

Ein Beitrag zur strukturvariablen Regelung von Polynomsystemen mit linearer Steuerung

Holger Hebisch

Forschungsbericht Nr. 23/96

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: PLS sind eine wichtige Unterklasse der analytischen Systeme mit linearer Steuerung (ALS). In diesem Bericht wird für die variabel strukturierte Regelung (VSR) von PLS eine neue Notation beschrieben. Damit wird es möglich, analytische Verfahren für die Reglerauslegung einzusetzen.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	II
1 Einleitende Übersicht	1
2 Neue Notation für strukturvariabel geregelte PLS	3
3 Anwendung auf bilineare Systeme	6
4 Zusammenfassung	10
5 Literaturverzeichnis	11

Nomenklatur

Abkürzungen

BLS	bilineare Systeme
LS	lineare Systeme
MISO	Multi-Input Single-Output
PLS	Polynomsysteme mit linearer Steuerung
QLS	Quadratische Systeme mit linearer Steuerung
SISO	Single-Input Single-Output
SM	Sliding-Mode
SMR	Sliding-Mode-Regelung
VS	variable Struktur
VSR	Variabel strukturierte Regelung

Formelzeichen

\mathbf{A} , $a_{i,j}$	Systemmatrix, -parameter
\mathbf{B} , \mathbf{b} , b_i	Eingangsmatrix, -vektor, -parameter
\mathbf{C} , \mathbf{c}	Ausgangsmatrix, -vektor
h , i , j	Zählindices
\mathbf{h}	vektorielle Funktion zur Ausgangsgrößenbestimmung bei ALS
\mathbf{k} , k_i	Rückführvektor, -parameter
m , n , p	Dimension der Stell-, Zustands- und Ausgangsgrößenvektoren
\mathbf{N} , $n_{i,j}$	Systemmatrix (nichtlinearer Teil beim BLS), -parameter
r , s	Grade des homogenen und inhomogenen Teils der PLS-Zustandsmodelle
\mathbf{s}	vektorielle Schaltfunktion
t	Zeit
\mathbf{u} , u_i	Vektor der Stellgrößen, i -te Stellgröße
w	Führungsgröße
\mathbf{x} , x_i	Vektor der Zustandsgrößen, i -te Zustandsgröße
\mathbf{y} , y_i	Vektor der Ausgangsgrößen, i -te Ausgangsgröße

Indices

$(\cdot)^*$	Matrizen in einem Zwischenschritt
(\cdot)	Elemente der Endgleichung
$(\cdot)^*$	Matrizen der Endgleichung bei SM-geregelten MISO-Systemen
$(\cdot)_{\text{ges.}}$	gesamt
$(\cdot)_{n \times m}$	Matrix der Dimension $n \times m$

Operatoren und sonstige Zeichen

\otimes	Kronecker Produkt
$(\cdot)^{(j)}$	Kronecker Potenz vom Grade j
$(\cdot)^T$	Transponieren eines Vektors oder einer Matrix
\mathbb{R}^n	reeller Vektorraum der Dimension n

1 Einleitende Übersicht

Regelungskonzepte mit variabler Struktur (VSR) wurden ursprünglich in den 50-er Jahren in der Sowjetunion entwickelt (Emeljanov 1969). Sie liegen vor, wenn die Regelung eines Systems

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) \mathbf{u}(t) \quad , \quad (1.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) \quad ; \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \quad \mathbf{y} \in \mathbb{R}^p \quad , \quad (1.2)$$

derart geschieht, daß

$$\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \mathbf{u}^+(\mathbf{x}(t)) & , \text{für } \mathbf{s}(\mathbf{x}(t)) > 0 \\ \mathbf{u}^-(\mathbf{x}(t)) & , \text{für } \mathbf{s}(\mathbf{x}(t)) < 0 \end{cases} \quad . \quad (1.3)$$

Dabei bildet die Schaltfunktion $\mathbf{s}(\mathbf{x}(t))$ eine Umschaltstrategie zur Auswahl einer der möglichen Systemstrukturen. Im Verlauf der Regelung kann sich der Zustandsvektor entlang einer Trajektorie bewegen, die durch $\mathbf{s}(\mathbf{x}(t)) = 0$ beschrieben wird. Gehört sie weder zur Dynamik des allein mit \mathbf{u}^+ oder \mathbf{u}^- geregelten Systems, so befindet sich das System in einem Gleitzustand. Liegt dieser Fall vor, so gehört die gefundene Regelungstrategie zu einer Unterklasse der VSR, der Sliding-Mode-Regelung (SMR) (Utkin 1978, Hebisch 1995).

Die Erfahrung zeigt, daß die strukturvariable Regelung, insbesondere beim Auftreten von Sliding-Modes, mit vergleichsweise einfachen Mitteln eine robuste Regelung auch komplexer Anlagen gestattet. Da bei einer Vielzahl zu regelnder Strecken direkt Reglerparameter gefunden werden können, die zu stabilem Systemverhalten führen, wird eine Optimierung dieser Parameter häufig nicht mehr durchgeführt. Eine Ursache ist sicher auch der nicht unerhebliche Aufwand, den ein experimentell arbeitender Optimierungsalgorithmus darstellt. Denn eine analytische Lösung der Optimierungsaufgabe ist wegen der variablen Struktur des Gesamtsystems nicht einfach. Aus dem gleichen Grunde wird in der Praxis häufig auf den Stabilitätsnachweis für das als ausreichend robust angenommene geregelte System verzichtet. Dieser Bericht kann zu dieser, wie auch der vorgenannten Frage, keine allgemeine Methode für ihre Beantwortung liefern. Es soll aber der Versuch unternommen werden, zumindest für eine Teilgruppe der denkbaren Systeme eine analytische Betrachtung zu ermöglichen.

Zur Menge der durch Gl. (1.1) und (1.2) beschriebenen Systeme gehören als eine bedeutende Klasse die Polynomsysteme mit linearer Steuerung PLS (Schwarz 1993). Sie können z. B. durch eine Taylorreihenentwicklung (Bronstein und Semendjajew 1987) als Approximation eines hinreichend oft differenzierbaren Systems gebildet werden. Die allgemeine Schreibweise für PLS ist:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) \otimes \mathbf{u}(t) \quad , \quad (1.4)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \quad ; \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \quad \mathbf{y} \in \mathbb{R}^p \quad . \quad (1.5)$$

Die in Gl. (1.4) verwendete Notation der Kronecker Potenz ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{x}^{(j)}(t) = \begin{cases} \underbrace{\mathbf{x} \otimes \cdots \otimes \mathbf{x}}_{j\text{-mal}} & , \text{ für } j > 0 \\ 1 & , \text{ für } j = 0 \end{cases} . \quad (1.6)$$

Der Gegenstand dieses Berichtes ist die Dokumentation einer Vorgehensweise, die geeignet ist, die bislang entwickelten Verfahren zur Auslegung geregelter PLS auch zur Behandlung von mit variabler Struktur geregelten Systemen anwendbar zu machen. Insbesondere sind dieses etwa die auf der Theorie von Ljapunov (1992) basierenden, allgemeinen Arbeiten zur Stabilitätsanalyse von Mehrgrößensystemen (Schwarz 1971, Nijmeijer und van der Schaft 1990). Für einfachst strukturierte PLS liegen sogar bereits Stabilitäts- und Steuerbarkeitskriterien vor (Jelali 1995). Weiterhin kann in einigen Fällen eine in der Regel hinreichend genaue Stabilitätsaussage mit Hilfe der harmonischen Balance (Gray und Brown 1984, Uhlig 1980) getroffen werden.

In Abschnitt 2 wird die hierzu eingeführte Notation für strukturvariabel geregelte PLS vorgestellt. Abschnitt 3 zeigt exemplarisch die Anwendung auf bilineare Systeme (BLS). Der Bericht wird durch eine Zusammenfassung mit Ausblick in Abschnitt 4 abgeschlossen.

2 Neue Notation für strukturvariabel geregelte PLS

Zunächst sollen SISO-Systeme betrachtet werden. Hat das zu regelnde PLS nur eine Stellgröße u und nur eine Ausgangsgröße y , wird es wie folgt notiert:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \left[\sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) \right] u(t) \quad , \quad (2.1)$$

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \quad ; \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad . \quad (2.2)$$

Mit einer linearen Zustandsrückführung u , bei der auch die Führungsgröße w eingeht,

$$u(t) = w(t) - \mathbf{k}^T(t) \mathbf{x}(t) \quad (2.3)$$

und in der die Strukturvariabilität des Systems durch die Zeitabhängigkeit des Verstärkungsvektors

$$\mathbf{k}(t) = \mathbf{k}(\mathbf{x}(t)) \quad (2.4)$$

zum Ausdruck kommt, lautet die Zustandsgleichung des geschlossenen Regelkreises:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \left[\sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) \right] (w(t) - \mathbf{k}^T(t) \mathbf{x}(t)) \quad (2.5)$$

$$= \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^s -\mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) \mathbf{k}^T(t) \mathbf{x}(t) + \sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) w(t) \quad . \quad (2.6)$$

Das Skalarprodukt durch eine Summe ersetzend ergibt sich:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^s \sum_{i=1}^n -\mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) k_i(t) x_i(t) + \sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) w(t) \quad (2.7)$$

$$= \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^s \sum_{i=1}^n -\mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) x_i(t) k_i(t) + \sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) w(t) \quad . \quad (2.8)$$

Es werden nun $n(s+1)$ Matrizen \mathbf{B}^* eingeführt, mit

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{0,i}^* &= \mathbf{0} \quad , \\ \mathbf{B}_{j+1,i}^* &= \left[\underbrace{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}}_{(i-1)} \quad , \quad -\mathbf{b}_{j,1} \quad , \quad \underbrace{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}}_{(n-1)} \quad , \quad -\mathbf{b}_{j,2}, \dots, -\mathbf{b}_{j,n^j} \quad , \quad \underbrace{\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}}_{(n-i)} \right] \quad , \quad (2.9) \\ &\quad \quad \quad n \times 1\text{-Vektoren} \quad \quad \quad n \times 1\text{-Vektoren} \quad \quad \quad n \times 1\text{-Vektoren} \end{aligned}$$

wobei $i = 1, \dots, n$ und $j = 0, \dots, s$. $\mathbf{b}_{j,i}$ bezeichnet dabei die jeweils i -te Spalte der Matrix \mathbf{B}_j . Für jede Matrix $\mathbf{B}_{h,i}^*$ gilt, $\mathbf{B}_{h,i}^*$ ist eine $n \times n^h$ -Matrix.

Damit läßt sich Gl. (2.8) umschreiben zu:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^s \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_{j+1,i}^* \mathbf{x}^{(j+1)}(t) k_i(t) + \sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) w(t) \quad . \quad (2.10)$$

Es bleibt anzumerken, daß aufgrund der Redundanz in den Komponenten von $\mathbf{x}^{(j+1)}$ auch andere Vorschriften zur Bildung der Matrizen $\mathbf{B}_{j+1,i}^*$ als Gl. (2.9) denkbar sind. Die angegebene Form ist jedoch nicht willkürlich gewählt, sondern zeichnet sich dadurch aus, daß sie die Reihenfolge der Faktoren, deren Produkt die jeweiligen Komponenten sind, beibehält. Dadurch läßt sich die Rechnung leichter rückverfolgen.

Nun wird ein neuer, $n + 1$ -dimensionaler Stellgrößenvektor $\tilde{\mathbf{u}}$ gebildet:

$$\tilde{\mathbf{u}}^T(t) = [\mathbf{k}^T(t), w(t)] \quad . \quad (2.11)$$

Somit findet sich für Gl. (2.10):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^s \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_{j+1,i}^* \mathbf{x}^{(j+1)}(t) \tilde{u}_i(t) + \sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) \tilde{u}_{n+1}(t) \quad .(2.12)$$

Außerdem werden neue Matrizen $\tilde{\mathbf{B}}_j$ zusammengestellt:

$$\tilde{\mathbf{B}}_j = [\mathbf{b}_{j,1,1}^*, \dots, \mathbf{b}_{j,n,1}^*, \mathbf{b}_{j,1}, \mathbf{b}_{j,1,2}^*, \dots, \mathbf{b}_{j,n,2}^*, \mathbf{b}_{j,2}, \dots, \mathbf{b}_{j,n^j}] \quad , \quad (2.13)$$

für $j = 0, \dots, s$, und

$$\tilde{\mathbf{B}}_j = [\mathbf{b}_{j,1,1}^*, \dots, \mathbf{b}_{j,n,1}^*, \mathbf{0}, \mathbf{b}_{j,1,2}^*, \dots, \mathbf{b}_{j,n,2}^*, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{b}_{j,1,n^j}^*, \dots, \mathbf{b}_{j,n,n^j}^*, \mathbf{0}] \quad , \quad (2.14)$$

für $j = s + 1$. Die Vektoren $\mathbf{b}_{j,i,h}^*$ sind durch die jeweils h -te Spalte der i -ten Matrix $\mathbf{B}_{j,i}^*$ bestimmt. Mit den so eingeführten Größen ergibt sich für Gl. (2.12):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^{s+1} \tilde{\mathbf{B}}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) \otimes \tilde{\mathbf{u}}(t) \quad . \quad (2.15)$$

Das geregelte System kann somit als ein MISO-PLS mit $n + 1$ Stellgrößen notiert werden. Dabei hat der homogene Teil den gleichen Grad wie die ursprüngliche Strecke (Gl. (2.1)), während im inhomogenen Teil der Grad um Eins erhöht ist. Gleichzeitig ist der lineare Steuerterm nur von \tilde{u}_{n+1} und der Steuerterm vom höchsten Grad (mit $\tilde{\mathbf{B}}_{s+1}$) überhaupt nicht mehr von \tilde{u}_{n+1} abhängig. Wesentlich ist nun die Möglichkeit, Eigenschaften, wie Steuerbarkeit und Stabilität, mit bereits entwickelten Standardverfahren zu untersuchen. Ist z. B. $r = 1$ und $s = 0$, liegt also ein lineares Ausgangssystem vor, beschreibt Gl. (2.15),

wie auch schon bei Becker (1979) zu finden ist, ein bilineares System (BLS).

Wie die Reglerparameter explizit geändert werden, wurde bislang nicht festgelegt. Denkbar sind hier einerseits kontinuierliche Funktionen in \mathbf{x} , die zu allgemeinen variabel strukturierten Regelungen führen. Andererseits sind auch schaltende Übergänge gemäß Gl. (1.3) möglich, so daß Sliding-Mode-Regelungen nun ebenfalls analytisch behandelt werden können.

In Gl. (2.1) sind zunächst nur Systeme mit lediglich einer Stellgröße betrachtet worden. Eine Ausdehnung auf Systeme mit mehreren Stellgrößen ist jedoch ohne weiteres möglich, wie aus folgender Darstellung ersichtlich wird. Es gilt nämlich:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{j=0}^s \mathbf{B}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) \otimes \mathbf{u}(t) \quad , \\ &= \sum_{j=1}^r \mathbf{A}_j \mathbf{x}^{(j)}(t) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^r \mathbf{B}_{j,i}^* \mathbf{x}^{(j)}(t) u_i(t) \quad .\end{aligned}\tag{2.16}$$

Dabei ist $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{A}_j \in \mathbb{R}^{n \times n^j}$, $\mathbf{B}_j \in \mathbb{R}^{n \times n^j m}$ und $\mathbf{B}_{j,i}^* \in \mathbb{R}^{n \times n^j}$. Die oben beschriebene Vorgehensweise kann nun zunächst für die einzelnen u_i getrennt angewandt werden. Bei der Formulierung der Endgleichung vom Typ der Gl. (2.15) ist dann lediglich zu beachten, daß der Vektor $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{ges.}}(t)$ als

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\text{ges.}}^T(t) = [\tilde{\mathbf{u}}_1^T(t), \dots, \tilde{\mathbf{u}}_m^T(t)]\tag{2.17}$$

gebildet werden muß und die Matrizen $\tilde{\mathbf{B}}_j$ dementsprechend zu besetzen sind.

Schwierigkeiten bereitet hier in der Regel das parallele Auftreten von Nichtlinearitäten und MISO-Systemen. Mittels einer Entkopplung und/oder Linearisierung (Schwarz 1989, Taylor 1988) kann das Auslegungsproblem allerdings auf bekannte Verfahren zurückgeführt werden. Bleibt es zudem dabei, daß nur eine einzelne Ausgangsgröße geregelt werden soll, so ist lediglich eine Auswahlregelung (Föllinger 1992) zu entwickeln.

Erwähnenswert ist ferner, daß die bei der Arbeit mit Gl. (2.15) unangenehm hohe Dimension, bei gleichzeitig schwacher Besetzung der Matrizen, vermeidbar ist, wenn an Stelle des gewohnten vollständigen das reduzierte Kronecker-Produkt (Rugh 1981, Jelali und Spielmann 1996) verwendet wird. Dabei treten die redundanten Terme jeweils nur einmal auf.

3 Anwendung auf bilineare Systeme

Stellvertretend soll die in Kapitel 2 beschriebene Vorgehensweise auf bilineare Systeme ($r = s = 1$) angewandt werden. Diese werden in der Regel wie folgt notiert (Schwarz 1996):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + [\mathbf{N} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}] u(t) \quad , \quad (3.1)$$

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \quad , \quad (3.2)$$

wobei hier $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^3$ vorgegeben sei, um den Schreibaufwand zu reduzieren.

Der Vergleich mit Gl. (2.1) zeigt:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} \quad , \quad \mathbf{B}_0 = \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{B}_1 = \mathbf{N} = \begin{pmatrix} n_{1,1} & n_{1,2} & n_{1,3} \\ n_{2,1} & n_{2,2} & n_{2,3} \\ n_{3,1} & n_{3,2} & n_{3,3} \end{pmatrix} \quad . \quad (3.3)$$

Das Regelgesetz lautet:

$$u(t) = w(t) - \mathbf{k}^T(t) \mathbf{x}(t) \quad . \quad (3.4)$$

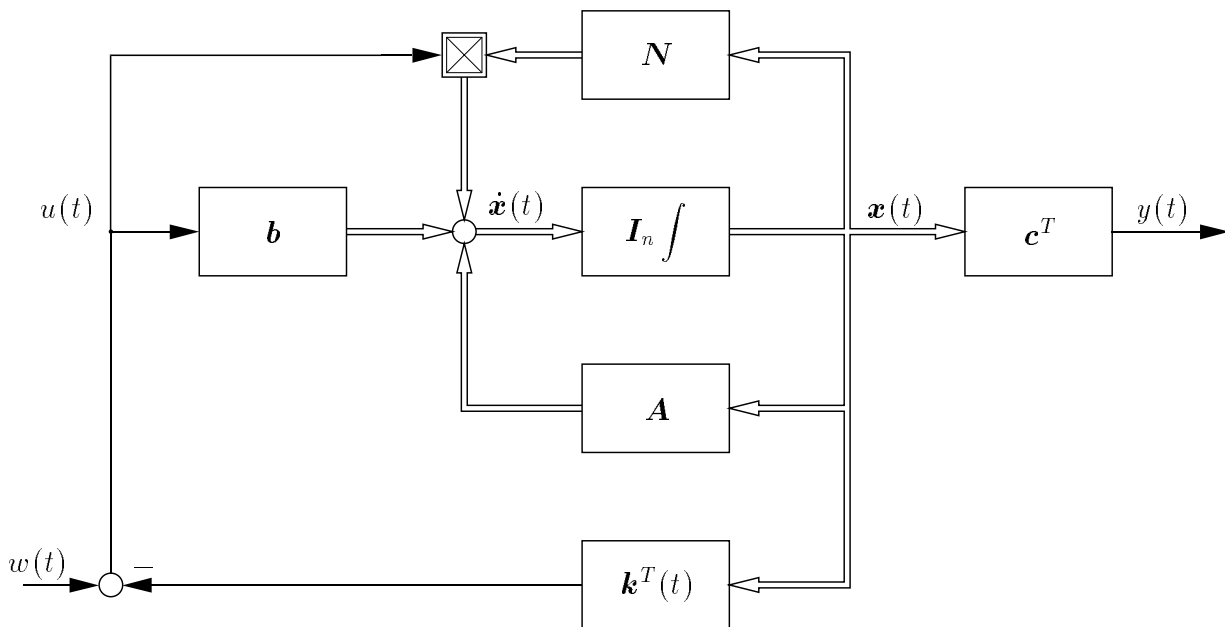


Bild 3.1: Geschlossener Regelkreis beim BLS mit VSR

Die Zustandsgleichung des geschlossenen Regelkreises (Bild 3.1) ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + [\mathbf{N} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}] (w(t) - \mathbf{k}^T(t) \mathbf{x}(t)) \\
&= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + [\mathbf{N} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}] w(t) \\
&\quad - [\mathbf{N} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}] (x_1(t) k_1(t) + x_2(t) k_2(t) + x_3(t) k_3(t)) \\
&= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + [\mathbf{N} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}] w(t) \\
&\quad - (\mathbf{N} \mathbf{x}(t) x_1(t) k_1(t) + \mathbf{N} \mathbf{x}(t) x_2(t) k_2(t) + \mathbf{N} \mathbf{x}(t) x_3(t) k_3(t)) \\
&\quad - \mathbf{b} (x_1(t) k_1(t) + x_2(t) k_2(t) + x_3(t) k_3(t)) \quad . \tag{3.5}
\end{aligned}$$

Das Zeitargument bei den Komponenten x_i und k_i nicht mehr mitschreibend, kann notiert werden:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + [\mathbf{N} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}] w(t) \\
&\quad - \left[\mathbf{N} \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2 x_1 \\ x_3 x_1 \end{pmatrix} k_1 + \mathbf{N} \begin{pmatrix} x_1 x_2 \\ x_2^2 \\ x_3 x_2 \end{pmatrix} k_2 + \mathbf{N} \begin{pmatrix} x_1 x_3 \\ x_2 x_3 \\ x_3^2 \end{pmatrix} k_3 \right] \\
&\quad - \mathbf{b} (x_1 k_1 + x_2 k_2 + x_3 k_3) \quad . \tag{3.6}
\end{aligned}$$

Mit

$$\mathbf{B}_{0,1}^* = \mathbf{B}_{0,2}^* = \mathbf{B}_{0,3}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \tag{3.7}$$

$$\mathbf{B}_{1,1}^* = \begin{pmatrix} -b_1 & 0 & 0 \\ -b_2 & 0 & 0 \\ -b_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{B}_{1,2}^* = \begin{pmatrix} 0 & -b_1 & 0 \\ 0 & -b_2 & 0 \\ 0 & -b_3 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{B}_{1,3}^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -b_1 \\ 0 & 0 & -b_2 \\ 0 & 0 & -b_3 \end{pmatrix} \quad , \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{2,1}^* &= \begin{pmatrix} -n_{1,1} & 0 & 0 & -n_{1,2} & 0 & 0 & -n_{1,3} & 0 & 0 \\ -n_{2,1} & 0 & 0 & -n_{2,2} & 0 & 0 & -n_{2,3} & 0 & 0 \\ -n_{3,1} & 0 & 0 & -n_{3,2} & 0 & 0 & -n_{3,3} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \\
\mathbf{B}_{2,2}^* &= \begin{pmatrix} 0 & -n_{1,1} & 0 & 0 & -n_{1,2} & 0 & 0 & -n_{1,3} & 0 \\ 0 & -n_{2,1} & 0 & 0 & -n_{2,2} & 0 & 0 & -n_{2,3} & 0 \\ 0 & -n_{3,1} & 0 & 0 & -n_{3,2} & 0 & 0 & -n_{3,3} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \tag{3.9} \\
\mathbf{B}_{2,3}^* &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -n_{1,1} & 0 & 0 & -n_{1,2} & 0 & 0 & -n_{1,3} \\ 0 & 0 & -n_{2,1} & 0 & 0 & -n_{2,2} & 0 & 0 & -n_{2,3} \\ 0 & 0 & -n_{3,1} & 0 & 0 & -n_{3,2} & 0 & 0 & -n_{3,3} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

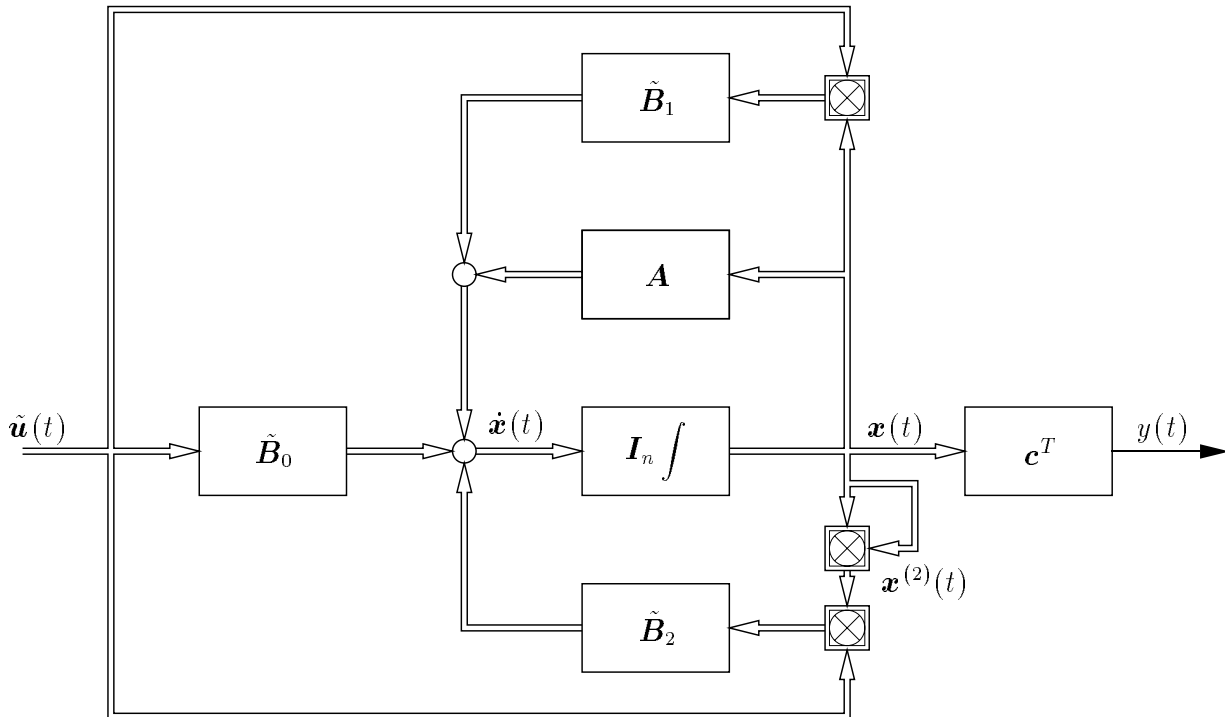


Bild 3.2: MISO-QLS mit linearer Eigendynamik

4 Zusammenfassung

Die in diesem Bericht vorgestellte neue Betrachtungsweise erschließt die Anwendung analytischer Verfahren für die Auslegung variabel strukturierter Regelungen bei Polynomsystemen mit linearer Steuerung. Das wird ermöglicht, indem die variablen Parameter der linearen Rückführung des Systemzustandes als Eingangsgrößen des Systems behandelt werden. So wird zum Beispiel für lineare Systeme mit VSR eine MISO-BLS-Darstellung gefunden. Bilineare Systeme mit VSR können als MISO-QLS mit linearer Eigendynamik betrachtet werden.

Die Schwierigkeiten, die eintreten, wenn ohne die hier beschriebene Notation strukturvariable Regelungen ausgelegt werden sollen, werden vor allem dagegen eingetauscht, daß die zu behandelnden Systeme multivariabel werden. Dieses ist insbesondere deshalb unangenehm, da die Nichtlinearität der Ausgangssysteme erhalten bleibt. Vorerst wird sich die Anwendung deshalb auf technisch interessante einfachere Fälle konzentrieren, bei denen die Ausgangssysteme nur schwach nichtlinear sind.

Als weiterführende Arbeit erscheint die Sammlung bzw. Formulierung von Stabilitäts- oder auch Steuerbarkeitskriterien für MISO-PLS niedriger Ordnung als sinnvoll. Eine Erleichterung dieser sicherlich nicht trivialen Aufgabe kann darin gesehen werden, daß hier MISO-Systeme zu behandeln sind, also mehr Stellgrößen als unbedingt erforderlich zur Verfügung stehen. Das zu lösende Problem ist also die Entwicklung einer Auswahlregelung.

5 Literaturverzeichnis

- Becker, C.** 1979. *Synthese strukturvariabler Regelungssysteme mit Hilfe von Ljapunov-Funktionen. HochschulSammlung Ingenieurwissenschaft.* Datenverarbeitung Band 3. Stuttgart: HochschulVerlag Ingenieurwissenschaft.
- Bronstein, I. N.** und **K. A. Semendjajew.** 1987. *Taschenbuch der Mathematik.* Leipzig: Teubner Verlagsgesellschaft.
- Emeljanov, S. V.** 1969. *Automatische Regelsysteme mit veränderlicher Struktur.* München: Oldenbourg.
- Föllinger, O.** 1992. *Regelungstechnik.* Heidelberg: Hüthig.
- Gray, J. O.** und **L. S. Brown.** 1984. Harmonic analysis of nonlinear feedback systems. *Nonlinear system design*, hg. von S. A. Billings et. al. 100–114. London: Peter Peregrinus.
- Hebisch, H.** 1995. *Grundlagen der Sliding-Mode-Regelung.* Forschungsbericht Nr. 15/95. MSRT. Universität Duisburg.
- Jelali, M.** 1995. *Zur Steuer- und Beobachtbarkeits-Analyse der QLS.* Forschungsbericht Nr. 1/95. MSRT. Universität Duisburg.
- Jelali, M.** und **M. Spielmann.** 1996. *Zur rechnergestützten Approximation nichtlinearer Systeme durch Polynomsysteme.* Forschungsbericht Nr. 20/96. MSRT. Universität Duisburg.
- Ljapunov, A. M.** 1992. *The general problem of the stability of motion.* London: Taylor & Francis. (ed. A. T. Fuller). Englische Übersetzung der 1892 erschienenen Arbeit.
- Nijmeijer, H.** und **A. J. van der Schaft.** 1990. *Nonlinear Dynamical Control Systems.* New York: Springer.
- Rugh, W. J.** 1981. *Nonlinear System Theory: The Volterra/Wiener Approach.* Baltimore, MD: John Hopkins Press.
- Schwarz, H.** 1971. *Mehrfachregelungen II.* Berlin: Springer.
- Schwarz, H.** 1989. *Entkopplung und Linearisierung von Mehrgrößen-(ALS).* Forschungsbericht 6/89. MSRT. Universität Duisburg.
- Schwarz, H.** 1993. *Quadratische Systeme mit linearer Steuerung (QLS).* Forschungsbericht 12/93. MSRT. Universität Duisburg.
- Schwarz, H.** 1996. *QLS mit linearer Eigendynamik.* Forschungsbericht 18/96. MSRT. Universität Duisburg.

-
- Taylor, J. K.** 1988. *Nonlinear decoupling by symbolic programming*. Dissertation. University of Nevada. Reno.
- Uhlig, F. T.** 1980. *Harmonische Balance nichtlinearer Zweigrößensysteme*. *Hochschul-Sammlung Ingenieurwissenschaft*. Datenverarbeitung Band 7. Freiburg: Hochschul-Verlag Ingenieurwissenschaft.
- Utkin, V. I.** 1978. *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*. Moskau: Mir.