mathbf{L}(k)$  | Fading-Matrix   |
| $\mathbf{M}(\mathbf{q}(t)), \mathbf{M}_1(\mathbf{q}(t))$ | Massenmatrix  |
| $m_{ij}$   | Element der Massenmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))$        |
| $\mathbf{N}(k)$  | Matrix  |
| $n$  | Dimension des Zustandsvektors $\mathbf{x}$ , Systemordnung  |
| $n_i$  | Untersetungsverhältnis des $i$ -ten Getriebes               |
| $\mathbf{P}(\cdot)$                                      | Kovarianzmatrix des Schätzfehlers                           |
| $p_{ix}(k), p_{iy}(k)$                                   | Positionen des Gelenkes bzw. des Endeffektors               |
| $\mathbf{Q}$   | Kovarianz des Prozeßrauschsignals                           |
| $\mathbf{q}(\cdot)$                                      | Vektor der verallgemeinerten Koordinaten                    |
| $\mathbf{q}_0$   | Arbeitspunkt (In Vektorschreibweise)                        |
| $\Delta \mathbf{q}(\cdot)$                               | Änderung der verallgemeinerten Koordinaten                  |
| $\mathbf{R}$   | Kovarianz des Meßrauschsignals                              |
| $\mathbb{R}^f$   | Menge der $f \times 1$ -Vektoren                            |

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| $\mathbb{R}^{f \times f}$   | Menge der $f \times f$ -Matrizen         |
| $R_{ai}$                    | Widerstand der Motorwicklung             |
| $T_s$                       | Abtastzeit                               |
| $t$                         | Zeit                                     |
| $\mathbf{u}(\cdot)$         | Eingangsvektor                           |
| $\check{\mathbf{u}}(\cdot)$ | Störgrößenvektor                         |
| $\mathbf{V}_0(k)$           | Matrix                                   |
| $\mathbf{v}(k)$             | Weißes Rauschen                          |
| $\mathbf{v}_a(\cdot)$       | Steuerspannungsvektor                    |
| $v_{ai}(\cdot)$             | Steuerspannung des $i$ -ten Motors       |
| $\check{v}_{ai}(\cdot)$     | Störgröße                                |
| $\mathbf{w}(k)$             | Vektor                                   |
| $\mathbf{x}(\cdot)$         | Zustandsgrößenvektor                     |
| $\mathbf{x}_e(\cdot)$       | erweiterter Zustandsgrößenvektor         |
| $\mathbf{x}_m(\cdot)$       | modifizierter Zustandsgrößenvektor       |
| $\mathbf{y}(\cdot)$         | Ausgangsgrößenvektor                     |
| $\mathbf{y}_m(\cdot)$       | modifizierter Ausgangsgrößenvektor       |
| $\mathbf{z}(k)$             | Vektor                                   |
| $\mathbf{0}$                | Nullmatrix                               |
| $\beta(k)$                  | Winkel                                   |
| $\mathbf{\Gamma}(k)$        | Matrix                                   |
| $\gamma(k)$                 | Ausgangsschätzfehler                     |
| $\zeta_i$                   | Koeffizient des STF                      |
| $\eta(k)$                   | Koeffizient des STF                      |
| $\theta_i(\cdot)$           | Winkel des $i$ -ten Motors               |
| $\lambda_i(k)$              | Fading-Faktor                            |
| $\varrho$                   | Forgetting-Faktor                        |
| $\boldsymbol{\tau}(t)$      | Stellmomentenvektor                      |
| $\tau_i(t)$                 | Stellmoment                              |
| $\phi_{i1}(x_i)$            | erste Eigenfunktion des $i$ -ten Gliedes |
| $\omega_g$                  | Grenzfrequenz des Tiefpaßfilters         |
| $\omega_{i1}$               | erste Eigenfrequenz des $i$ -ten Gliedes |

**Operatoren:**

|                         |  |
|-------------------------|--|
| $\hat{(\cdot)}$         | geschätzte Größe   |
| $(\cdot)^f$             | gefilterte Größe   |
| $E[\cdot]$              | Erwartungswert   |
| $p(l m)$                | $l$ -ter Wert von $p$ aus der Kenntnis des Zeitpunktes $m$ |
| $\text{tr}[\mathbf{M}]$ | Spur der Matrix $\mathbf{M}$                               |

**Abkürzungen:**

|       |                                  |
|-------|----------------------------------|
| DFM01 | Duisburg Flexible Manipulator 01 |
| EKF   | Extended-Kalman-Filter           |
| STF   | Strong-Tracking-Filter           |

# 1 Einleitung

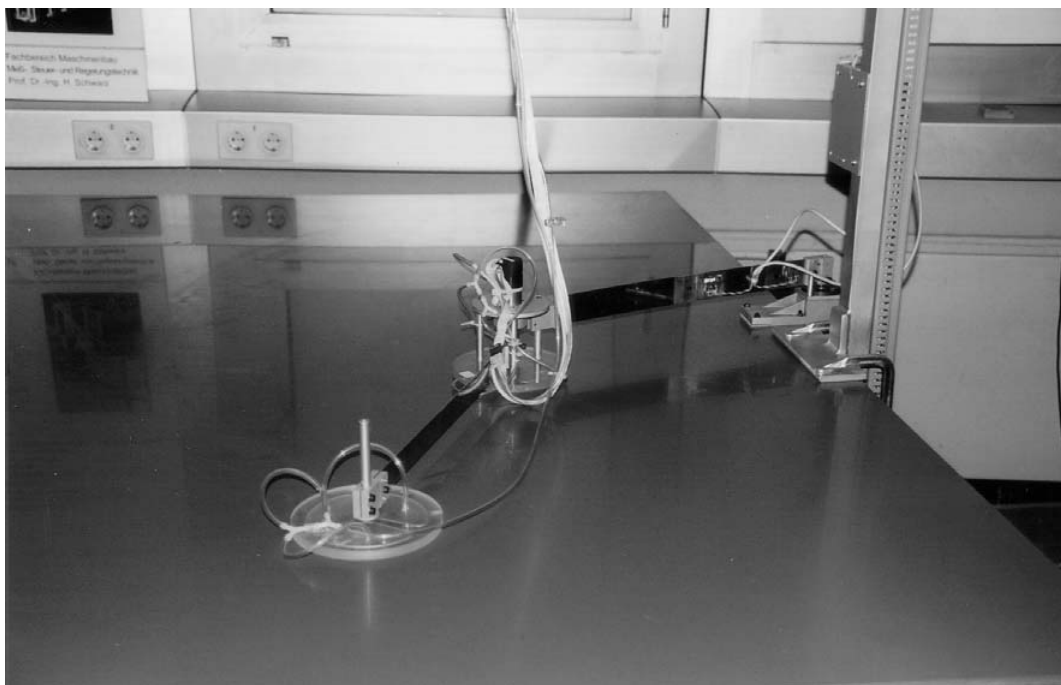
Die Modellbildung eines mehrachsigen elastischen Handhabungssystems, das sich in einer Ebene bewegt und von elektrischen Motoren angetrieben wird, kann auf Grundlage von De Luca und Siciliano (1991) durchgeführt werden. Das Systemmodell des im Fachgebiet MSRT vorhandenen zweiachsigen elastischen Handhabungssystems, *Duisburg Flexible Manipulator 01* (DFM01), wurde mittels des Lagrange-Verfahren 2. Art sowie Ritz-Ansatz aufgestellt, wobei nur die erste elastische Eigenfunktion berücksichtigt wurde (Bai 1996). Die Reibungskräfte des Systems und die Dynamik der Antriebe wurden bisher vernachlässigt. Der Vergleich des realen Systemverhaltens mit dem des so erzeugten Modells zeigt, daß eine Modifikation des analytischen Modells erforderlich ist.

Das analytische Modell eines elektrischen Motors mit Getriebe ist bereits in der Literatur zu finden (Spong und Vidyasagar 1989), während sich die Reibungskräfte von DFM01, die in der Motor-Getriebe-Kombination und zwischen Arbeitsfläche und DFM01 auftreten, nur sehr schwer modellieren lassen. Reibungskräfte sind physikalische Phänomene, die noch nicht vollständig erklärt sind (Canudas de Wit u. a. 1995). Zur Modellbildung und Kompensation von Reibungskräften sind zahlreiche Untersuchungen durchgeführt worden (Armstrong-Hélouvry u. a. 1994, Canudas de Wit u. a. 1987, Dupont 1994, Haessig und Friedland 1991). Für starre Handhabungssysteme stellten Canudas de Wit u. a. (1991) ein neues Reibungsmodell vor, das für die online-Identifikation geeignet ist. Die Modellierung und Kompensation von Reibungskräften eines elastischen Handhabungssystems wurden dagegen wenig diskutiert. Für das einachsige (Chapnik u. a. 1991) und das zweiachsige Handhabungssystem (Oakley und Cannon 1989) wurden bisher nur die Reibungskräfte an der Motorwelle berücksichtigt.

In diesem Forschungsbericht werden die Reibungskräfte sowie die nicht modellierte Dynamik des DFM01 als eine Störgröße betrachtet. Anschließend wird ein erweitertes Systemmodell vorgestellt, bei dem diese Störgröße als Zustandsgröße betrachtet wird. Die Schätzung der Zustände eines mehrachsigen elastischen Handhabungssystems wurde kaum in der Literatur diskutiert (Arteaga Pérez 1996). Zur online-Schätzung der Zustände eines Systems ist ein Algorithmus erforderlich, der numerisch schnell berechnet werden kann. Zhou u. a. (1992) stellten den Strong-Tracking-Filter (STF) vor, dessen rekursive Form für die online-Schätzung geeignet ist. Der STF zeichnet sich durch eine große Robustheit gegen Parameterungenauigkeiten eines Systemmodells aus. Im einzelnen gliedert sich der Inhalt dieses Forschungsberichts wie folgt: Abschnitt 2 beschreibt das modifizierte Systemmodell des DFM01 unter Berücksichtigung der Dynamik der Antriebe. Anschließend wird die nicht meßbare Störgröße eingeführt und ein erweitertes Systemmodell dargestellt. Der online-Schätzalgorithmus STF bildet den Schwerpunkt des 3. Abschnitts. Die am DFM01 gemessenen Ausgangsdaten sowie die geschätzten Zustände werden in diesem Abschnitt verglichen. Zur Unterdrückung unerwünschter Meßrauschsignale wird ein Tiefpaßfilter verwendet. Eine Zusammenfassung und ein Ausblick schließen diesen Bericht ab.

## 2 Modifikation des Systemmodells vom DFM01

Das in diesem Bericht betrachtete zweiachsige elastische Handhabungssystem, DFM01, zeigt Bild 2.1. Seit zwei Jahren steht diese Anlage als Versuchsstand im Fachgebiet MSRT zur Verfügung. Dieses System besteht aus zwei sich in der horizontalen Ebene bewegend Armen, die jeweils von einer elektrischen Gleichstrom-Motor-Getriebe-Kombination (Faulhaber) angetrieben werden. Die Minimierung der Torsion und der Reibungskräfte der Arbeitsfläche erfolgen mit zwei statischen Luftlagern für das Ellbogengelenke bzw. den Endeffektor. Die Steuerspannung jedes Motors wird von einem Rechner PC486 DX-100 durch eine D/A-Wandlerkarte RTI815 und einen Verstärker ausgegeben. Zwei optische Impulsgeber liefern dem Digitalrechner die Winkelpositionen der beiden Motoren. Die Positionen des Ellbogengelenkes sowie des Endeffektors werden durch einen optischen 3-D Sensor (DynaSight) erfaßt. Die Bewegungsgleichungen von DFM01 können in Matrixform



**Bild 2.1:** Duisburg Flexible Manipulator 01 (DFM01)

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) + \mathbf{K}_s\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\tau}(t) \quad (2.1)$$

dargestellt werden, wobei  $\mathbf{M}(\mathbf{q}(t)) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  der Massenmatrix,  $\mathbf{K}_s \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  der Steifigkeitsmatrix und  $\mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \in \mathbb{R}^4$  dem Vektor der verallgemeinerten Kreisel- und Zentrifugalkräfte entsprechen, nur wenn nur ein elastischer Freiheitsgrad pro Arm betrachtet wird (Bai 1996). Die verallgemeinerten Koordinaten  $\mathbf{q}(t)$  und der Stellmomentvektor  $\boldsymbol{\tau}(t)$  sind definiert als

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(t) &:= [\theta_1(t), \theta_2(t), q_{11}(t), q_{21}(t)]^T, \\ \boldsymbol{\tau}(t) &:= [\tau_1(t), \tau_2(t), 0, 0]^T. \end{aligned}$$

## 2.1 Modell der Antriebe

Ohne Berücksichtigung der Zeitkonstanten des elektrischen Motors wird die Dynamik der Antriebe (elektrische Gleichstrom-Motoren mit Getriebe) durch die folgende Differentialgleichung beschrieben

$$\tau_i(t) = -I_{gi}\ddot{\theta}_i(t) - k_{ni}\dot{\theta}_i(t) + k_{ai}v_{ai}(t) \quad , \quad (2.2)$$

wobei  $v_{ai}(t)$  die Steuerspannung des  $i$ -ten Motors ist.  $k_{ai}$ ,  $I_{gi}$  und  $k_{ni}$  sind definiert als (Spong und Vidyasagar 1989)

$$k_{ai} := \frac{n_i k_{mi}}{R_{ai}} \quad , \quad (2.3)$$

$$I_{gi} := n_i^2 I_{mi} \quad , \quad (2.4)$$

$$k_{ni} := \frac{60 k_{mi} k_{ei} n_i^2}{2\pi R_{ai}} \quad . \quad (2.5)$$

$n_i$  bezeichnet das Übersetzungsverhältnis,  $k_{ei}$  und  $k_{mi}$  sind die Generator-Spannungs- und Drehmomentkonstanten des  $i$ -ten Motors.  $R_{ai}$  und  $I_{mi}$  entsprechen dem Widerstand der Motorwicklung und dem Rotorträgheitsmoment des  $i$ -ten Motors. Die Parameter der Antriebe für jeden Arm sind in Tabelle 2.1 aufgeführt.

| Parameter                                 | Bezeichnungen | Antrieb 1              | Antrieb 2              |
|---|---------------|------------------------|------------------------|
| Rotorträgheitsmoment [kgm <sup>2</sup> ]  | $I_{mi}$      | $6,437 \times 10^{-6}$ | $1,25 \times 10^{-6}$  |
| Generator-Spannungskonstante [V/rpm]      | $k_{ei}$      | $4,491 \times 10^{-3}$ | $4,695 \times 10^{-3}$ |
| Drehmomentkonstante [Nm/A]                | $k_{mi}$      | 0,04288                | 0,04484                |
| Widerstand der Motorwicklung [ $\Omega$ ] | $R_{ai}$      | 2                      | 21                     |
| Übersetzungsverhältnis                    | $n_i$         | 66                     | 43                     |

**Tabelle 2.1** Parameter der Antriebe

Bei Verwendung der Gl. (2.2) ergibt sich das Systemmodell aus Gl. (2.1) zu:

$$\mathbf{M}_1(\mathbf{q}(t))\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) + \mathbf{H}_h\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_s\mathbf{q}(t) = \mathbf{K}_a\mathbf{v}_a(t) \quad , \quad (2.6)$$

wobei gilt:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} m_{11} + I_{g1} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} + I_{g2} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_h = \text{diag}\{k_{n1}, k_{n2}, 0, 0\}$$

$$\mathbf{K}_a = \text{diag}\{k_{a1}, k_{a2}, 0, 0\}$$

$$\mathbf{v}_a(t) = [v_{a1}(t), v_{a2}(t), 0, 0]^T \quad .$$



## 2.2 Linearisiertes Systemmodell in Zustandsform

Das stark nichtlineare Systemmodell (2.6) kann mittels der Verwendung der Taylorreihenentwicklung linearisiert und in Zustandsform umformuliert werden (in Anlehnung an Bai 1996)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (2.7)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad , \quad (2.8)$$

wobei gilt:

$$\mathbf{x}(t) = [\Delta\mathbf{q}(t), \Delta\dot{\mathbf{q}}(t)]^T \quad , \quad (2.9)$$

$$\Delta\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_0 \quad , \quad (2.10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \\ -\mathbf{M}_1^{-1} \big|_{\mathbf{q}_0} (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_m + \mathbf{K}_h) & -\mathbf{M}_1^{-1} \big|_{\mathbf{q}_0} (\mathbf{C}_h + \mathbf{H}_h) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_{11}k_{a1} & \tilde{m}_{21}k_{a1} & \tilde{m}_{31}k_{a1} & \tilde{m}_{41}k_{a1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_{12}k_{a2} & \tilde{m}_{22}k_{a2} & \tilde{m}_{32}k_{a2} & \tilde{m}_{42}k_{a2} \end{bmatrix}^T \quad (2.12)$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{I}_4 \mathbf{0}] \quad (2.13)$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} v_{a1}(t) \\ v_{a2}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

$\mathbf{q}_0$  ist ein beliebiger Arbeitspunkt.  $\tilde{m}_{ij}$  stellt die Elemente von  $\mathbf{M}_1^{-1} \big|_{\mathbf{q}_0}$  dar.

## 2.3 Störgröße

Das linearisierte Systemmodell der Gln. (2.7) und (2.8) ist ein vom Arbeitspunkt abhängiges Approximationsmodell. Da die Reibungskräfte bei der Modellbildung vernachlässigt und Teile der Systemdynamik wie z. B. die Störung der Kabel, das Getriebespiel nicht berücksichtigt sind, muß das erstellte Systemmodell zur Erzielung besserer Simulationsergebnisse modifiziert werden.

Die nicht modellierte Dynamik des DFM01, beispielsweise die Reibungskräfte, die Störung der Kabel, die höheren elastischen Eigenfunktionen, das Getriebespiel usw. sowie die Ungenauigkeiten des Modells aus den Gln. (2.7) und (2.8), wenn sich das System weit entfernt vom Arbeitspunkt befindet, werden hier als die Störgröße betrachtet. Diese Störgröße ist nicht meßbar. Das modifizierte Systemmodell kann durch

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}(\mathbf{u}(t) + \check{\mathbf{u}}(t)) \quad (2.15)$$

$$\mathbf{y}_m(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_m(t) \quad , \quad (2.16)$$

beschrieben werden, wobei der Störgrößenvektor  $\check{\mathbf{u}}(t) \hat{=} [\check{v}_{a1}(t), \check{v}_{a2}(t)]^T$  entspricht. Wenn  $\check{\mathbf{u}}(t)$  im Arbeitsraum so geschätzt werden kann, daß  $\mathbf{y}_m(t)$  immer dem realen Ausgang folgt, dann ist das modifizierte Modell (2.15) und (2.16) ein genaues Systemmodell des

DFM01. Die Gln. (2.15) und (2.16) können in die zeitdiskrete Form umgeschrieben werden

$$\mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{B}_d(\mathbf{u}(k) + \check{\mathbf{u}}(k)) \quad (2.17)$$

$$\mathbf{y}_m(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_m(k) \quad (2.18)$$

Unter Anwendung einer zusätzlichen Gleichung (2.20) erhält man in Anlehnung an Eykhoff (1981) ein erweitertes modifiziertes Systemmodell:

$$\mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{B}_d(\mathbf{u}(k) + \check{\mathbf{u}}(k)) \quad , \quad (2.19)$$

$$\check{\mathbf{u}}(k+1) = \check{\mathbf{u}}(k) \quad , \quad (2.20)$$

$$\mathbf{y}_m(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_m(k) \quad . \quad (2.21)$$

Der erweiterte Zustandsvektor wird definiert als  $\mathbf{x}_e(k) \triangleq [\mathbf{x}_m^T(k), \check{\mathbf{u}}^T(k)]^T$ . Dann ergibt sich

$$\mathbf{x}_e(k+1) = \mathbf{f}(k, \mathbf{u}(k), \mathbf{x}_e(k)) \quad \text{und} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{y}_m(k) = \mathbf{g}(k, \mathbf{x}_e(k)) \quad , \quad (2.23)$$

wobei

$$\mathbf{f}(k, \mathbf{u}(k), \mathbf{x}_e(k)) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_e(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad \text{und} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{g}(k, \mathbf{x}_e(k)) = [\mathbf{C}_d \ \mathbf{0}] \mathbf{x}_e(k) \quad . \quad (2.25)$$

Das erweiterte Systemmodell (2.22) und (2.23) für den DFM01 besitzt 2 Eingänge, 10 Zustände und 4 Ausgänge. Zur Schätzung von  $\mathbf{x}_e(k)$  wird der im nächsten Abschnitt vorgestellte Strong-Tracking-Filter (STF) verwendet. Da apriori keine Kenntnisse über die Systemzustände der Störgröße vorliegen, wird  $\check{\mathbf{u}}(k)$  als zeitinvariant angenommen (Eykhoff 1981). Dadurch erhält man ein erweitertes modifiziertes Systemmodell: (2.22) und (2.23). Die im Abschnitt 3 dargestellten experimentellen Ergebnisse zeigen, daß der STF trotz der ungenauen Annahme in Gl. (2.20) die Zustände im Arbeitsraum adaptiv und genau schätzen kann.

### 3 Online-Schätzung der Zustände vom DFM01

Dieser Abschnitt stellt zuerst den von Zhou u. a. (1992) entwickelten Strong-Tracking-Filter (STF) vor. Dann werden die am DFM01 gemessenen Ausgangsdaten und die online geschätzten Zustände dargestellt. Zur Unterdrückung unerwünschter Meßrauschsignale wird ein Tiefpaßfilter verwendet.

### 3.1 Strong-Tracking-Filter (STF)

Im folgenden wird ein nichtlinearer, stochastischer Prozeß betrachtet, dessen dynamisches Verhalten sich durch ein zeitdiskretes Zustandsmodell beschreiben läßt:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(k, \mathbf{u}(k), \mathbf{x}(k)) + \mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{v}(k) \quad , \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{g}(k, \mathbf{x}(k)) + \mathbf{e}(k) \quad , \quad (3.2)$$

mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ , dem Eingangsvektor  $\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^p$  und dem Ausgangsgrößenvektor  $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^m$ . Die Prozeß- und Meßrauschsignale  $\mathbf{v}(k) \in \mathbb{R}^q$  und  $\mathbf{e}(k) \in \mathbb{R}^m$  seien miteinander unkorrelierte weiße Rauschsignale mit den Kovarianzen  $\mathbf{Q}(k)$  und  $\mathbf{R}(k)$ .  $\mathbf{\Gamma}(k)$  ist eine Matrix passender Dimension.

Der Strong-Tracking-Filter (STF) zeichnet sich im Vergleich mit anderen Filtern durch folgende Eigenschaften aus (Zhou u. a. 1992):

- Starke Robustheit gegenüber der Parameterungenauigkeit eines Systemmodells.
- Schnelle Konvergenz der Schätzwerte auch bei impulsförmiger Änderung der Systemzustände.
- Möglichkeit der online-Schätzung durch übernehmbaren Berechnungsalgorithmus.

Gl. (3.1) kann in der Umgebung von  $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$  und Gl. (3.2) in der Umgebung von  $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$  mit einer Taylorreihenentwicklung linearisiert werden (Anderson und Moore 1979). Mit Abbruch der Taylorreihe nach dem 1. Glied ergibt sich:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k))\mathbf{x}(k) + \mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{v}(k) + \mathbf{w}(k) \quad , \quad (3.3)$$

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{G}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))\mathbf{x}(k+1) + \mathbf{e}(k+1) + \mathbf{z}(k) \quad , \quad (3.4)$$

wobei

$$\mathbf{F}(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(k, \mathbf{u}(k), \mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k|k)} \quad , \quad (3.5)$$

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{f}(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) - \mathbf{F}(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k))\hat{\mathbf{x}}(k|k) \quad , \quad (3.6)$$

$$\mathbf{G}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(k+1, \mathbf{x}(k+1))}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)} \quad , \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k) &= \mathbf{g}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) \\ &- \mathbf{G}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) \quad . \end{aligned} \quad (3.8)$$

Für (3.3) und (3.4) kann der Extended-Kalman-Filter (EKF) direkt angewendet werden (Anderson und Moore 1979). Der EKF hat die folgende Form:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1) = \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + \mathbf{K}(k+1)\boldsymbol{\gamma}(k+1) \quad (3.9)$$

mit

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) = \mathbf{f}(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) \quad , \quad (3.10)$$

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{G}^T(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))\left[\mathbf{G}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{G}^T(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) + \mathbf{R}(k)\right]^{-1}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{F}(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k))\mathbf{P}(k|k)\mathbf{F}^T(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) + \mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{Q}(k)\mathbf{\Gamma}^T(k) \quad , \quad (3.12)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k+1) = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{G}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))\right]\mathbf{P}(k+1|k) \quad , \quad (3.13)$$

$$\boldsymbol{\gamma}(k+1) = \mathbf{y}(k+1) - \mathbf{g}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) \quad . \quad (3.14)$$

$\mathbf{K}(k+1)$  ist die Verstärkungsmatrix,  $\mathbf{P}(k+1|k)$  die Kovarianzmatrix der Schätzfehler.  $\boldsymbol{\gamma}(k+1)$  entspricht dem Ausgangsschätzfehler. Der STF, der von Zhou u. a. (1992) entwickelt wurde, ist ein modifizierter EKF. Nach der Einführung der Fading-Matrix

$$\mathbf{L}(k+1) = \text{diag}\{\lambda_1(k+1), \lambda_2(k+1), \dots, \lambda_n(k+1)\} \quad (3.15)$$

erhält man aus Gl. (3.12) die modifizierte Kovarianzmatrix der Schätzfehler:

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{L}(k+1)\mathbf{F}(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k))\mathbf{P}(k|k)\mathbf{F}^T(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k)) + \mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{Q}(k)\mathbf{\Gamma}^T(k) \quad . \quad (3.16)$$

$\mathbf{L}(k+1)$  wird nach

$$E[\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)][\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1|k+1)]^T = \min, \quad (3.17)$$

$$E[\boldsymbol{\gamma}^T(k+1)\boldsymbol{\gamma}(k+1+j)] = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots; j = 1, 2, \dots \quad (3.18)$$

bestimmt (Zhou u. a. 1992, Zhou und Sun 1994) mit:

$$\lambda_i(k+1) = \begin{cases} \zeta_i \eta(k+1) & ; \zeta_i \eta(k+1) > 1 \\ 1 & ; \zeta_i \eta(k+1) \leq 1 \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad , \quad (3.19)$$

$$\eta(k+1) = \frac{\text{tr}[\mathbf{N}(k+1)]}{\sum_{i=1}^n \zeta_i d_{ii}(k+1)} \quad , \quad (3.20)$$

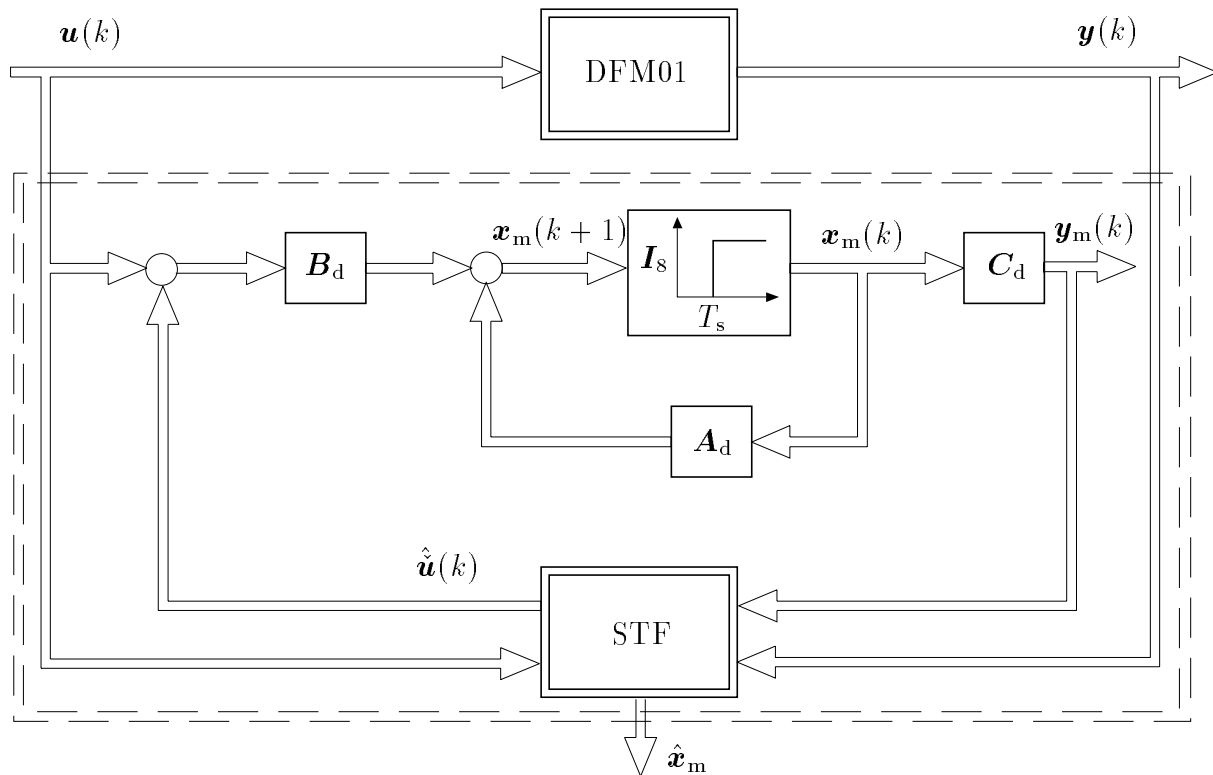
$$\mathbf{N}(k+1) = \mathbf{V}_0(k+1) - \mathbf{R}(k+1) - \mathbf{G}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))\mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{Q}(k) \cdot \mathbf{\Gamma}^T(k)\mathbf{G}^T(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) \quad , \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(k+1) &= \mathbf{F}(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k))\mathbf{P}(k|k)\mathbf{F}^T(k, \mathbf{u}(k), \hat{\mathbf{x}}(k|k))\mathbf{G}^T(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k))\mathbf{G}(k+1, \hat{\mathbf{x}}(k+1|k)) \\ &\hat{=} (d_{ij}) \quad , \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0(k+1) &= E[\boldsymbol{\gamma}(k+1)\boldsymbol{\gamma}^T(k+1)] \\ &\approx \begin{cases} \boldsymbol{\gamma}(1)\boldsymbol{\gamma}^T(1) & ; k = 0 \\ \frac{[\varrho\mathbf{V}_0(k) + \boldsymbol{\gamma}(k+1)\boldsymbol{\gamma}^T(k+1)]}{1 + \varrho} & ; k \geq 1 \end{cases} \quad , \end{aligned} \quad (3.23)$$

wobei  $\rho = 0.98$  dem Forgetting-Faktor entspricht.  $\zeta_i \geq 1, i = 1, 2, \dots, n$ , sind vorgegebene Koeffizienten. Die Gl. (3.18) besagt, daß der Ausgangsschätzfehler eine weißes Rauschen ist, wenn das Systemmodell, auf dem der Filter basiert, das reale System genau beschreibt (Maybeck 1979).

Zur Schätzung der Zustände sowie der Störgröße von DFM01 kann der STF direkt verwendet werden. Bild 3.1 stellt das Blockschaltbild des gesamten Systems dar.



**Bild 3.1:** Blockschaltbild der online-Schätzung der Zustände sowie der Störgröße des DFM01

### 3.2 Experimentelle Ergebnisse

Der Test des vorgestellten Schätzverfahrens wurde am DFM01 online durchgeführt. Die Programme sind in der Programmiersprache C erstellt worden. Da die  $q_{i1}(k)$  als Ausgangssignale gewählt und die Positionen des Gelenks  $(p_{1x}(k), p_{1y}(k))$  sowie des Endeffektors  $(p_{2x}(k), p_{2y}(k))$  gemessen wurden, müssen  $q_{i1}(k)$  umgerechnet werden. Unter der Verwendung der Gleichungen zur Modellbildung von DFM01 (Bai 1996) können die  $q_{i1}(k)$  durch

$$q_{11}(k) = \frac{1}{\phi_{11}(l_1)} \left( -p_{1x}(k)\sin\theta_1(k) + p_{1y}(k)\cos\theta_1(k) \right) \quad (3.24)$$

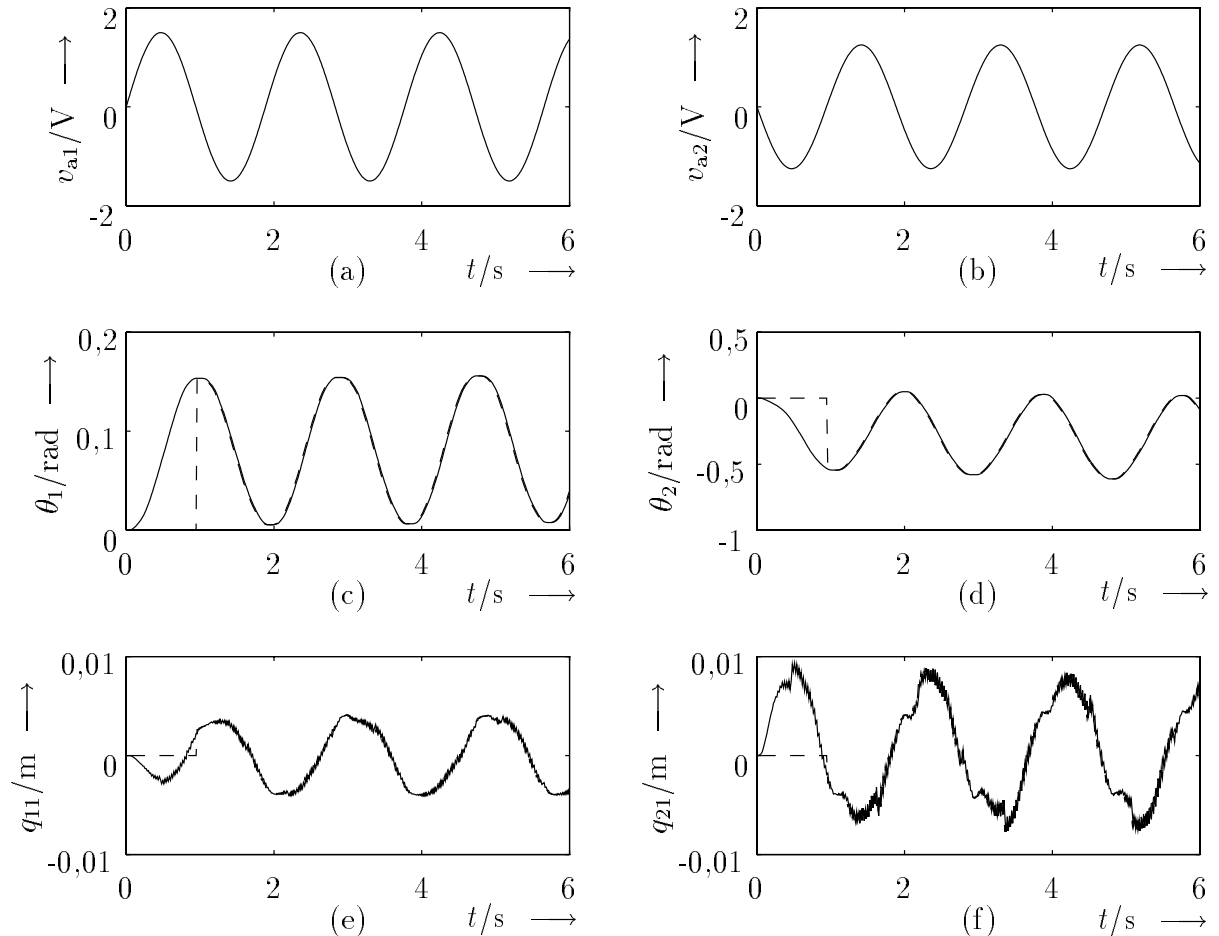
$$q_{21}(k) = \frac{\left( p_{1x}(k) - p_{2x}(k) \right)\sin\beta(k) - \left( p_{1y}(k) - p_{2y}(k) \right)\cos\beta(k)}{\phi_{21}(l_2)} \quad (3.25)$$

$$\beta(k) = \theta_1(k) + \theta_2(k) + \phi'_{11}(l_1)q_{11}(k) \quad (3.26)$$

bestimmt werden. Die Parameter des DFM01 sind in Bai (1996) dargestellt worden. Der Arbeitspunkt und der Anfangsvektor wurden zu  $\mathbf{q}_0 = \dot{\mathbf{q}}_0 = \ddot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{x}_e(0) = \mathbf{0}$  gesetzt. Für den STF wurden folgende Anfangswerte und Parameter gewählt:

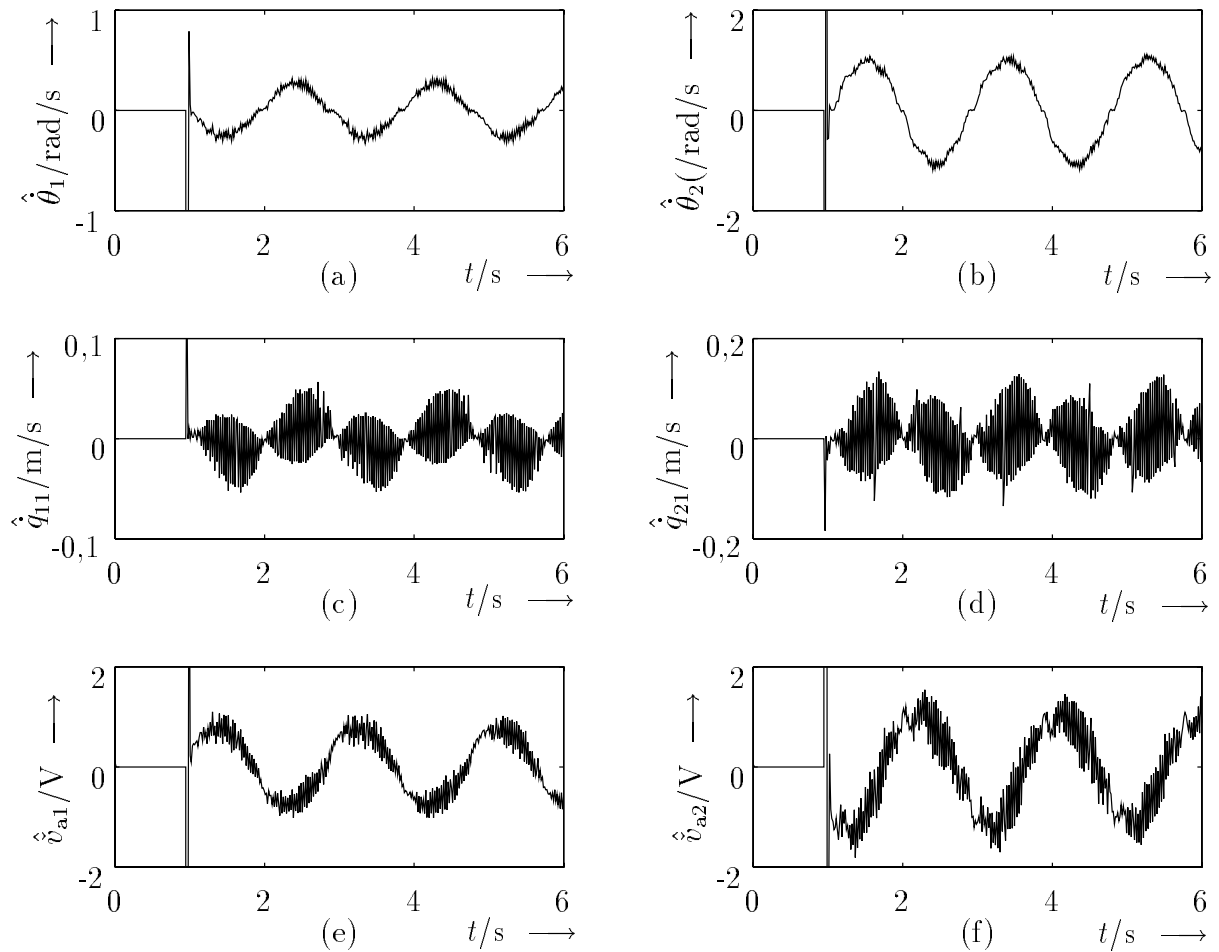
- Anfangswert:  $\hat{\mathbf{x}}_e(0|0) = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{P}(0|0) = 100\mathbf{I}_{10}$
- Parameter:  $\zeta_i = 1, i = 1, 2, \dots, 8$ ;  $\zeta_9 = \zeta_{10} = 1.1$
- Kovarianzmatrizen:  $\mathbf{Q}(k) = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{R}(k) = \text{diag}\{0, 0001^2, 0, 0001^2, 0, 004^2, 0, 004^2\}$

Der Versuch dauerte 6 s mit der Abtastzeit  $T_s = 15$  ms. Zur klaren Darstellung der schnellen Konvergenz des STF wurde die Schätzung erst nach 0,96 s gestartet. Am diesen Zeitpunkt erreichten  $\theta_1$  und  $\theta_2$  große Auslenkung. Bild 3.2 zeigt die sinusförmigen Eingangsspannungen der Motoren und die gemessenen sowie die geschätzten Ausgänge. Sie stimmen nach dem Beginn der Schätzung sehr gut überein, obwohl beide Winkel weit vom Arbeitspunkt entfernt sind.



**Bild 3.2:** (a), (b): Eingangssignale; (c), (d): Winkel der Arme; (e), (f): Deformationen der Arme; '—' gemessene Daten; '- -' geschätzte Werte

Die Bilder 3.3 (a)–(d) zeigen die geschätzten Geschwindigkeiten der verallgemeinerten Koordinaten, die nicht am DFM01 messbar sind. Am Beginn der Schätzung ( $t = 0,96$  s) sind die Werte relativ groß, da die Abweichungen der geschätzten von den gemessenen verallgemeinerten Koordinaten groß sind, insbesondere die beiden Winkel. Dennoch konvergiert der STF sehr schnell. Im Vergleich zu den Zeitverläufen von  $\hat{\theta}_i$  (siehe Bild 3.3 (a) und (b)) sind  $\hat{q}_{i1}$  stark verrauscht (siehe die Bilder 3.3 (c) und (d)). Dieses Rauschen wird später mit Hilfe eines Tiefpaßfilters unterdrückt. In Bild 3.3 (e) und (f) sind die geschätzten Störgrößen dargestellt.



**Bild 3.3:** (a), (b): geschätzte Winkelgeschwindigkeiten; (c), (d): geschätzte Geschwindigkeiten der Deformationen; (e), (f): geschätzte Störgrößen

### 3.3 Tiefpaßfilter

Bei der online-Zustandsschätzung wird ein Tiefpaßfilter zur Unterdrückung unerwünschter Rauschsignale verwendet (s. Bild 3.4). Für einen zeitdiskreten Tiefpaßfilter 1. Ord-



**Bild 3.4:** Verwendung des Tiefpaßfilters

nung lautet die Übertragungsfunktion

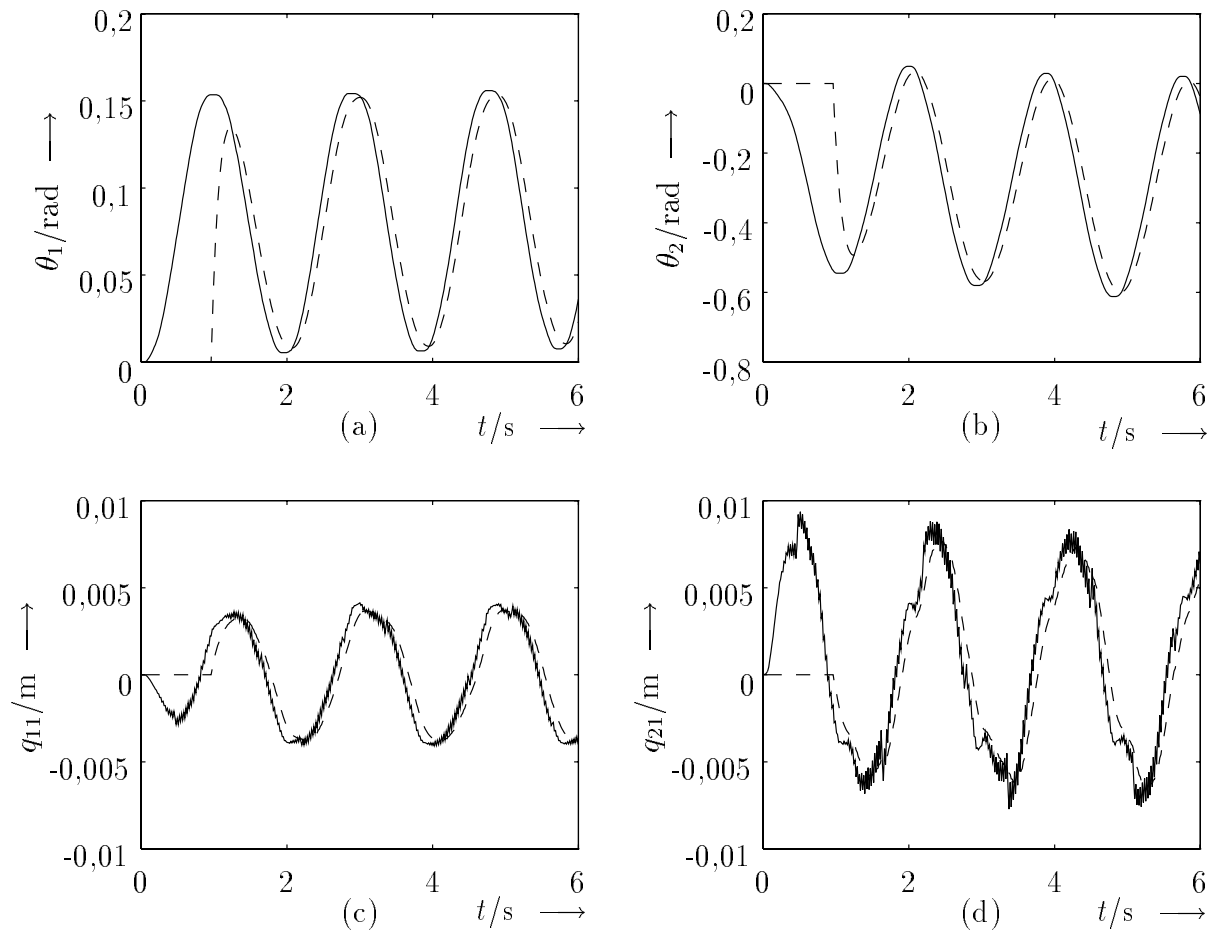
$$G(z) = \frac{(1-a)z}{z-a} \quad (3.27)$$



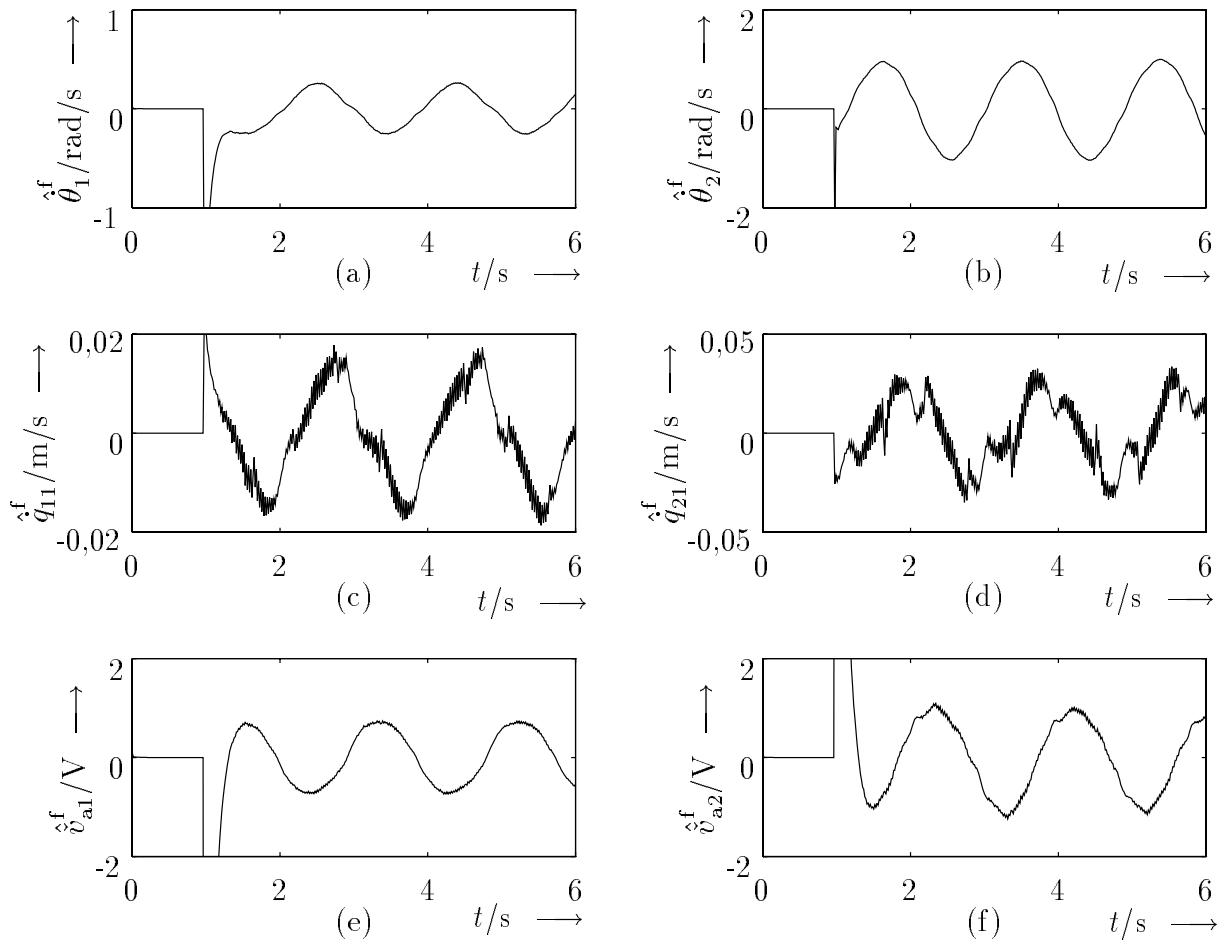
mit

$$a = 2 - \cos(\omega_g T_s) - \sqrt{(3 - \cos(\omega_g T_s))(1 - \cos(\omega_g T_s))} \quad , \quad (3.28)$$

wobei  $\omega_g$  der Grenzfrequenz und  $T_s$  der Abtastzeit entsprechen (Schwarz 1981). Die ersten Eigenfrequenzen der beiden Arme sind:  $\omega_{11} \approx 3,51$  rad/s,  $\omega_{21} \approx 7,88$  rad/s. Der Wert der Grenzfrequenz  $\omega_g$  wurde auf 10 rad/s gesetzt. Im Bild 3.5 werden die am DFM01 gemessenen Winkel und Deformationen der beiden Arme sowie deren gefilterte Schätzwerte dargestellt. Der Tiefpaßfilter bringt eine Phasenverschiebung mit sich. Die gefilterten, geschätzten Winkelgeschwindigkeiten und Geschwindigkeiten der Deformationen sowie die Störgrößen zeigt Bild 3.6. Im Vergleich zu den Zeitverläufen von  $\hat{q}_{i1}$  (siehe Bild 3.3 (c) und (d)) sind die Rauschsignale von  $\hat{q}_{i1}^f$  ausreichend vermindert worden (siehe Bild 3.6 (c) und (d)).

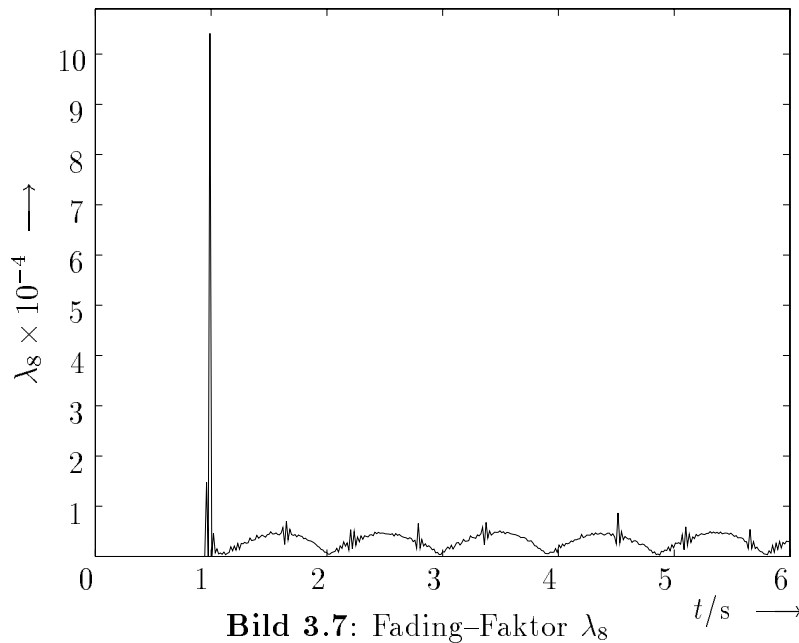


**Bild 3.5:** (a), (b): Winkel der Arme; (c), (d): Deformationen der Arme; '—' gemessene Daten; '- -' gefilterte Schätzwerte



**Bild 3.6:** (a), (b): gefilterte geschätzte Winkelgeschwindigkeiten; (c), (d): gefilterte geschätzte Geschwindigkeiten der Deformationen; (e), (f): gefilterte geschätzte Störgrößen

Den Zeitverlauf des Fading-Faktors  $\lambda_8$  zeigt Bild 3.7. Die anderen Fading-Faktoren besitzen qualitativ den gleichen Verlauf wie  $\lambda_8$ , nur mit unterschiedlichen Amplituden.

Bild 3.7: Fading-Faktor  $\lambda_s$ 

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Dieser Bericht<sup>1</sup> stellt eine Modellmodifikation und online-Schätzung der Zustände des zweiachsigen elastischen Handhabungssystems DFM01 vor. So wurde zusätzlich die Dynamik der Motor-Getriebe-Kombination berücksichtigt. Die Reibungskräfte sowie die nicht modellierte Dynamik des DFM01 werden als eine Störgröße betrachtet. Ein erweitertes Systemmodell wurde vorgestellt, bei dem diese Störgröße als ein Zustand betrachtet wurde. Die Schätzung der Zustände und der Störgröße erfolgte mit Hilfe des STF und wurde online durchgeführt. Die am DFM01 gemessenen Ausgangsdaten stimmen mit den geschätzten Werten sehr gut überein. Der Gültigkeitsbereich des linearisierten, modifizierten Systemmodells bleibt nicht auf den Arbeitspunkt beschränkt. Um die unerwünschten Meßrauschsignale zu unterdrücken, wurde ein Tiefpaßfilter 1. Ordnung verwendet.

Für zukünftige Arbeiten ist die Untersuchung folgender Punkte angedacht:

- Adaptive Regelung mit einer Kompensation im Vorwärtszweig sowie
- Regelung mit Hilfe einer Zustandsrückführung.

---

<sup>1</sup> Die Verfasserin dankt dem DAAD für seine Unterstützung.

## 5 Literaturverzeichnis

- Anderson, B. D. O.** und **J. B. Moore.** 1979. *Optimal Filtering*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, INC.
- Armstrong-Hélouvry, B., P. Dupont** und **C. Canudas de Wit.** 1994. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica* 30(7). 1083–1138.
- Arteaga Pérez, M.** 1996. A nonlinear observer for flexible robot arms. *Proc. of the 4th IEEE Mediterranean Symposium on New Directions in Control and Automation*. Maleme, Krete, GREECE. 144–149.
- Bai, M.** 1996. *Modellbildung and Simulation eines zweiachsigen elastischen Handhabungssystems*. Forschungsbericht 05/96. MSRT. Universität Duisburg.
- Canudas de Wit, C., K. Åström** und **K. Braun.** 1987. Adaptive friction compensation in dc-motor drives. *IEEE J. Robotics and Automation* RA-3(6). 681–685.
- Canudas de Wit, C., P. Noël, A. Aubin** und **B. Brogliato.** 1991. Adaptive friction compensation in robot manipulators: Low velocities. *Int. J. Robotics Res.* 10(3). 189–199.
- Canudas de Wit, C., H. Olsson, K. Åström** und **P. Lischinsky.** 1995. A new model for control of systems with friction. *IEEE Trans. Automat. Control* 40(3). 419–425.
- Chapnik, B., G. R. Heppler** und **J. Aplevich.** 1991. Modelling impact on a one-link flexible robotic arm. *IEEE Trans. Robotics Automat.* 7(4). 479–488.
- De Luca, A.** und **B. Siciliano.** 1991. Closed-form dynamic model of planar multilink lightweight robots. *IEEE Trans. Syst., Man, and Cybern.* 21(4). 826–839.
- Dupont, P.** 1994. Avoiding stick-slip through PD control. *IEEE Trans. Automat. Control* 39(5). 1094–1097.
- Eykhoff, P.** 1981. *Trends and Progress in System Identification*. Oxford: Pergamon Press.
- Haessig, D.** und **B. Friedland.** 1991. On the modelling and simulation of friction. *ASME J. Dynamic Syst., Measurement, and Contr.* 113. 354–362.
- Maybeck, P. S.** 1979. *Stochastic Models, Estimation, and Control*. New York: Academic Press, INC.
- Oakley, C.** und **R. Cannon.** 1989. Equations of motion for an experimental planar two-link flexible manipulator. *Proc. 1989 ASME Winter Annu. Meet.*. San Francisco, CA. 267–278.

- 
- Schwarz, H.** 1981. *Optimale Regelung und Filterung*. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn.
- Spong, M. W.** und **M. Vidyasagar**. 1989. *Robot Dynamics and Control*. New York: John Wiley & Sons.
- Zhou, D.** und **Y. Sun**. 1994. *Fault Detection and Diagnostics Technique of Control Systems*. Beijing: Tsinghua University Press.
- Zhou, D.**, **Y. Xi** und **Z. Zhang**. 1992. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter. *Chinese Journal of Automation (Allerton Press, INC./New York)* 4(2). 145–152.