

Identifikation nichtlinearer Systemmodelle und Beobachterausslegung

– ein graphentheoretischer Ansatz –

Torsten Wey und Michael Spielmann

Forschungsbericht Nr. 17/97

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: Der vorliegende Forschungsbericht befaßt sich mit der Identifikation vorstrukturierter Modelle. Das heißt, die beschreibenden Systemmatrizen der identifizierten Modelle besitzen ein vorgegebenes Belegungsmuster, welches aus physikalischen Vorgaben der zu modellierenden technischen Anlage und der gewählten Systemklasse resultiert. Der wesentliche Vorteil gegenüber der Identifikation von Normalform-Modellen besteht in einer direkten Korrespondenz von identifizierten und realen Zustandsgrößen. Darauf basierend kann ein solchermaßen identifiziertes Modell auch ideal als Beobachter eingesetzt werden.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Formelzeichen und Bezeichnungen | II |
| 1 Einleitung | 1 |
| 2 Graphentheoretische Begriffe und Definitionen | 3 |
| 2.1 Strukturelle und graphentheoretische Systembeschreibung | 4 |
| 2.2 Synthese von Regelungskonzepten am Graphen | 7 |
| 3 Identifikation vorstrukturierter Modelle | 11 |
| 3.1 Vorstrukturierte Modelle | 12 |
| 3.2 Parameteridentifikation | 15 |
| 4 Beobachterausslegung für bilineare Systeme | 18 |
| 5 Ergebnisse am Laborversuch „Differentialzylinder“ | 21 |
| 5.1 Identifikation | 21 |
| 5.2 Beobachter | 23 |
| 6 Zusammenfassung | 28 |
| 7 Literaturverzeichnis | 30 |
| | |
| Anhang | 31 |
| A Versuchsergebnisse | 32 |
| A.1 Bilinearer Beobachter ohne Druckmessung | 32 |
| A.2 Bilinearer Beobachter mit Druckmessung | 33 |

Formelzeichen und Bezeichnungen

Abkürzungen

| | |
|----------|---|
| ALS | analytisches System mit linear eingehender Steuerung |
| AS | analytisches System |
| BLS | bilineares System |
| CAS | Computer-Algebra-System |
| LS | lineares System |
| QLS | quadratisches System mit linear eingehender Steuerung |
| Σ | System |

Algebraische Größen¹

| | |
|----------------------------|---|
| \mathbf{A}, \mathbf{A}_i | Systemmatrizen |
| \mathbf{B}, \mathbf{B}_i | Eingangsmatrizen |
| \mathbf{C} | Ausgangsmatrix |
| \mathbf{c}_i^T | i -te Zeile der Matrix \mathbf{C} |
| \mathbf{e} | Schätzfehler |
| F_C | Coulombsche Reibung |
| F_H | Haftreibung |
| F_R | Reibkraft |
| F_S | Störkraft |
| F_V | viskose Reibung |
| m | Dimension des Eingangsvektors $\mathbf{u}(t)$ |
| $\mathbf{K}(u)$ | Rückführmatrix |
| $\mathbf{k}(u)$ | Rückführvektor |
| \mathbf{N}, \mathbf{N}_i | Systemmatrizen |
| n | Dimension des Zustandsvektors $\mathbf{x}(t)$, Systemordnung |
| p | Dimension des Ausgangsvektors $\mathbf{y}(t)$ |
| \mathbb{R} | Menge der reellen Zahlen |
| \mathcal{U}_0 | Umgebung um einen Arbeitspunkt |
| $u_j(t)$ | Elemente des Eingangsvektors |
| $\mathbf{u}(t)$ | Eingangsvektor |
| $\bar{\mathbf{u}}$ | abkürzende Schreibweise für $\{\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t), \dots\}$ |
| $x_k(t)$ | Elemente des Zustandsvektors |
| $\mathbf{x}(t)$ | Zustandsvektor |
| $y_i(t)$ | Elemente des Ausgangsvektors |
| $\mathbf{y}(t)$ | Ausgangsvektor |

Graphentheoretische Größen

| | |
|-------------------|---|
| $b(i, j)$ | Bewertung der Kante vom Knoten i zum Knoten j |
| \mathbf{E} | Adjazenzmatrix |
| $E_{\mathcal{G}}$ | Menge der Kanten in einem Graphen \mathcal{G} |

¹ Im Sinne einer möglichst übersichtlichen Notation wird die Zeitabhängigkeit von Größen nicht an allen Stellen innerhalb des Berichts explizit vermerkt.

| | |
|-------------------|---|
| \mathcal{G} | Graph |
| (i, j) | Kante vom Knoten i zum Knoten j |
| l_{ij} | Kantenlänge |
| l_P | Länge des Weges P |
| $m_{\mathcal{G}}$ | Anzahl der Kanten in \mathcal{G} |
| $n_{\mathcal{G}}$ | Anzahl der Knoten in \mathcal{G} |
| P | Weg in einem Graphen |
| $V_{\mathcal{G}}$ | Menge der Knoten in einem Graphen \mathcal{G} |
| U | Menge der Eingangsknoten |
| X | Menge der Zustandsknoten |
| Y | Menge der Ausgangsknoten |

Indizes

| | |
|---------------|-------------|
| * | strukturell |
| \mathcal{G} | Graph |
| i, j, k | Laufindizes |

Operatoren

| | |
|-----------------|--|
| \otimes | Kronecker-Produkt |
| \in | Element von |
| \notin | nicht Element von |
| \forall | Allquantor |
| $(\cdot)^{(k)}$ | k -te zeitliche Ableitung |
| $(\cdot)^{[2]}$ | reduziertes Kronecker-Produkt |
| $(\cdot)^T$ | transponierte Größe |
| $(\cdot)_i$ | Element in der i -ten Zeile eines Vektors |
| $(\cdot)_{ij}$ | Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte einer Matrix |
| min | Minimum |

1 Einleitung

Unter anderem zur Systemanalyse, zu Zwecken der Simulation und auch für die Reglersynthese ist die Kenntnis geeigneter mathematischer Modelle, die das statische bzw. dynamische Verhalten eines technischen Systems genügend genau wiedergeben, unverzichtbar. Bei komplexen Anwendungsbeispielen ist eine rein theoretische Modellbildung allerdings oft nicht durchführbar. Deshalb wird in der Praxis häufig auf eine Kombination von theoretischer und experimenteller Modellierung zurückgegriffen, wobei in der Regel die *Modellstruktur* aus bekanntem theoretischen Vorwissen abgeleitet wird und die Prozeßparameter mittels entsprechender Schätzverfahren zu bestimmen sind. Unter Modellstruktur ist dabei im Rahmen dieser Arbeit folgende Begriffsbestimmung zu verstehen:

Definition 1.1 (Reuter 1995)

Die *Modellstruktur* eines Modells ist durch die Beschreibungsform (z. B. lineare Differenzgleichung oder Übertragungsfunktion, bilineares oder analytisch lineares Zustandsmodell, einfaches Wiener- oder Hammerstein-Modell) und das spezielle Besetzungsmuster für die darin enthaltenen Parameter (z. B. spezielle kanonische Formen) festgelegt. \square

Demzufolge ist der gewählte Systemtyp mit ausschlaggebend für die Modellstruktur, als ebenso wichtig sollte jedoch das Besetzungsmuster für die Systemparameter angesehen werden.

Im weiteren soll von nichtlinearen Zustandsraum-Beschreibungen zur Approximation technischer Systeme ausgegangen werden. Neben den schon angesprochenen bilinearen Systemen (BLS) sind hierbei vor allem die quadratischen Systeme (QLS) (Schwarz 1993, Jelali 1994) von Bedeutung, aber auch die allgemeinen analytischen Systeme mit linear eingehender Steuerung (ALS) (Schwarz 1991) werden berücksichtigt. Sowohl BLS als auch QLS sind besonders gut für Zwecke der Approximation nichtlinearer Ursache-/Wirkungsbeziehungen geeignet, da sie zum einen hinsichtlich der systemtheoretischen Untersuchungen einfach zu handhaben sind und zum anderen hinreichend gut nichtlineare Prozesse nachbilden können.

In der Regel wird bei einer Identifikation solcher Systeme von kanonischen Formen, beispielsweise der *beobachtbarkeitskanonischen* (Reuter 1995) oder der *beobachterkanonischen* (Jelali und Schwarz 1995, Jelali 1996) Form, ausgegangen. Diese bieten die Vorteile, daß zum einen die Anzahl der freien Parameter recht klein ausfällt und zum anderen bei zahlreichen praktischen Anwendungen das reale Prozeßverhalten genügend gut nachgebildet wird. Als Nachteil ist jedoch zu werten, daß derartige mit Parameterschätzverfahren bestimmte Modelle in ihren Zustandsgrößen nicht mit den physikalisch vorhandenen Zustandsgrößen korrespondieren. Obwohl man also ein Zustandsmodell ermittelt hat, liefert die Kenntnis der inneren Systemzusammenhänge keine zusätzliche Information über das zugrundeliegende technische System. Lediglich das Ein-/Ausgangsverhalten wird durch das identifizierte Modell abgebildet.

Um hier eine Verbesserung zu erzielen, soll durch Anwendung eines graphentheoretischen Verfahrens das identifizierte Modell derart vorstrukturiert werden, das die Korrespondenz zwischen approximierten und realen Zustandsgrößen gegeben ist. Der Systemgraph beruht hierbei in erster Linie auf den bereits vorhandenen theoretischen Kenntnissen über ein zu identifizierendes System (Wey 1996). Zudem können auch graphentheoretische Algorithmen, beispielsweise zur Reglersynthese (Wey 1995, Spielmann 1997), verwendet werden und anschließend der so modifizierte Graph als Grundlage des Identifikationsverfahrens dienen.

Der Bericht gliedert sich in folgende Abschnitte:

Zunächst wird in Abschnitt 2 auf die grundlegenden Begriffe einer strukturellen Systembeschreibung und deren Abbildung mit Hilfe von gerichteten Graphen eingegangen. Weiterhin wird die Synthese von Regelungskonzepten unter Verwendung solcher Graphen vorgestellt. Im nächsten Abschnitt 3 steht die Identifikation von vorstrukturierten Modellen im Vordergrund. Neben einigen grundlegenden Anmerkungen zur Voridentifikation und Modellschätzung wird insbesondere die Parameteridentifikation vorstrukturierter Modelle angesprochen. Am Beispiel eines Differentialzylinders werden sowohl bilineare als auch quadratisch lineare Systemapproximationen entworfen. Abschnitt 4 hat die Auslegung nichtlinearer Beobachter zum Inhalt. Speziell für die Klasse der bilinearen Systeme wird die Beobachterausslegung näher untersucht und auf den Fall des Differentialzylinders angewendet. Die mit diesem Konzept erzielten Ergebnisse sind in Abschnitt 5.1 für die Identifikation und in Abschnitt 5.2 für die Beobachterausslegung festgehalten, sowohl für den Fall der Simulation als auch am Laborversuch selbst. Zusammenfassung und Ausblick schließen den Bericht.

2 Graphentheoretische Begriffe und Definitionen

Die Verwendung der Graphentheorie ermöglicht für eine ganze Reihe von Fragestellungen, beispielsweise aus den Bereichen Algebra, Mechanik, Chemie oder auch Soziologie, die einfache Repräsentation der jeweiligen Problemstruktur. Anhand zahlreicher speziell zur Analyse von Graphen entwickelter Algorithmen können – unabhängig von dem eigentlichen darunter gelagerten Anwendungsgebiet – die im Graphen enthaltenen Informationen analysiert und zur Synthese herangezogen werden. Auch bei der Analyse von sowohl linearen als auch nichtlinearen Systemen (Kasinski und Lévine 1984, De Luca u. a. 1985, Reinschke 1988) ist dieses Konzept sinnvoll einsetzbar. Im folgenden werden diejenigen Begriffe der Graphentheorie vorgestellt, die für das Verständnis der vorliegenden Ausarbeitung von Bedeutung sind. Darüber hinausgehende Definitionen und Konzepte sind in umfassenden Werken (z. B. Andrásfai 1991, Gondran und Minoux 1986, Chen 1990) ausführlich erläutert.

Definition 2.1 (Andrásfai 1991)

Seien V_G und E_G zwei disjunkte Mengen und \mathcal{G} eine Funktion, die jedem Element aus E_G ein Paar von nicht notwendigerweise verschiedenen Elementen aus V_G zuordnet. Das geordnete Tripel (V_G, E_G, \mathcal{G}) oder abkürzend \mathcal{G} wird dann als *abstrakter Graph* bzw. einfach als *Graph* bezeichnet. Die Elemente von V_G heißen die *Knoten* eines Graphen, die Elemente von E_G die *Kanten*. Findet die Richtung einer Kante e mit

$$e = (i, j) ; \quad i, j \in V_G ; \quad e \in E_G \quad (2.1)$$

Berücksichtigung, d. h., wird durch \mathcal{G} auch die Reihenfolge von i und j festgelegt, so spricht man von einem *gerichteten Graphen*. Andernfalls handelt es sich um einen *ungerichteten Graphen*². \square

Die Anzahl der Knoten $n_G = |V_G|$ entspricht der *Ordnung des Graphen*, im Regelfall sind die einzelnen Knoten fortlaufend mit $1, \dots, n_G$ bezeichnet. Eine Kante $e = (i, j)$ des Graphen \mathcal{G} besitzt den Startknoten i und den Endknoten j , die Anzahl der Kanten ist $m_G = |E_G|$.

Definition 2.2 (Gondran und Minoux 1986)

Ein *Weg* P der Länge l entspricht einer Sequenz von l Kanten

$$\{e_1, \dots, e_l\} ; \quad e_k \in E_G$$

mit

$$e_1 = (i_0, i_1) ; \quad e_2 = (i_1, i_2) ; \quad \dots ; \quad e_l = (i_{l-1}, i_l) \quad i_k \in V_G \quad .$$

Demzufolge stellt sich ein Weg als eine Aneinanderreihung von Knoten dar, deren Verbindungskanten alle in die gleiche Richtung weisen. Der Knoten i_0 ist der Start- und der Knoten i_l der Endpunkt des Weges P . Ein *elementarer Weg* ist die Bezeichnung für einen Weg, der keinen Knoten mehrfach enthält. *Zyklus* entspricht einem Weg, bei dem Start- und Endknoten übereinstimmen. Zwei Wege sind *knotendisjunkt*, wenn sie keine gemeinsamen Knoten besitzen (Bild 2.1). \square

² Im Verlauf des Berichts werden ausschließlich gerichtete Graphen verwendet. Aus diesem Grund entfällt im weiteren die explizite Klassifizierung „gerichtet“.

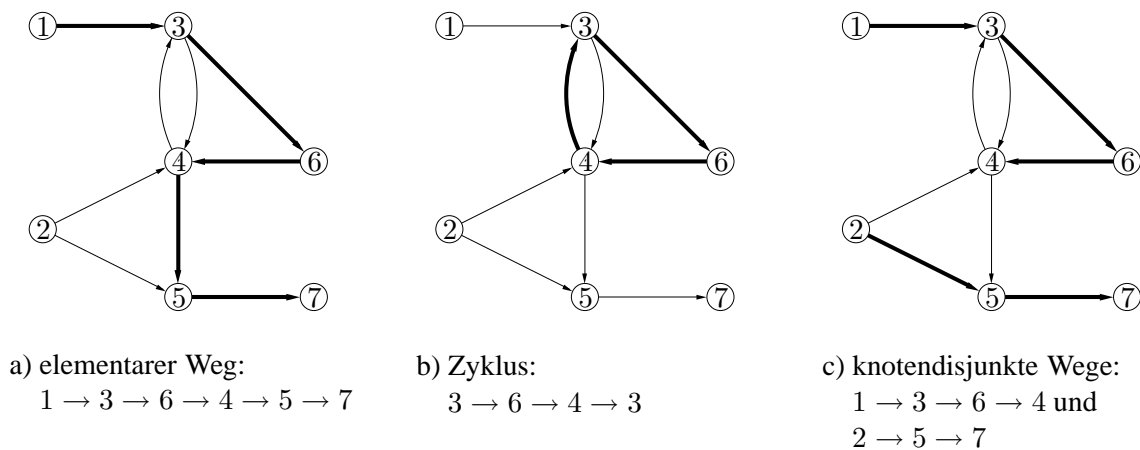


Bild 2.1. Elementare Wege, Zyklen und knotendisjunkte Wege in einem Graphen

Je nach Art der betrachteten Fragestellung kann es notwendig werden, die Kanten durch zusätzliche Terme $b(e_k) = b(i, j)$, sogenannte *Bewertungen*, zu charakterisieren. In diesem Zusammenhang wird von der *Adjazenzmatrix* \mathbf{E} Gebrauch gemacht. Ihre Zeilen sowie Spalten korrespondieren mit den Knoten des zugehörigen Graphen, so daß sie die Dimension $(n_G \times n_G)$ aufweist. Die Matrixelemente, die im allgemeinen nur Werte 0 und 1 annehmen, bezeichnen die Existenz bzw. Nichtexistenz von Kanten:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_{11} & \cdots & e_{1n_G} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{n_G 1} & \cdots & e_{n_G n_G} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad e_{ij} = (\mathbf{E})_{ij} = \begin{cases} 0, & \forall (i, j) \notin E_G \\ 1, & \forall (i, j) \in E_G \end{cases} \quad (2.2)$$

Für bewertete Graphen hat es sich außerdem als zweckmäßig erwiesen, den Elementen anstatt einer 1 die entsprechende Kantenbewertung $b(i, j)$ zuzuweisen. Der Vorteil der Adjazenzmatrix liegt zum einen in der kompakten mathematischen Beschreibungsweise eines Graphen, zum anderen führt eine mehrfache Multiplikation zu Informationen über Wege zwischen Knoten (Andrásfai 1991):

$$(\mathbf{E}^q)_{ij} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Weg } P \text{ der Länge } q \text{ zwischen } i \text{ und } j \text{ existiert.} \quad (2.3)$$

Wenn die Anzahl der Kanten m_G gegenüber dem Quadrat der Knotenanzahl n_G^2 klein ist, so ist die Adjazenzmatrix schwach besetzt. In diesem Fall kann, besonders in Hinsicht auf eine rechnergestützte Anwendung, eine Darstellung mit Folgeknoten effizienter sein. Hierzu wird ein Vektor α_G der Dimension n_G verwendet, der Zeiger auf Elemente eines weiteren Vektors β_G der Dimension m_G enthält, in dem die Folgeknoten abgelegt sind. In Tabelle 2.1 sind die Methoden einander gegenübergestellt.

2.1 Strukturelle und graphentheoretische Systembeschreibung

An linearen Systemen werden schon seit geraumer Zeit strukturelle Untersuchungen durchgeführt (u. a. Lin 1974, Reinschke 1982, Svaricek 1987, Reinschke 1988, Woude 1989, Commault u. a. 1991). Strukturmodelle von LS können dahingehend interpretiert werden, daß sie

Tabelle 2.1. Drei Darstellungsformen eines Graphen

| Graph \mathcal{G} | Adjazenzmatrix E | Folgeknoten $\alpha_{\mathcal{G}}, \beta_{\mathcal{G}}$ | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ | Knoten: 1 2 3 4 5 $\alpha_{\mathcal{G}}$: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>7</td></tr></table> Position: 1 2 3 4 5 6 7 $\beta_{\mathcal{G}}$: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>5</td><td>1</td></tr></table> | 1 | 2 | 4 | 6 | 7 | 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 5 | 1 |
| 1 | 2 | 4 | 6 | 7 | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 5 | 1 | | | | | | | | |

ausschließlich Informationen darüber beinhalten, welche Eingangs-, Ausgangs- und Zustandsgrößen sich untereinander beeinflussen bzw. voneinander abhängig sind. Explizite Zahlenwerte von Systemparametern finden dagegen keine Berücksichtigung.

Aufbauend auf diesen Erfahrungen ist es gerade wegen dem aus numerischer Sicht noch weitaus komplexeren Verhalten naheliegend, auch an nichtlinearen Systemen strukturelle Untersuchungen durchzuführen. Ansätze hierzu sind für die Thematik der Beobachtbarkeitsanalyse z. B. in Birk (1992) und für das Entkopplungsproblem in Kasinski und Lévine (1984) sowie Hahn und Sommer (1994) enthalten. Um derartige Untersuchungen vornehmen zu können, ist in einem ersten Schritt eine geeignete strukturelle Beschreibung nichtlinearer Systeme festzulegen. Für LS orientieren sich Strukturmodelle an der Zustandsraumdarstellung, so daß es naheliegend ist, im weiteren von nichtlinearen Zustandsmodellen Σ_{ALS} mit

$$\Sigma_{\text{ALS}} \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{a}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{c}(\mathbf{x}(t)) \end{aligned} \quad (2.4)$$

auszugehen. Die Jacobi-Matrix der Zustandsgleichung

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{a}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial (\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.5)$$

beinhaltet die Information, ob zwei Zustände x_i und x_j miteinander verknüpft sind. Wenn x_j nicht auf x_i einwirkt, so gilt für die zugehörige partielle Ableitung

$$\frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j} = 0 \quad . \quad (2.6)$$

Ist dagegen eine Abhängigkeit $\dot{x}_i = f(x_j)$ vorhanden, so erhält man einen Term ungleich null. Die Verknüpfungen der Zustandsgrößen mit den Ein- und Ausgangsgrößen ergeben sich in analoger Weise zu

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad \text{und} \quad \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{C}(\mathbf{x}) \quad . \quad (2.7)$$

Die Idee bei der Definition eines Strukturmodells beruht nun darauf, ausschließlich Systemparameter zuzulassen, die in Abhängigkeit der gerade erläuterten partiellen Differentiationen entweder *strukturellen Nullen* oder *strukturellen Unbekannten* entsprechen:

Definition 2.3

Das einem Σ_{ALS} zugeordnete Strukturmodell Σ_* ist vollständig durch die Strukturmatrizen $\{A^*, B^*, C^*\}$ beschrieben. Man erhält das Tripel $\{A^*, B^*, C^*\}$, indem alle Elemente ungleich null in den Matrizen $A(x, u)$, $B(x)$ und $C(x)$ durch einen Platzhalter $\{*_q \in \bar{K} | q = 1, 2, \dots\}$ ersetzt werden:

$$\begin{aligned} A^* &= \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right|_* = A(x, u)|_* \\ B^* &= \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} \right|_* = B(x)|_* \\ C^* &= \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_* = C(x)|_* \quad ; \quad *_q \in \bar{K}; \quad q \in \mathbb{N}^+ \end{aligned} \quad (2.8)$$

□

Die abkürzende Schreibweise \bar{K} steht in diesem Zusammenhang für den Körper, der neben $K\langle u \rangle$ Koeffizienten enthält, die meromorph in der Variablen $x(t)$ sind. Damit beschreiben die strukturellen Parameter allgemeine funktionale Beziehungen in $x(t)$ und $\bar{u}(t)$. Eine Einschränkung auf ausschließlich reellwertige Größen sowie ununterscheidbare Platzhalter führt dann auf die bekannte Definition linearer Strukturmodelle. Die Unterscheidbarkeit der Parameter $*_q$ untereinander ist im Gegensatz zu Betrachtungen im Bereich der linearen Systemtheorie (Svaricek 1987, Reinschke 1988) zweckmäßig, weil sie eine bessere Übereinstimmung zwischen strukturellen und exakten Systemeigenschaften gewährleistet. In ähnlicher Weise wird auch für LS vorgegangen, wenn die Analyse von Rang oder Nullstellen im Unendlichen im Mittelpunkt steht (Woude 1991).

Beispiel 2.1

Gegeben ist ein Σ_{ALS} mit den Systemmatrizen (Isidori und Moog 1986)

$$a(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_2 x_3 + x_4 \\ 0 \\ x_3 \end{bmatrix}; \quad B(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ x_3 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad c(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (B.2.1-1)$$

Das korrespondierende Strukturmodell zu dem System wird beschrieben durch die Matrizen

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & *_6 & 0 & 0 \\ 0 & *_7 & *_8 & *_9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & *_{10} & 0 \end{bmatrix}; \quad B^* = \begin{bmatrix} *_1 & 0 \\ *_2 & 0 \\ 0 & *_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad C^* = \begin{bmatrix} *_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & *_5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (B.2.1-2)$$

□

Solange ein Strukturmodell Σ_* ausschließlich durch Boolesche Strukturmatrizen beschrieben ist, enthält es wesentlich weniger Informationen über das zugehörige System als das ursprüngliche nichtlineare Modell. Auf den ersten Blick empfindet man diese Tatsache als Nachteil. Jedoch ist gerade hierin einer der signifikanten Vorteile der strukturellen Betrachtungsweise zu sehen, da sich durch das gezielte Außerachtlassen von Informationen die Systemanalyse und -synthese deutlich einfacher gestaltet.

Reichen die in Σ_* enthaltenen Informationen für die aussagekräftige Analyse nicht aus, so kann in einem zweiten Schritt ein erweitertes Strukturmodell eingesetzt werden, welches die aus den

Differentiationen (2.5, 2.7) resultierenden Matrizen mit berücksichtigt. Das erweiterte Modell Σ_{*e} wird durch $\{A(x, u), B(x), C(x)\}$ festgelegt und entspricht damit der um einen allgemeinen Punkt (x, u) linearisierten Zustandsbeschreibung eines Σ_{ALS} . In der Regel handelt es sich hierbei um ein zeitvariantes System:

$$\begin{aligned} \dot{x}_\Delta &= \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right|_{x,u} x_\Delta + \left. \frac{\partial \dot{x}}{\partial u} \right|_{x,u} u_\Delta \\ &= A(x, u)x_\Delta + B(x)u_\Delta \\ \Sigma_{*e} \quad y_\Delta &= \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x,u} x_\Delta \\ &= C(x)x_\Delta; \quad x_\Delta \in \mathbb{R}^n \quad . \end{aligned} \quad (2.9)$$

Eine Analyse von Σ_{*e} erlaubt aufgrund der expliziten Systemparameter zusätzliche Aussagen über das ursprüngliche Σ_{ALS} . Jedoch müssen hier deutlich komplexere Analyse- und Syntheseverfahren zum Einsatz kommen, bei denen es wegen eventuell auftretender schlechter Konditionierung (Golub und van Loan 1989) zu numerischen Problemen kommen kann. Wenn auch die Analyse von Σ_{*e} keine ausreichenden Ergebnisse liefert, muß in einem dritten Schritt auf die Betrachtung des ursprünglichen Modells Σ_{ALS} zurückgegriffen werden. Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Theorie es nicht erlaubt, beliebig komplexe Systeme zu behandeln (MacFarlane 1993). Vielmehr ist immer ein bestimmtes Maß an Abstraktion notwendig, um überhaupt zu aussagekräftigen Resultaten zu gelangen. In diesem Kontext ist das Konzept der strukturellen Systemanalyse besonders auch im Bereich der nichtlinearen Theorie, die sich vielfach mit „sehr großen“ und gleichzeitig komplexen Prozessen befaßt, als vielversprechend anzusehen.

2.2 Synthese von Regelungskonzepten am Graphen

Neben der Analyse von Systemeigenschaften kann anhand des gerichteten bewerteten Graphen eine Synthese von Regelungskonzepten erfolgen. Die Änderung von Systemeigenschaften erfolgt dabei immer durch Änderung von Kantengewichten, durch Hinzufügen oder Entfernen von Kanten. Dabei können zunächst nur solche Kanten direkt verändert werden, die über die Eingangsknoten erreichbar sind. Für das in Bild dargestellte Mehrgrößensystem sind die mit * gekennzeichneten Kanten durch eine (Zustands-) Rückführung über u_1 beeinflussbar und alle mit ** gekennzeichneten Kanten über u_2 .

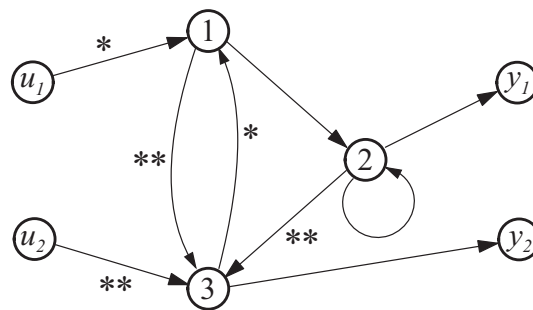


Bild 2.2. Durch Rückführung änderbare Kanten

Desweiteren können die Kanten $1 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 1$ und $3 \rightarrow 3$ über eine geeignete Steuerung u hinzugefügt werden. Am Beispiel der Regelung eines linearen Systems durch Polvorgabe soll dies gezeigt werden.

Beispiel 2.2

Gegeben sei ein lineares System in Regelungsnormalform

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (\text{B 2.2-1})$$

$$y = [1 \ 1 \ 1] \mathbf{x}$$

mit dem charakteristischen Polynom

$$C(\lambda) = \lambda^3 + 3\lambda^2 + 2\lambda \quad (\text{B 2.2-2})$$

Es ist die Zustandsrückführung $u = \mathbf{f}^T \mathbf{x}$ gesucht, mit der das System das durch

$$C^*(\lambda) = \lambda^3 + 5\lambda^2 + 8\lambda + 6 \quad (\text{B 2.2-3})$$

gegebene dynamische Verhalten erhält. Bild 2.3 zeigt den Graphen des Systems vor und nach Anwendung der Zustandsrückführung. Alle zu ändernden Kantengewichte gehören zu Kanten, die im Zustands-

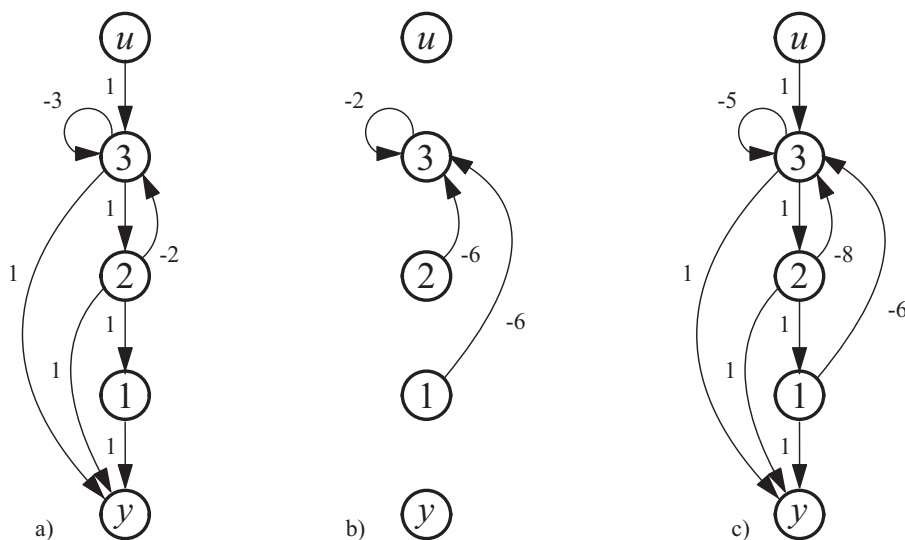


Bild 2.3: Graphentheoretische Bestimmung des Rückführvektors bei Polvorgabe

- Graph des Systems vor der Rückführung
- Differenz der durch Rückführung zu ändernden Kantengewichte
- Graph des Systems nach der Rückführung

knoten 3 enden. Die Änderung dieses Zustandes ist über den Eingang u direkt möglich, was auch der Gl. (B 2.2-1) zu entnehmen ist. Die Steuerung u muß so gewählt werden, daß damit die in Bild 2.3b dargestellten Änderungen der Kantengewichte erzielt werden, also:

$$u = \underbrace{-6x_1 - 6x_2 - 2x_3}_{\mathbf{f}^T \mathbf{x}} + v \quad (\text{B 2.2-4})$$

Vergleichbar mit dem Hinzufügen der Kante $1 \rightarrow 3$ wird der Graph durch eine Kante vom neuen Eingangsknoten v zum Zustandsknoten 3 mit dem Gewicht $w = 1$ ergänzt. \square

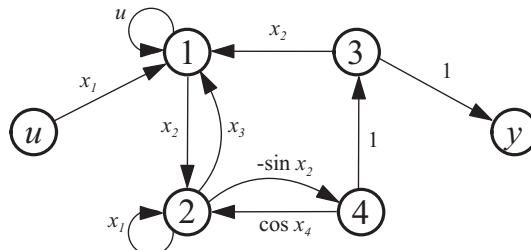
In Fällen, bei denen zu ändernde Kanten nicht in der beschriebenen Weise mit einem Eingang verbunden sind, wird eine Koordinatentransformation erforderlich. Dies wird im folgenden bei Anwendung der exakten Linearisierung (Isidori 1989, Spielmann 1995) verdeutlicht.

Beispiel 2.3

Ausgangspunkt ist das Differentialgleichungssystem und der zugehörige Graph:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_2 x_3 + x_1 u \\ x_1 x_2 \sin x_4 \\ x_4 \\ \cos x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B 2.3-1})$$

$$y = x_3$$



Das Problem der exakten Linearisierung läßt sich graphentheoretisch so interpretieren, daß alle nicht reellen Kantengewichte in reelle Kantengewichte überführt werden. Gelingt dies für alle Kanten, dann kann das nichtlineare System einer exakten Zustandslinearisierung unterzogen werden. Werden nur alle Kantengewichte von Kanten zwischen dem Ein- und Ausgangsknoten in reelle überführt, liegt die exakte Ein-/Ausgangslinearisierung vor.

Im dargestellten Graphen können nicht alle Kantengewichte durch eine Zustandsrückführung in reelle Größen überführt werden, z. B. die Gewichte der Kanten $1 \rightarrow 2$, und $4 \rightarrow 2$. Dies bedeutet, daß die bei der exakten Linearisierung angewendeten nichtlinearen Zustandsrückführung nicht in den Koordinaten \mathbf{x} erfolgen kann, also eine Koordinatentransformation erforderlich wird. Nach (Schwarz 1991) existiert eine Transformationsmatrix $\mathbf{z}(t) = \mathbf{T}(\mathbf{x}(t))$ mit

$$\begin{aligned} z_1 &= t_1(\mathbf{x}) = y \\ z_2 &= t_2(\mathbf{x}) = \dot{y} \\ &\vdots \\ z_r &= t_r(\mathbf{x}) = y^{(r-1)} \end{aligned} \quad (\text{B 2.3-2})$$

Der relative Grad r gibt an, wie oft der Ausgang y abgeleitet werden muß, bevor erstmalig der Eingang u in der Ableitung auftaucht. Diese Größe ist auch ein Indikator für den Linearisierungstyp. Wenn r gleich der Systemordnung n ist, kann eine exakte Zustandslinearisierung durchgeführt werden, ansonsten kann nur eine Linearisierung des Ein-/Ausgangsverhaltens erzielt werden.

Der relative Grad kann in vielen Fällen direkt am Graphen abgelesen werden und ist abhängig von der Länge des kürzesten Pfades zwischen dem Eingang und Ausgang $\min l_{uy}$:

$$r \geq \min l_{uy} - 1 \quad (\text{B 2.3-3})$$

Falls nur ein Pfad zwischen u und y vorhanden ist, kann r eindeutig angegeben werden, ansonsten sind weitergehende Untersuchungen notwendig. Aus dem dargestellten Graphen ergibt sich ein relativer Grad von $r = n = 4$ und damit die Möglichkeit einer exakten Zustandslinearisierung.

Die graphentheoretische Bestimmung der in Gl. (B 2.3-2) benötigten Ausgangssignalableitungen wird in (Spielmann 1997) ausführlich beschrieben und besteht im wesentlichen aus der Suche nach Pfaden, die im Ausgangsknoten enden. Für die erste Ableitung werden alle Pfade der Länge $l = 1$ und deren Pfadgewichte benötigt:

$$\dot{y} = b(3, y) \cdot \dot{x}_3 = 1 \cdot f_3(\mathbf{x}, u) \quad (\text{B 2.3-4})$$

Für die nächste Ableitung \ddot{y} gehen alle Pfade der Länge $l = 2$ in die Berechnung ein:

$$\ddot{y} = b(4, y) \cdot \dot{x}_4 = 1 \cdot 1 \cdot f_4(\mathbf{x}, u) \quad . \quad (\text{B 2.3-5})$$

Auch bei der letzten, für die Koordinatentransformation benötigten, zeitlichen Ableitung des Ausgangs, braucht nur ein Pfad berücksichtigt werden, diesmal der Länge $l = 3$:

$$\ddot{\ddot{y}} = b(2, 4) \cdot x_2 = -\sin x_2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot f_2(\mathbf{x}, u) \quad (\text{B 2.3-6})$$

Nach Anwendung der gefundenen Koordinatentransformation können alle noch auftretenden funktionalen Kantengewichte mittels einer nichtlinearen Zustandsrückführung in den neuen Koordinaten z eliminiert werden (Bild 2.4). Das dynamische Verhalten des linearen Systems kann anschließend, wie im

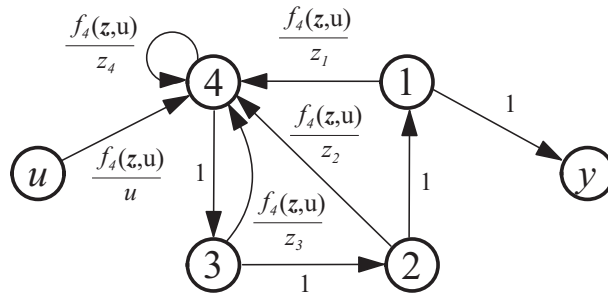


Bild 2.4. Graph des Systems nach der Koordinatentransformation

vorangegangenen Beispiel demonstriert, durch eine Polvorgabe bestimmt werden. □

Für lineare Systeme gibt es bereits zahlreiche Algorithmen zur graphentheoretischen Generierung von Regelungen. Eine Übertragung auf nichtlineare Systeme ist durch das Auftreten funktionaler Kantengewichte nicht immer in einfacher Weise möglich und ist Gegenstand der aktuellen Forschung.

3 Identifikation vorstrukturierter Modelle

Ein Identifikationsprozeß setzt sich im allgemeinen aus den drei Phasen

- Voridentifikation,
- Modellschätzung und
- Modellverifikation

zusammen (Reuter 1995). In der entsprechenden Literatur (u. a. Isermann 1992) wird im wesentlichen auf den Bereich der Modellschätzung eingegangen. Dies rührt unter anderem daher, daß bei der Beschränkung auf lineare Identifikationsmodelle einige Inhalte der Voridentifikation (z. B. die Bestimmung einer geeigneten Modellstruktur) nicht zum Tragen kommen. Besonders dann, wenn nichtlineare Modelle identifiziert werden sollen, beispielsweise bilineare oder quadratische Systeme, ist die Voridentifikation von größerer Bedeutung.

Voridentifikation In der Voridentifikationsphase werden die später benötigten a-priori Informationen über einen (nichtlinearen) Prozeß gewonnen. Hierzu sind u. a. Aussagen zur Modellstruktur, zur Modellgröße und zur Prozeßdynamik zu zählen. Diese können sowohl aus Experimenten als auch aus theoretischen Überlegungen resultieren. Insbesondere ist es von Bedeutung für die spätere Identifikation, ob und wie nichtlinear ein Prozeß ist und welche Charakteristik die Nichtlinearität zeigt. Bei der Modellierung statischer Nichtlinearitäten hat sich die Verwendung sogenannter Wiener- oder Hammerstein-Modelle (Isermann 1992) bewährt. Zur Approximation dynamischer Nichtlinearitäten eignen sich *bilineare Modelle* (Schwarz 1991)

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{BLS}} \quad \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \sum_{j=1}^m \mathbf{N}_j \mathbf{x} u_j + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.1)$$

und *quadratische Modelle* (Jelali 1994, Schwarz 1996)

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{QLS}} \quad \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{A}_2 \mathbf{x} \otimes \mathbf{x} + \mathbf{B}_0 \mathbf{u} + \mathbf{B}_1 \mathbf{x} \otimes \mathbf{u} \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Beide bieten den Vorteil einer verhältnismäßig guten Approximation und Aggregation bei gleichzeitig einfacher Analyse und Synthese von Regelungskonzepten.

Modellschätzung Die Modellschätzung umfaßt die Auswahl eines geeigneten Schätzverfahrens, welches stark von der zu ermittelnden Modellstruktur abhängt, und die (Parameter-)Identifikation selbst. Vor der Identifikation müssen geeignete Startwerte gefunden werden, hierfür können Annahmen oder Kenntnisse über den Prozeß herangezogen werden. Alternativ sind auch Verfahren anwendbar, die gerade für den Fall von wenig a-priori Wissen konzipiert sind (Reuter 1995). Nach Beendigung des Schätzvorgangs bleibt festzustellen, ob die Parameter ein plausibles Modell darstellen und wie gut gemessene und identifizierte Signale übereinstimmen.

Modellverifikation Liefert die Identifikation ein Modell, daß die zur Identifikation genutzten Datensätze gut prädiziert, so ist anschließend zu verifizieren, ob das Modell auch für andere Eingangssignalverläufe gültig ist. Vor allem die Grenzen, in denen das Prozeßverhalten genügend genau nachgebildet wird, ist zu prüfen und mit den Anforderungen an das Modell zu vergleichen.

3.1 Vorstrukturierte Modelle

Die Anwendung der im letzten Abschnitt eingeführten strukturellen Systembeschreibung soll hier zur Vorstrukturierung von Identifikationsmodellen genutzt werden. Entsprechend den Ausführungen ist dieses Verfahren der Phase der Voridentifikation zuzuordnen. Die Vorstrukturierung benötigt insofern ein recht hohes Vorwissen über den betrachteten Prozeß, als die Wirkzusammenhänge zwischen den einzelnen Systemzuständen teilweise bekannt sein müssen. Dies setzt u. a. voraus, daß die Systemzustände und deren physikalische Bedeutung zuvor festgelegt sind. Nicht bekannt sein muß dagegen die funktionale Verknüpfung der Zustände untereinander. Eventuell vorhandenes Wissen über die System-Differentialgleichung können aber direkt in die Voridentifikation einfließen.

Das genannte Wissen über den Prozeß wird in Form eines Graphen abgebildet und dem weiteren Vorgehen so in kompakter Form zur Verfügung gestellt. Ist der Graph bekannt, wird in einem zweiten Schritt der gewünschte Systemtyp festgelegt. Für den nichtlinearen Fall kann dies einfachstenfalls ein bilineares System sein. Andere Klassen wie quadratische Systeme oder Polynomsysteme sind ebenfalls geeignet. Mit der Polynomordnung des gewählten Systemtyps steigt allerdings die Anzahl der freien Parameter an, so daß die folgende Modellidentifikation gegebenenfalls nicht zum Ziel führt.

Hat man sich bei der Identifikation für einen Systemtyp, wie beispielsweise ein bilineares System, ein quadratisches System o. ä. entschieden, so wird anhand des Graphen ein *geeignetes* Approximationsmodell vorgeschlagen. Geeignet soll in diesem Kontext bedeuten, das die Belegungsmuster der beschreibenden Systemmatrizen entsprechend dem Graphen vorgegeben werden. Am Beispiel eines Differentialzylinders mit 4/3-Wege Servoventil (als P_{T_2} -System modelliert, vgl. Ruppert (1982)) soll nun die Voridentifikation mit vorstrukturiertem Modell verdeutlicht werden:

Für einen Differentialzylinder mit 4/3-Wege Servoventil soll eine nichtlineare Approximation gefunden werden. Zu diesem Zweck wird aus den bekannten physikalischen Gesetzmäßigkeiten ein Strukturmodell abgeleitet. Dieses beinhaltet Aussagen darüber, welche Zustandsgrößen aufeinander wirken, ohne näher auf die zugehörigen Verknüpfungsvorschriften einzugehen. Werden die wesentlichen physikalischen Größen mit

- x_1 : Kolbenposition
- x_2 : Kolbengeschwindigkeit
- x_3 : Druck in Kammer A
- x_4 : Druck in Kammer B
- x_5 : Steuerkolbenposition
- x_6 : Steuerkolbengeschwindigkeit

bezeichnet, so kann das Strukturmodell in Form des Graphen in Bild 3.1³ visualisiert werden.

³ Zum Zwecke der Übersichtlichkeit enthält der Graph Doppelpfeile \leftrightarrow , die als Stellvertreter für zwei wechselseitige Pfeile \rightleftarrows stehen.

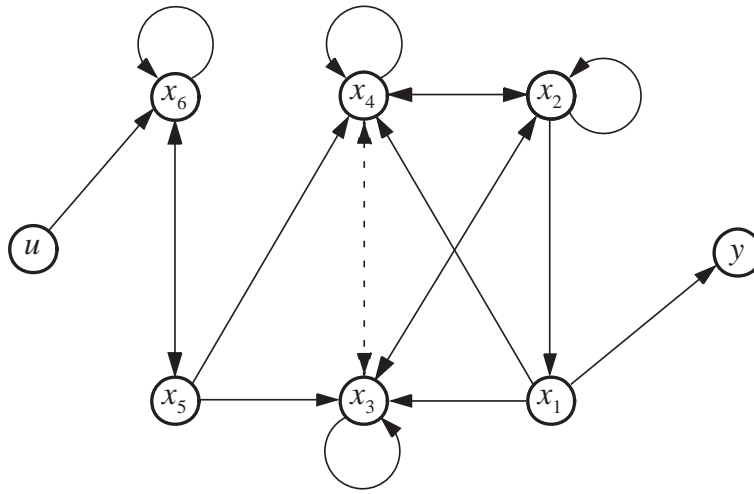


Bild 3.1. Graph des hydraulischen Differentialzylinders

Grundlage für dieses Strukturmodell ist die analytische Beschreibung der Dynamik des Differentialzylinders:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.3a)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\left(x_3 - \frac{x_4}{\varphi}\right) A_K - F_R(x_2) - F_S}{m_G} \quad (3.3b)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{E_{\text{Öl}}(x_3)}{V_A(x_1)} \left(-A_K x_2 + B_V (\text{sg}(x_5) \text{sign}(p_0 - x_3) \sqrt{|p_0 - x_3|} - \text{sg}(-x_5) \text{sign}(x_3 - p_T) \sqrt{|x_3 - p_T|}) \right) \quad (3.3c)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{E_{\text{Öl}}(x_4)}{V_B(x_1)} \left(\frac{A_K}{\varphi} x_2 + B_V (\text{sg}(-x_5) \text{sign}(p_0 - x_4) \sqrt{|p_0 - x_4|} - \text{sg}(x_5) \text{sign}(x_4 - p_T) \sqrt{|x_4 - p_T|}) \right) \quad (3.3d)$$

$$\dot{x}_5 = x_6 \quad (3.3e)$$

$$\dot{x}_6 = -\omega_0^2 x_5 - 2D\omega_0 x_6 + \omega_0^2 u \quad (3.3f)$$

Der gestrichelte Pfeil in Bild 3.1 deutet an, dass die Abhängigkeit zwischen den Drücken A (x_3) und B (x_4) nicht direkt aus dem analytischen Modell hervorgeht. Allerdings ist aus physikalischer Sicht eine Wechselwirkung beider Größen vorhanden, die bei einer genaueren mathematischen Realisierung – hier ist an die Berücksichtigung von Leckölvolumenströmen, variablem Tank- und Versorgungsdruck sowie der Ventilüberdeckung gedacht – auch im Systemmodell enthalten wäre. Die explizite Kenntnis des Modells (3.3) ist keine Voraussetzung für die Voridentifikation. Lediglich das Wissen bezüglich der Anzahl der Systemzustände, deren physikalische Bedeutung und welche Zustände aufeinander wirken, wird verwendet. Zusätzliche Informationen über den Prozeß können jedoch im Strukturgraphen eingebracht werden, z. B. in Form von Kantenbewertungen (Abschnitt 2, S. 4).

Aus dem Strukturmodell bzw. dem Strukturgraphen kann, je nach der gewählten Systemklasse des Identifikationsmodells, ein Vorschlag für die Belegung der Systemmatrizen gefunden

werden. Für eine bilineare Approximation des Differentialzylinders mit

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{BLS}} \quad \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{N}\mathbf{x}u + \mathbf{b}u; \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^6 \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.4)$$

erhält man die strukturellen Systemmatrizen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & *_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & *_2 & *_3 & *_4 & 0 & 0 \\ *_5 & *_6 & *_7 & *_8 & *_9 & 0 \\ *_{10} & *_{11} & *_{12} & *_{13} & *_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & *_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & *_{16} & *_{17} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & *_{18} & *_{19} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ *_{20} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} *_{21} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Die umrahmten Elemente korrespondieren mit dem gestrichelten Pfeil in Bild 3.1 und stehen für Verknüpfungen zwischen den Drucksignalen A und B. Als weitere Information ist bekannt, daß x_2 und x_6 Geschwindigkeiten darstellen, so daß infolge der einfachen Integration $*_1 = 1$ und $*_{15} = 1$ gelten. Weiterhin entspricht der Ausgang der Kolbenposition und damit gilt $*_{21} = 1$. Das einfache bilineare System besitzt damit bereits 18 freie Parameter, die im nächsten Schritt zu identifizieren sind.

Kommen komplexere Systemmodelle wie QLS mit

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{QLS}} \quad \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{A}_2\mathbf{x}^{[2]} + [\mathbf{N}\mathbf{x} + \mathbf{N}_2\mathbf{x}^{[2]} + \mathbf{b}] u; \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^6 \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.6)$$

bei der Approximation zum Einsatz so erhöht sich die Anzahl der freien Parameter weiter, wohingegen sich die Ein-/Ausgangsbeschreibung des Systems natürlich nicht verändert. Aufgrund des reduzierten Kronecker-Produkts $(\cdot)^{[2]}$ in Gl. (3.6) steigt die Anzahl der Parameter deutlich, denn es gilt (Jelali 1997)

$$\mathbf{x}^{[2]} = \begin{bmatrix} x_1 \mathbf{q}_1 \\ x_2 \mathbf{q}_2 \\ \vdots \\ x_n \mathbf{q}_n \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ x_{i+1} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.7)$$

Für den hydraulischen Antrieb mit dem Strukturgraphen in Bild 3.1 kommen dementsprechend neben den 18 freien Parametern aus den Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{N} und dem Vektor \mathbf{b} noch weitere aus

A_2 und N_2 hinzu:

$$\mathbf{A}_2^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & *_{22} & *_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & *_{24} & *_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & *_{26} & \boxed{*_{27}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{*_{28}} & *_{29} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & *_{30} & *_{31} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ *_{32} & *_{33} & *_{34} & *_{35} & 0 & 0 \\ 0 & *_{36} & *_{37} & \boxed{*_{38}} & 0 & 0 \\ 0 & *_{39} & \boxed{*_{40}} & *_{41} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & *_{42} & *_{43} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & *_{44} & *_{45} & \boxed{*_{46}} & 0 & 0 \\ 0 & *_{47} & \boxed{*_{48}} & \boxed{*_{49}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & *_{50} & \boxed{*_{51}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & *_{52} & \boxed{*_{53}} & *_{54} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{*_{55}} & *_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & *_{57} & *_{58} & 0 & *_{59} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & *_{60} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & *_{61} & *_{62} \end{bmatrix} \quad \mathbf{N}_2^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & *_{63} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & *_{64} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & *_{65} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Damit erhöht sich die Gesamtzahl der Parameter auf 65, wobei 10 Parameter für die Annahme einer direkten Abhängigkeit zwischen den Drücken A und B ($\dot{x}_3 = f(x_4)$ und $\dot{x}_4 = f(x_3)$) eingefügt sind. Sie sind mit einer Box gekennzeichnet und können ggf. entfallen. Nicht alle der 65 Parameter sind frei wählbar, vielmehr sind wie schon für die bilineare Approximation aufgrund von Randbedingungen einige Parameter festgelegt, z. B.

$$*_{32} = 1; \quad *_{61} = 1 \quad .$$

Die nächst komplexere Klasse sind die Polynomsysteme (PLS), bei denen die das System beschreibenden Differentialgleichungen durch Polynome höherer Ordnungen abgebildet werden. Mit der gewählten Polynomordnung steigt die Anzahl der zu identifizierenden Parameter allerdings entsprechend an, so daß nur für Systeme niedriger Ordnungen n oder Sonderfälle eine anschließende Identifikation möglich sein wird.

Verwendet man allgemeine Systemmodelle wie *analytische Systeme mit linearer Steuerung* (ALS) (Schwarz 1991), so kann die Anzahl der Strukturparameter $*_k$ verhältnismäßig klein ausfallen. Allerdings sind die $*_k$ in dem Falle Platzhalter für funktionale Zusammenhänge in den Variablen x_i des Zustandsmodells (Wey 1996). Fraglich ist, ob solche Funktionen, zumindest in bestimmten Fällen, mit Identifikationsalgorithmen bestimmt werden können.

3.2 Parameteridentifikation

Im Rahmen eines geeigneten Identifikationsverfahrens sind nach der Festlegung der Modellstruktur die numerischen Werte der Strukturparameter zu ermitteln. Hierbei ergibt sich jedoch das Problem, daß die üblicherweise angewendeten Identifikationsverfahren dafür ausgelegt sind, die Parameter einer Differentialgleichung höherer Ordnung zu bestimmen (Reuter

1995). Die direkte Ermittlung der Parameter eines Zustandsmodells wird demgegenüber wesentlich seltener angewendet. Aus der oben betrachteten bilinearen Darstellung für den Differentialzylinder ergibt sich durch Differentiation der Ausgangsgröße

$$\begin{aligned}
 y &= x_1 \\
 \dot{y} &= *_1 x_2 \\
 \ddot{y} &= *_1 (*_2 x_1 + * _3 x_2 + * _4 x_3 + * _5 x_4) \\
 &= * _1 * _2 y + * _3 \dot{y} + * _1 * _4 x_3 + * _1 * _5 x_4 \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

eine Ein-/Ausgangs-Differentialgleichung der Ordnung 6. Diese besitzt weniger Koeffizienten als die gesuchten 18 Strukturparameter $*_k$, so daß keine eindeutige Lösung gefunden werden kann. Da es sich um ein unterbestimmtes Gleichungssystem handelt, ist eine Lösung jedoch grundsätzlich möglich. Alle Lösungen des Gleichungssystems führen darüber hinaus zu Zustandsmodellen, die durch im allgemeinen nichtlineare Transformationen miteinander verknüpft sind. Eine der wesentlichen Eigenschaften eines graphentheoretischen Ansatzes, nämlich daß die approximierten Zustandsgrößen mit den realen Zustandsgrößen in enger Verbindung stehen, wird mit einer wachsenden Anzahl von unbestimmten Strukturparametern jedoch zunehmend unwahrscheinlich.

Eine deutliche Vereinfachung der Identifikation ergibt sich, wenn alle oder zumindest ein Großteil der Zustandsgrößen meßtechnisch erfaßbar sind. In dem Fall kann eine Ein-/Ausgangsgleichung wie die in (3.9) sukzessive identifiziert werden.

Im Falle des Differentialzylinders stehen für die vier Zustandsgrößen

- x_1 : Kolbenposition
- x_3 : Druck in Kammer A
- x_4 : Druck in Kammer B
- x_5 : Steuerkolbenposition

Meßeinrichtungen zur Verfügung. Die fehlenden Geschwindigkeiten x_2 und x_5 können z. B. mittels Differenzenquotient bestimmt werden. Für das bilineare Strukturmodell (3.5) kann demnach der Identifikationsprozeß aufgeteilt werden in vier Schritte, in denen jeweils ein Teilmodell identifiziert wird:

- *Modell 1* (vgl. Gln.(3.3a,3.3b))
Eingangsgrößen: Druck A und B
Ausgangsgröße: Kolbenposition

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & * _2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} * _3 & * _4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x_3)_{\text{mes}} \\ (x_4)_{\text{mes}} \end{bmatrix} \\
 (x_1)_{\text{mes}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

- *Modell 2* (vgl. Gl.(3.3c))
Eingangsgrößen: Kolbenposition, Kolbengeschwindigkeit, Druck B (optional),

Steuerkolben-Position

Ausgangsgröße: Druck A

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} *7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} *5 & *6 & *8 \end{bmatrix} *9 \begin{bmatrix} (x_1)_{\text{mes}} \\ (x_2)_{\text{mes}} \\ (x_4)_{\text{mes}} \\ (x_5)_{\text{mes}} \end{bmatrix}; \quad \text{ggf. } *8 = 0 \quad (3.11)$$

$$(x_3)_{\text{mes}} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \end{bmatrix}$$

- *Modell 3 (vgl. Gl.(3.3d))*

Eingangsgrößen: Kolbenposition, Kolbengeschwindigkeit, Druck A (optional),
Steuerkolben-Position

Ausgangsgröße: Druck B

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} *13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} *10 & *11 & *12 \end{bmatrix} *14 \begin{bmatrix} (x_1)_{\text{mes}} \\ (x_2)_{\text{mes}} \\ (x_3)_{\text{mes}} \\ (x_5)_{\text{mes}} \end{bmatrix}; \quad \text{ggf. } *12 = 0 \quad (3.12)$$

$$(x_4)_{\text{mes}} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \end{bmatrix}$$

- *Modell 4 (vgl. Gln.(3.3e,3.3f))*

Eingangsgröße: Steuerkolben-Position

Ausgangsgröße: Steuerspannung

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ *16 & *17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ *18 & *19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (u)_{\text{mes}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} *20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (u)_{\text{mes}} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$(x_5)_{\text{mes}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

Die Modelle 1-3 sind linear und können daher mit Standardalgorithmen, wie sie MATLAB[®] zur Verfügung stellt, identifiziert werden. Das bilineare Modell wird mit dem im Fachgebiet Meß-, Steuer- und Regelungstechnik entstandenen Softwarepaket CONTIDNS (Jelali 1997) identifiziert.

4 Beobachterausslegung für bilineare Systeme

Für eine Regelstrecke soll ein bilinearer Beobachter entworfen werden, der den Zustandsvektor anhand der Ein- und Ausgangssignale rekonstruiert. Die Wahl eines bilinearen anstatt eines linearen Beobachters hat das hauptsächliche Ziel, den zulässigen Arbeitsbereich zu vergrößern und damit die Güte der Schätzwerte zu verbessern. Wie bei einem linearen Beobachter kann auch hier im allgemeinen nur ein Schätzwert für die Zustandsgrößen ermittelt werden. Durch geeignete Wahl des Beobachtungsalgorithmus kann allerdings erreicht werden, daß der Fehler zwischen geschätztem und zu schätzendem Wert einer asymptotisch stabilen Beziehung gehorcht und somit für $t \mapsto \infty$ gegen Null geht (Dorißen 1991). Die Ausführungen in diesem Abschnitt sind auf Eingrößensysteme ($u \in \mathbb{R}^1, y \in \mathbb{R}^1$) beschränkt.

Analog zu Überlegungen für lineare Systeme entwirft man zunächst einen Beobachter, der im wesentlichen aus dem möglichst exakten Modell der Strecke sowie einer Rückführung des Ausgangsfehlers besteht (vgl. Bild 4.1, (Zeit 1987)). Der Schätzwert des Zustands ergibt sich hierfür zu

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{N}\hat{\boldsymbol{x}}u + \boldsymbol{b}u + \boldsymbol{k}(u)(y - \hat{y}) \quad . \quad (4.1)$$

Anders als im Falle eines linearen Beobachters ist der Rückführkoeffizient des Ausgangsfehlers $\boldsymbol{k}(u)$ eine Funktion der Eingangsgröße:

$$\boldsymbol{k}(u) = \boldsymbol{k}_a u + \boldsymbol{k}_b ; \quad \boldsymbol{k}_a \in \mathbb{R}^n ; \quad \boldsymbol{k}_b \in \mathbb{R}^n \quad , \quad (4.2)$$

was eine erhebliche Anzahl von wählbaren Parametern mit sich bringt. Damit ist eine direkte Optimierung aller Rückführparameter selbst für Eingrößensysteme im allgemeinen nicht möglich, gerade in Anbetracht des Einflusses der Eingangsgröße auf das Rückführgesetz. Um die Stabilität eines Zustandsbeobachters trotzdem für alle u gewährleisten zu können, sind Einschränkungen hinsichtlich der Belegungsmuster der Systemmatrizen des zu beobachtenden Zustandsmodells notwendig; hier hat sich u. a. die Beobachternormalform bewährt (Dorißen 1989, Schwarz 1990). Für diese ist die Schätzfehlerdynamik

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{e}} &= \dot{\boldsymbol{x}} - \dot{\hat{\boldsymbol{x}}} \\ &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{N}\boldsymbol{x}u - \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{N}\hat{\boldsymbol{x}}u - \boldsymbol{k}(u)\boldsymbol{c}^T(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}) \\ &= (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{N}u - \boldsymbol{k}(u)\boldsymbol{c}^T)\boldsymbol{e} \end{aligned} \quad (4.3)$$

bei entsprechender Wahl von $\boldsymbol{k}(u)$ immer unabhängig von der Eingangsgröße u .

Die Einschränkung auf derartige Normalformen führt jedoch zu einer erheblichen Beeinträchtigung in der Anwendbarkeit, denn selten sind die physikalischen Zustandsgrößen einer technischen Anlage hinreichend genau durch ein bilineares Modell in Normalform zu beschreiben. Zwar liefert ein aus einer Identifikation gewonnenes Normalform-Modell in der Regel eine gute Abbildung des Ein-/Ausgangsverhaltens einer Anlage (vgl. (Schwarz u. a. 1996)), die Zustände des Normalform-Modells korrespondieren aber nur in Ausnahmefällen direkt mit den realen Zustandsgrößen. Eine Ausnahme beispielsweise ist der Fall, daß es sich bei dem in Normalform vorliegenden Modell um die Transformation eines vorgegebenen Systemmodells handelt. Dann kann durch Rücktransformation natürlich auf die Originalzustände rückgeschlossen werden. Für eine Beobachterausslegung stellt sich allerdings die Frage, ob die Transformation on-line

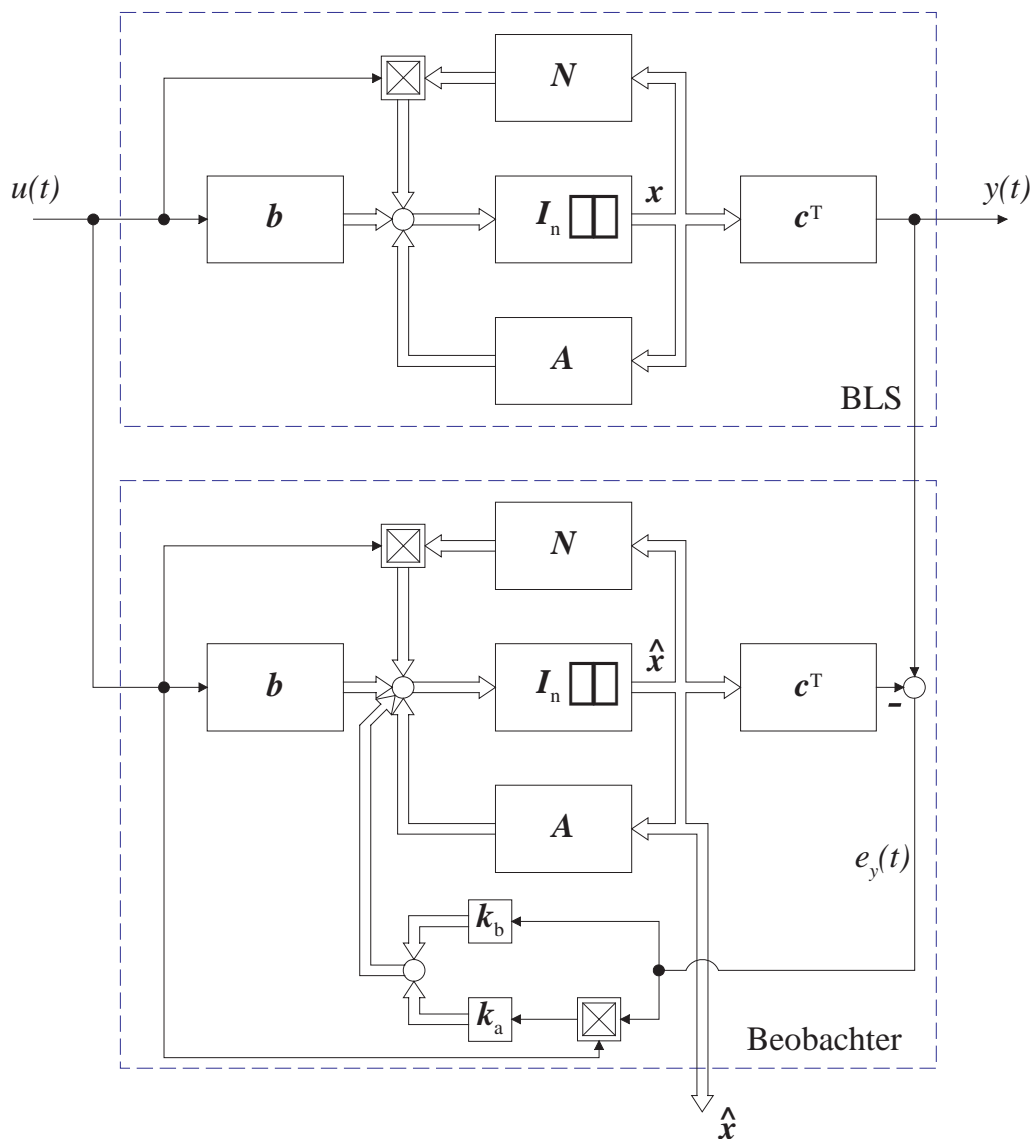


Bild 4.1. Blockschaltbild eines Zustandsbeobachters für bilineare Systeme

durchgeführt werden kann, d. h. ob in Echtzeit eine Rücktransformation in Originalkoordinaten möglich ist.

Geht man von keiner Normalform aus, so muß im Einzelfall untersucht werden, ob die Fehlerdynamik bestimmten Forderungen genügt, beispielsweise Linearität oder Entkopplung von der Eingangsgröße. Allgemeiner formuliert bleibt festzustellen, ob eine vorhandene bilineare Realisierung in eine gewünschte Normalform transformiert werden kann. Für den untersuchten Differentialzylinder ergibt sich aus den Strukturmatrizen der bilinearen Approximation (3.5)

die folgende Fehlergleichung:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (\mathbf{A} + \mathbf{N}u - \mathbf{k}(u)\mathbf{c}^T)\mathbf{e} \\ &= \begin{bmatrix} -k_1(u) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2(u) & *_2 & *_3 & *_4 & 0 & 0 \\ *_{*5} - k_3(u) & *_{*6} & *_{*7} & *_{*8} & *_{*9} & 0 \\ *_{*10} - k_4(u) & *_{*11} & *_{*12} & *_{*13} & *_{*14} & 0 \\ -k_5(u) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_6(u) & 0 & 0 & 0 & *_{*16} + *_{*18}u & *_{*17} + *_{*19}u \end{bmatrix} \mathbf{e} = \mathbf{A}_e \mathbf{e} \quad . \end{aligned} \quad (4.4)$$

Bereits an dieser Stelle wird deutlich, daß bestimmte Elemente der letzten Zeile der Matrix \mathbf{A}_e trotz freier Wahl der Rückführverstärkung $\mathbf{k}(u)$ *nicht* unabhängig von der Eingangsgröße sind. Es kann somit auch keine Transformation existieren, die dieses System in z. B. Beobachternormalform überführt. Eine allgemeine Überprüfung mit MAPLE liefert keine expliziten Resultate für die Eigenwerte der Schätzfehlergleichung, so daß erst bei Kenntnis der identifizierten Parameter eine Festlegung des Rückführvektors sinnvoll ist. Dies wird im nächsten Abschnitt für den Laborversuch „Differentialzylinder“ durchgeführt.

5 Ergebnisse am Laborversuch „Differentialzylinder“

5.1 Identifikation

Für den in Abschnitt 3.1 diskutierten Differentialzylinder soll in einem ersten Schritt eine bilineare Approximation gefunden werden. Auf der Basis der Approximation wird dann ein Beobachter ausgelegt, der anhand eines hochgenauen Simulationsmodells auf Basis von nichtlinearen analytischen Differentialgleichungen (Spielmann 1996) und anhand von Meßdaten verifiziert wird.

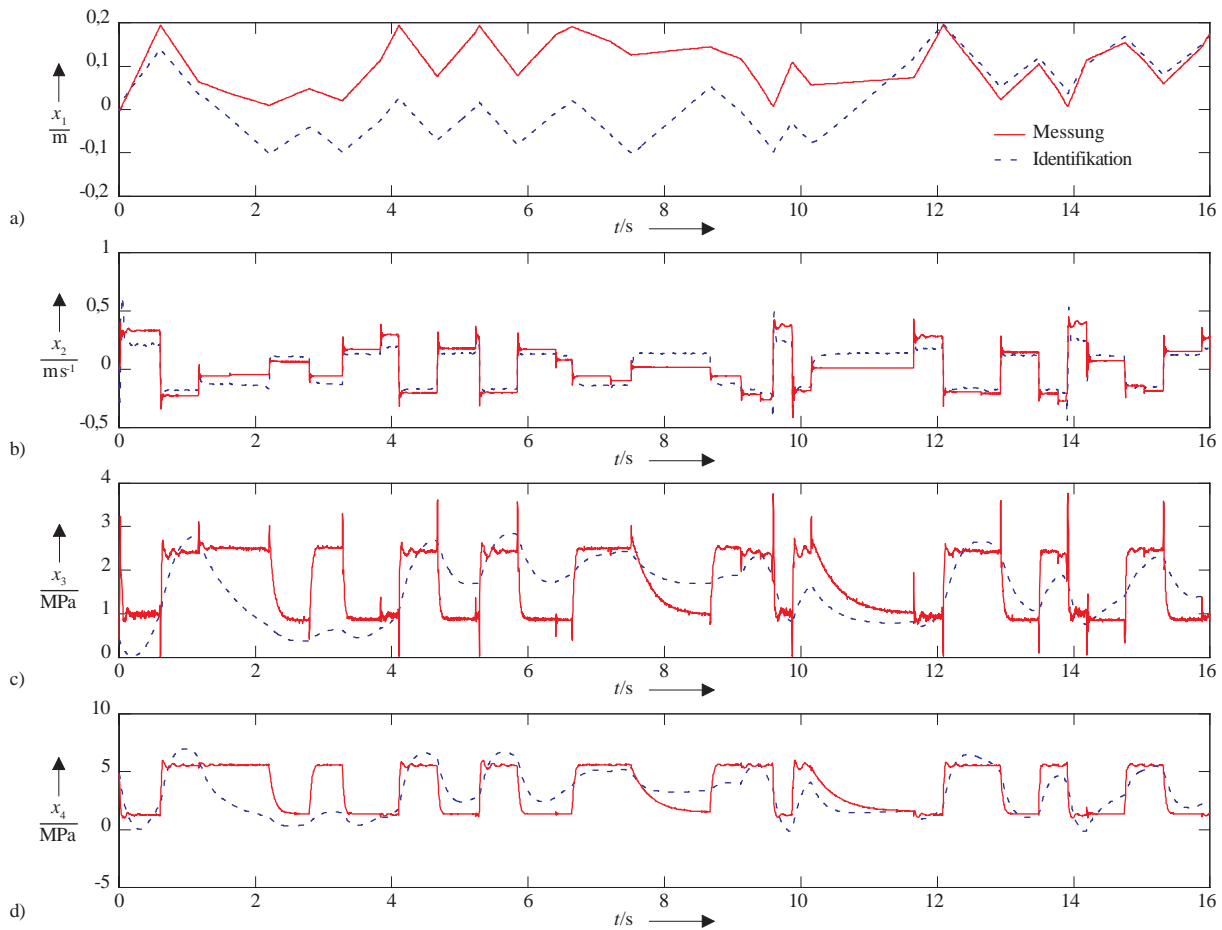


Bild 5.1. Identifikations-Daten für Approximation eines Differentialzylinders: a)-d) Teilmodelle der bilinearen Approximation gemäß Gln. (3.10)-(3.13)

Das vorstrukturierte Modell und die Aufteilung in Teilmodelle ist bereits in Abschnitt 3.1 vorgestellt worden. Die Identifikation entsprechend der Teilmodelle (3.10-3.13) wurde mit der MATLAB IDENTIFICATION TOOLBOX[®] und CONTIDNS durchgeführt. Diese liefern die Systemparameter des bilinearen Modells:

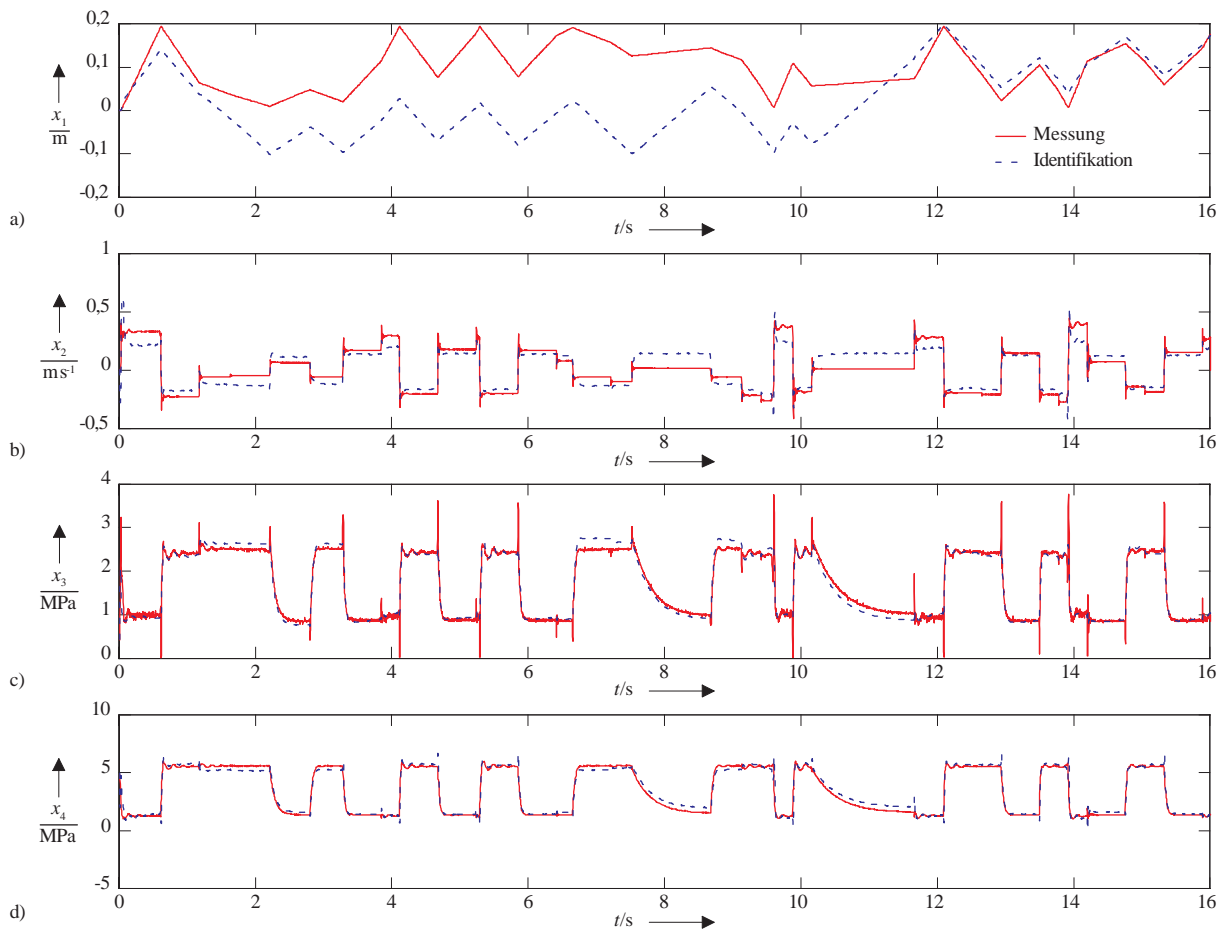


Bild 5.2. Identifikations-Daten für Approximation eines Differentialzylinders: a)-d) Teilmodelle der bilinearen Approximation gemäß Gl. (3.10)-(3.13) mit zusätzlichen Drucksignalen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -68,997 & 4,0734 & -2,0028 & 0 & 0 \\ 334,7 & 311,21 & -2,6499 & 0 & -1,5464 & 0 \\ 1445,9 & 1019,6 & 0 & -5,7039 & -6,0145 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -36199 & -262,58 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{N} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -64,645 & 1,7452 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 347640 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{c}^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] .
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Das Ein-/Ausgangsverhalten der identifizierten Teilmodelle ist in Bild 5.1 abgebildet. Das zweite Teilmodell zeigt zufriedenstellendes Verhalten hinsichtlich der Übereinstimmung von identifiziertem und aus Messungen resultierendem Geschwindigkeitssignal. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß das „gemessene“ Geschwindigkeitssignal aus Differenzenquotienten besteht und folglich selbst nicht exakt das Verhalten des Zylinders beschreibt. Die Kolbenposition im ersten Teilmodell weicht zum Teil erheblich ab; dies begründet sich durch die bei der Integration aufsummierten Geschwindigkeitsfehler. Für die Drucksignale ist die Identifikation nicht akzeptabel. Offensichtlich sind die linearen Approximationen – der bilineare Anteil ist auf die den Steuerkolben beschreibende Differentialgleichung beschränkt – nicht geeignet für eine Reproduktion der Druckverläufe.

In Abschnitt 3.1 ist bereits angesprochen worden, daß eine gegenseitige Abhängigkeit der Drucksignale A und B anzunehmen ist. Berücksichtigt man solch eine wechselseitige Abhängigkeit dieser Zustandsgrößen untereinander – die Parameter $*_8$ und $*_{12}$ in Gl. (3.5) sind dann ungleich null – erhält man die veränderte Matrix A' mit

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -68,997 & 4,0734 & -2,0028 & 0 & 0 \\ 2030,3 & -3457,5 & -214,83 & 102,86 & 21,824 & 0 \\ 538,45 & 4296,4 & 622,94 & -316,18 & -49,97 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -36199 & -262,58 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Das neue Modell führt zu den in Bild 5.2 dargestellten Zeitverläufen. Für diesen Fall sind alle vier Teilmodelle als gut zu bezeichnen, sowohl für den Identifikations-Datensatz selbst als auch den hier nicht abgebildeten Validierungs-Datensatz. Das Positionssignal weicht aufgrund der Integration allerdings nach wie vor ab. Ebenfalls untersucht wird die Identifikation der zweiteinfachsten Klasse nichtlinearer Systeme, des vorstrukturierten quadratischen Systems wie es in den Gln. (3.6,3.8) vorgeschlagen ist. In einem ersten Schritt sind die nicht zufriedenstellend approximierten Drucksignalgleichungen als QLS zu modellieren, für die restlichen Zustandsgleichungen erscheint dies nicht notwendig zu sein. Für eine quadratische Approximation steht derzeit nur das Programmpaket CONTIDNS zur Verfügung. Allerdings zeigt sich bereits bei der Untersuchung der Differentialgleichung $\dot{x}_3 = \dots$ entsprechend dem Modell (3.11), daß die zusätzlichen 10 Parameter nicht identifiziert werden können. Auch eine Reduktion der zusätzlichen Parameter auf 4 führt lediglich zur Identifikation von instabilen QLS. Damit wird in eindrucksvoller Form dargestellt, daß – zumindest für das vorliegende technische System des Differentialzylinders – nur möglichst einfache Systeme mit wenigen Parametern zu einer sinnvollen und nutzbaren Identifikation führen.

5.2 Beobachter

Auf der Basis des identifizierten bilinearen Modells soll nun im weiteren das Konzept eines Beobachters verfolgt werden, wie es in Abschnitt 4 dargestellt ist. Die Fehlergleichung (4.4) ergibt sich für die identifizierten Parameter gemäß Gl. (5.2) zu

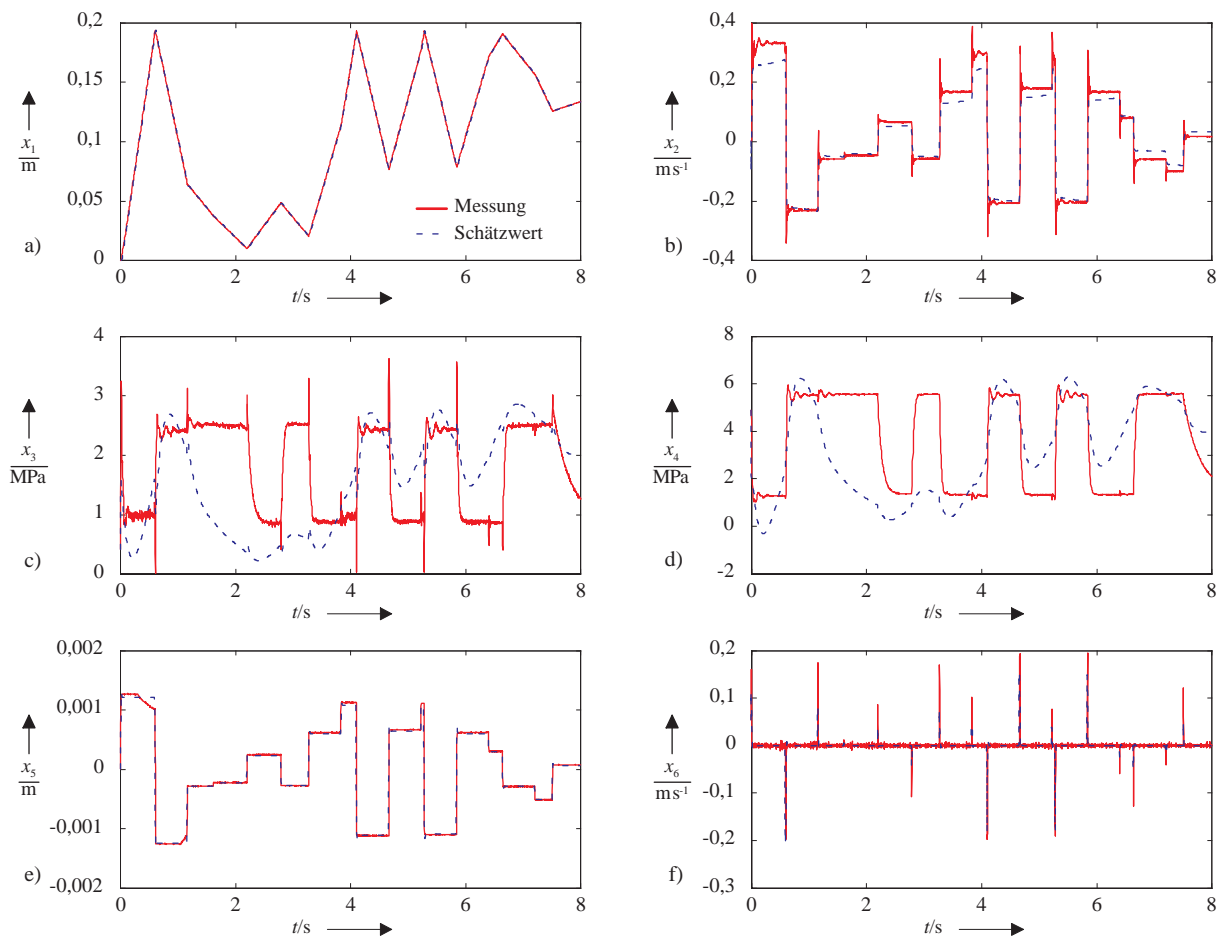


Bild 5.3. Messung und Schätzwerte für die Zustandsgrößen des Differentialzylinders: Beobachter gemäß Gl. (4.1)

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (\mathbf{A} + \mathbf{N}u - \mathbf{k}(u)\mathbf{c}^T)\mathbf{e} \\ &= \begin{bmatrix} -k_1(u) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2(u) & -68,997 & 4,0734 & -2,0028 & 0 & 0 & 0 \\ 2030,3 - k_3(u) & -3457,5 & -214,83 & 102,86 & 21,824 & 0 & 0 \\ 538,45 - k_4(u) & 4296,4 & 622,94 & -316,18 & -49,97 & 0 & 0 \\ -k_5(u) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_6(u) & 0 & 0 & 0 & -36199 - 64,645u & -262,58 + 1,7452u & 0 \end{bmatrix} \cdot \end{aligned} \quad (5.3)$$

Die Stabilität der Fehlergleichung ist abhängig von der Eingangsgröße u , die in den Grenzen zwischen -10V und $+10\text{V}$ variiert. Für den Rückführvektor hat sich eine erste Wahl der Parameter zu

$$\mathbf{k}(u) = \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 100 \\ 1000 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

als geeignet erwiesen, die mit diesen Werten erzielten Schätzergebnisse sind in Bild 5.3 dokumentiert. Hier zeigt sich, daß das Ergebnis besonders hinsichtlich der Schätzung der Drucksignale nicht ausreichend ist. Eine deutliche Erhöhung der konstanten Rückführkoeffizienten liefert nur einen sehr begrenzten Erfolg, wie die Bilder A.1 und A.2 in Anhang A.1 zeigen. Die Wahl eines Rückführvektors in Abhängigkeit von u wie in Gl. (4.2) führt ebenfalls nicht zu einer signifikanten Verbesserung.

Eine weitere Möglichkeit ist die zusätzliche Messung eines der beiden Drucksignale, entweder p_A oder p_B . Hieraus ergibt sich beispielsweise die folgende Schätzwertgleichung für den BLS-Beobachter

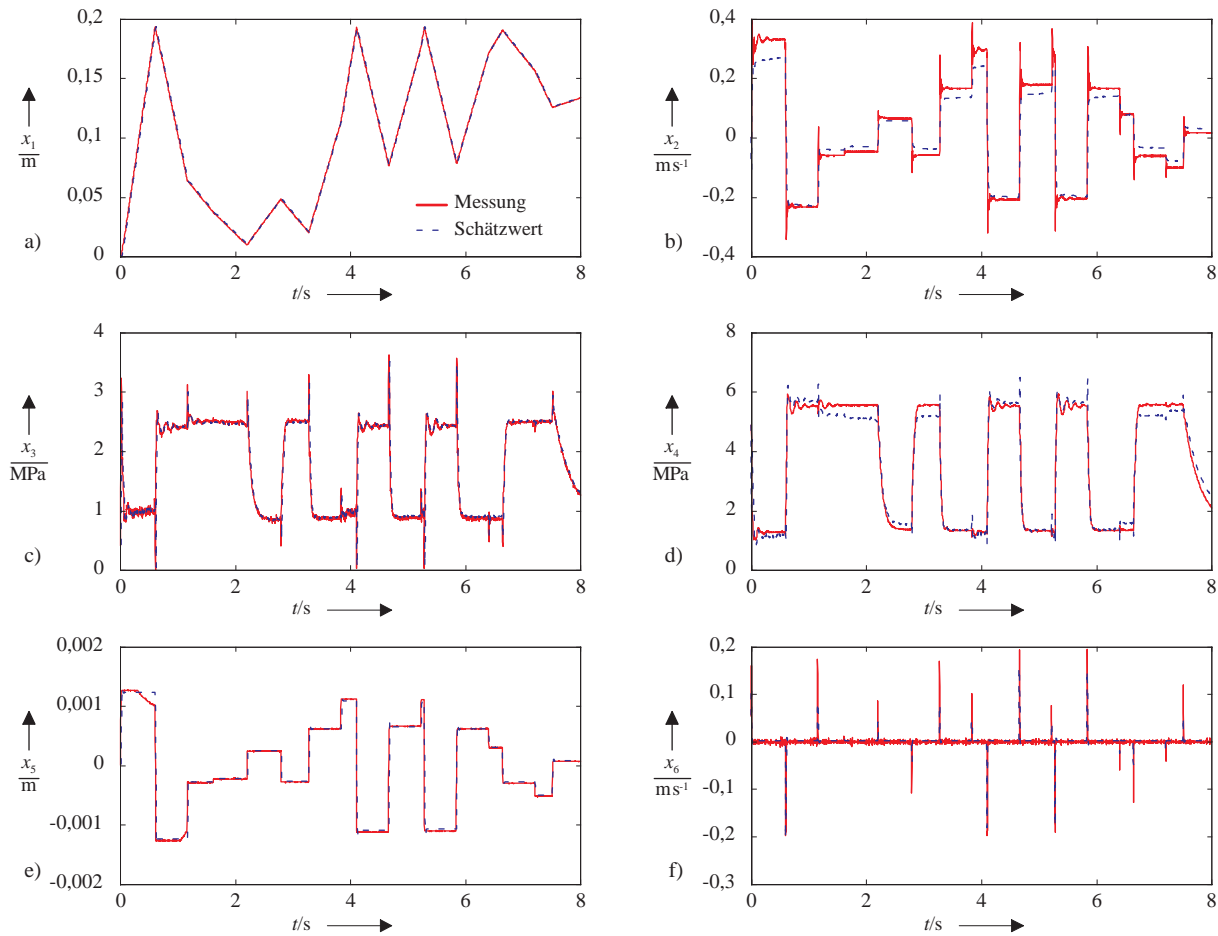


Bild 5.4. Messung und Schätzwerte für die Zustandsgrößen des Differentialzylinders: Beobachter gemäß Gl. (5.5)

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{N}\hat{\boldsymbol{x}}u + \boldsymbol{b}u + \boldsymbol{K}(u) \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ p_A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} \right) \quad (5.5)$$

mit den Zahlenwerten aus den Gln. (5.1,5.2). Diese Wahl der Meßgrößen ist aus theoretischer Sicht deshalb sinnvoll, weil ein Drucksignal zusammen mit dem Positionssignal gerade einen sogenannten *flachen Ausgang* des Differentialzylinders bildet (Wey und Lemmen 1997). Die Flachheit impliziert hierbei, daß die Bedingung (Rothfuß u. a. 1996)

- jeder Systemzustand x_k , $k = 1, \dots, n$ kann direkt in Abhängigkeit des linearisierenden Ausgangs $y_{\text{lin}} = [x_1 p_A]^T$ und dessen zeitlichen Ableitungen berechnet werden.

erfüllt wird, so daß in Positions- und Drucksignal zusammen *alle* Informationen über die Systemzustände enthalten sind. Mit der zusätzlichen Messung des Drucksignals erhält man die erweiterte Rückführmatrix

$$\mathbf{K}(u) = \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 1000 & 0 \\ 100 & 500 \\ 100 & 500 \\ 100 & 0 \\ 100 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

mit dem die wesentlich besseren Beobachtungsergebnisse in Bild 5.4 erreicht werden. Bei dieser Variante kann eine weitere Erhöhung der Rückführparameter die Resultate noch zusätzlich verbessern (vgl. Anhang A.2), besonders die Schätzung des Geschwindigkeitssignals x_2 verbessert sich signifikant. Hierbei ist jedoch zu bedenken, daß dies zu einer ungewollten Verstärkung von Meßrauschen und ggf. einem instabilen Verhalten des Beobachters führen kann.

Die Stabilität beider Beobachter kann für beliebige u durch einfache Berechnung der Eigenwerte mit beispielsweise MAPLE verifiziert werden. Exemplarisch sind in Bild 5.5 die Realteile der

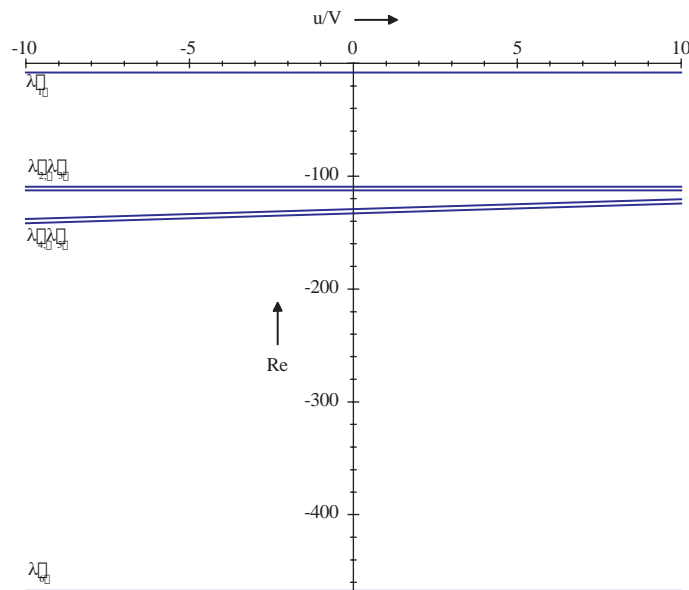


Bild 5.5. Eigenwert-Realteile der Schätzfehlergleichung (5.3) mit $\mathbf{k}(u)$ aus Gl. (5.4)

Eigenwerte der Schätzfehlergleichung (5.3) mit $\mathbf{k}(u)$ entsprechend der Gl. (5.4) dargestellt, alle sind im für u zulässigen Bereich negativ. Weitere Untersuchungen bestätigen, daß die Realteile nur wenig auf eine Veränderung des Rückführvektors $\mathbf{k}(u)$ reagieren (vgl. Bild 5.5).

Auch für den Fall der zusätzlichen Messung von p_A mit der erweiterten Rückführmatrix $\mathbf{K}(u)$ kann die Stabilität der Schätzfehlergleichung für den gesamten Definitionsbereich von u nachgewiesen werden. In Tabelle 5.1 sind Mittelwert und Schwankungsbreite der Eigenwerte für

Tabelle 5.1. Eigenwerte (Realteile) der Schätzfehlergleichung des bilinearen Beobachters (5.5) für Eingangsgrößen $-10 \leq u \leq 10$

| Eigenwert | Realteile für $-10 \leq u \leq 10$ | | |
|-------------|------------------------------------|-------------|-------------|
| | Mittelwert | Minimalwert | Maximalwert |
| λ_1 | -714,55 | -714,55 | -714,55 |
| λ_2 | -267,98 | -267,98 | -267,98 |
| λ_3 | -131,29 | -140,02 | -122,56 |
| λ_4 | -131,29 | -140,02 | -122,56 |
| λ_5 | -109,05 | -109,05 | -109,05 |
| λ_6 | -109,05 | -109,05 | -109,05 |

$-10 \leq u \leq 10$ dargestellt. Die Stabilitätsreserve dieses Beobachters ist höher als im zuvor beschriebenen Fall.

6 Zusammenfassung

Das hier vorgestellte, auf der Graphentheorie basierende, Verfahren zur Approximation technischer Systeme erlaubt es, ohne großen Aufwand eine (Struktur-)Vorgabe für ein geeignetes Systemmodell zu erstellen. Ein zentraler Vorteil dieses Verfahrens liegt in der Tatsache, daß die Zustandsgrößen des Modells mit den realen Zustandsgrößen des zugrundeliegenden technischen Systems korrespondieren. Zwar können auch für solche Modelle die realen und die modellierten Zustandsgrößen in ihrer Interpretierbarkeit differieren, jedoch ist das Verhalten der modellierten Zustandsgrößen in der Regel wesentlich näher am technischen System orientiert als wenn Normalformen (Jelali 1994) für Approximationsmodelle Verwendung finden.

Insbesondere bei Wahl eines bilinearen Approximationsmodells erweist sich der hier vorgestellte Ansatz als tragfähig. Für Approximationsmodelle höherer Ordnungen wie beispielsweise QLS erhöht sich gegenüber den BLS die Anzahl der Strukturparameter deutlich. Bei Anwendung konventioneller Identifikationsverfahren, die sich an der Ein-/Ausgangs-Differentialgleichung orientieren, führt das zu einem stark unterbestimmten Gleichungssystem und damit eventuell zu ungeeigneten oder instabilen Approximationsmodellen. Selbst recht zuverlässige Identifikationsprogramme wie CONTIDNS, die speziell für die Ermittlung von QLS entworfen wurden (Jelali 1997), können zumindest im Falle des hier als Beispiel gewählten Differentialzylinders nicht unmittelbar eine stabile QLS-Zustandsgleichung ermitteln.

Generell ist zu berücksichtigen, daß Identifikationsverfahren zur Ermittlung von Parametern eines Zustandsmodells derzeit nur für lineare Systeme hinreichend erforscht sind. Im Falle von nichtlinearen Systemen dagegen sind noch viele Fragen zu diesem Themenbereich offen, für die Identifikation nichtlinearer Zustandsmodelle in bestimmten Normalformen sind vielversprechende Ansätze und Methoden z. B. mit (Reuter 1995, Jelali 1997) verfügbar. Solange keine zufriedenstellenden Lösungen hierzu gefunden werden, sind auch die vorgestellten Strukturmodelle in ihrer Anwendung für den hier diskutierten Themenbereich eingeschränkt. Anders verhält es sich, wenn man die oben genannte Annahme trifft, daß alle Zustandsgrößen meßtechnisch erfaßbar sind. In dem Fall ist auch für komplexere Modelle wie QLS die Identifikation eines Zustandsmodells vorgegebener Struktur möglich, weil das Identifikationsproblem in mehrere Einzelidentifikationen untergliedert werden kann, es wird quasi Zustandsgleichung für Zustandsgleichung einzeln identifiziert. Aus technischer Sicht ist die Kenntnis der Zustandsgrößen zudem nicht ungewöhnlich. Bei dem betrachteten Differentialzylinder können beispielsweise alle Größen außer der Kolbenstangengeschwindigkeit gemessen werden. Für bilineare Approximationsmodelle erweist sich dieser Ansatz als ausgesprochen erfolgreich. Versucht man hingegen, quadratisch lineare Gleichungen einzubeziehen, so gestaltet sich die Identifikation deutlich schwieriger und liefert bei gleichem Entwurfsaufwand schlechtere Ergebnisse als die bilineare Approximation. Das bestätigt den Grundsatz, daß in der Regel nur möglichst einfache Systeme mit wenigen Parametern zu einer sinnvollen und nutzbaren Identifikation führen. Bei entsprechend besseren Identifikationsalgorithmen wird jedoch mit Sicherheit ein QLS-Modell zu ermitteln sein, daß günstigere Approximationseigenschaften als das bilineare Modell aufweist.

Hinsichtlich der Anwendung kann die bilineare Approximation als geeignete Basis eines Beobachterentwurfs genutzt werden. Das Konzept für den Beobachterentwurf verfolgt das gleiche Prinzip wie der Luenberger-Beobachter für den linearen Fall, d. h. der Beobachter besteht im wesentlichen aus einem Abbild der Strecke mitsamt einer Rückführung des Ausgangsfehlers. Dies

führt trotz der einfachen Systemklasse zu unerwartet guten Ergebnissen, zusätzlich bietet ein bilinearer Ansatz den Vorteil einer ggf. linearen Fehlerdynamik des Beobachters. Zumindest ist aber die Fehlergleichung einfach auszuwerten, so daß die Stabilität des bilinearen Beobachters im voraus sichergestellt werden kann. Der Erfolg dieses Konzepts konnte an dem untersuchten Differentialzylinder nachgewiesen werden, der Ansatz läßt sich aber auch verallgemeinern für andere technische Systeme. Der Grundgedanke besteht darin, ein technisches System unter Einsatz von entsprechend genauer Meßsensorik auf einem Prüfstand zu vermessen. Anhand der Messungen und eines Strukturmodells, welches aus dem Wissen über die physikalischen Grundlagen des technischen Systems resultiert, kann dann ein nichtlineares Modell identifiziert werden. Dieses Modell zusammen mit einer unter Umständen deutlich reduzierten Sensorik genügt dann für die Auslegung von Zustandsrückführungen.

7 Literaturverzeichnis

- Andrásfai, B.** 1991. *Graph Theory: Flows, Matrices*. Bristol/Großbritannien: Adam Hilger.
- Birk, J.** 1992. *Rechnergestützte Analyse und Lösung nichtlinearer Beobachtungsaufgaben*. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8. 294. Düsseldorf: VDI.
- Chen, W.-K.** 1990. *Theory of Nets: Flows in Networks*. New York/USA: Wiley-Interscience.
- Commault, C., J. M. Dion und A. Perez.** 1991. Disturbance rejection for structured systems. *IEEE Trans. Automat. Control* 36(7). 884–887.
- De Luca, A., A. Isidori und F. Nicolò.** 1985. Control of robot arms with elastic joints via nonlinear dynamic feedback.. *Proc. 24th Conf. on Decision and Control*. 1671–1679.
- Dorißen, H. T.** 1991. *Statistische Ausgangssignalanalyse bilinearer Systeme und Anwendungen*. Forschungsbericht 07/91. MSRT. Universität Duisburg.
- Dorißen, H.** 1989. Canonical forms for bilinear systems. *Systems Control Lett.* 13(2). 153–160.
- Golub, G. H. und C. F. van Loan.** 1989. *Matrix Computations*. Baltimore/USA: Johns Hopkins University Press.
- Gondran, M. und M. Minoux.** 1986. *Graphs and algorithms*. Chichester/Großbritannien: Wiley-Interscience.
- Hahn, H. und H. J. Sommer.** 1994. Gepunktete Bündelgraphen – Ein neues algebraisches Verfahren zur Untersuchung nichtlinearer Systeme. 39. *Internationales Wissenschaftliches Kolloquium der TU Ilmenau*. Ilmenau.
- Isermann, R.** 1992. *Identifikation dynamischer Systeme I*. Berlin: Springer.
- Isidori, A.** 1989. *Nonlinear Control Systems*. Berlin: Springer.
- Isidori, A. und C. H. Moog.** 1986. On the nonlinear equivalent of the notion of transmission zeros. *Modelling and Adaptive Control*, hg. von C. I. Byrnes und A. Kurszanski. *Lecture Notes in Control and Information Science*. 105. Berlin: Springer.
- Jelali, M.** 1994. *Zur Modellierung nichtlinearer Prozesse durch quadratische Systeme mit linearer Steuerung (QLS)*. Forschungsbericht 5/94. MSRT. Universität Duisburg.
- Jelali, M.** 1996. Continuous time identification of nonlinear models: a case study and some practical aspects. *International Symposium on the Mathematical Theory of Networks and Systems MTNS'96*. Saint Louis/USA.
- Jelali, M. und H. Schwarz.** 1995. Nonlinear Identification of Hydraulic Servo-Drive Systems. *IEEE Control Systems* 15. 17–22.
- Jelali, M.** 1997. *Über die nichtlineare Approximation und Zustandsschätzung zeitkontinuierlicher dynamischer Prozesse*. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8. 636. Düsseldorf: VDI.
- Kasinski, A. und J. Lévine.** 1984. A fast graph theoretic algorithm for the feedback decoupling problem of nonlinear systems. *Mathematical Theory of Networks and Systems (Proc. MTNS'83)*, hg. von P. A. Fuhrmann. *Lecture Notes in Control and Information Science*. 58. Berlin: Springer.
- Lin, C. T.** 1974. Structural controllability. *IEEE Trans. Automat. Control* 19. 201–208.
- MacFarlane, A. G. J.** 1993. Information, knowledge and control. *Essays on Control: Perspectives in the Theory and its Applications*, hg. von H. L. Trentelmann und J. C. Willems. *Progress in Systems and Control Theory*. 14. 1–28. Boston/USA: Birkhäuser.

- Reinschke, K.** 1982. Strukturelle Pol-Nullstellen-Analyse von Systemen in Zustandsraumdarstellung. *MSR* 25. 542–549.
- Reinschke, K.** 1988. *Multivariable Control – A Graph-theoretic Approach*. Berlin: Springer.
- Reuter, H.** 1995. *Zur Identifikation nichtlinearer Systemmodelle mit wenig A-priori-Informationen*. *VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8*. 471. Düsseldorf: VDI.
- Rothfuß, R., J. Rudolph und M. Zeitz.** 1996. Controlling a chemical reactor model using its flatness. *Proc. 13th IFAC World Congress. Proc. 13th Triennial World Congress. IFAC. San Francisco/USA*. 383–388.
- Ruppert, M.** 1982. *Reglersynthese mit Hilfe der mehrgliedrigen Evolutionsstrategie*. *VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8*. 51. Düsseldorf: VDI.
- Schwarz, H.** 1990. *ALS-Beobachter und Filter*. Forschungsbericht 07/90. MSRT. Universität Duisburg.
- Schwarz, H.** 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme – Systemtheoretische Grundlagen*. München: Oldenbourg.
- Schwarz, H.** 1993. *Quadratische Systeme mit linearer Steuerung (QLS)*. Forschungsbericht 12/93. MSRT. Universität Duisburg.
- Schwarz, H.** 1996. *QLS mit linearer Eigendynamik*. Forschungsbericht 18/96. MSRT. Universität Duisburg.
- Schwarz, H., R. Ingenbleek und M. Jelali.** 1996. Application of bilinear system models and design methods to hydrostatic drives. *Proc. 13th IFAC World Congress. San Francisco/USA*. 353–358.
- Spielmann, M.** 1996. *Zustandsmodelle hydraulischer Antriebsselemente*. Forschungsbericht 15/96. MSRT. Universität Duisburg.
- Spielmann, M.** 1997. *Mehrschicht-Graphen zur Analyse nichtlinearer Systeme und zur Generierung nichtlinearer Regelgesetze*. Forschungsbericht 2/97. MSRT. Universität Duisburg.
- Spielmann, M.** 1995. *Exakte Linearisierung eines inversen Pendels mittels graphentheoretischer Methoden*. Diplomarbeit. MSRT. Universität Duisburg. (unveröffentlicht).
- Svaricek, F.** 1987. *Graphentheoretische Beschreibung und Bestimmung der endlichen und unendlichen Nullstellen von linearen Mehrgrößensystemen*. *VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8*. 135. Düsseldorf: VDI.
- Wey, T.** 1995. A graph-theoretic approach for the regular decoupling of nonlinear systems. *Proc. European Control Conference. Rom/Italien*. 1045–1050.
- Wey, T.** 1996. *Ein graphentheoretischer Ansatz zur strukturellen Analyse und Synthese nichtlinearer Systeme*. *VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8*. 556. Düsseldorf: VDI.
- Wey, T. und M. Lemmen.** 1997. *Flachheitsbasierte Regelung – Folgeregelung eines hydraulischen Differentialzylinders*. Forschungsbericht 11/97. MSRT. Universität Duisburg.
- Woude, J. W. v. d.** 1989. *On the structure at infinity of a structured system*. Report BS-R8918. Centre for Mathematics and Computer Science.
- Woude, J. W. v. d.** 1991. A graph-theoretic characterization for the rank of the transfer matrix of a structured system. *Math. Control Signals Systems* 4. 33–40.
- Zeitz, M.** 1987. The extended luenberger observer for nonlinear systems. *Systems Control Lett.* 9. 149–156.

A Versuchsergebnisse

A.1 Bilinearer Beobachter ohne Druckmessung

Für den bilinearen Beobachter mit Rückführung des Positionsfehlers $e = x_1 - \hat{x}_1$ soll durch Erhöhung der (konstanten) Rückführparameter eine Verbesserung vor allem für die Schätzung der Drucksignale erzielt werden. Für den 10-fachen (Bild A.1) Wert

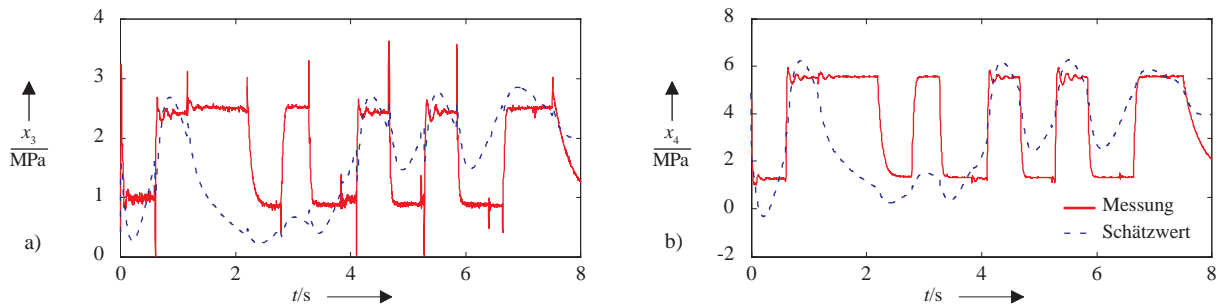


Bild A.1. Messung und Schätzwerte für die Zustandsgrößen des Differentialzylinders: Beobachter gemäß Gl. (4.1) mit dem Rückführvektor aus (A.1)

$$\mathbf{k}(u) = \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 100 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

oder hundertfachen Wert (Bild A.2)

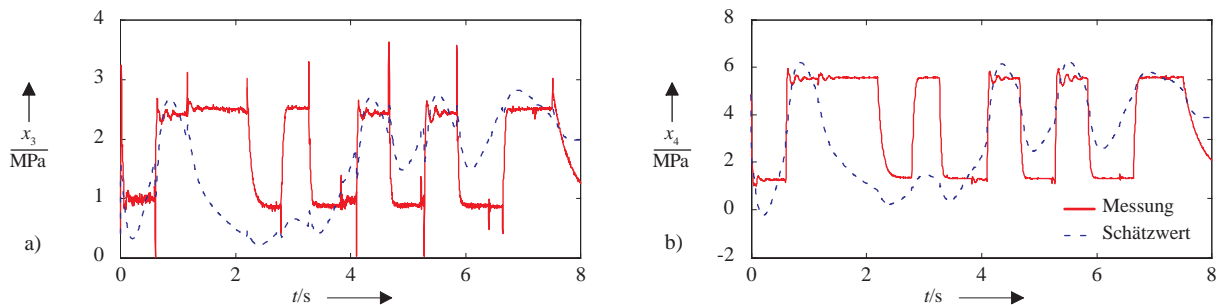


Bild A.2. Messung und Schätzwerte für die Zustandsgrößen des Differentialzylinders: Beobachter gemäß Gl. (4.1) mit dem Rückführvektor aus (A.2)

$$\mathbf{k}(u) = \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 100 \\ 1000 \\ 10000 \\ 10000 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

der betroffenen Rückführparameter zeigen die Ergebnisse nahezu keine Verbesserung. Das begründet sich mit dem in den Druckgleichungen linearen Approximationsmodell, was die realen Druckverläufe nur ungenau wiedergeben kann. Selbst sehr hohe Rückführverstärkungen für den Ausgangsfehler können den Beobachtungsfehler dann nicht minimieren, da e selbst nahezu 0 entspricht (s. Bild 5.3a).

A.2 Bilinearer Beobachter mit Druckmessung

Im weiteren werden die Koeffizienten in der Rückführmatrix $\mathbf{K}(u)$ des bilinearen Beobachters bei zusätzlicher Druckmessung deutlich erhöht. Im Gegensatz zu Gl. (5.6) wird folgende Matrix gewählt:

$$\mathbf{K}(u) = \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 100000 & 0 \\ 100 & 10000 \\ 100 & 10000 \\ 100 & 0 \\ 100 & 0 \end{bmatrix} . \quad (\text{A.3})$$

Mit dieser Ausgangsfehler-Rückführung verbessert sich in besonderer Weise das Beobachtungsergebnis hinsichtlich der Geschwindigkeit (s. Bild A.3). Aber auch die Drucksignale werden besser approximiert. Allerdings wurde hierbei bereits eine Verhundertfachung der Rückführparameter vorgenommen, was in der Bestimmung der beobachteten Größen zu numerischen Instabilitäten und damit weitaus höheren Rechenzeiten führt.

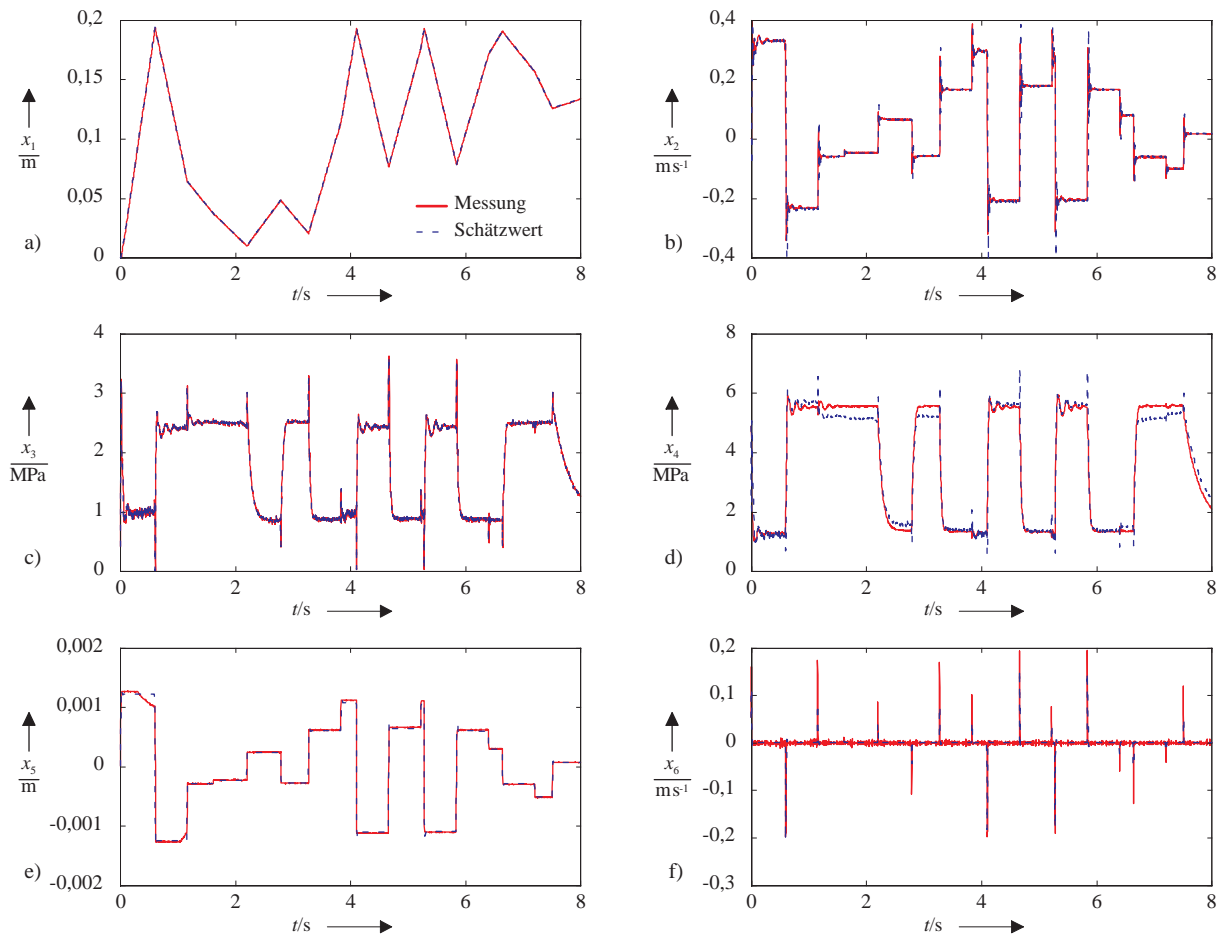


Bild A.3. Messung und Schätzwerte für die Zustandsgrößen des Differentialzylinders: Beobachter gemäß Gl. (5.5) mit dem Rückführvektor aus (A.3)