

Ein robuster Regler zur Schwingungsdämpfung elastischer Roboter mittels Polvorgabe

Jianqi Wang

Forschungsbericht Nr. 9/98

Meß-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: Im vorliegenden Forschungsbericht wird eine Methode zur robusten Bahnverfolgungsregelung für elastische Roboter entwickelt. Damit werden sowohl die Einflüsse der Unsicherheiten auf die starre, als auch auf die elastische Dynamik des Roboters berücksichtigt. Hierzu wird das Modell des betrachteten elastischen Roboters zunächst in einer Singular-Perturbation-Standardform mit Parameterunsicherheiten dargestellt. Dann wird das Robotersystem durch Verwendung der Multizeitenskalen-Multiparameter-Singular-Perturbation-Methode in einer Gruppe ordnungsreduzierter Teilsysteme mit Unsicherheiten zerlegt. Während ein für starre Roboter entwickelter robuster Bahnverfolgungsregler für das starre Teilsystem verwendet wird, wird ein Verfahren zum Reglerentwurf für die schnellen Teilsysteme mittels robuster Polvorgabe vorgestellt. Die resultierenden Regler für die schnellen Teilsysteme sind nicht nur gegen die Parameterunsicherheiten robust, sondern auch gegen die Änderung der Konfiguration des Roboters. Die Ergebnisse der Simulationsstudien und experimentellen Erprobung zeigen, daß der resultierende Regler effektiv ist.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	III
1 Einleitung	1
2 Modell elastischer Roboter	4
3 Modell in Singular-Perturbation-Form mit Parameterunsicherheiten	5
4 Systemdekomposition mittels Singular-Perturbation-Methode	9
5 Entwurf robuster Regler	12
5.1 Entwurf robuster Regler für das langsamste Untersystem	12
5.2 Entwurf robuster Regler für die Grenzschichtteilsysteme	14
5.3 Stabilität des geregelten Robotersystems	16
6 Simulationsergebnisse	19
7 Experimentelle Studien	23
7.1 Versuchsträger	23
7.2 Simulationsstudien	25
7.3 Regelungsergebnisse	27
8 Zusammenfassung und Ausblick	36
9 Literaturverzeichnis	37

Nomenklatur

Abkürzungen

DMS Dehnungsmeßstreifen

Vektoren und Matrizen

$\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))$	Systemmatrix
$\mathbf{A}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))$	i, j -te Untermatrix von $\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))$
$\mathbf{A}_{ij}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k)$	Systemmatrix
\mathbf{A}_k^0	Systemmatrix
\mathbf{A}_{kc}^0	Systemmatrix
\mathbf{a}	Vektor der Reglerparameter
$\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))$	Eingangsmatrix
$\mathbf{B}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))$	i -te Untermatrix von $\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))$
$\mathbf{B}_i^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k)$	Eingangsmatrix
\mathbf{B}_k^0	Eingangsmatrix
$\mathbf{C}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0, \dot{\mathbf{x}}_{10}^0)$	Matrix
$\mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t))$	Vektor
$\mathbf{f}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t))$	i -ter Untervektor von $\mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t))$
$\mathbf{f}_i^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k, \boldsymbol{\sigma}_2^k)$	Vektor
$\mathbf{f}_p(\boldsymbol{\sigma}_0)$	Parametervektor
$\mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$	Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte
$\mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$	Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte
$\mathbf{I}_{n \times n}$	$(n \times n)$ -Einheitsmatrix
\mathbf{K}	Reglermatrix
\mathbf{K}_d	Matrix der Differenzierbeiwerte
\mathbf{K}_e	Steifigkeitsmatrix
\mathbf{K}_k	Reglermatrix
\mathbf{K}_p	Matrix der Proportionalbeiwerte
$\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))$	Trägheitsmatrix
$\mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{q}(t))$	Trägheitsmatrix
$\mathbf{M}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t))$	Trägheitsmatrix des entsprechenden starren Roboters
\mathbf{P}	Permutationsmatrix
$\mathbf{P}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1})$	Matrix
\mathbf{Q}	Eingangsbelegungsmatrix
$\mathbf{q}(t)$	Vektor der verallgemeinerten starren und elastischen Koordinaten
\mathbf{r}	Reglervektor
$\mathbf{u}(t)$	Stellvektor
\mathbf{v}	Reglervektor
\mathbf{X}_k	Matrix
$\mathbf{x}(t)$	Zustandsvektor
$\mathbf{x}_i(t)$	i -ter Untervektor von $\mathbf{x}(t)$

$\mathbf{x}_{ij}(t)$	j -ter Untervektor von $\mathbf{x}_i(t)$
$\mathbf{x}_{ij}^k(t)$	Zustandsvektor
$\mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}^0, \dot{\mathbf{x}}_{10}^0, \ddot{\mathbf{x}}_{10}^0)$	Matrix
$\mathbf{z}_{ij}(t), \mathbf{z}_{ij}^k(t)$	Zustandsvektor
Λ	Reglermatrix
Γ_{ki}	Matrix
$\boldsymbol{\theta}^d(t)$	Sollbahnvektor
$\boldsymbol{\tau}(t)$	Gelenkmomentvektor
$\boldsymbol{\tau}^i(t)$	Gelenkmomentvektor
$\boldsymbol{\tau}_0^0(t)$	Gelenkmomentvektor
$\boldsymbol{\sigma}_i$	i -ter Unsicherheitsvektor
$\boldsymbol{\sigma}_i^k, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_i^k$	Vektor

Skalare Größen

b_m	Modellparameter
c_{1i}	Koeffizient von $\phi_{1i}(x)$
d	Dicke des Arms
EI	Biegesteifigkeit
$(EI)_i$	Biegesteifigkeit des i -ten Arms
$H(z)$	Übertragungsfunktion des Filters
h_i	i -tes Element von $\mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$
$i_a(t)$	Ausgangsstrom vom Verstärker LC 3002
J_h	Trägheitsmoment der Nabe
J_{hi}	Trägheitsmoment der i -ten Nabe
J_{Li}	nominaler Wert des Trägheitsmoments der Nutzlast des i -ten Arms
J_m	Trägheitsmoment der Motorwelle
J_p	Trägheitsmoment der Nutzlast
k_{DMS}	„ k -Faktor“ des DMS
k_{e1i}	i -tes Diagonalelement von \mathbf{K}_e
k_M	Drehmomentkonstante des Motors
l	Länge des Armes
l_h	Länge der Nabe
l_i	Länge des i -ten Arms
l_p	Abstand vom Armende zum Schwerpunkt der Nutzlast
M_{ij}	i, j -tes Element von $\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))$
M_{Li}	nominaler Wert der Masse der Nutzlast des i -ten Arms
M_R	Reibungsmoment
M_{Rv}	Moment der viskosen Reibung
M_{RC}	Moment der Coulomb'schen Reibung
m	Anzahl der Ansatzfunktionen pro Glied
m_{hi}	Masse der i -ten Nabe

m_p	Masse der Nutzlast
m_p^0	nominaler Wert der Nutzlastmasse
n	Anzahl der Gelenke
n_{g1}	Untersetzungsverhältnis des Getriebes
n_{ZK}	Ausgang der Zählerkarte
t	Zeit
t_{id}	Zeit bis zum Erreichen einer Soll-Endposition des i -ten Gelenks
U_B	Brückenspeisespannung
U_{di}	Ausgang des i -ten A/D-Wandlers
$u_a(t)$	Eingangsspannung vom Verstärker LC 3002
$u^0(t), \hat{u}^i(t), u_R(t)$	Stellgrößen
V, V_i	Ljapunovfunktionen
v_{ij}	Modellparameter
$w_1(x, t)$	Auslenkung des Arms
$\delta_{ij}(t)$	j -te elastische Koordinate des i -ten Arms
η_{g1}	Wirkungsgrad des Getriebes
$\varepsilon_i, \varepsilon_i^*$	i -ter kleiner Konstante
$\theta_i(t)$	i -ter Gelenkwinkel
$\theta_i^d(t)$	Sollbahn des i -ten Gelenks
θ_{if}	Soll-Endposition des i -ten Gelenks
$\tau_i(t)$	Moment des i -ten Gelenks
μ_i	i -ter Singular-Perturbation-Parameter
λ_{ij}	Frequenz der j -ten Ansatzfunktion des i -ten Arms
λ_{ij}^k	Eigenwert
ϵ	kleiner positiver Parameter
ρ	Masse pro Längeneinheit des Arms
ρ_i	Masse pro Längeneinheit des i -ten Arms
ρ_σ	positiver Parameter
$\kappa_F(X_k)$	Funktion
ξ_{ki}	Dämpfungsrad
$\phi_{ij}(x)$	j -te Eigenfunktion des i -ten Arms
$\phi_{ij,e}$	Wert der j -ten Eigenfunktion des i -ten Arms am Armende
$\phi'_{ij,e}$	Wert der Ableitung von $\phi_{ij,e}$
χ_i	kleiner positiver Parameter
ω_{ki0}	Kreisfrequenz der elastischen Schwingung

Operatoren

$ \cdot $	Betragsfunktion
$\ \cdot\ $	Frobenius-Norm
eig	Eigenwerte
Im	Imaginärteil

$\mathcal{O}(\cdot)$	Ordnung „groß O“
$\mathcal{o}(\cdot)$	Ordnung „klein o“
$\dot{(\cdot)}$	zeitliche Ableitung
$(\cdot)'$	partielle Ableitung nach x
\sum	Summation
\prod	Produkt
$\bar{(\cdot)}$	nominaler Wert oder langsamer Anteil
$\hat{(\cdot)}$	schneller Anteil
$\tilde{(\cdot)}$	Abweichung
$(\cdot)^*$	Umsortieren

Mengen

\mathbb{R} Menge der reellen Zahlen

1 Einleitung

Im allgemeinen sind bei Handhabungsaufgaben von Robotern die tatsächlichen Werte der Masse und des Trägheitsmoments der Nutzlast im voraus unbekannt oder während der Durchführung veränderlich. Aus diesem und weiteren Gründen, die nicht erläutert werden sollen, wird ein Roboter durch eine Gruppe nichtlinearer Differentialgleichungen mit unsicheren Parametern modelliert. Für einen starren Roboter kann man eine nominale Eingangsmatrix auswählen, so daß die Unsicherheiten angepaßt werden. Deshalb sind die von Corless und Leitmann (1981), Gutman (1979), Leitmann (1979 und 1981) und Chen (1986) erarbeiteten deterministischen Methoden verwendbar, um einen robusten Regler für den starren Roboter auszulegen (Chen und Pandey 1990, Osman und Roberts 1995, Shoureshi u. a. 1987, Spong 1992, Wang und Wend 1997a). Da die Anzahl der verallgemeinerten starren und elastischen Koordinaten vom Modell eines elastischen Roboters größer als die Anzahl der Stellgrößen ist, können die Unsicherheiten im Modell des elastischen Roboters im allgemeinen nicht mit einer nominalen Eingangsmatrix angepaßt werden. Deshalb lassen sich die deterministischen Methoden dazu jedoch nicht unmittelbar für einen elastischen Roboter verwenden.

Korolov und Chen (1989) haben ein Verfahren zum Entwurf eines robusten Reglers für einen einachsigen elastischen Roboter mittels der von Barmish und Leitmann (1982) und Chen und Leitmann (1987) erweiterten deterministischen Methoden vorgestellt. Obwohl das erweiterte deterministische Reglerentwurfsverfahren manche nicht angepaßte Unsicherheiten ohne Verletzung der Stabilität des geregelten Systems tolerieren kann, ist die erlaubte Grenze der nicht angepaßten Unsicherheiten im allgemeinen zu gering. Außerdem haben sie nur ein lineares Modell des Roboters berücksichtigt. Yuan u. a. (1990) haben zunächst jeden Arm eines zweigliedrigen elastischen Roboters als ein Teilsystem betrachtet. Unter der Voraussetzung, daß die Unsicherheiten der Teilsysteme mit einer nominalen Eingangsmatrix angepaßt werden können, haben sie anschließend ein Verfahren mit Hilfe der deterministischen Methode zum Entwurf einer dezentralen Regelung für diesen elastischen Roboter entwickelt. Da die Anzahl der verallgemeinerten starren und elastischen Koordinaten der Teilsysteme immer noch größer als die Anzahl der Stellgrößen ist, kann diese Voraussetzung für die meisten elastischen Roboter offensichtlich nicht erfüllt werden. Die von Nathan und Singh (1991 und 1992) vorgestellten Entwurfsverfahren robuster Regler werden in zwei Phasen unterteilt. Eine ist die Auslegung eines starren robusten Reglers für die Gelenkbewegung. Die andere ist einen Regler für die Dämpfung der elastischen Schwingung mit Hilfe des Modells des durch den starren Regler geschlossenen Gesamtsystems zu entwerfen. Bei der zweiten Phase werden die Einflüsse der Unsicherheiten aber nicht berücksichtigt.

Im Hinblick auf die Multizeitskalen elastischer Roboter werden die Singular-Perturbation-Methode und das Verfahren mittels Integralmannigfaltigkeit als wirksame Werkzeuge zur Analyse und zum Reglerentwurf für elastische Roboter betrachtet (Lin und Lewis 1994,

Schoenwald und Özgüner 1996, Siciliano und Book 1988, Siciliano u. a. 1992, Wang und Wend 1998a, Zaad und Khorasani 1996). Mittels der Singular-Perturbation-Methode haben Siciliano und Book (1988) ein endlich dimensionales Modell eines elastischen Roboters in zwei ordnungsreduzierte Teilsysteme zerlegt: Ein quasistationäres Teilsystem und ein Grenzschichtteilsystem. Für das quasistationäre Teilsystem ist ein nichtlinearer Regler, dem die Dynamik des entsprechend starren Roboters zugrunde liegt, ausgelegt. Zur Dämpfung der elastischen Schwingung wird der Zustandsvektor des Grenzschichtteilsystems über eine konstante Reglermatrix zurückgeführt. Diese Arbeit wird in Siciliano u. a. (1992) auf eine Rückführung des Ausgangsvektors des Grenzschichtteilsystems erweitert. Durch Verwendung der Multizeitskalen-Multiparameter-Singular-Perturbation-Methode haben Wang und Wend (1998a) ein Verfahren zur Regelung elastischer Roboter vorgestellt. In Khorrami (1989) wird die Singular-Perturbation-Methode zur Analyse elastischer Robotersysteme, die in einem unendlich dimensionalen Modell dargestellt werden, verwendet. Auf der Basis dieser Analyse wird eine Regelungsstrategie mit Hilfe eines verteilten Stellglieds für die Dämpfung der elastischen Schwingungen entwickelt (Schoenwald und Özgüner 1996). Um das lineare Modell eines einachsigen elastischen Roboters in exaktere Teilsysteme zu zerlegen, haben Zaad und Khorasani (1996) das Verfahren mittels Integralmannigfaltigkeit verwendet. Dieses Verfahren ist besonders effektiv, wenn die Singular-Perturbation-Parameter nicht klein genug sind. In Moallem u. a. (1997) wird eine nichtlineare Regelungsstrategie zur Bahnverfolgung des Endeffektors eines multiachsigen elastischen Roboters vorgestellt. Dabei haben sie die gleichen Grundgedanken wie die in Zaad und Khorasani (1996) verwendet; sie gehen aber von einem nichtlinearen Modell aus. Auf der Basis einer Singular-Perturbation-Analyse haben Lucibello u. a. (1997) eine lernende Regelung zur Positionierung eines zweigliedrigen Roboters, dessen zweiter Arm elastisch ist, erarbeitet. Morita u. a. (1996) haben eine Schätzungsmethode für die elastische Auslenkung die Singular-Perturbation-Methode zugrunde gelegt. Durch Verwendung der Singular-Perturbation-Methode haben Lin und Lewis (1994) einen langsamen/schnellen Kalman-Filter mit einer verbesserten Leistung für elastische Roboter entwickelt. Jedoch basieren alle diese Arbeiten auf der Annahme, daß die betrachteten elastischen Robotersysteme keine Unsicherheiten besitzen.

Obwohl es notwendig ist, die Unsicherheiten bei dem Entwurf robuster Regler für elastische Roboter mittels der Singular-Perturbation-Methode mit zu berücksichtigen, wird dies nur sehr selten getan. Durch Verwendung des Verfahrens mittels Integralmannigfaltigkeit haben Morita u. a. (1997) das Modell elastischer Roboter in ein langsames und ein schnelles Teilsystem zerlegt. Robuste Regler gegen die strukturierten und die unstrukturierten Unsicherheiten werden dann für das langsame bzw. das schnelle Teilsystem ausgelegt. Zur Berechnung der Integralmannigfaltigkeit haben sie jedoch die nominalen Werte der physikalischen Parameter benutzt, d.h. die Einflüsse der physikalischen Parameterunsicherheiten auf die Integralmannigfaltigkeit werden nicht berücksichtigt. Außerdem haben sie angenommen, daß die physikalischen Parameterunsicherheiten kei-

nen Einfluß auf das schnelle Teilsystem haben. Dies stimmt mit den Tatsachen nicht überein, da die Eigenfrequenzen und Eigenfunktionen der elastischen Schwingung eines elastischen Roboters von deren Nutzlast und Konfiguration abhängig sind. Wang und Wend (1997b) haben ein Verfahren für robuste Regelung eines eingliedriegen elastischen Roboters mit Hilfe der Singular-Perturbation-Methode für Systeme mit Parameterunsicherheiten (Corless u. a. 1993) vorgestellt. Im vorliegenden Forschungsbericht wird ein neues Entwurfsverfahren für die robuste Bahnverfolgungsregelung elastischer Roboter mittels der Multizeitskalen-Multiparameter-Singular-Perturbation-Methode dargestellt. Dabei werden nicht nur die Einflüsse der Parameterunsicherheiten auf das langsame bzw. die schnellen Teilsysteme, sondern auch die Einflüsse der Konfiguration des Roboters auf die schnellen Teilsysteme berücksichtigt.

Im einzelnen gliedert sich der Inhalt der Arbeit wie folgt: Im Abschnitt 2 wird ein dynamisches Modell des betrachteten elastischen Roboters gegeben. Dieses Modell wird in eine Singular-Perturbation-Standardform mit Parameterunsicherheiten im Abschnitt 3 dargestellt. Im Abschnitt 4 wird das Robotersystem mit Hilfe der Multizeitskalen-Multiparameter-Singular-Perturbation-Methode in einer Gruppe von ordnungsreduzierten Teilsysteme zerlegt. Auf der Basis der im Abschnitt 4 resultierenden Teilsysteme wird ein Entwurfsverfahren für die robuste Bahnverfolgungsregelung des elastischen Roboters im Abschnitt 5 entwickelt. Für die Gelenkbewegung wird eine für starre Roboter entwickelte robuste Regelung verwendet. Für die Dämpfungen der elastischen Schwingungen wird eine Reglerentwurfsmethode mittels robuster Polvorgabe vorgestellt. Hier wird gleichzeitig die Stabilität des geregelten elastischen Robotersystems berücksichtigt. Abschnitt 6 zeigt Simulationsstudien. Im Abschnitt 7 wird das vorgestellte Verfahren experimentell verifiziert. Der Bericht schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf Ziele zukünftiger Forschungen ab.

2 Modell elastischer Roboter

Betrachtet wird ein elastischer Roboter, der aus n elastischen Armsegmenten besteht, die miteinander durch rotatorische Gelenke in einer Reihe verbunden werden. Wir beschränken uns auf einen sich nur in der horizontalen Ebene bewegendem Roboter. Das Moment des i -ten Gelenks wird mit $\tau_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) bezeichnet. Unter den vereinfachenden Annahmen, daß:

- die Verformung jedes elastischen Arms nur durch reine Biegung hervorgerufen wird, die in einer horizontalen Ebene ist und es sich bei den Armen um Euler-Bernoulli-Balken handelt,
- die Deformation jedes elastischen Arms nach dem Ritzansatz diskretisiert werden kann. Als Ansatzfunktionen werden die ersten m Eigenfunktionen eines nicht rotierenden, einseitig fest eingespannten Balkens, an dessen Ende eine Nutzlast befestigt ist, gewählt. Zur Ermittlung der Ansatzfunktionen werden die nominalen Werte der Masse und des Trägheitsmoments der Nutzlast verwendet,
- die Coulomb'sche und viskose Reibung in den Gelenken sowie die Strukturdämpfung des Arms vernachlässigbar sind,

stellen sich die Bewegungsgleichungen dieses Roboters mit Hilfe des Lagrange-Verfahrens zweiter Art wie folgt dar (De Luca und Siciliano 1991, Siciliano und Book 1988):

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) + \mathbf{K}_e \mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}\boldsymbol{\tau}(t). \quad (2.1)$$

$\mathbf{q}(t)$ ist dabei der Vektor der verallgemeinerten starren und elastischen Koordinaten und ergibt sich zu

$$\mathbf{q}(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_n(t), \delta_{11}(t), \delta_{12}(t), \dots, \delta_{1m}(t), \delta_{21}(t), \delta_{22}(t), \dots, \delta_{2m}(t), \dots, \delta_{n1}(t), \delta_{n2}(t), \dots, \delta_{nm}(t)]^T.$$

$\theta_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) sind die Gelenkwinkel, $\delta_{ij}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$) sind die j -ten elastischen Koordinaten des i -ten Armes. $\boldsymbol{\tau}(t) = [\tau_1(t), \tau_2(t), \dots, \tau_n(t)]^T$ ist der Gelenkmomentvektor und die übrigen Matrizen und Vektoren in Gl. (2.1) sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}(t)) &: (m+1)n \times (m+1)n \text{ positiv definite, symmetrische} \\ &\quad \text{Trägheitsmatrix,} \\ \mathbf{h}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) &: (m+1)n\text{-Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte,} \\ \mathbf{K}_e &: (m+1)n \times (m+1)n \text{ Steifigkeitsmatrix,} \\ \mathbf{Q} = [\mathbf{I}_{n \times n}, \mathbf{0}_{n \times mn}]^T &: \text{Eingangsbelegungsmatrix.} \end{aligned}$$

3 Modell in Singular-Perturbation-Form mit Parameterunsicherheiten

Da die tatsächlichen Werte der Masse und des Trägheitsmoments der Nutzlast im allgemeinen im voraus unbekannt oder veränderlich sind, sollen sie als unsichere Parameter betrachtet werden. Die Grenzen, in denen die Parameterwerte variieren, können aber als bekannt angenommen werden. Wird der Vektor aus diesen unsicheren Parametern mit $\boldsymbol{\sigma}_0$ bezeichnet, kann System aus Gl. (2.1) wie folgt dargestellt werden:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{q}(t))\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) + \mathbf{K}_e \mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}\boldsymbol{\tau}(t). \quad (3.1)$$

Da die nominalen Werte der Masse und des Trägheitsmoments der Nutzlast zur Ermittlung der Ansatzfunktionen verwendet werden, haben die Parameterunsicherheiten keinen Einfluß auf \mathbf{K}_e .

Gl. (3.1) bildet ein nichtlineares Modell für elastische Roboter mit Parameterunsicherheiten. Das Anliegen des Beitrages besteht darin, einen robusten Regler für das System (3.1) zu entwerfen, der die Stabilität des geregelten Robotersystems bei Anwesenheit von Unsicherheiten gewährleistet. Da die Anzahl der verallgemeinerten starren und elastischen Koordinaten größer als die Anzahl der Stellgrößen ist, können die Unsicherheiten im allgemeinen nicht mit einer nominalen Eingangsmatrix angepaßt werden (mismatched) (Chen 1986). Deshalb lassen sich die von Corless und Leitmann (1981), Gutman (1979), Leitmann (1979 und 1981) und Chen (1986) erarbeiteten deterministischen Methoden dazu nicht unmittelbar verwenden. Obwohl das von Barmish und Leitmann (1982) und Chen und Leitmann (1987) erweiterte deterministische Reglerentwurfverfahren manche nicht angepaßte Unsicherheiten ohne Verletzung der Stabilität des geregelten Systems tolerieren kann, ist deren erlaubte Höchstgrenze im allgemeinen zu gering. Die sogenannte Riccati-Gleichung-Reglerentwurfsmethode (Petersen und Hollot 1986, Schmitendorf 1988) hat keine explizite Anforderung an die Erfüllung der anpassenden Bedingungen. Die Existenz von Lösungen für die entsprechende Riccati-Gleichung können aber bei der Verletzung dieser Bedingungen nicht gewährleistet werden. Wie von Wang (1998a) gezeigt, kann das System (3.1) für viele elastische Roboter als ein System mit $(m + 1)$ -Zeitskalen betrachtet werden. Darauf basierend wird nun ein neues Verfahren zum Entwurf robuster Regler für elastische Roboter entwickelt.

Wir führen einen neuen Vektor der verallgemeinerten starren und elastischen Koordinaten

$$\mathbf{q}^*(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_n(t), \delta_{11}(t), \delta_{21}(t), \dots, \delta_{n1}(t), \delta_{12}(t), \delta_{22}(t), \dots, \delta_{n2}(t), \dots, \delta_{1m}(t), \delta_{2m}(t), \dots, \delta_{nm}(t)]^T$$

durch ein Umsortieren des Vektors $\mathbf{q}(t)$ ein. Dabei sind $\mathbf{q}^*(t)$ und $\mathbf{q}(t)$ durch

$$\mathbf{q}^*(t) = \mathbf{P}^T \mathbf{q}(t) \quad (3.2)$$

verknüpft, wobei \mathbf{P} eine Permutationsmatrix ist. Entsprechend gilt

$$\mathbf{M}^*(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{q}^*(t))\ddot{\mathbf{q}}^*(t) + \mathbf{h}^*(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{q}^*(t), \dot{\mathbf{q}}^*(t)) + \mathbf{K}_e^* \mathbf{q}^*(t) = \mathbf{Q}\boldsymbol{\tau}(t). \quad (3.3)$$

Dabei sind

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^*(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{q}^*(t)) &= \mathbf{P}^T \mathbf{M}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{P}\mathbf{q}^*(t))\mathbf{P}, \\ \mathbf{h}^*(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{q}^*(t), \dot{\mathbf{q}}^*(t)) &= \mathbf{P}^T \mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{P}\mathbf{q}^*(t), \mathbf{P}\dot{\mathbf{q}}^*(t)), \\ \mathbf{K}_e^* &= \mathbf{P}^T \mathbf{K}_e \mathbf{P}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Das System aus Gl. (3.3) wird nun in Zustandsraumdarstellung überführt. Der Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$ des Systems wird aus $\mathbf{q}^*(t)$ und seiner ersten zeitlichen Ableitung $\dot{\mathbf{q}}^*(t)$ gebildet:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^*(t) \\ \dot{\mathbf{q}}^*(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{n(m+1)} \quad (i = 1, 2). \quad (3.5)$$

Aus (3.3) und (3.5) folgt

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1(t) &= \mathbf{x}_2(t), \\ \dot{\mathbf{x}}_2(t) &= \mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)) + \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))\boldsymbol{\tau}(t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)) &= -[\mathbf{M}^*(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))]^{-1} \mathbf{h}^*(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)), \\ \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) &= -[\mathbf{M}^*(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))]^{-1} \mathbf{K}_e^*, \\ \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) &= [\mathbf{M}^*(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t))]^{-1} \mathbf{Q}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Wie Fraser und Daniel (1991), Wang (1996) sowie Zaad und Khorasani (1996) gezeigt haben, werden die Eigenwerte des linearisierten Modells des Systems (3.6) von Nullen und rein imaginären Zahlen gebildet, wenn $\boldsymbol{\sigma}_0$ den nominalen Wert annimmt. Diese Eigenwerte werden mit $\{\lambda_{ij}^k, i = 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, \dots, m; k = 1, 2\}$ bezeichnet. Wir beschränken uns dabei auf den Roboter, der die folgende Annahme erfüllt.

Annahme 3.1: Die Eigenwerte des linearisierten Modells des Systems (3.6) können nach dem Betrag ihres Imaginärteils in die folgenden $m+1$ Gruppen eingeteilt werden: $\{\lambda_{i_0}^k, i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2\}$, $\{\lambda_{i_1}^k, i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2\}$, \dots , $\{\lambda_{i_m}^k, i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2\}$. Die Beträge der Imaginärteile der verschiedenen Eigenwerte innerhalb einer Gruppe haben die gleiche Größenordnung, also:

$$\frac{\lambda_{i_1 j}^{k_1}}{\lambda_{i_2 j}^{k_2}} = \mathcal{O}(1), \quad i_1, i_2 = 1, 2, \dots, n; k_1, k_2 = 1, 2; j = 1, 2, \dots, m. \quad (3.8)$$

Dabei heißt $\mathcal{O}(\cdot)$ von der Ordnung „groß O“. Dagegen unterscheiden sich die Beträge der Imaginärteile der Eigenwerte von verschiedenen Gruppen stark. Diese Gruppen sind so angeordnet, daß

$$\frac{\lambda_{i_1 j}^{k_1}}{\lambda_{i_2(j+1)}^{k_2}} = \mathcal{o}(1), \quad i_1, i_2 = 1, 2, \dots, n; k_1, k_2 = 1, 2; j = 0, 1, \dots, m-1. \quad (3.9)$$

$\mathfrak{o}(\cdot)$ bezeichnet die Ordnung „klein o“.

Bemerkung 3.1: Wie Fraser und Daniel (1991), Wang (1996) sowie Zaad und Khorasani (1996) gezeigt haben, ist diese Annahme bei vielen Robotern mit elastischen homogenen Armen erfüllt.

Weil die Imaginärteile dieser Eigenwerte für die Schwingungsfrequenz des Systems (3.6) zuständig sind, erkennen wir aus Chow u. a. (1978), daß das System (3.6) mittels der Singular-Perturbation-Methode behandelt werden kann. Es handelt sich bei dem System (3.6) um ein System mit $m+1$ -Zeitskalen (Ladde und Siljak 1983). Nun wird dieses System in einer Multiparameter-Multizeitskalen-Singular-Perturbation-Form dargestellt. Dazu werden zunächst μ_j ($j = 1, 2, \dots, m$) als der Kehrwert des geometrischen Mittels der Absolutwerte der Imaginärteile der Eigenwerte von der Gruppe $\{\lambda_{ij}^k \ (i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2)\}$ definiert:

$$\mu_j = \frac{1}{\sqrt[2n]{\prod_{i=1}^n \prod_{k=1}^2 |\operatorname{Im}(\lambda_{ij}^k)|}}, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (3.10)$$

Für die folgenden Betrachtungen werden

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(t) &= [\mathbf{x}_{10}(t), \mathbf{x}_{11}(t), \dots, \mathbf{x}_{1m}(t)]^T, \\ \mathbf{x}_2(t) &= [\mathbf{x}_{20}(t), \mathbf{x}_{21}(t), \dots, \mathbf{x}_{2m}(t)]^T, \end{aligned} \quad \mathbf{x}_{ij}(t) \in \mathbb{R}^n, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)) \\ \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)) \\ \vdots \\ \mathbf{f}_m(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)) \in \mathbb{R}^n, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{00}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) & \mathbf{A}_{01}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) & \cdots & \mathbf{A}_{0m}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) \\ \mathbf{A}_{10}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) & \mathbf{A}_{11}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) & \cdots & \mathbf{A}_{1m}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{m0}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) & \mathbf{A}_{m1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) & \cdots & \mathbf{A}_{mm}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) \\ \mathbf{B}_1(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) \\ \vdots \\ \mathbf{B}_m(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3.14)$$

angesetzt und es werden

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{1i}(t) &= \frac{1}{\mu_i} \mathbf{x}_{1i}(t), \\ \mathbf{z}_{2i}(t) &= \frac{1}{\mu_i} \mathbf{x}_{2i}(t), \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.15)$$

eingeführt. Durch Einsetzen von (3.11) bis (3.15) in (3.6) läßt sich System (3.6) in folgender Multizeitskalen-Singular-Perturbation-Form darstellen:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_{10}(t) &= \mathbf{x}_{20}(t), \\ \dot{\mathbf{x}}_{20}(t) &= \mathbf{f}_0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) + \sum_{j=1}^m \mu_j^2 \mathbf{A}_{0j}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) \mathbf{z}_{1j}(t) + \mathbf{B}_0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) \boldsymbol{\tau}(t),\end{aligned}\quad (3.16)$$

$$\begin{aligned}\mu_i \dot{\mathbf{z}}_{1i}(t) &= \mathbf{z}_{2i}(t), \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ \mu_i \dot{\mathbf{z}}_{2i}(t) &= \mathbf{f}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) + \sum_{j=1}^m \mu_j^2 \mathbf{A}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) \mathbf{z}_{1j}(t) + \mathbf{B}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) \boldsymbol{\tau}(t)\end{aligned}\quad (3.17)$$

mit

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}_1 &= [\mathbf{x}_{10}(t), \mu_1^2 \mathbf{z}_{11}(t), \mu_2^2 \mathbf{z}_{12}(t), \dots, \mu_m^2 \mathbf{z}_{1m}(t)]^T, \\ \boldsymbol{\sigma}_2 &= [\mathbf{x}_{20}(t), \mu_1 \mathbf{z}_{21}(t), \mu_2 \mathbf{z}_{22}(t), \dots, \mu_m \mathbf{z}_{2m}(t)]^T.\end{aligned}\quad (3.18)$$

Dabei werden $\mathbf{A}_{i0}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_1(t)) = \mathbf{0}$ ($i = 0, 1, \dots, m$) verwendet.

Da die Parameter μ_i ($i = 1, 2$) auf der linken Seite von Gl. (3.17) und auf der rechten Seite von Gl. (3.16)-(3.17) stehen, ist das System nicht nur ein nichtsingulär gestörtes System, sondern auch ein singulär gestörtes System.

4 Systemdekomposition mittels Singular-Perturbation-Methode

Gestützt auf die Multiparameter-Multizeitskalen-Singular-Perturbation-Methode (Ladde und Siljak 1983) wird der folgende rekursive Algorithmus zur Dekomposition des Systems aus Gl. (3.16) und (3.17) vorgestellt:

Algorithmus 4.1

1. Initialisierung:

$$\begin{aligned}
k &= m, \\
\mathbf{x}_{i0}^m(t) &= \mathbf{x}_{i0}(t), & i = 1, 2, \\
\mathbf{z}_{ij}^m(t) &= \mathbf{z}_{ij}(t), & i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, m, \\
\boldsymbol{\tau}^m(t) &= \boldsymbol{\tau}(t), \\
\boldsymbol{\sigma}_i^m &= \boldsymbol{\sigma}_i, & i = 1, 2, \\
\mathbf{f}_i^m(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^m, \boldsymbol{\sigma}_2^m) &= \mathbf{f}_0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2), & i = 0, 1, \dots, m, \\
\mathbf{A}_{ij}^m(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^m) &= \mu_j^2 \mathbf{A}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1), & i = 0, 1, \dots, m; j = 1, 2, \dots, m, \\
\mathbf{B}_i^m(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^m) &= \mathbf{B}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1), & i = 0, 1, \dots, m.
\end{aligned} \tag{4.1}$$

2. Das System mit $(k + 1)$ -Zeitskalen wird wie folgt dargestellt:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}_{10}^k(t) &= \mathbf{x}_{20}^k(t), \\
\dot{\mathbf{x}}_{20}^k(t) &= \mathbf{f}_0^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k, \boldsymbol{\sigma}_2^k) + \sum_{j=1}^k \mathbf{A}_{0j}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k) \mathbf{z}_{1j}^k(t) + \mathbf{B}_0^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k) \boldsymbol{\tau}^k(t),
\end{aligned} \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned}
\mu_i \dot{\mathbf{z}}_{1i}^k(t) &= \mathbf{z}_{2i}^k(t) & i = 1, 2, \dots, k, \\
\mu_i \dot{\mathbf{z}}_{2i}^k(t) &= \mathbf{f}_i^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k, \boldsymbol{\sigma}_2^k) + \sum_{j=1}^k \mathbf{A}_{ij}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k) \mathbf{z}_{1j}^k(t) + \mathbf{B}_i^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^k) \boldsymbol{\tau}^k(t).
\end{aligned} \tag{4.3}$$

3. Da $\mathbf{A}_{kk}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1})$ nicht singulär ist, kann das System aus Gl. (4.2) und (4.3) mit Bezug auf die μ_k -Zeitskala mittels Singular-Perturbation-Methode, d.h. mit $\mu_k = 0$ anstelle des wahren Wertes, in die folgenden zwei Teilsysteme zerlegt werden (Kokotovic u. a. 1986):

- das μ_k -Zeitskala quasistationäre Teilsystem:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}_{10}^{k-1}(t) &= \mathbf{x}_{20}^{k-1}(t), \\
\dot{\mathbf{x}}_{20}^{k-1}(t) &= \mathbf{f}_0^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}, \boldsymbol{\sigma}_2^{k-1}) + \sum_{j=1}^{k-1} \mathbf{A}_{0j}^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \mathbf{z}_{1j}^{k-1}(t) \\
&\quad + \mathbf{B}_0^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \boldsymbol{\tau}^{k-1}(t),
\end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
\mu_i \dot{\mathbf{z}}_{1i}^{k-1}(t) &= \mathbf{z}_{2i}^{k-1}(t), \\
\mu_i \dot{\mathbf{z}}_{2i}^{k-1}(t) &= \mathbf{f}_i^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}, \boldsymbol{\sigma}_2^{k-1}) + \sum_{j=1}^{k-1} \mathbf{A}_{ij}^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \mathbf{z}_{1j}^{k-1}(t) \\
&\quad + \mathbf{B}_i^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \boldsymbol{\tau}^{k-1}(t), \quad i = 1, 2, \dots, k-1, \\
\dot{\bar{\mathbf{z}}}_{1k}^k(t) &= - \left[\mathbf{A}_{kk}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \right]^{-1} \left[\mathbf{f}_k^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}, \boldsymbol{\sigma}_2^{k-1}) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{j=1}^{k-1} \mathbf{A}_{kj}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \mathbf{z}_{1j}^{k-1}(t) + \mathbf{B}_k^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \boldsymbol{\tau}^{k-1}(t) \right], \\
\dot{\bar{\mathbf{z}}}_{2k}^k(t) &= 0.
\end{aligned} \tag{4.5}$$

- das μ_k -Zeitskala Grenschichtteilsystem:

$$\begin{aligned}
\mu_k \dot{\hat{\mathbf{z}}}_{1k}^k(t) &= \hat{\mathbf{z}}_{2k}^k(t), \\
\mu_k \dot{\hat{\mathbf{z}}}_{2k}^k(t) &= \mathbf{A}_{kk}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \hat{\mathbf{z}}_{1k}^k(t) + \mathbf{B}_k^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \hat{\boldsymbol{\tau}}^k(t).
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Dabei gilt:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\sigma}_1^{k-1} &= \left[\mathbf{x}_{10}^{k-1}(t), \mu_1^2 \mathbf{z}_{11}^{k-1}(t), \dots, \mu_{k-1}^2 \mathbf{z}_{1(k-1)}^{k-1}(t), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0} \right]^T, \\
\boldsymbol{\sigma}_2^{k-1} &= \left[\mathbf{x}_{20}^{k-1}(t), \mu_1 \mathbf{z}_{21}^{k-1}(t), \dots, \mu_{k-1} \mathbf{z}_{2(k-1)}^{k-1}(t), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0} \right]^T,
\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_i^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}, \boldsymbol{\sigma}_2^{k-1}) &= \mathbf{f}_i^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}, \boldsymbol{\sigma}_2^{k-1}) - \mathbf{A}_{ik}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \\
&\quad \cdot \left[\mathbf{A}_{kk}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \right]^{-1} \mathbf{f}_k^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}, \boldsymbol{\sigma}_2^{k-1}), \\
\mathbf{A}_{ij}^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) &= \mathbf{A}_{ij}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) - \mathbf{A}_{ik}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \\
&\quad \cdot \left[\mathbf{A}_{kk}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \right]^{-1} \mathbf{A}_{kj}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}), \\
\mathbf{B}_i^{k-1}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) &= \mathbf{B}_i^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) - \mathbf{A}_{ik}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \\
&\quad \cdot \left[\mathbf{A}_{kk}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}) \right]^{-1} \mathbf{B}_k^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}), \\
&\quad i = 0, 1, \dots, k-1; \quad j = 1, 2, \dots, k-1.
\end{aligned} \tag{4.9}$$

$\mathbf{x}_{i0}^{k-1}(t)$ bzw. $\mathbf{z}_{ij}^{k-1}(t)$ ($i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k-1$) bezeichnen den langsamen Teil von $\mathbf{x}_{i0}^k(t)$ bzw. $\mathbf{z}_{ij}^k(t)$. $\boldsymbol{\tau}^{k-1}(t)$ und $\hat{\boldsymbol{\tau}}^k(t)$ bezeichnen den langsamen und schnellen Teil von $\boldsymbol{\tau}^k(t)$. $\bar{\mathbf{z}}_{ik}^k(t)$ und $\hat{\mathbf{z}}_{ik}^k(t)$ ($i = 1, 2$) bezeichnen den langsamen und schnellen Teil von $\mathbf{z}_{ik}^k(t)$. Es ergibt sich (Kokotovic u. a. 1986):

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_{i0}^k(t) &= \mathbf{x}_{i0}^{k-1}(t) + \mathbf{O}(\varepsilon_k), & i = 1, 2, \\
\mathbf{z}_{ij}^k(t) &= \mathbf{z}_{ij}^{k-1}(t) + \mathbf{O}(\varepsilon_k), & i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, k-1, \\
\mathbf{z}_{ik}^k(t) &= \bar{\mathbf{z}}_{ik}^k(t) + \hat{\mathbf{z}}_{ik}^k(t) + \mathbf{O}(\varepsilon_k), & i = 1, 2, \\
\boldsymbol{\tau}^k(t) &= \boldsymbol{\tau}^{k-1}(t) + \hat{\boldsymbol{\tau}}^k(t) + \mathbf{O}(\varepsilon_k).
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Dabei ist

$$\varepsilon_k = \begin{cases} \mu_1, & k = 1, \\ \frac{\mu_k}{\mu_{k-1}}, & k = 2, 3, \dots, m. \end{cases} \tag{4.11}$$

4. Setze $k := k - 1$.
5. Wenn $k > 0$, dann gehe zu Punkt 2, sonst gehe zu Punkt 6.
6. Ende.

Durch Verwendung von Algorithmus 4.1 wird das System (3.16)-(3.17) in $m + 1$ Teilsysteme zerlegt. Die Dynamik der langsameren Teilsysteme hat Einfluß auf die schnelleren Teilsysteme. Dagegen beeinflußt die Dynamik der schnelleren Teilsysteme die langsameren Teilsysteme nicht. Für $k = 1$ stellt Gl. (4.4) das langsamste Systemverhalten vom System (3.16)-(3.17) dar. Dies entspricht den Bewegungsgleichungen des entsprechenden starren Roboters. Für $k = 1, 2, \dots, m$ beschreibt Gl. (4.7) das μ_1 -, μ_2 -, \dots , μ_m -Zeitskala Grenzschichtteilsystem von System (3.16)-(3.17), welches lediglich grenzstabil ist. Aus $\hat{\mathbf{z}}_{ik}^k(t)$ und der durch (4.6) gegebenen $\bar{\mathbf{z}}_{ik}^k(t)$ können die elastischen Koordinaten $\mathbf{x}_{ik}(t)$ ($i = 1, 2; k = 1, 2, \dots, m$) gebildet werden. Bei jedem Teilsystem ist die Anzahl der Ausgangsgrößen gleich der Anzahl der Stellgrößen, deshalb können die Unsicherheiten angepaßt werden, dies hat den Reglerentwurf vereinfacht. Auf der Basis dieser Teilsysteme wird im nächsten Abschnitt auf den Entwurf der robusten Regler für den betrachteten Roboter eingegangen.

5 Entwurf robuster Regler

Wie im letzten Abschnitt gezeigt, wird der Gelenkmomentvektor $\boldsymbol{\tau}(t)$ durch die Systemdekomposition mittels Multiparameter-Singular-Perturbation-Methode in $(m+1)$ -Anteile aufgespalten. Aus (4.10) läßt sich eine einfache Gleichung für den Gesamtregler angeben:

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \boldsymbol{\tau}^0(t) + \hat{\boldsymbol{\tau}}^1(t) + \hat{\boldsymbol{\tau}}^2(t) + \cdots + \hat{\boldsymbol{\tau}}^m(t). \quad (5.1)$$

Nun wird der Entwurf der einzelnen Anteile genauer spezifiziert. Es wird vorausgesetzt, daß alle Zustandsgrößen vom System (3.6) für die Rückführung zur Verfügung stehen.

5.1 Entwurf robuster Regler für das langsamste Untersystem

Für den Entwurf des Regleranteils $\boldsymbol{\tau}^0(t)$ wird vom Untersystem (4.4) (für $k = 1$) ausgegangen. Dabei dient dieser Regleranteil zur Stabilisierung des starren Verhaltens des Systems (3.16) und (3.17) und zur Verfolgung einer vorgegebenen Bahn des Gelenkwinkels. Es kann leicht bestätigt werden, daß das System (4.4) (für $k = 1$) ein Modell des entsprechenden starren Roboters ist und sich ferner in der folgenden Form darstellen läßt:

$$\mathbf{M}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t))\ddot{\mathbf{x}}_{10}^0(t) + \mathbf{C}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t))\dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t) = \boldsymbol{\tau}^0(t) \quad (5.2)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t)) &= [\mathbf{B}_0^0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^0)]^{-1}, \\ \mathbf{C}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t))\dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t) &= -[\mathbf{B}_0^0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^0)]^{-1} \mathbf{f}_0^0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^0, \boldsymbol{\sigma}_2^0). \end{aligned}$$

Da die Unsicherheiten im System (5.2) angepaßt werden können, lassen sich alle für starren Roboter entwickelten Entwurfsverfahren robuster Regler (Abdallah u. a. 1991) zum Entwurf robuster Regler für das System (5.2) verwenden. Wegen ihrer Einfachheit wird die von Spong (1992) vorgestellte Methode hier angewendet.

System (5.2) weist die folgenden zwei Eigenschaften auf (Spong 1992):

1. Passivität, d.h. die Matrix $\dot{\mathbf{M}}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t)) - 2\mathbf{C}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t))$ ist schiefsymmetrisch.
2. Das Modell aus Gl. (5.2) ist linear parametrierbar, d.h. es existiert eine Matrix $\mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t), \ddot{\mathbf{x}}_{10}^0(t))$ und ein Parametervektor $\mathbf{f}_p(\boldsymbol{\sigma}_0)$, mit denen sich das System (5.2) in die Form

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t))\ddot{\mathbf{x}}_{10}^0(t) + \mathbf{C}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t))\dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t) \\ = \mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t), \ddot{\mathbf{x}}_{10}^0(t))\mathbf{f}_p(\boldsymbol{\sigma}_0) = \boldsymbol{\tau}^0(t) \end{aligned} \quad (5.3)$$

überführen läßt.

Da der Unsicherheitsvektor $\boldsymbol{\sigma}_0$ beschränkt ist, existieren $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0$ und $\rho_\sigma \in R_+$, so daß

$$\|\tilde{\boldsymbol{f}}\| := \|\boldsymbol{f}_p(\boldsymbol{\sigma}_0) - \bar{\boldsymbol{f}}_p\| \leq \rho_\sigma \quad (5.4)$$

mit $\bar{\boldsymbol{f}}_p = \boldsymbol{f}_p(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0)$ ist. Nach Spong (1992) wird der folgende robuste Regler ausgewählt:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}^0(t) &= \boldsymbol{\tau}_0^0(t) + \mathbf{Y}(\boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t), \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a})\boldsymbol{u}(t) \\ &= \mathbf{Y}(\boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t), \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a}) [\bar{\boldsymbol{f}}_p + \boldsymbol{u}(t)] - \mathbf{K}\boldsymbol{r}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

dabei bezeichnet $\boldsymbol{\tau}_0^0(t)$ den nominale Stellvektor und ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_0^0(t) &= \mathbf{M}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \boldsymbol{x}_{10}^0(t))\boldsymbol{a} + \mathbf{C}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t))\boldsymbol{v} - \mathbf{K}\boldsymbol{r} \\ &= \mathbf{Y}(\boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t), \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a})\bar{\boldsymbol{f}}_p - \mathbf{K}\boldsymbol{r}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

\boldsymbol{v} , \boldsymbol{a} und \boldsymbol{r} werden definiert als

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &= \dot{\boldsymbol{\theta}}^d(t) - \boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \\ \boldsymbol{a} &= \dot{\boldsymbol{v}}, \\ \boldsymbol{r} &= \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t) + \boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \\ \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) &= \boldsymbol{x}_{10}^0(t) - \boldsymbol{\theta}^d(t). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Hierbei ist $\boldsymbol{\theta}^d(t) = [\theta_1^d(t), \theta_2^d(t), \dots, \theta_n^d(t)]^T$ der vorgegebenen Bahnvektor, \mathbf{K} und $\boldsymbol{\Lambda}$ sind positiv definierte konstante Reglermatrizen. Der zusätzliche nichtlineare Stellgrößenanteil $\boldsymbol{u}(t)$ läßt sich mit

$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{cases} -\rho_\sigma \frac{\mathbf{Y}^T(\boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t), \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a})\boldsymbol{r}}{\|\mathbf{Y}^T(\boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t), \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a})\boldsymbol{r}\|} & \text{für } \|\mathbf{Y}^T(\boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t), \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a})\boldsymbol{r}\| > \epsilon \\ -\frac{\rho_\sigma}{\epsilon} \mathbf{Y}^T(\boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t), \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a})\boldsymbol{r} & \text{für } \|\mathbf{Y}^T(\boldsymbol{x}_{10}^0(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{10}^0(t), \boldsymbol{v}, \boldsymbol{a})\boldsymbol{r}\| \leq \epsilon \end{cases} \quad (5.8)$$

berechnen, so daß die Robustheit des geregelten Systems gegenüber den mit $\tilde{\boldsymbol{f}}$ dargestellten Parameterunsicherheiten gewährleistet ist. $\epsilon > 0$ ist eine vorgegebene positive Konstante.

Für das System (5.2) mit dem Regelgesetz (5.5) existiert nun eine Ljapunovfunktion

$$V_0 = \frac{1}{2}\boldsymbol{r}^T \mathbf{M}_{ss}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{x}_{10}^0(t))\boldsymbol{r} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{K}\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t), \quad (5.9)$$

mit der man beweisen kann, daß die Systemantwort des mit (5.5) geregelten Systems (5.2) in unmittelbare Nähe des Nullzustandes geführt wird und dort bleibt (praktische Stabilität) (Spong 1992).

Bemerkung 5.1: Im Vergleich mit dem Rückführgesetz mittels exakter Zustandslinearisierung für das System 5.2 (Schwarz 1991) ist die Ermittlung der Reglermatrizen für den nominale Regleranteil (5.6) viel schwieriger. Nun wird eine auf dem Rückführgesetz mittels exakter Zustandslinearisierung basierende Methode zur Ermittlung der Reglermatrizen für den nominale Regleranteil (5.6) entwickelt.

Dazu werden die Matrizen der Proportional- und Differenzierbeiwerte des Rückführgesetzes mittels exakter Zustandslinearisierung zunächst mit \mathbf{K}_p und \mathbf{K}_d bezeichnet. Dann wird der Regler (5.6) in der Form

$$\begin{aligned}\tau_0^0(t) &= \mathbf{M}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t)) \left[\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d - \mathbf{K}_d \dot{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}_p \tilde{\boldsymbol{\theta}} \right] + \mathbf{C}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t)) \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t) \\ &+ \left[\mathbf{M}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t)) (\mathbf{K}_d - \boldsymbol{\Lambda}) - \mathbf{C}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t)) - \mathbf{K} \right] \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ &+ \left[\mathbf{M}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t)) \mathbf{K}_p - \mathbf{C}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t)) \boldsymbol{\Lambda} - \mathbf{K} \boldsymbol{\Lambda} \right] \tilde{\boldsymbol{\theta}}\end{aligned}\quad (5.10)$$

überführt. Gl. (5.10) stellt das Rückführgesetz mittels exakter Zustandslinearisierung dar, wenn $\boldsymbol{\Lambda}$ und \mathbf{K} so ausgewählt werden, daß die folgenden Gleichungen erfüllt werden:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Lambda}^2 - \mathbf{K}_d \boldsymbol{\Lambda} + \mathbf{K}_p &= 0, \\ \mathbf{K} &= \mathbf{M}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t)) (\mathbf{K}_d - \boldsymbol{\Lambda}) - \mathbf{C}_{ss}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0, \mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t)).\end{aligned}\quad (5.11)$$

Bei der Ermittlung der Reglerparameter können $\mathbf{x}_{10}^0(t)$ und $\dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t)$ in Gl. (5.11) zu den Sollendwerten der Gelenkwinkel gesetzt werden.

5.2 Entwurf robuster Regler für die Grenzschichtteilssysteme

Die Regleranteile $\hat{\boldsymbol{\tau}}^k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, m$) haben die Aufgabe, die elastischen Schwingungen von System (3.16) und (3.17) zu dämpfen. Für den Entwurf der Regleranteile $\hat{\mathbf{u}}^k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, m$) wird von den Untersystemen (4.7) ausgegangen. Da das System (3.16) und (3.17) vollständig steuerbar ist (Riege 1996), können die Untersysteme (4.7) ($k = 1, 2, \dots, m$) normalerweise auch als steuerbar angenommen werden (Kokotovic u. a. 1986).

Unter der Annahme, daß alle langsameren Teilsysteme gut geregelt werden, sind $\mathbf{x}_{i0}^{k-1}(t)$ und $\mathbf{z}_{ij}^{k-1}(t)$ ($i = 1, 2, j = 1, 2, \dots, k-1$) beschränkt. Nach Osman und Roberts (1991 und 1995) und Wang und Wend (1997a) kann $\boldsymbol{\sigma}_1^{k-1}$ in System (4.7) zusammen mit $\boldsymbol{\sigma}_0$ als Parameterunsicherheit betrachtet werden, deren oberen Schranken als bekannt angenommen werden können, d.h. Gl. (4.7) stellt ein lineares System mit Parameterunsicherheiten dar. Da Matrix $\mathbf{B}_k^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1})$ die gleiche Dimension wie Matrix $\mathbf{A}_{kk}^k(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1^{k-1})$ hat, kann man eine nominale Eingangsmatrix auswählen, so daß die Unsicherheiten angepaßt werden können.

Da das Teilsystem (4.7) lediglich grenzstabil ist, muß es mit Reglern ausgestattet werden, um die im System (4.7) auftretenden dauerhaften Schwingungen zu dämpfen. Wegen der Unsicherheiten lassen sich die quasistationären Zustände $\bar{\mathbf{z}}_{1k}^k(t)$ nicht mit Gl. (4.6) berechnen. Dies deutet an, daß $\hat{\mathbf{z}}_{1k}^k(t)$ nicht für die Rückführung zur Verfügung stehen. Deshalb können die deterministischen Methoden nicht zum Reglerentwurf für die Teilsysteme (4.7) verwendet werden. Um dieses Problem zu lösen, haben Garofalo und Leitmann (1988

und 1990) den Begriff „nominale quasistationäre Zustände“ eingeführt. Unter den nominalen quasistationären Zuständen werden hier die quasistationären Zustände, wenn die Unsicherheiten ihre nominalen Werte annehmen, verstanden. Durch Umkehrung der Reihenfolge von Systemdekomposition und Stabilisierung des Grenzschichtteilsystems haben Corless u. a. (1989 und 1993) ein neues Verfahren entwickelt, d.h. sie haben das Grenzschichtteilsystem zunächst asymptotisch stabil gemacht, indem die schnellen Zuständen $\mathbf{z}_{ik}^k(t)$ ($i = 1, 2$) vor der Systemdekomposition mittels Singular-Perturbation-Methode zurückgeführt werden.

Aus Gl. (4.6) ist zu erkennen, daß σ_0 , σ_1^{k-1} und σ_2^{k-1} keinen Einfluß auf $\bar{\mathbf{z}}_{2k}^k(t)$ haben. Deshalb läßt sich $\hat{\mathbf{z}}_{2k}^k(t)$ mit Gl. (4.10) berechnen und steht für die Rückführung zur Verfügung. Die Aufgabe des auszulegenden Reglers ist, die dauerhaften Schwingungen von System (4.7) zu dämpfen. Deshalb ist es vernünftig, den Regler als das folgende lineare Dämpfungsrückführungsgesetz auszuwählen:

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}^k(t) = -\mathbf{K}_k \hat{\mathbf{z}}_{2k}^k(t) = -\mathbf{K}_k \mathbf{z}_{2k}^k(t), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (5.12)$$

Dabei ist \mathbf{K}_k eine konstante Reglermatrix, die durch Verwendung des folgenden Algorithmus für die robuste Polvorgabe bestimmt werden kann:

Algorithmus 5.1:

1. Die entsprechenden nominalen Systemmatrizen werden bestimmt:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k^0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ \overline{\mathbf{A}}_{kk}^k & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_k^0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} \\ \overline{\mathbf{B}}_k^k \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (5.13)$$

dabei sind $\overline{\mathbf{A}}_{kk}^k$ und $\overline{\mathbf{B}}_k^k$ der nominale Anteil von $\mathbf{A}_{kk}^k(\sigma_0, \sigma_1^{k-1})$ bzw. $\mathbf{B}_k^k(\sigma_0, \sigma_1^{k-1})$, die mit dem von Osman und Roberts (1991 und 1995) und Wang und Wend (1997a) vorgestellten Verfahren ermittelt werden können.

2. Die Eigenwerte $\{\pm j\omega_{k10}, \pm j\omega_{k20}, \dots, \pm j\omega_{kn0}\}$ von Matrix \mathbf{A}_k^0 werden berechnet.
3. Auswahl von $0 \leq \xi_{k1}, \xi_{k2}, \dots, \xi_{kn} \leq 1$. Als die Polvorgabe für das geschlossene nominale Grenzschichtteilsystem werden $\{-\xi_{ki}\omega_{ki0} \pm j\sqrt{1 - \xi_{ki}^2}\omega_{ki0}, i = 1, 2, \dots, n\}$ gewählt.
4. Das folgende Optimierungsproblem für \mathbf{K}_k (Byers und Nash 1989):

$$\min_{\mathbf{K}_k} \kappa_F(\mathbf{X}_k), \quad (5.14)$$

wird mit der Nebenbedingung

$$\text{eig}(\mathbf{A}_{kc}^0) = \left\{ -\xi_{ki}\omega_{ki0} \pm j\sqrt{1 - \xi_{ki}^2\omega_{ki0}^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (5.15)$$

gelöst. Dabei gelten

$$\begin{aligned} \kappa_F(\mathbf{X}_k) &= \|\mathbf{X}_k\|_F \|\mathbf{X}_k^{-1}\|_F, \\ \mathbf{A}_{kc}^0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ \mathbf{A}_{kk}^k & -\mathbf{B}_k^k \mathbf{K}_k \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Mit \mathbf{X}_k wird eine Matrix, deren Spalten von den Eigenvektoren der Matrix \mathbf{A}_{kc}^0 gebildet werden, bezeichnet. $\|\cdot\|_F$ ist als die Frobenius-Norm definiert.

5. Verifikation. Sind die Pole des geschlossenen Teilsystemes bei Anwesenheit aller möglichen Parameterunsicherheiten in den vorgegeben Gebieten? Wenn ja, Ende; sonst gehe zu 1 oder 3.

5.3 Stabilität des geregelten Robotersystems

Durch Einführen von Gl. (5.5) und (5.12) in Gl. (5.1) und Ersetzung von $\mathbf{x}_{i0}^0(t)$ ($i = 1, 2$) und $\mathbf{z}_{2k}^k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, m$) näherungsweise mit ihrem wahren Wert $\mathbf{x}_{i0}(t)$ ($i = 1, 2$) bzw. $\mathbf{z}_{2k}(t)$ ($k = 1, 2, \dots, m$) ergibt sich der Gesamtregler zu:

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}(t), \mathbf{x}_{20}(t), \mathbf{v}, \mathbf{a}) [\bar{\mathbf{f}}_p + \mathbf{u}(t)] - \mathbf{K}\mathbf{r} - \sum_{k=1}^m \mathbf{K}_k \mathbf{z}_{2k}(t). \quad (5.17)$$

Für das mit (5.17) geregelte Robotersystem (3.16)-(3.17) gilt der folgende Satz:

Satz 5.1: Wenn \mathbf{K} , $\boldsymbol{\Lambda}$, ϵ und \mathbf{K}_k ($k = 1, 2, \dots, m$) so gewählt werden, daß die folgenden Forderungen erfüllt werden:

- Das mit (5.5) geregelte Teilsystem (4.4) ($k = 1$) ist praktisch stabil und die mit (5.12) geregelten Teilsysteme (4.7) ($k = 1, 2, \dots, m$) sind asymptotisch stabil.
- Die Zeitskalen des offenen Gesamtsystems werden beim über (5.17) geschlossenen System beibehalten.

Dann existieren $\varepsilon_i^* > 0$ ($i = 1, 2, \dots, m$) und für alle $\varepsilon_i \in (0, \varepsilon_i^*]$ ist das über (5.17) geschlossene System (3.16) und (3.17) auch praktisch stabil. \square

Beweis: Durch Einführen von Gl. (5.17) in (3.16) und (3.17) läßt sich das geschlossene Gesamtsystem in der folgenden Form überführen:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}_{10}(t) &= \mathbf{x}_{20}(t), \\
\dot{\mathbf{x}}_{20}(t) &= \mathbf{f}_0^0(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^0) + \mathbf{B}_0^0(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^0) \{ \mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}(t), \mathbf{x}_{20}(t), \mathbf{v}, \mathbf{a}) \\
&\quad \cdot [\bar{\mathbf{f}}_p + \mathbf{u}(t)] - \mathbf{K}\mathbf{r} \} + \mathbf{f}_0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) - \mathbf{f}_0^0(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^0) \\
&\quad + \sum_{j=1}^m \mu_j^2 \mathbf{A}_{0j}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) \mathbf{z}_{1j}(t) - \mathbf{B}_0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) \sum_{j=1}^m \mathbf{K}_j \mathbf{z}_{2j}(t) \\
&\quad + [\mathbf{B}_0(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) - \mathbf{B}_0^0(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^0)] \\
&\quad \cdot \{ \mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}(t), \mathbf{x}_{20}(t), \mathbf{v}, \mathbf{a}) [\bar{\mathbf{f}}_p + \mathbf{u}(t)] - \mathbf{K}\mathbf{r} \},
\end{aligned} \tag{5.18}$$

$$\begin{aligned}
\mu_i \dot{\mathbf{z}}_{1i}(t) &= \mathbf{z}_{2i}(t), \quad i = 1, 2, \dots, m, \\
\mu_i \dot{\mathbf{z}}_{2i}(t) &= \mathbf{A}_{ii}^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) [\mathbf{z}_{1i}(t) - \bar{\mathbf{h}}_{1i}] - \mathbf{B}_i^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) \mathbf{K}_i \mathbf{z}_{2i}(t) \\
&\quad + \mathbf{f}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2) - \mathbf{f}_i^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^{i-1}) \\
&\quad + \sum_{j=1}^i [\mu_j^2 \mathbf{A}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) - \mathbf{A}_{ij}^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1})] \mathbf{z}_{1j}(t) \\
&\quad - [\mathbf{B}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) - \mathbf{B}_i^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1})] \sum_{j=1}^i \mathbf{K}_j \mathbf{z}_{2j}(t) \\
&\quad + \sum_{j=i+1}^m \mu_j^2 \mathbf{A}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) \mathbf{z}_{1j}(t) - \mathbf{B}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) \sum_{j=i+1}^m \mathbf{K}_j \mathbf{z}_{2j}(t) \\
&\quad + [\mathbf{B}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\sigma}_1) - \mathbf{B}_i^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1})] \\
&\quad \cdot \{ \mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}(t), \mathbf{x}_{20}(t), \mathbf{v}, \mathbf{a}) [\bar{\mathbf{f}}_p + \mathbf{u}(t)] - \mathbf{K}\mathbf{r} \}.
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Dabei gilt

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_i^k = \boldsymbol{\sigma}_i \Big|_{\mu_{k+1}=\mu_{k+2}=\dots=\mu_m=0} \quad i = 1, 2, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad \text{und} \tag{5.20}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{h}}_{1i} &= - [\mathbf{A}_{ii}^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1})]^{-1} (\mathbf{f}_i^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_2^{i-1}) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{A}_{ij}^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) \mathbf{z}_{1j}(t) - \mathbf{B}_i^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) \sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{K}_j \mathbf{z}_{2j}(t) \\
&\quad + \mathbf{B}_i^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) \{ \mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}(t), \mathbf{x}_{20}(t), \mathbf{v}, \mathbf{a}) [\bar{\mathbf{f}}_p + \mathbf{u}(t)] - \mathbf{K}\mathbf{r} \}).
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Wegen der ersten Forderung von Satz 5.1 ist die Lösung $\mathbf{P}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1})$ der algebraischen Riccati-Gleichung

$$\mathbf{A}_{ic}^T(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) \mathbf{P}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) + \mathbf{P}_i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) \mathbf{A}_{ic}(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) = -\mathbf{I}_{2n \times 2n} \tag{5.22}$$

eine positiv definite, symmetrische Matrix und

$$V_k = [(\mathbf{z}_{1k}(t) - \bar{\mathbf{h}}_{1k})^T \quad \mathbf{z}_{2k}^T(t)] \mathbf{P}_k(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{k-1}) \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{1k}(t) - \bar{\mathbf{h}}_{1k} \\ \mathbf{z}_{2k}(t) \end{bmatrix} \quad k = 1, 2, \dots, m \tag{5.23}$$

bildet eine Ljapunovfunktion für die geschlossenen Teisysteme (4.7). $\mathbf{A}_{ic}(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1})$ wird dabei definiert als

$$\mathbf{A}_{ic}(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ \mathbf{A}_{ii}^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) & -\mathbf{B}_i^i(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_1^{i-1}) \mathbf{K}_i \end{bmatrix}. \tag{5.24}$$

Aus der zweiten Bedingung ist zu erkennen, daß das System (5.18) und (5.19) $(m + 1)$ Zeitskalen besitzt. In Anbetracht der Arbeit von Spong (1992), läßt sich Satz 5.1 mit Hilfe der Ljapunovfunktion

$$\begin{aligned} V &= (1 - \chi_m) \{ (1 - \chi_{m-1}) \{ \cdots \{ (1 - \chi_1) V_0 + \chi_1 V_1 \} + \chi_2 V_2 \} + \cdots \} + \chi_m V_m \\ \chi_i &\in (0, 1) \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \tag{5.25}$$

und durch rekursive Anwendung der von Corless u. a. (1993) und Corless und Ryan (1991) vorgestellten Argumente beweisen. \square

6 Simulationsergebnisse

Das im vorangegangenen Abschnitt entwickelte Reglerentwurfsverfahren wird mit Hilfe von Simulationen eines zweiachsigen planaren elastischen Roboters verifiziert. Als Beschreibung des Roboters wird das Modell aus Wang (1998a) verwendet. Die physikalischen Parameter des Roboters ergeben sich nach De Luca und Siciliano (1993) zu:

$$\begin{aligned}
 l_1 &= l_2 = 0,5 \text{ m}, \\
 \rho_1 &= \rho_2 = 1,0 \text{ kg/m}, \\
 (EI)_1 &= (EI)_2 = 10 \text{ N}\cdot\text{m}^2, \\
 m_{h1} &= m_{h2} = 1 \text{ kg}, \\
 J_{h1} &= J_{h2} = 0,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, \\
 J_p &= 0,0005 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, \\
 m_p &\text{ ändert sich im Intervall } [0,05 \text{ kg}, 0,15 \text{ kg}] .
 \end{aligned}$$

Zur Ermittlung der Ansatzfunktionen des ersten und zweiten Arms, werden die Werte von M_{L1} , J_{L1} und M_{L2} sowie J_{L2} wie folgt ausgewählt:

$$\begin{aligned}
 M_{L1} &= m_{h2} + \rho_2 l_2 + m_p^0, \\
 J_{L1} &= J_{h2} + \frac{1}{3} \rho_2 l_2^3 + m_p^0 l_2^2 + J_p, \\
 M_{L2} &= m_p^0, \\
 J_{L2} &= J_p.
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Dabei bezeichnet m_p^0 den nominalen Wert von m_p und ergibt sich zu 0,1 kg. Somit lassen sich $\mu_1 = 0,028447$ und $\mu_2 = 0,0042$ berechnen, wenn das System (3.6) um den Arbeitspunkt $[\mathbf{q}^*(t), \dot{\mathbf{q}}^*(t)] = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ und $\boldsymbol{\tau}(t) = [0, 0]^T$ linearisiert wird.

Die Sollbahnen der Gelenkwinkel werden zu

$$\theta_i^d(t) = \begin{cases} \left(6 \frac{t^5}{t_{id}^5} - 15 \frac{t^4}{t_{id}^4} + 10 \frac{t^3}{t_{id}^3} \right) \theta_{if} & \text{für } t \leq t_{id}, \\ \theta_{if} & \text{für } t > t_{id}, \end{cases} \quad i = 1, 2. \tag{6.2}$$

gewählt. Hier sind $\theta_{if} = \pi/6$ rad ($i = 1, 2$) die Soll-Endpositionen der Gelenkwinkel, $t_{id} = 5$ s ($i = 1, 2$) sind die Zeiten bis zum Erreichen der Soll-Endposition. Die Matrix $\mathbf{Y}(\mathbf{x}_{10}^0(t), \dot{\mathbf{x}}_{10}^0(t), \mathbf{v}, \mathbf{a})$ und der Parametervektor $\bar{\mathbf{f}}_p$ im Regler (5.5) werden in der Form

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_1 + a_2 & (2a_1 + a_2) \cos(\theta_2(t)) - \left(v_1 \dot{\theta}_2(t) + v_2 \dot{\theta}_1(t) + v_2 \dot{\theta}_2(t) \right) \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & a_1 + a_2 & a_1 \cos(\theta_2(t)) + v_1 \dot{\theta}_1(t) \sin(\theta_2(t)) \end{bmatrix}$$

bzw.

$$\begin{bmatrix} J_{h1} + J_{o1} + (m_{h2} + m_2 + m_p^0) l_1^2 \\ J_{h2} + J_{o2} + J_p + m_p^0 l_2^2 \\ (m_2 d_2 + m_p^0 l_2) l_1 \end{bmatrix}$$

dargestellt. Bei den Simulationen werden die Reglermatrizen in (5.5) wie folgt gesetzt:
 $\rho_\sigma = 0,02165$, $\epsilon = 0,05$,

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1,7208 & 0,4859 \\ 0,4859 & 0,3343 \end{bmatrix}.$$

Zur Bestimmung der Reglermatrix \mathbf{K}_1 wird angenommen, daß $\theta_2(t)$ sich auf das Intervall $[0, \pi/6]$ beschränkt. Somit lassen sich $\overline{\mathbf{A}}_1^1$ und $\overline{\mathbf{B}}_1^1$ zu

$$\overline{\mathbf{A}}_1^1 = \begin{bmatrix} -0,6793 & 0,6983 \\ 0,0451 & -1,6615 \end{bmatrix} \text{ bzw. } \overline{\mathbf{B}}_1^1 = \begin{bmatrix} -13,5077 & -17,8049 \\ 0,0610 & -1,4754 \end{bmatrix}$$

berechnen. Für $\xi_{11} = \xi_{12} = \sqrt{2}/4$ ergibt sich die Reglermatrix \mathbf{K}_1 zu:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} -0,0500 & 0,7895 \\ 0,0055 & -0,5857 \end{bmatrix}.$$

Für den Entwurf des robusten Reglers (5.12) ($k = 2$) wird angenommen, daß $\theta_2(t)$ und $\delta_{11}(t)$ sowie $\delta_{21}(t)$ sich im Intervall $[0, \pi/6]$, $[-0,005, 0,005]$ bzw. $[-0,0002, 0,0002]$ ändern. Unter dieser Annahme werden $\overline{\mathbf{A}}_2^2$ und $\overline{\mathbf{B}}_2^2$ als

$$\overline{\mathbf{A}}_2^2 = \begin{bmatrix} -1,1346 & -0,3607 \\ -0,0080 & -0,8112 \end{bmatrix} \text{ und } \overline{\mathbf{B}}_2^2 = \begin{bmatrix} -5,9138 & 352,1052 \\ -0,0062 & 3,1212 \end{bmatrix}$$

bestimmt. Mit $\xi_{21} = \xi_{22} = \sqrt{2}/4$ gilt für die Reglermatrix \mathbf{K}_2 :

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} -0,0800 & 13,7518 \\ 0,0008 & 0,2313 \end{bmatrix}.$$

Um die Robustheit des geregelten Systems gegenüber der Änderung der Masse der Nutzlast zu verifizieren, wird das geregelte System mit drei verschiedenen Massen der Nutzlast: 0,05 kg, 0,1 kg bzw. 0,15 kg simuliert. Bei den Simulationen ist der verwendete Regler für die drei verschiedenen Fälle aber gleich. Die Zeitverläufe der verallgemeinerten starren und elastischen Koordinaten, der Stellgrößen und der Sollbahnen der Gelenkwinkel des entworfenen robusten Reglersystems sind in den Bildern 6.1-6.2 für das Intervall $0 \leq t \leq 10$ s dargestellt.

Aus den Bildern 6.1 und 6.2 ist zu erkennen, daß der Regler starke Robustheit gegenüber der Unsicherheit der Masse der Nutzlast hat. Für die drei verschiedenen Massen der Nutzlast können die Gelenkwinkel des geregelten Roboters der vorgegebenen Bahn mit hoher Genauigkeit folgen. Gleichzeitig werden die Anteile der elastischen Schwingungen mit den Eigenfrequenzen der Arme sehr gut gedämpft. Der Betrag der elastischen Koordinaten ist hauptsächlich der Beitrag des quasistationären Anteils, der nur von der Bewegung der Gelenke abhängig ist und bei einer Regelung der Endeffektorposition des Roboters leicht berücksichtigt werden kann. Außerdem hat die Änderung der Masse der Nutzlast einen geringen Einfluß auf die verallgemeinerten Koordinaten und das Stellmoment des

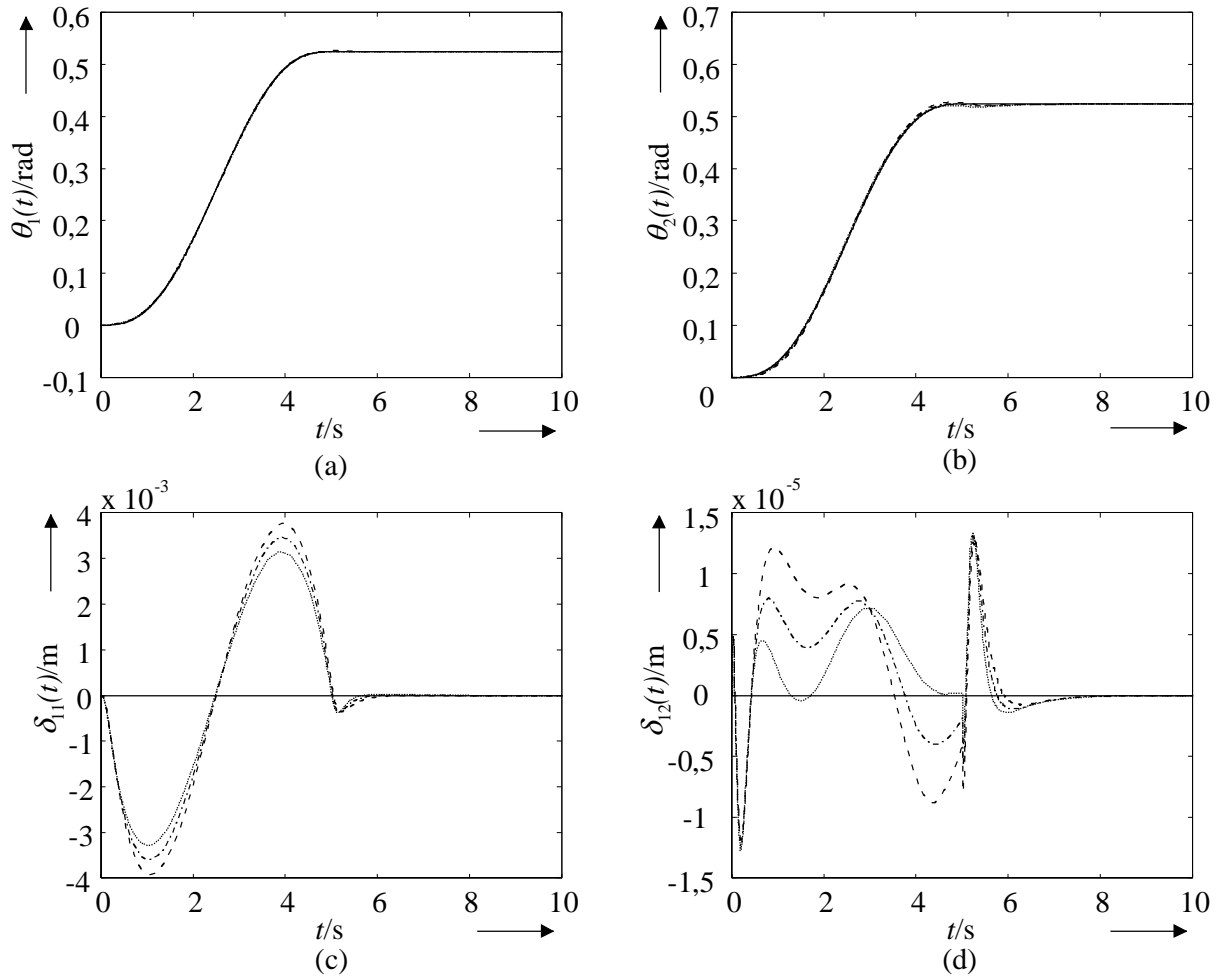


Bild 6.1: (a) Position des Schultergelenks $\theta_1(t)$; (b) Position des Ellbogengelenks $\theta_2(t)$; (c) Elastische Koordinate $\delta_{11}(t)$; (d) Elastische Koordinate $\delta_{12}(t)$. (—) Sollbahnen; (\cdots) $m_p = 0,05\text{kg}$; ($-\cdot-$) $m_p = 0,1\text{kg}$; ($--$) $m_p = 0,15\text{kg}$.

geregelten Roboters. Eine stärkere Schwingung von $\delta_{11}(t)$, $\delta_{12}(t)$ und $\delta_{21}(t)$ entspricht einer schwereren Nutzlast. Dagegen entspricht eine schwächere Schwingung von $\delta_{22}(t)$ einer schwereren Nutzlast. Da der von der Bewegung des Schultergelenks $\theta_1(t)$ verursachte Schwingungsanteil der elastischen Koordinaten $\delta_{11}(t)$, $\delta_{21}(t)$ sowie $\delta_{22}(t)$ gleiche Phase wie den von der Bewegung des Ellbogengelenks $\theta_2(t)$ verursachte Schwingungsanteil hat, besitzen $\delta_{11}(t)$, $\delta_{21}(t)$ und $\delta_{22}(t)$ einen sinusförmigen zeitlichen Verlauf. Dagegen, wie im Bild 6.1c dargestellt, besitzt $\delta_{12}(t)$ einen komplizierteren zeitlichen Verlauf wegen des Phasenunterschieds zwischen den von der Bewegung des Schultergelenks $\theta_1(t)$ und des Ellbogengelenks $\theta_2(t)$ verursachten Schwingungsanteilen.

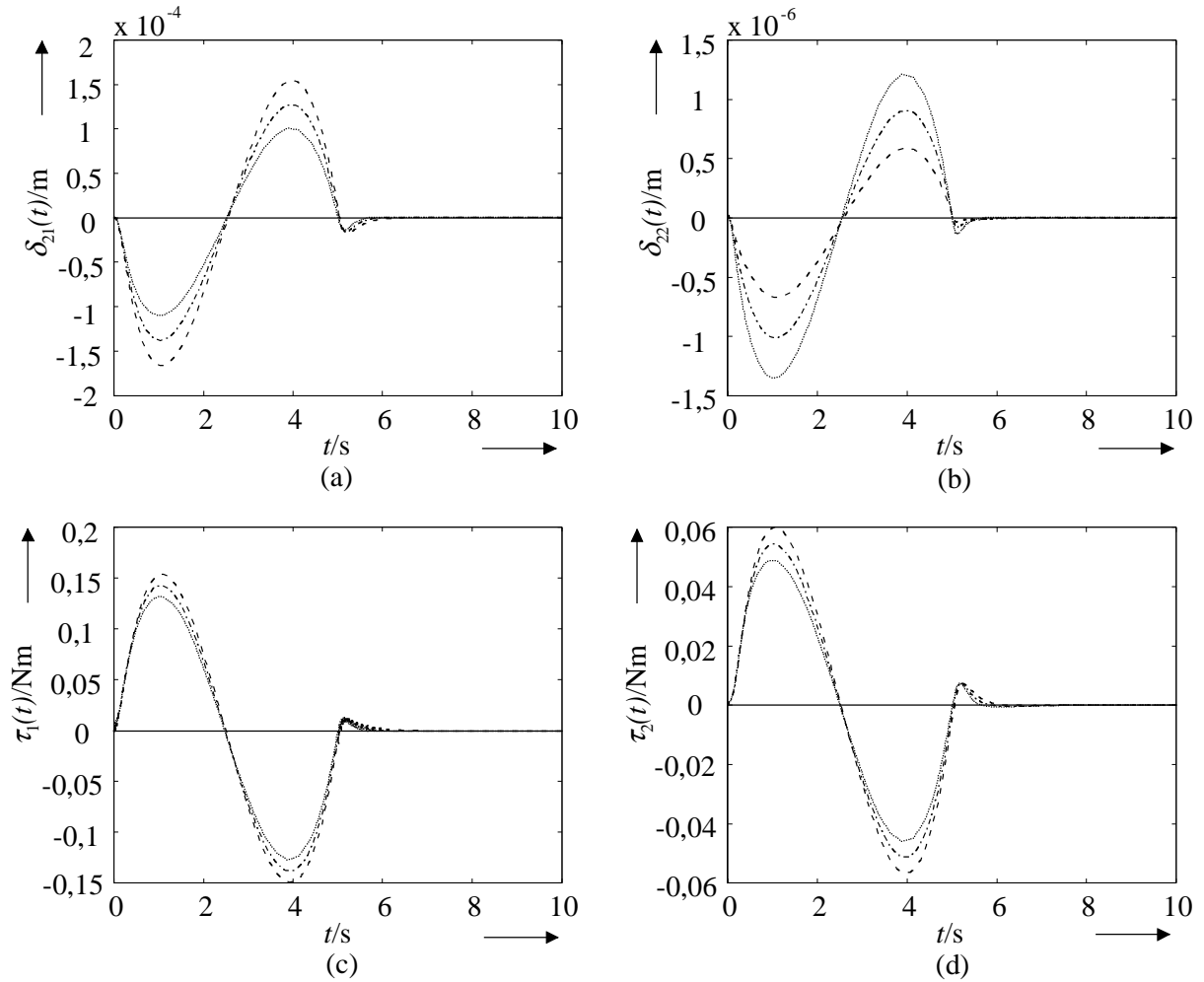


Bild 6.2: (a) Elastische Koordinate $\delta_{21}(t)$; (b) Elastische Koordinate $\delta_{12}(t)$; (c) Moment des Motors im Schultergelenk $\tau_1(t)$; (d) Moment des Motors im Ellbogengelenk $\tau_2(t)$. (\cdots) $m_p = 0,05$ kg; ($-\cdot$) $m_p = 0,1$ kg; ($--$) $m_p = 0,15$ kg.

7 Experimentelle Studien

In diesem Abschnitt wird das vorgestellte Reglerentwurfsverfahren mit Hilfe eines Laborversuchsträgers experimentell erprobt. Dies beginnt mit der Modellbildung des Versuchsträgers. Im Abschnitt 7.2 wird die Güte des Modells überprüft. Die Regelungsergebnisse wird im Abschnitt 7.3 angegeben.

7.1 Versuchsträger

Als Versuchsträger dient das in Wang (1998b) dargestellte elastische Handhabungssystem, das aus einem sich in der horizontalen Ebene bewegenden elastischen Arm besteht. Alle einzelne Elemente des Roboters, außer dem Verstärker LC 3002, dem elastischen Arm und den Reibungen können mit den in Wang (1998b) vorgestellten Modellen dargestellt werden. Da der LC 3002 durch einen neuen Verstärker ersetzt wird und sich die Arbeitsbedingungen des elastischen Roboters ändern, werden der LC 3002, der elastischen Arm und die Reibungen neu wie folgt modelliert:

LC 3002

Der LC 3002 ist in der Betriebsart „Stomregelung“ eingesetzt. Durch Verwendung des Least-Squares-Verfahrens läßt sich ein Modell des LC 3002 aus Messungen wie folgt herleiten:

$$i_a(t) = 0,379u_a(t) - 0,0065 = 0,379[u_a(t) - 0,0171] \text{ A.} \quad (7.1)$$

Dabei entspricht $i_a(t)$ dem Ausgangsstrom des LC 3002, seine Eingangsspannung wird mit $u_a(t)$ bezeichnet.

Elastischer Arm

In dieser Arbeit wird angenommen, daß am Ende des elastischen Arms eine Nutzlast befestigt ist und die Masse und das Trägheitsmoment der Nutzlast unbekannt sind. Die physikalischen Parameter des Arms sind:

$$\begin{aligned} l_h &= 0,03 \text{ m,} \\ J_h &= 0,00002 \text{ kgm}^2, \\ l &= 0,39 \text{ m,} \\ \rho &= 0,285 \text{ kg/m,} \\ EI &= 0,4158 \text{ N} \cdot \text{m}^2, \\ l_p &= 0,02 \text{ m,} \\ m_p &\text{ ändert sich im Intervall } [0 \text{ kg, } 0,211 \text{ kg}], \\ J_p &\text{ ändert sich im Intervall } [0 \text{ kgm}^2, 0,000033\text{kgm}^2]. \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet l_p den Abstand vom Schwerpunkt der Last zu ihrem Rand, der mit

dem Armende verbundenen ist. Nach dem Ritz-Ansatz läßt sich die elastische Auslenkung $w_1(x, t)$ des Arms wie folgt beschreiben

$$w_1(x, t) = \phi_{11}(x)\delta_{11}(t) + \phi_{12}(x)\delta_{12}(t). \quad (7.2)$$

Dabei sind $\phi_{1i}(x)$ ($i = 1, 2$) Ansatzfunktionen, die sich aus Wang (1998a) durch Setzung von $M_{L1} = 0$ und $J_{L1} = 0$ wie folgt berechnen lassen:

$$\begin{aligned} \phi_{1i}(x) &= \cosh(\lambda_{1i}x) - \cos(\lambda_{1i}x) - c_{1i} [\sinh(\lambda_{1i}x) - \sin(\lambda_{1i}x)], \\ c_{1i} &= \frac{\cos(\lambda_{1i}l) + \cosh(\lambda_{1i}l)}{\sin(\lambda_{1i}l) + \sinh(\lambda_{1i}l)}. \end{aligned} \quad (7.3)$$

λ_{1i} ($i = 1, 2$) bezeichnen die Kreisfrequenzen der Ansatzfunktionen und sind die Lösung der Gleichung

$$1 + \cos(\lambda_{1i}l) \cosh(\lambda_{1i}l) = 0. \quad (7.4)$$

Mit Hilfe von Gl. (7.2) ergeben sich die Elemente in Gl. (2.1) wie folgt:

$$\begin{aligned} M_{11} &= J_h + \rho \left[\frac{1}{12} l^3 + l \left(l_h + \frac{l}{2} \right)^2 \right] + \rho l [\delta_{11}^2(t) + \delta_{12}^2(t)] + J_p \\ &\quad + m_p (l_h + l + l_p)^2 + m_p [w_1(l, t) + l_p w_1'(l, t)]^2, \\ M_{12} &= v_{11} + J_p \phi'_{11}(l) + m_p (l_h + l + l_p) [\phi_{11}(l) + l_p \phi'_{11}(l)], \\ M_{13} &= v_{12} + J_p \phi'_{12}(l) + m_p (l_h + l + l_p) [\phi_{12}(l) + l_p \phi'_{12}(l)], \\ M_{22} &= \rho l + J_p [\phi'_{11}(l)]^2 + m_p [\phi_{11}(l) + l_p \phi'_{11}(l)]^2, \\ M_{23} &= J_p \phi'_{11}(l) \phi'_{12}(l) + m_p [\phi_{11}(l) + l_p \phi'_{11}(l)] [\phi_{12}(l) + l_p \phi'_{12}(l)], \\ M_{33} &= \rho l + J_p [\phi'_{12}(l)]^2 + m_p [\phi_{12}(l) + l_p \phi'_{12}(l)]^2, \end{aligned} \quad (7.5)$$

$$\begin{aligned} h_1 &= 2 \left\{ \rho l [\delta_{11}(t) \dot{\delta}_{11}(t) + \delta_{12}(t) \dot{\delta}_{12}(t)] \right. \\ &\quad \left. + m_p [w_1(l, t) + l_p w_1'(l, t)] [\dot{w}_1(l, t) + l_p \dot{w}_1'(l, t)] \right\} \dot{\theta}_1(t), \\ h_2 &= - \left\{ \rho l \delta_{11}(t) + m_p [w_1(l, t) + l_p w_1'(l, t)] [\phi_{11}(l) + l_p \phi'_{11}(l)] \right\} \dot{\theta}_1^2(t), \\ h_3 &= - \left\{ \rho l \delta_{12}(t) + m_p [w_1(l, t) + l_p w_1'(l, t)] [\phi_{12}(l) + l_p \phi'_{12}(l)] \right\} \dot{\theta}_1^2(t), \end{aligned} \quad (7.6)$$

$$\begin{aligned} k_{e11} &= \rho l \omega_{11}^2, \\ k_{e12} &= \rho l \omega_{12}^2 \end{aligned} \quad (7.7)$$

mit

$$\begin{aligned} v_{1i} &= \rho \int_0^l (l_h + x) \phi_{1i}(x) dx, \\ \omega_{1i} &= \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \lambda_{1i}^2, \end{aligned} \quad i = 1, 2. \quad (7.8)$$

Reibungen

Die im betrachteten Robotersystem auftretende Reibung wird wie folgt dargestellt:

$$M_R = M_{Rv} + M_{RC}. \quad (7.9)$$

Dabei bezeichnet M_{Rv} die viskose Reibung, M_{RC} die Coulomb'sche-Reibung. Aus Erfahrungen mit diesem Versuchsträger werden

$$M_{Rv} = 0,14\dot{\theta}_1(t) \quad \text{und} \quad (7.10)$$

$$M_{RC} = \begin{cases} \text{sign}(\dot{\theta}_1(t))0,15b_m \left[0,4 + 0,6e^{-0,2\dot{\theta}_1^2(t)}\right] & \text{für } \dot{\theta}_1(t) \neq 0 \\ \text{sign}(u_a(t))0,15b_m & \text{für } \dot{\theta}_1(t) = 0 \quad \text{und} \quad |u_a(t) - 0,0171| > 0,15 \\ b_m [u_a(t) - 0,0171] & \text{für } \dot{\theta}_1(t) = 0 \quad \text{und} \quad |u_a(t) - 0,0171| \leq 0,15 \end{cases} \quad (7.11)$$

mit

$$b_m = 0,379\eta_{g1}n_{g1}k_M \quad (7.12)$$

gewählt.

Durch Zusammenfassen der Modelle der einzelnen Elemente ergibt sich das Modell des Versuchsträgers zu:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11} + \eta_{g1}n_{g1}^2J_m & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1(t) \\ \ddot{\delta}_{11}(t) \\ \ddot{\delta}_{12}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 + M_R \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{e11} & 0 \\ 0 & 0 & k_{e12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \delta_{11}(t) \\ \delta_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [u_a(t) - 0,0171], \end{aligned} \quad (7.13)$$

mit den Meßgleichungen

$$\begin{aligned} \theta_1(t) &= \frac{2\pi}{4 \cdot 100n_{g1}}n_{ZK}, \\ w_1''(0,052,t) &= -\frac{4}{204,8 \cdot 1000dk_{DMS}U_B}U_{d1}, \\ w_1''(0,2,t) &= \frac{4}{204,8 \cdot 1000dk_{DMS}U_B}U_{d2}. \end{aligned} \quad (7.14)$$

Dabei bezeichnet U_{di} ($i = 1, 2$) das durch den i -ten A/D-Wandler gelieferte digitale Signal.

7.2 Simulationsstudien

Um die Güte des Modells (7.13) zu überprüfen, wird das Systemmodell mit drei verschiedenen Eingangsspannungen

1. $u_a(t) = 0,5 \sin(\pi t) + 0,0171$ V,
2. $u_a(t) = \sin(2\pi t) + 0,0171$ V,
3. $u_a(t) = 0,4 \text{square}(\pi(t + 1/2)) + 0,0171$ V

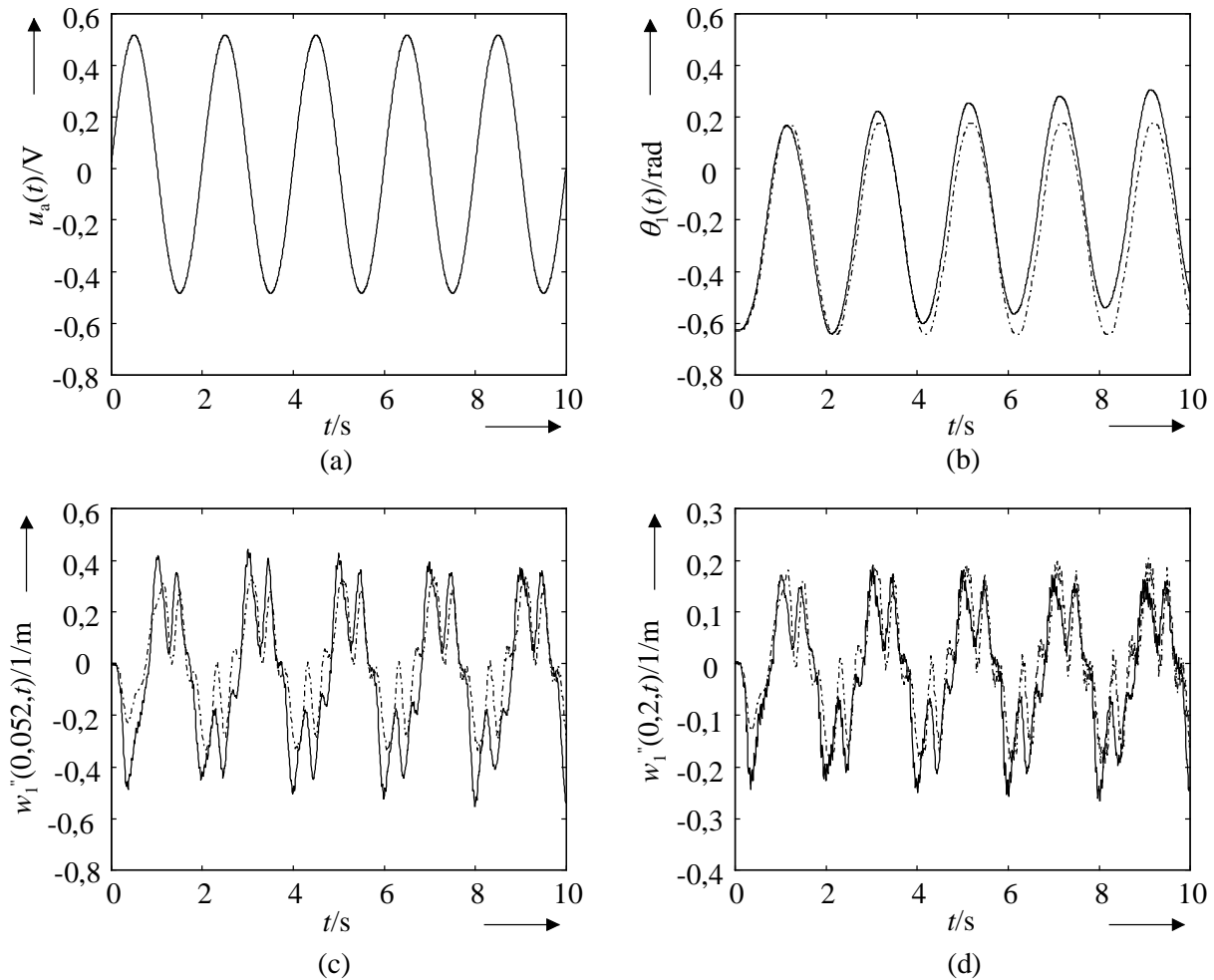


Bild 7.1: (a) Eingangsspannung 1; (b) Gelenkwinkel; (c) Biegung am Meßpunkt $x = 0,052$ m; (d) Biegung am Meßpunkt $x = 0,2$ m („—“ gemessen; „-·-“ simuliert)

simuliert. Bei den Simulationen werden m_p und J_p zu $0,106$ kg bzw. $0,000014$ kgm^2 gesetzt. In Bild 7.1, 7.2 bzw. 7.3 werden die Simulationsergebnisse mit den am Versuchsträger gemessenen Ausgängen verglichen. Die gemessenen Ausgangsgrößen des Versuchsträgers sind die Gelenkwinkel $\theta_1(t)$ und die Biegung $w_1''(x,t)$ am Meßpunkt $x = 0,052$ m sowie $x = 0,2$ m.

Es ist zu erkennen, daß das Modell den Versuchsträger mit ausreichender Güte beschreibt. Sowohl die Gelenkwinkel, als auch die Frequenzen der Schwingungen an den zwei Meßstellen stimmen mit den entsprechenden gemessenen Größen gut überein. Wegen des Getriebespiels des Versuchsträgers besitzt der Gelenkwinkel eine größere Beschleunigung bei dem Wechsel der Bewegungsrichtung. Dies verursacht eine größere elastische Schwingung. Da das Getriebespiel bei der Modellbildung nicht berücksichtigt wird, hat die gemessene elastische Schwingung eine größere Amplitude als die simulierte. Im Vergleich zum Meßpunkt $x = 0,052$ m stimmt die simulierte Schwingungsamplitude am Meßpunkt

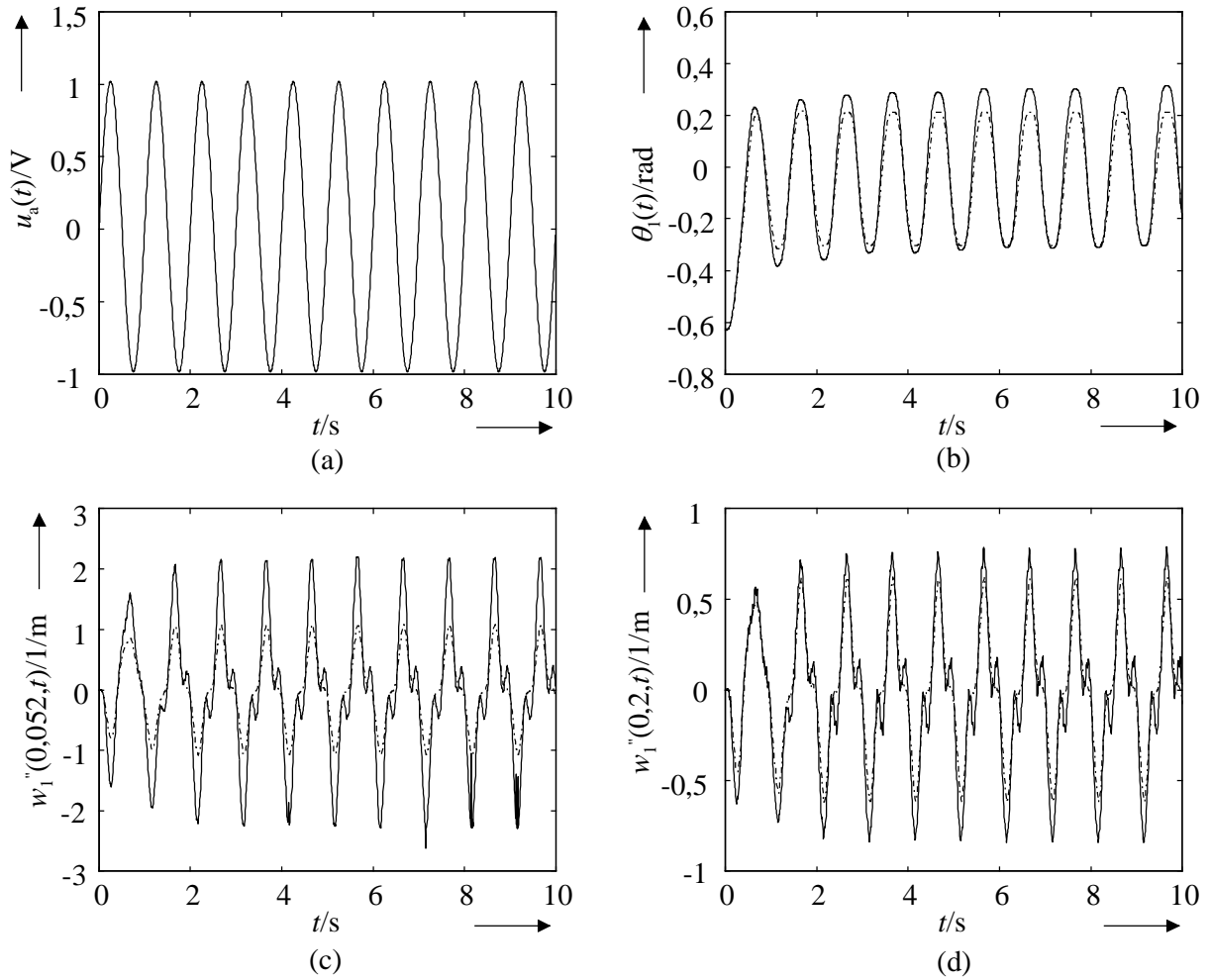


Bild 7.2: (a) Eingangsspannung 2; (b) Gelenkwinkel; (c) Biegung am Meßpunkt $x = 0,052$ m; (d) Biegung am Meßpunkt $x = 0,2$ m („--“ gemessen; „-“ simuliert)

$x = 0,2$ m mit der gemessenen besser überein. Aus Bild 7.1, 7.2 und 7.3 ist auch der Einfluß des Getriebeispiels auf den Gelenkwinkel klar zu erkennen.

7.3 Regelungsergebnisse

Im Hinblick auf das Modell des Versuchsträgers wird der Regler in vier Anteile

$$u_a(t) = u^0(t) + \hat{u}^1(t) + \hat{u}^2(t) + u_R(t) \quad (7.15)$$

aufgespalten. Die ersten drei Anteile sind für die Bahnverfolgungsregelung des Gelenkwinkels und für die Dämpfung der elastischen Schwingungen zuständig, der letzte Anteil $u_R(t)$ beschreibt die Kompensation der trockenen Reibung und des Offsets des Motorverstärkers. Um $u^0(t)$, $\hat{u}^1(t)$ bzw. $\hat{u}^2(t)$ für den betrachteten Roboter mittels des im Abschnitt 5 vorgestellten Reglerentwurfsverfahrens auszulegen, werden die nominalen Werte der Masse und des Trägheitsmoments der Nutzlast als $m_p^0 = 0,106$ kg, $J_p^0 = 0,000014$ kg·m² gesetzt.

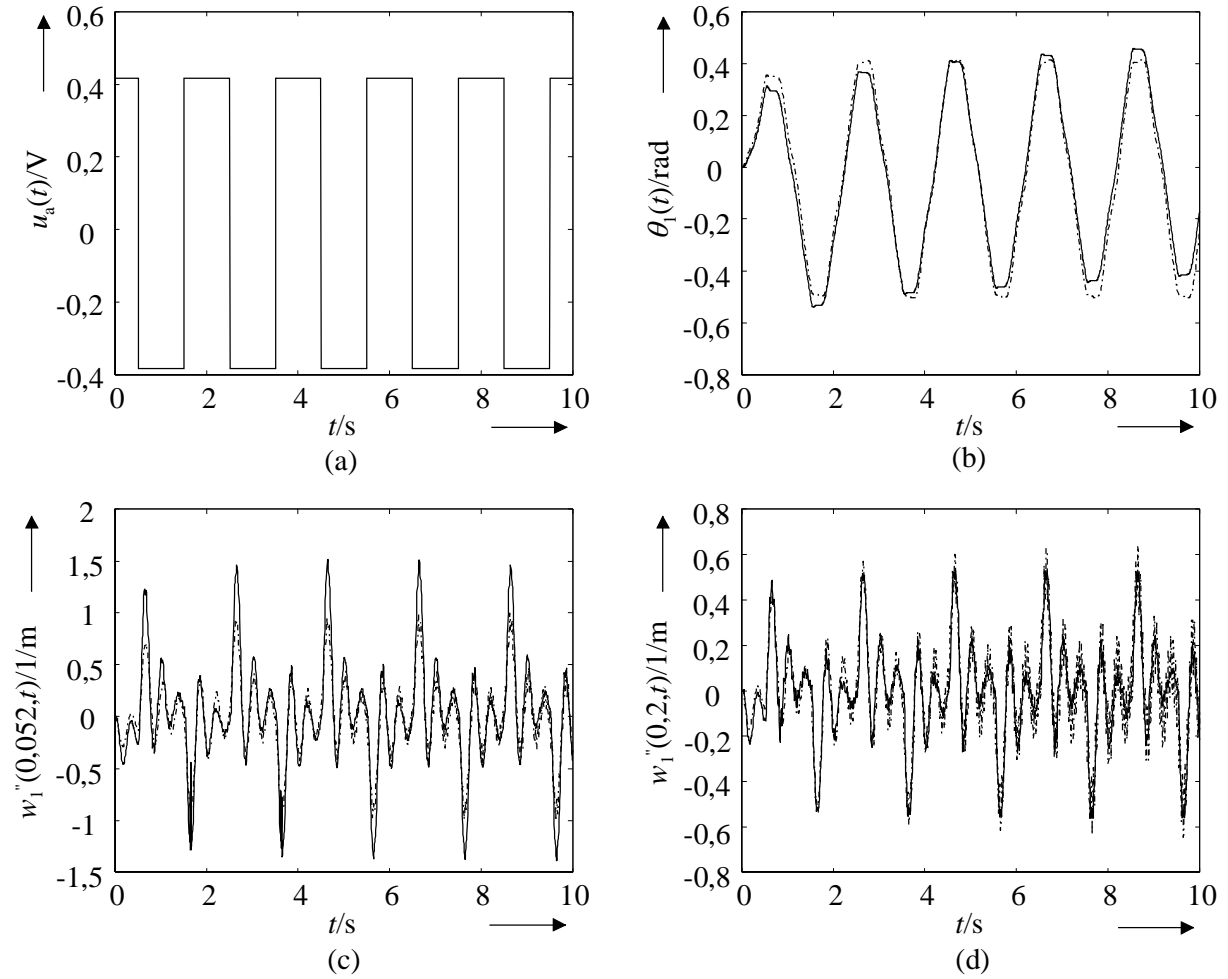


Bild 7.3: (a) Eingangsspannung 3; (b) Gelenkwinkel; (c) Biegung am Meßpunkt $x = 0,052$ m; (d) Biegung am Meßpunkt $x = 0,2$ m („—“ gemessen; „- -“ simuliert)

Somit lassen sich $\mu_1 = 0,0564$ und $\mu_2 = 0,0082$ berechnen, wenn das System (7.13) um den Arbeitspunkt $[\mathbf{q}^*(t), \dot{\mathbf{q}}^*(t)] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ und $u_a(t) = 0$ linearisiert wird.

Für den Regleranteil $u^0(t)$ gelten $M_{ss}(\bar{\sigma}) = 0,06289$ und $C_{ss}(\bar{\sigma}) = 0,1865$. Die übrigen Parameter dieses Regleranteils werden als $\Lambda = 6$, $K = 0,1907$, $\rho_\sigma = 0,0599$, $\epsilon = 0,1$ gesetzt.

Zur Bestimmung der Reglerparameter K_1 werden $\overline{A}_{11}^1 = -1,0793$, $\overline{B}_1^1 = -7,9339$ ausgewählt. Mit $\xi_{11} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ist $K_1 = -0,1852$ zu berechnen.

Bei dem Entwurf des robusten Reglers (5.12) ($k = 2$) wird angenommen, daß $\delta_{11}(t)$ sich im Intervall $[-0,07, 0,07]$ ändert. Ferner werden $\overline{A}_{22}^2 = -0,9721$ und $\overline{B}_2^2 = -1,5499$

angenommen. Mit $\xi_{21} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ folgt $K_2 = -0,8996$. Für $u_R(t)$ gilt:

$$u_R(t) = M_{RC}/b_m + 0,0171. \quad (7.16)$$

Zur Realisierung des Reglers (7.15) lassen sich $\delta_{11}(t)$ und $\delta_{12}(t)$ zu

$$\begin{bmatrix} \delta_{11}(t) \\ \delta_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi''_{11}(0,052) & \phi''_{12}(0,052) \\ \phi''_{11}(0,2) & \phi''_{12}(0,2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} w''_1(0,052,t) \\ w''_1(0,2,t) \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

berechnen. $\dot{\theta}_1(t)$, $\dot{\delta}_{11}(t)$ bzw. $\dot{\delta}_{12}(t)$ werden durch numerische Differentiation von $\theta_1(t)$, $\delta_{11}(t)$ bzw. $\delta_{12}(t)$ ermittelt. Da wegen der numerischen Differentiation das Rauschen der Meßsignale einen stärkeren Einfluß auf $\dot{\delta}_{11}(t)$ als auf $\dot{\delta}_{12}(t)$ hat, wird der somit resultierende $\dot{\delta}_{11}(t)$ anschließend durch ein digitales Butterworth-Tiefpaßfilter 2. Ordnung mit der Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{0,0201 + 0,0402z^{-1} + 0,0201z^{-2}}{1 - 1,561z^{-1} + 0,6414z^{-2}} \quad (7.18)$$

gefiltert. Die Sperrfrequenz für dieses Filter liegt bei 10 Hz.

Mit drei verschiedenen Nutzlasten:

1. $m_p=0$ kg und $J_p=0$ kgm²,
2. $m_p=0,106$ kg und $J_p=0,000014$ kgm²,
3. $m_p=0,211$ kg und $J_p=0,000033$ kgm²

wird der Regler (7.15) am Versuchsträger für drei verschiedenen Sollbahnen angewendet:

1. Sprungfunktion von 1 rad (siehe Bild 7.4a),
2. $\theta_1^d(t) = \begin{cases} -0,2\pi + 0,4\pi \left(6\frac{t^5}{2^5} - 15\frac{t^4}{2^4} + 10\frac{t^3}{2^3}\right) & \text{für } t \leq 2 \text{ s,} \\ 0,2\pi & \text{für } t > 2 \text{ s,} \end{cases}$
3. $\theta_1^d = \begin{cases} 0,2\pi \sin(0,5\pi t) & \text{für } t \leq 8 \text{ s,} \\ 0 & \text{für } t > 8 \text{ s.} \end{cases}$

Die experimentellen Ergebnisse sind in Bild 7.4 bis 7.9 dargestellt. Daraus ist zu erkennen, daß der Regler eine große Robustheit für den Roboter gewährleistet. Trotz einer 100% Abweichung der Masse und des Trägheitsmoments der Nutzlast von ihren nominalen Werten funktioniert der Regler für die drei Sollbahnen sehr gut. Das Gelenk kann den drei Sollbahnen mit hoher Genauigkeit folgen, obwohl die Sollbewegungen sehr schnell sind. Gleichzeitig werden die elastischen Schwingungen gut gedämpft. Ferner läßt sich erkennen, daß eine stärkere elastische Schwingung einer schwereren Nutzlast entspricht. Dies ist identisch mit den Ergebnissen aus den Simulationen. Aus Bildern 7.5b, 7.7b und 7.9b ist zu erkennen, daß der Rauschen der Meßsignale, der durch die digitale Differentiation verstärkt wird, einen großen Einfluß auf die Stellgröße hat, besonders wenn die elastische Schwingung klein ist.

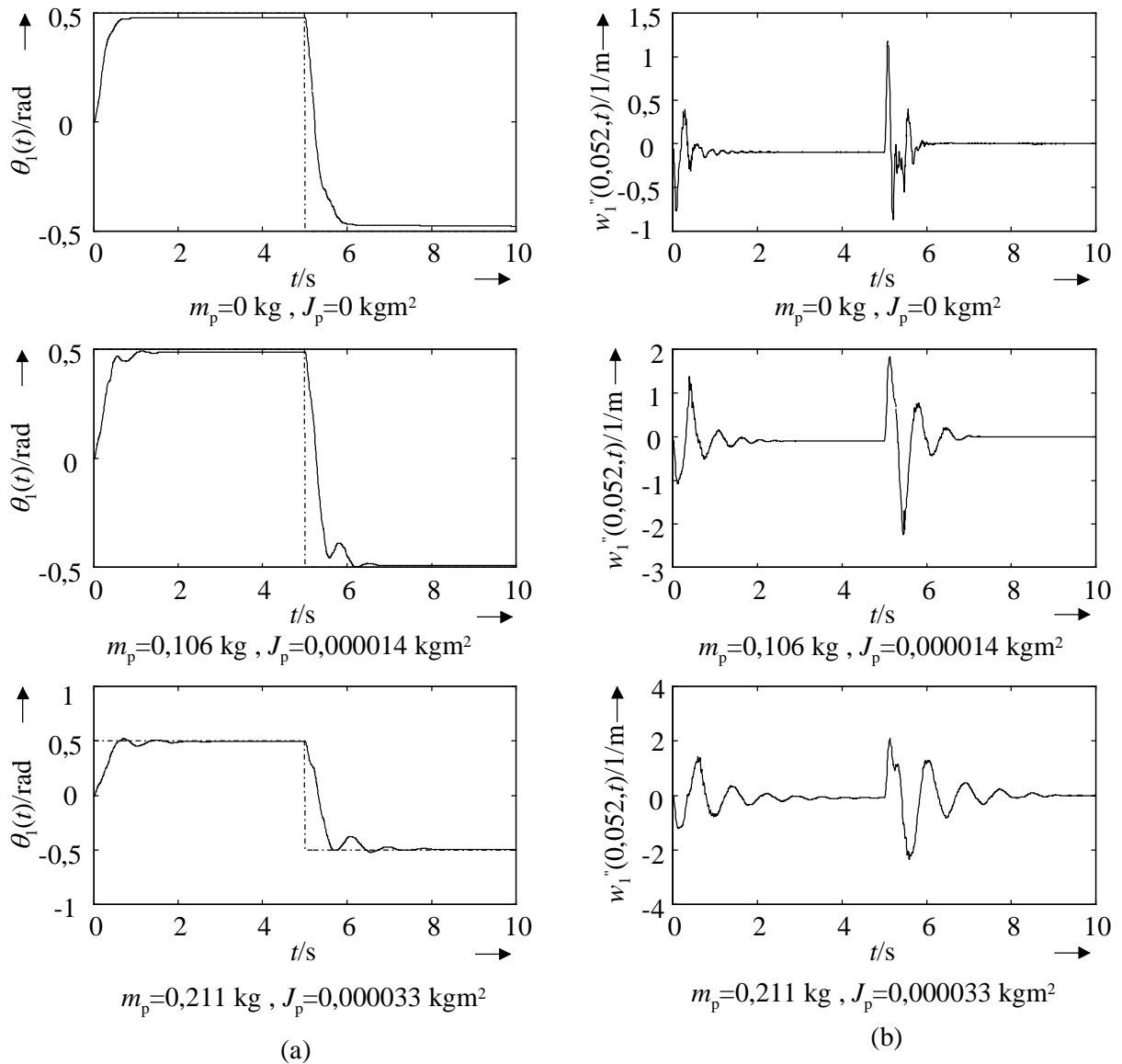


Bild 7.4: (a) Gelenkwinkel; (b) Biegung am Meßpunkt $x = 0,052$ m („--“ gemessen; „-“ Sollbahn).

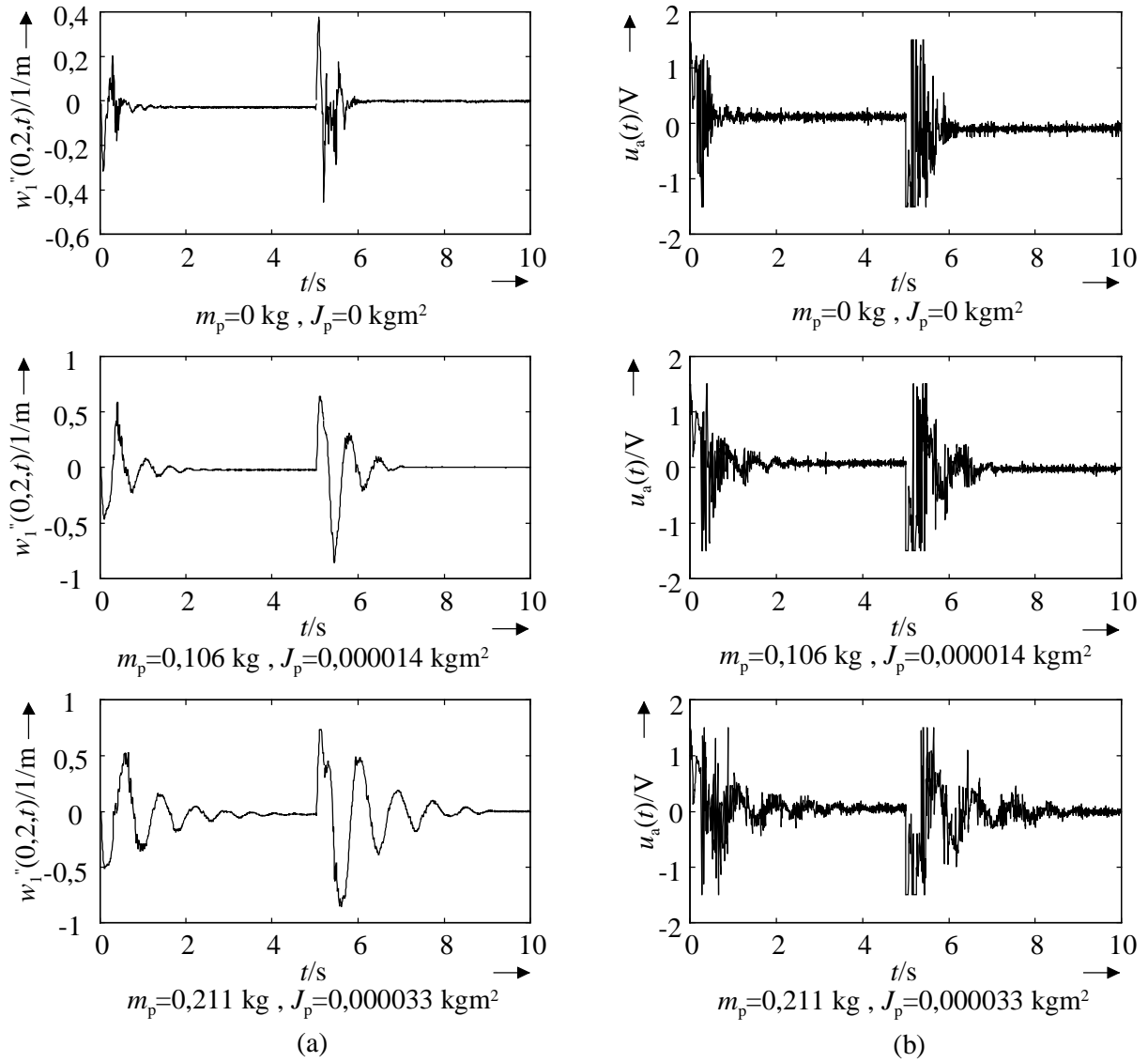


Bild 7.5: (a) Biegung am Meßpunkt $x = 0,2 \text{ m}$; (b) Eingangsspannung („—“ gemessen; „- -“ Sollbahn).

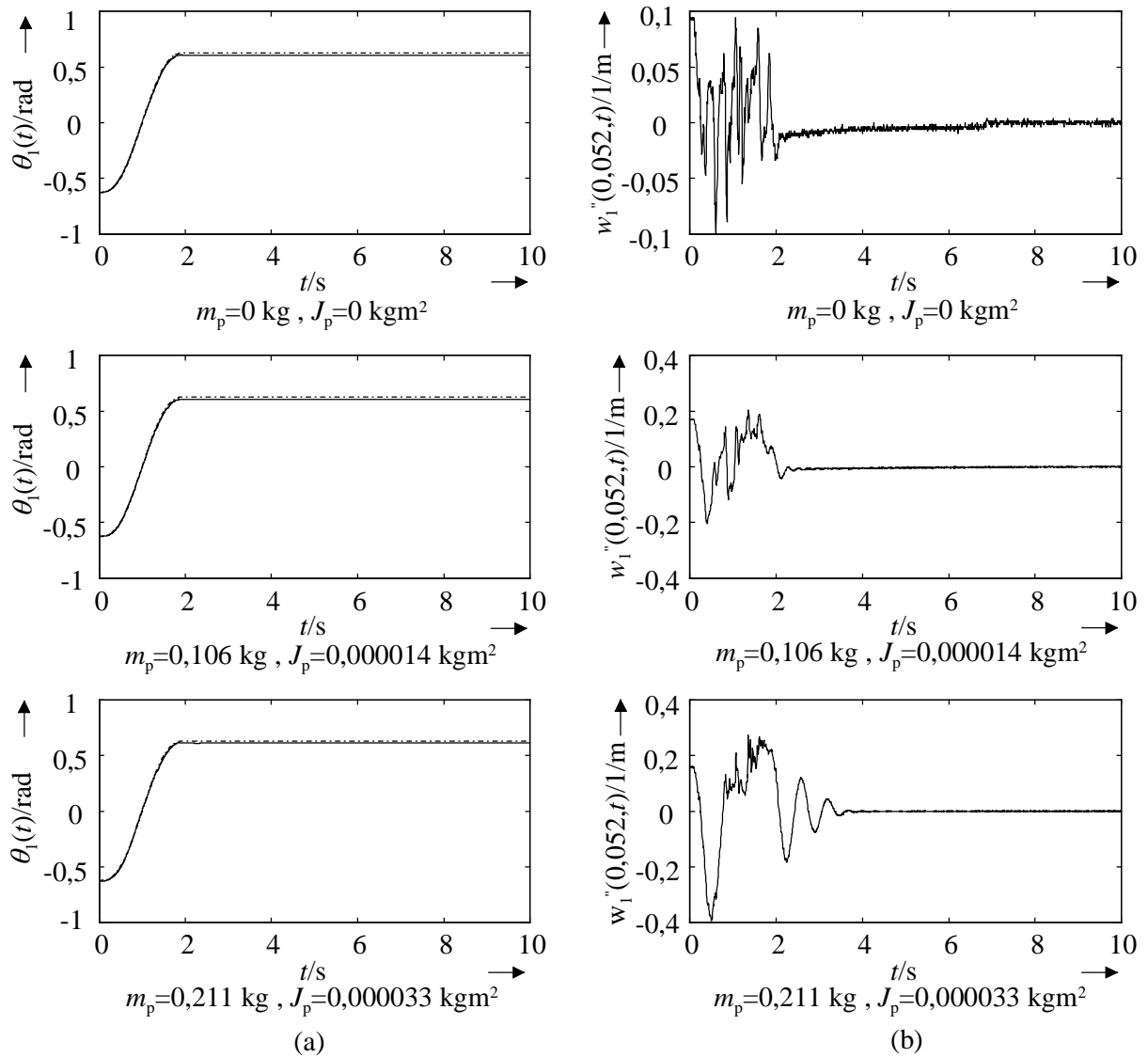


Bild 7.6: (a) Gelenkwinkel; (b) Biegung am Meßpunkt $x = 0,052 \text{ m}$ („--“ gemessen; „—“ Sollbahn).

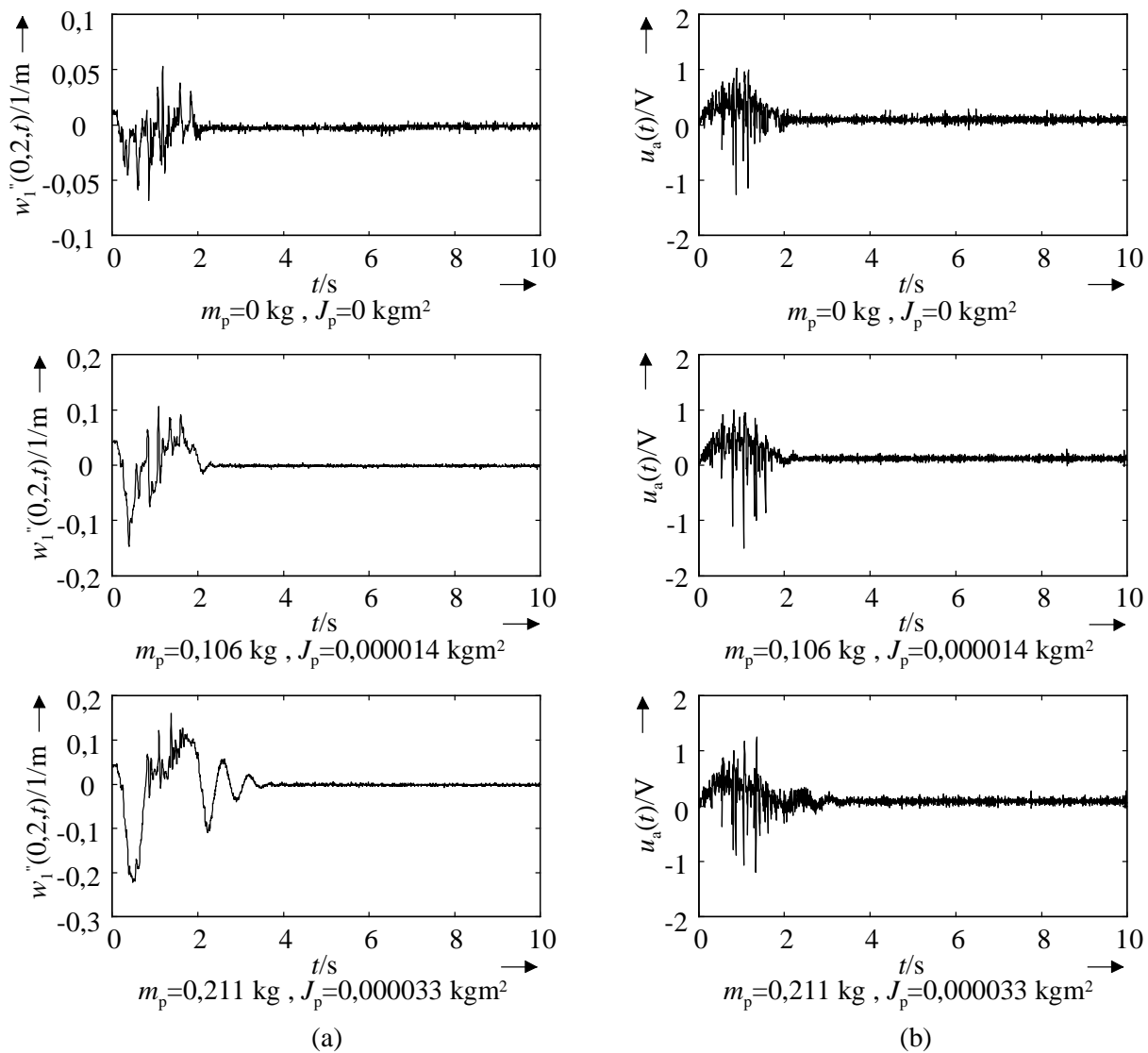


Bild 7.7: (a) Biegung am Meßpunkt $x = 0,2$ m; (b) Eingangsspannung („—“ gemessen; „- -“ Sollbahn).

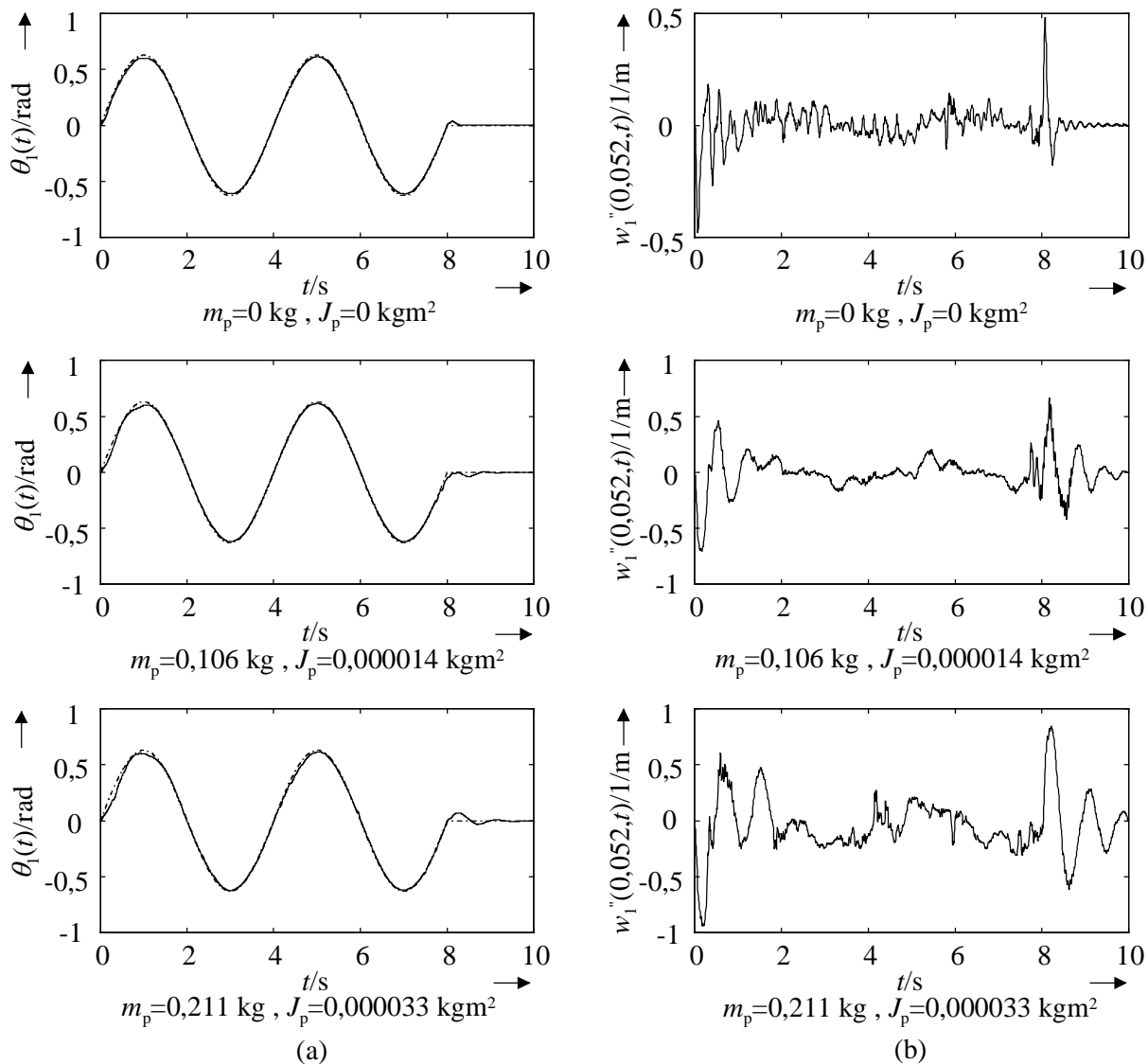


Bild 7.8: (a) Gelenkwinkel; (b) Biegung am Meßpunkt $x = 0,052$ m („--“ gemessen; „—“ Sollbahn).

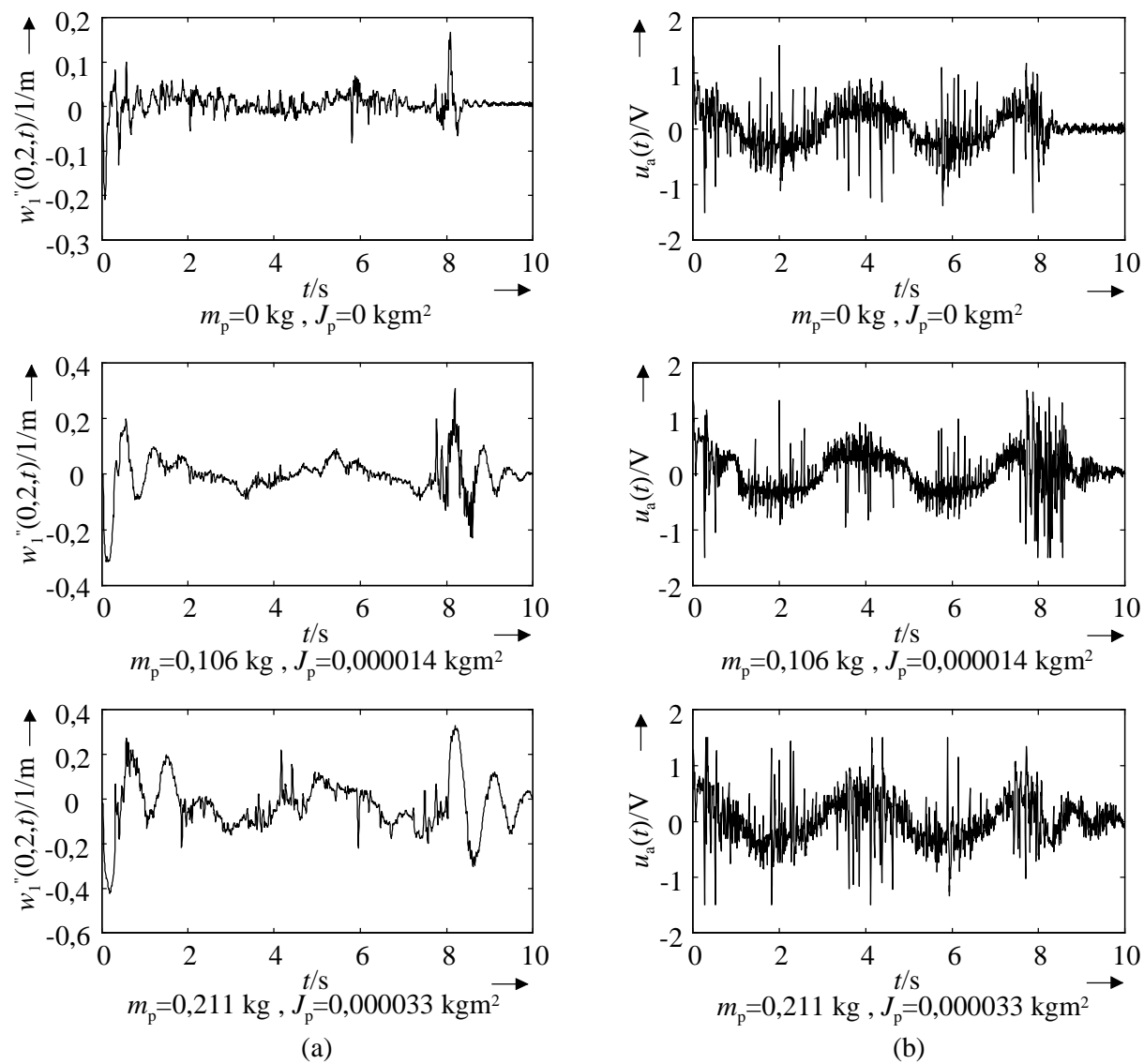


Bild 7.9: (a) Biegung am Meßpunkt $x = 0,2$ m; (b) Eingangsspannung („--“ gemessen; „-“ Sollbahn).

8 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Forschungsbericht wird eine Methode zur robusten Bahnfolgeregelung für elastische Roboter entwickelt. Dabei werden sowohl die Einflüsse der Unsicherheiten auf die starre Dynamik als auch auf die elastische Dynamik des Roboters berücksichtigt. Hierzu wird das Modell des betrachteten elastischen Roboters zunächst in einer Singular-Perturbation-Standardform mit Parameterunsicherheiten dargestellt. Dann wird das Robotersystem durch Verwendung der Multizeitenskalen-Multiparameter-Singular-Perturbation-Methode in eine Gruppe ordnungsreduzierter Teilsysteme mit Unsicherheiten zerlegt. Während ein für starre Roboter entwickelter robuster Bahnverfolgungsregler für das starre Teilsystem verwendet wird, wird ein Verfahren zum Reglerentwurf für die schnellen Teilsysteme mittels robuster Polvorgabe vorgestellt. Die resultierenden Regler für die schnellen Teilsysteme sind robust, nicht nur gegen die Parameterunsicherheiten, sondern auch gegen die Änderung der Konfiguration des Roboters. Die Ergebnisse der Simulation und der experimentellen Erprobung zeigen, daß der resultierende Regler effektiv ist.

Diese Arbeit hat vorausgesetzt, daß die Singular-Perturbation-Parameter klein genug sind. Wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, kann diese Arbeit auf die korrigierte Singular-Perturbation-Methode oder das Verfahren mittels Integralmannigfaltigkeit erweitert werden, um die Genauigkeit zu erhöhen.

Der Verfasser dankt dem DAAD für seine Unterstützung.

9 Literaturverzeichnis

- Abdallah, C., D. Dawson, P. Dorato und M. Jamshidi.** 1991. Survey of robust control for rigid robots. *IEEE Control Systems* 11. 24–30.
- Barmish, B. R. und G. Leitmann.** 1982. On ultimate boundedness control of uncertain systems in the absence of matching assumptions. *IEEE Transactions on Automatic Control* 27. 153–158.
- Byers, R. und S. G. Nash.** 1989. Approaches to robust pole assignment. *Int. J. Control* 49. 97–117.
- Chen, Y. H.** 1986. On the deterministic performance of uncertain dynamical systems. *Int. J. Control* 43. 1557–1579.
- Chen, Y. H. und G. Leitmann.** 1987. Robustness of uncertain systems in the absence of matching assumptions. *Int. J. Control* 45. 1527–1542.
- Chen, Y.-H. und S. Pandey.** 1990. Uncertainty bound-based hybrid control for robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 6. 303–311.
- Chow, J. H., J. J. Allemong und P. V. Kokotovic.** 1978. Singular perturbation analysis of systems with sustained high frequency oscillations. *Automatica* 14. 271–279.
- Corless, M., F. Garofalo und L. Glielmo.** 1989. Nonlinear stabilization of a class of singularly perturbed uncertain systems. *Nonlinear Control Systems Design*, hg. von A. Isidori. 189–193. Oxford: Pergamon Press.
- Corless, M., F. Garofalo und L. Glielmo.** 1993. New results on composite control of singularly perturbed uncertain linear systems. *Automatica* 29. 387–400.
- Corless, M. und E. P. Ryan.** 1991. Robust feedback control of singularly perturbed uncertain dynamical systems. *Dynamics and Stability of Systems* 6. 107–121.
- Corless, M. J. und G. Leitmann.** 1981. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 26. 1139–1144.
- De Luca, A. und B. Siciliano.** 1991. Closed-form dynamic model of planar multilink lightweight robots. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 21. 826–839.
- De Luca, A. und B. Siciliano.** 1993. Regulation of flexible arms under gravity. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 9. 463–467.

- Fraser, A. R.** und **R. W. Daniel.** 1991. *Perturbation Techniques for Flexible Manipulators*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Garofalo, F.** und **Gleitmann.** 1990. Nonlinear composite control of a class of nominally linear singularly perturbed uncertain systems. *Deterministic Control of Uncertain Systems*, hg. von A. S. I. Zinober. 269–288. London: IEE.
- Garofalo, F.** und **G. Leitmann.** 1988. A composite controller ensuring ultimate boundedness for a class of singularly perturbed uncertain systems. *Dynamics and Stability of Systems* 3. 135–145.
- Gutman, S.** 1979. Uncertain dynamical systems – a Lyapunov min-max approach. *IEEE Transactions on Automatic Control* 24. 437–443.
- Khorrani, F.** 1989. Analysis of multi-link flexible manipulators via asymptotic expansions. *Proceedings of the 28th Conference on Decision and Control*. Florida. 2089–2094.
- Kokotovic, P., H. K. Khalil** und **J. O'Reilly.** 1986. *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*. New York: Academic Press.
- Korolov, V. V.** und **Y. H. Chen.** 1989. Controller design robust to frequency variation in a one-link flexible robot arm. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 111. 9–14.
- Ladde, G. S.** und **D. D. Siljak.** 1983. Multiparameter singular perturbations of linear systems with multiple time scales. *Automatica* 14. 385–394.
- Leitmann, G.** 1979. Guaranteed asymptotic stability for some linear systems with bounded uncertainties. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 101. 212–216.
- Leitmann, G.** 1981. On the efficacy of nonlinear control in uncertain linear systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 102. 95–102.
- Lin, J.** und **F. L. Lewis.** 1994. Enhanced measurement and estimation methodology for flexible link arm control. *Journal of Robotic Systems* 11. 367–385.
- Lucibello, P., S. Panzieri** und **G. Ulivi.** 1997. Repositioning control of a two-link flexible arm by learning. *Automatica* 33. 579–590.
- Moallem, M., K. Khorasani** und **R. V. Patel.** 1997. An integral manifold approach for tip-position tracking of flexible multi-link manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 13. 823–837.
- Morita, Y., H. Ukai** und **T. Iwazumi.** 1996. Trajectory control of multi-link elastic robot manipulators via a nonlinear feedback controller and a robust servo controller. *International Journal of Systems Science* 27. 1099–1111.

- Morita, Y., H. Ukai** und **H. Kando**. 1997. Robust trajectory tracking control of elastic robot manipulators. *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 119. 727–735.
- Nathan, P. J.** und **S. N. Singh**. 1991. Sliding mode control and elastic mode stabilization of a robotic arm with flexible links. *Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 113. 669–676.
- Nathan, P. J.** und **S. N. Singh**. 1992. Nonlinear ultimate boundedness control and stabilization of a flexible robotic arm. *Journal of Robotic Systems* 9. 301–326.
- Osman, J. H. S.** und **P. D. Roberts**. 1991. A class of decentralized tracking controller for robot manipulators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part 1, Journal of Systems and Control Engineering* 205. 141–150.
- Osman, J. H. S.** und **P. D. Roberts**. 1995. A two-level control strategy for robot manipulators. *Int. J. Control* 61. 1201–1222.
- Petersen, I. R.** und **C. V. Hollot**. 1986. A riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems. *Automatica* 22. 397–411.
- Riege, B.** 1996. *Zur Strukturanalyse der Modelle elastischer Handhabungssysteme*. Forschungsbericht Nr. 09/96. MSRT. Universität Duisburg.
- Schmitendorf, W. E.** 1988. Designing stabilizing controllers for uncertain systems using the Riccati equation approach. *IEEE Transactions on Automatic Control* 33. 376–379.
- Schoenwald, D. A.** und **U. Özgüner**. 1996. Control of flexible manipulators via singular perturbations and distributed vibration damping. *Dynamic and Control* 6. 5–32.
- Schwarz, H.** 1991. *Nichtlineare Regelungssysteme*. München: R. Oldenbourg Verlag.
- Shoureshi, R., M. J. Corless** und **M. D. Roesler**. 1987. Control of industrial manipulators with bounded uncertainties. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 109. 53–59.
- Siciliano, B., J. V. R. Prasad** und **A. J. Calise**. 1992. Output feedback two-time scale control of multilink flexible arms. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 114. 70–77.
- Siciliano, B.** und **W. J. Book**. 1988. A singular perturbation approach to control of lightweight flexible manipulators. *The International Journal of Robotics Research* 7(4). 79–90.
- Spong, M. W.** 1992. On the robust control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Automatic Control* 37. 1782–1786.

- Wang, J.-Q.** und **H.-D. Wend.** 1997a. Robust decentralized control of robot manipulators. *International Journal of Systems Science*. (Angenommener Beitrag).
- Wang, J.-Q.** und **H.-D. Wend.** 1997b. Robust control of one-link flexible arm via singular perturbation methods for uncertain systems. *Transactions of the AMSE Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. (Eingereichter Beitrag).
- Wang, J.-Q.** und **H.-D. Wend.** 1998a. Multiparameter singular perturbation approach to control of flexible-link manipulators. *Fifth International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*. Singapore. (Angenommener Beitrag).
- Wang, J.** 1996. *Regelung eines zweiachsigen elastischen Roboters*. Forschungsbericht Nr. 17/96. MSRT. Universität Duisburg.
- Wang, J.** 1998a. *Modellbildung elastischer Roboter und Eigenwertanalyse*. Forschungsbericht Nr. 7/98. MSRT. Universität Duisburg.
- Wang, J.** 1998b. *Multiparameter-Singular-Perturbation-Methode zur Regelung von Robotern mit elastischen Armen*. Forschungsbericht Nr. 5/98. MSRT. Universität Duisburg.
- Yuan, B. S., W. J. Book** und **J. D. Huggins.** 1990. Control of a multi-link flexible manipulator with a decentralized approach. *Preprints of 11th IFAC World Congress*, hg. von V. Utkin und . Jaaksoo. 255–261.
- Zaad, K. H.** und **K. Khorasani.** 1996. Control of non-minimum phase singularly perturbed systems with application to flexible-link manipulators. *International Journal of Control* 63. 679–701.