

# **Zur Optimierung und Adaption von Parametern an einem virtuellen Feder-Dämpfer-Element: Eine theoretische Betrachtung**

Dirk Nissing

Forschungsbericht 07/99

**Übersicht:** Beim Einsatz von Robotern zur Beförderung von extrem schweren Lasten und bei großen Reichweiten treten elastische Verformungen auf, woraus Strukturschwingungen resultieren. Diese Schwingungen behindern den Produktionsprozeß und sind daher zu vermeiden. Die Schwingungsdämpfung des elastischen Arms kann durch den Einsatz eines virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes erfolgen. Unter Verwendung von geeigneter Sensorik bildet der Aktuator dieses passive Element nach. Die zwei bei diesem Feder-Dämpfer-Element neu entstehenden relevanten Parameter können frei gewählt werden, da das passive Element nur virtuell existiert. Somit ist eine Anpassung des elastischen Systems an jeden Schwingungszustand möglich. Inhalt dieses Forschungsberichtes ist es, basierend auf einem Ersatzmodell des elastischen Arms, drei Verfahren zur Optimierung und Adaption der virtuellen Parameter vorzustellen.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg  
Meß-, Steuer- und Regelungstechnik  
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

# Inhaltsverzeichnis

<b>Formelzeichen und Bezeichnungen</b>	<b>III</b>
<b>1 Einleitende Übersicht</b>	<b>1</b>
<b>2 Schwingungsdämpfung elastischer Roboter</b>	<b>3</b>
2.1 Prinzip der Schwingungsdämpfung .....	3
2.2 Ersatzmodelle .....	6
<b>3 Optimierung der mechanischen Parameter des Feder-Dämpfer-Elementes</b>	<b>10</b>
3.1 Sprungantwort mit zeitinvarianten Parametern.....	10
3.2 Zeitvariante Parameter durch Vorausrechnung.....	12
3.3 Systemabhängige zeitvariante Parameter .....	15
<b>4 Gegenüberstellung der Ergebnisse</b>	<b>18</b>
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>20</b>
<b>6 Literaturverzeichnis</b>	<b>22</b>
<b>Anhang</b>	
<b>A Gauß-Newton-Verfahren</b>	<b>24</b>

## Formelzeichen und Bezeichnungen

### Skalare

$A(z^{-1})$	Polynomfunktion der $z$ -Transformierten
$a_1, a_2, a_3, a_4$	zu optimierende Faktoren für den funktionalen Zusammenhang von $c$ bzw. $d$ und $e$
$B(z^{-1}), C(z^{-1})$	Polynomfunktion der $z$ -Transformierten
$c$	Federsteifigkeit des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes
$c_{\text{Arm}}$	Federsteifigkeit des Ersatzmodells des elastischen Arms
$c_{\text{max}}$	maximal zu adaptierende Federsteifigkeit bei der Optimierung
$c_{\text{Opt}}(k)$	optimale Federsteifigkeit des Feder-Dämpfer-Elementes zum Zeitpunkt $k$
$D$	Dämpfungsgrad
$D(z^{-1})$	Polynomfunktion der $z$ -Transformierten
$d$	Dämpfungskonstante des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes
$d_{\text{Arm}}$	Dämpfungskonstante des Ersatzmodells des elastischen Arms
$d_{\text{max}}$	maximal zu adaptierende Dämpfung bei der Optimierung
$d_{\text{Opt}}(k)$	optimale Dämpfungskonstante des Feder-Dämpfer-Elementes zum Zeitpunkt $k$
$E$	Gütekriterium
$EI$	Biegesteifigkeit
$e(k)$	zeitdiskretes Fehlersignal zum Zeitpunkt $k$
$e(t)$	Fehler zwischen Soll- und Istwert
$F(z^{-1})$	Polynomfunktion der $z$ -Transformierten
$F_{\text{St}}$	Störkraft, die auf den elastischen Arm wirkt
$F_{\text{Zyl}}$	Störkraft, die auf den Aktuator wirkt
$f_1, f_2, f_3, f_4$	Kostenfunktionen
$J$	Trägheitsmoment
$k$	diskreter Zeitpunkt
$\Delta k$	Vorausrechnungszeit
$L$	Länge des Arms
$M_0$	Moment an der Einspannstelle
$m$	Masse
$m_0$	Ersatzmasse für die Starrkörperbewegung des elastischen Arms
$m_{\text{Arm}}$	Masse für den elastischen Anteil des Ersatzmodells des elastischen Arms
$Q_i(t)$	verallgemeinerte Erregerkräfte
$q_i(t)$	verallgemeinerte Modalkoordinaten

$S(t)$	Zeitfunktion
$T$	Abtastzeit
$t$	Zeit
$u(k)$	zeitdiskretes Eingangssignal zum Zeitpunkt $k$
$u(t)$	Eingangsgröße
$V$	Verlustfunktion
$x$	Ortskoordinate
$y(k)$	zeitdiskretes Ausgangssignal zum Zeitpunkt $k$
$y(t)$	Ausgangsgröße
$y(x,t)$	zeit- und ortsabhängige Auslenkung des Balkens
$y_0$	Federfußpunkt
$y_{\text{Arm}}$	Position des nachgebildeten elastischen Arms
$\dot{y}_{\text{soll}}$	vom Feder-Dämpfer-Element generierte Sollgeschwindigkeit
$y_{\text{Zyl}}$	Zylinderkolbenposition
$\dot{y}_{\text{Zyl}}$	Zylinderkolbengeschwindigkeit
$z$	$z$ -Transformierte
$\delta_i$	$i$ -te Dämpfungskonstante
$\phi_i(x)$	$i$ -te Eigenfunktion
$\varphi$	Gelenkwinkel
$\varphi_0$	Eingangswinkel der Basis (Federfußpunkt)
$\theta_i$	Parameter
$\mu$	kontinuierliche konstante Massenbelegung
$\omega_i$	$i$ -te Eigenfrequenz

### Vektoren und Matrizen

$A$	Systemmatrix des linearen Systems
$A_E$	Systemmatrix des Ersatzmodells
$A_r$	Systemmatrix nach Zustandsrückführung
$B_E$	Eingangsmatrix des Ersatzmodells
$b$	Eingangsvektor
$C$	Steifigkeitsmatrix des Ersatzsystems
$c^T$	Ausgangsvektor
$D$	Dämpfungsmatrix des Ersatzsystems
$e$	Fehlervektor
$H$	Hessematrix
$I_n$	Einheitsmatrix

$J$	Jacobimatrix
$M$	Massenmatrix des Ersatzsystems
$p(t)$	Belastungsvektor
$q(t)$	Systemzustandsvektor (verallgemeinerte Koordinaten)
$r^T$	Rückführvektor
$u(t)$	Eingangsvektor
$x(t)$	Zustandsvektor
$y(t)$	Verschiebungsvektor des Ersatzsystems
$\theta$	Parametervektor
$\hat{\theta}$	geschätzter Parametervektor
$\hat{\theta}_0$	Startvektor

### Operatoren und sonstige Zeichen

$\nabla(f)$	Gradient von $f$
$\frac{\partial^n}{\partial x^n}$	$n$ -te partielle Ableitung nach $x$
$\frac{\partial^n}{\partial t^n}$	$n$ -te partielle Ableitung nach $t$
$(\dot{\bullet})$	erste Ableitung nach der Zeit
$(\ddot{\bullet})$	zweite Ableitung nach der Zeit
$(\bullet)'$	erste Ableitung nach $x$
$ \bullet $	Betragsfunktion $\begin{cases} \bullet & \forall \bullet \geq 0 \\ -\bullet & \forall \bullet < 0 \end{cases}$

# 1 Einleitende Übersicht

Konventionelle Industrieroboter zeichnen sich durch eine massive Ausführung der belasteten Bauteile aus, wodurch elastische Verformungen einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Dynamik des Systems besitzen. Bei diesen sogenannten „starr“ Systemen vereinfacht sich die Regelung deutlich, da lediglich leicht zu bestimmende Parameter wie Trägheit, Massen und Geometrie für die Positionierung des Endeffektors bekannt sein müssen (Sciavicco und Siciliano 1996). Ist eine Beförderung von extrem schweren Lasten gefordert oder ist eine große Reichweite gewünscht, wie dies der Großmanipulator in Bild 1.1 zeigt, so stößt die steife Auslegung an ihre Grenzen. Ein wesentliches regelungstechnisches Problem bei diesen Robotern – bei denen elastische Verformungen in den Armen auftreten – sind Strukturschwingungen, die durch hohe Beschleunigungskräfte oder durch von außen angreifende Kräfte hervorgerufen werden.



**Bild 1.1:** Großmanipulator

Eine Regelung zur Schwingungsdämpfung kann über aktive Methoden, basierend auf einem, in einen beliebigen Arbeitspunkt linearisierten, Modell und einer entsprechenden Rückführung der elastischen Deformationen mit Polvorgabe, geschehen (Canudas de Wit u.a. 1996). Aktive Regelungsstrategien auf der Basis der inversen Dynamik bzw. exakten Linearisierung oder auch Computed Torque Control scheitern in der Praxis an der Voraussetzung exakter Modelle (Slotine und Li 1991). Eine Regelung zur passiven Schwingungsdämpfung ist das virtuelle Feder-Dämpfer-Element, welches Bernzen (1999) detailliert beschreibt. Hierbei verhält sich der Antrieb wie ein mechanisches Element. Da das Feder-Dämpfer-Element nur virtuell existiert, sind die relevanten Parameter frei wählbar und es kann eine Anpassung der Parameter an den jeweiligen Schwingungszustand erfolgen.

In diesem Bericht erfolgt dazu eine Untersuchung zur Bestimmung der optimalen Parameter. Die Größen des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes sind dann optimal eingestellt, wenn einerseits das Systemverhalten möglichst schnell wird, andererseits das System

nicht zu Schwingungen neigt; diese Eigenschaften verhalten sich jedoch gegenläufig (Nissing 1999). Da die Untersuchung der Parameteroptimierung simulativ an einem fiktiven Modell erfolgt, muß eine Überprüfung der Einsatzfähigkeit des Optimierungsprozesses für die Praxis erfolgen.

In Abschnitt 2 findet eine genaue Beschreibung des Grundprinzips der Schwingungsdämpfung mit Hilfe eines passiven virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes statt. Anhand des analytischen Modells eines elastischen Armes, unter der Berücksichtigung von Gelenkräften, ist die Arbeitsweise der Schwingungsdämpfung dargestellt. Auch die Beschreibung der realen Umsetzung für einen Schwerlast- oder Großhandhabungsroboter ist Bestandteil dieses Abschnittes. Die anschließende Einführung von Ersatzmodellen für den elastischen Roboterarm erleichtert die Untersuchung der Parameteroptimierung in der Simulation. In Abschnitt 3 erfolgt die Vorstellung von drei Optimierungs- und Adaptionprozessen für die mechanischen Parameter des Feder-Dämpfer-Elementes: Die Optimierung der Sprungantwort nach verschiedenen Integralkriterien, die Optimierung der Parameter durch Vorausrechnung und die Anpassung der Parameter an den Systemzustand. Als Referenz dienen die ermittelten Parameter aufgrund der Poluntersuchungen (Nissing 1999). Wie auch schon bei den Poluntersuchungen sind die optimierten Parameter bei dem Verfahren der „optimalen Sprungantwort“ zeitinvariant. Die beiden weiteren Optimierungsverfahren liefern zeitvariante mechanischen Größen. Eine Gegenüberstellung und Diskussion der Ergebnisse, sowie eine Überprüfung der Einsatzfähigkeit für die Praxis geschieht in Abschnitt 4. Der vorliegende Forschungsbericht schließt mit dem Abschnitt 5, der eine kurze Zusammenfassung und einen Ausblick beinhaltet.

## 2 Schwingungsdämpfung elastischer Roboter

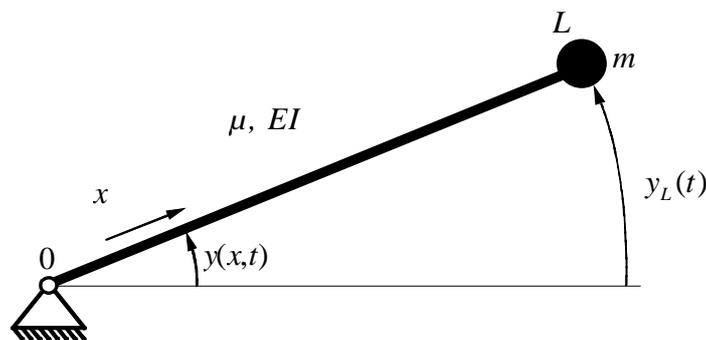
Mit Hilfe eines durch einen Aktuator realisierten virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes, lassen sich die Schwingungen eines elastischen Roboterarms dämpfen. Dazu ist in Abschnitt 2.1 kurz das Prinzip der passiven Schwingungsdämpfung für einen einachsigen elastischen Arm mit Endmasse zusammengefaßt, eine ausführliche Beschreibung ist bei Bernzen (1999) nachzulesen. Die aus diesem Regelungskonzept hervortretenden mechanischen Parameter sind einerseits experimentell zu ermitteln, andererseits können diese Parameter mit Hilfe der Systemkenntnis angepaßt werden (Nissing 1999). Da jedoch die Modellbildung von Mehrkörpersystemen sehr komplex und im allgemeinen für die Anwendung nicht praktikabel ist, zeigt Abschnitt 2.2 Ersatzsysteme, die die wesentliche Dynamik und das Schwingungsverhalten des realen Systems wiedergeben.

### 2.1 Prinzip der Schwingungsdämpfung

Die Modellierung des in Bild 2.1 dargestellten elastischen Arms mit Endmasse erfolgt mit Hilfe der Modalanalyse (Gasch und Knothe 1989). Unter Berücksichtigung der Geometrie, ist der Balken als *Euler-Bernoulli-Balken* zu betrachten (Meirovitch 1967) und wird durch die partielle Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right) + \mu \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

beschrieben. Mit der Anwendung eines Separationsansatzes läßt sich die Lösung der Differentialgleichung (2.1) als Produkt aus einer ortsabhängigen Biegelinie  $\phi(x)$  und einer Zeitfunktion  $S(t)$  angeben.



**Bild 2.1:** Einseitig gelenkig gelagerter Balken

Die zwei sich daraus ergebenden gewöhnlichen Differentialgleichungen lassen sich geschlossen lösen und mit Hilfe einer Normierung können die Eigenfunktionen in den verallgemeinerten Modalkoordinaten  $q_i(t)$  entkoppelt werden (Flügge 1962). Unter Berücksichtigung der in jedem realen System auftretenden Dämpfungen und der von außen angreifenden Kräfte und Momente, gilt ein neuer Satz von entkoppelten Differentialgleichungen (Bernzen 1999):

$$\ddot{q}_i(t) + 2\delta_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{Q_i(t)}{J} \quad , 0 \leq i \leq \infty, \quad (2.2)$$

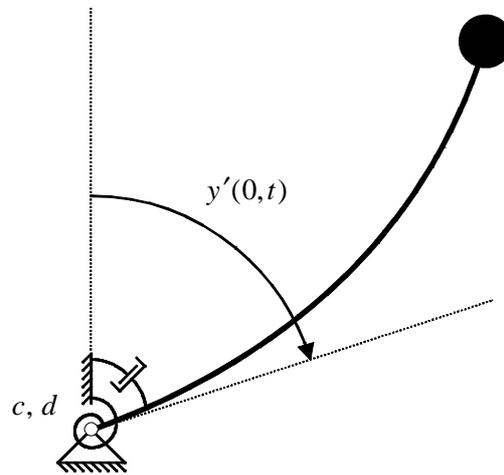
$$y(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i(x) q_i(t). \quad (2.3)$$

Die Einführung eines Feder-Dämpfer-Elementes im Gelenk, wie dies in Bild 2.2 illustriert ist, ruft ein Einzelmoment an der Stelle  $x = 0$  hervor, so daß sich hier die verallgemeinerte Erregerkraft  $Q$  mit

$$Q_i(t) = M_0(t) \phi_i'(0) \quad , 0 \leq i \leq \infty \quad (2.4)$$

formulieren läßt. Unter Hinzunahme des Drallsatzes ist das Moment  $M_0(t)$  berechenbar zu (Hagedorn und Otterbein 1987):

$$M_0(t) = c(\varphi_0(t) - \varphi(t)) + d(\dot{\varphi}_0(t) - \dot{\varphi}(t)). \quad (2.5)$$



**Bild 2.2:** Elastischer Balken mit Feder-Dämpfer-Element im Gelenk

Das Zustandsmodell ergibt sich aus Gl.(2.2) und enthält hier die ersten drei Eigenbewegungen zuzüglich der Starrkörperbewegung; da die Eigenbewegungen höherer Ordnung einen zu vernachlässigenden Einfluß auf das Systemverhalten haben, liefert diese Approximation ausreichend genaue Ergebnisse:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b} M_0(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{x} = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad \dot{q}_0 \quad \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3]^T. \quad (2.7)$$

Der Einfluß des Feder-Dämpfer-Elementes kann mit

$$M_0(t) = -c \sum_{i=0}^3 \phi_i'(0) q_i(t) - d \sum_{i=0}^3 \phi_i'(0) \dot{q}_i(t) = -\mathbf{r}^T \mathbf{x}(t) \quad (2.8)$$

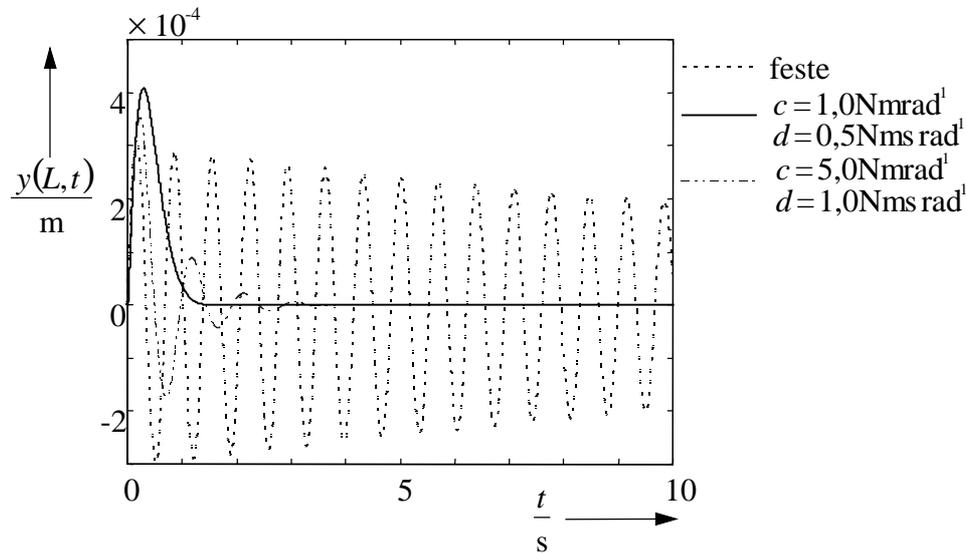
als statische Rückführung betrachtet werden, woraus das neue System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{r}^T)\mathbf{x}(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (2.9)$$

mit der Systemmatrix

$$\mathbf{A}_r(c, d) := \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{r}^T \quad (2.10)$$

entsteht. Die Simulation in Bild 2.3 zeigt den positiven Einfluß des Feder-Dämpfer-Elementes auf die Auslenkung des Endeffektors bei impulsförmiger Kraftanregung an der Endmasse. Für den fest eingespannten Balken ist eine schwach gedämpfte Schwingung zu erkennen, mit Einwirkung des Feder-Dämpfer-Elementes ist eine viel stärkere Dämpfung der Schwingung feststellbar. Des weiteren sieht man hier deutlich den Einfluß der Parameter  $c$  und  $d$  des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes.



**Bild 2.3:** Endeffektorauslenkung bei impulsförmiger Kraft am Endeffektor

In der praktischen Anwendung werden dem Aktuator – im Schwerlast- oder Großhandhabungsbereich im allgemeinen Hydraulikzylinder (Ruppert 1982) – die Eigenschaften des Feder-Dämpfer-Elementes aufgeprägt (Nissing u.a. 1999). Die Bewegungsgleichung lautet für ein solches transversales passives System:

$$F_{Zyl}(t) = c(y_0(t) - y_{Zyl}(t)) - d\dot{y}_{Zyl}(t). \quad (2.11)$$

Durch Umstellen der Gl.(2.11) folgt der Sollwert für die Zylinderkolbengeschwindigkeit

$$\dot{y}_{soll}(t) = -\frac{F_{Zyl}(t) - c(y_0(t) - y_{Zyl}(t))}{d}, \quad (2.12)$$

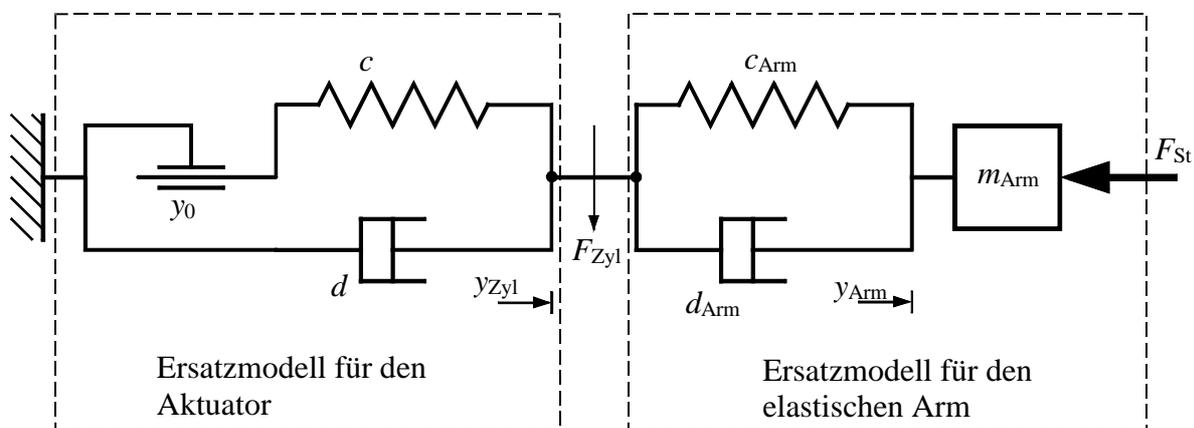
die dann mit Hilfe eines Reglers zu realisieren ist. Die Position  $y_{Zyl}$  sowie die Geschwindigkeit  $\dot{y}_{Zyl}$  sind meßbare Größen. Die Kraft  $F_{Zyl}$ , die auf den Aktuator wirkt, wird mit einem Kraftsensor gemessen. Durch Variation der neuen Eingangsgröße, des Federfußpunktes  $y_0$ , ist eine Bewegung des Arms möglich. Die relevanten Gelenkparameter Federsteifigkeit  $c$  und Dämpfung  $d$  sind frei wählbar, da das Feder-Dämpfer-Element nur virtu-

ell existiert. Eine experimentelle Einstellung oder eine adaptive Regelung dieser Parameter ist möglich.

Zur automatisierten Einstellung/Optimierung der mechanisch interpretierbaren Parameter  $c$  und  $d$  ist Wissen über das Schwingungsverhalten des elastischen Roboterarms unabdingbar. Im allgemeinen erweist sich die analytische Modellbildung eines mehrachsigen elastischen Roboters als sehr schwierig und ist nicht praktikabel. Der Abschnitt 2.2 stellt zwei Ersatzmodelle eines elastischen Roboters dar, die das Schwingungsverhalten in ausreichendem Maße beschreiben.

## 2.2 Ersatzmodelle

In einem ersten Ansatz stellt ein einfaches Masse-Feder-Dämpfer-Element (Bild 2.4) den elastischen Arm dar (Nissing 1999). Mit diesem Modell werden nicht nur die Elastizitäten der Arme, sondern auch eventuelle Nachgiebigkeiten in den Gelenken erfaßt. Der Aktuator, der die Schwingung des Systems dämpfen soll, wird, wie in Abschnitt 2.1 dargelegt, als Feder-Dämpfer-Element beschrieben. Diese Annahme ist gerechtfertigt, da sich im Experiment zeigt, daß die höheren Eigenbewegungen im Vergleich zur ersten Eigenbewegung durch innere Dämpfung relativ schnell abklingen (Bernzen 1999). Daher wird in diesem Ersatzmodell lediglich die erste Eigenbewegung berücksichtigt. Es sei jedoch an dieser Stelle bemerkt, daß die Starrkörperbewegung in diesem Modell vernachlässigt ist; bei vernachlässigbar kleinem Gewicht des Balkens gegenüber der Endmasse ist diese Anschauung angemessen.



**Bild 2.4:** Ersatzmodell für den elastischen Arm mit Aktuator

Die Bewegungsgleichungen können beispielsweise mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen, der Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art, nach dem Prinzip von Hamilton oder wie hier, mit dem Impulssatz formuliert werden (Gasch und Knothe 1987), so daß man daraus das Gleichungssystem zur Beschreibung der Schwingungen um die statische Ruhelage erhält:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C} \mathbf{y}(t) = \mathbf{p}(t). \quad (2.13)$$

Hierbei sind

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_{Zyl}(t) \\ y_{Arm}(t) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

der Verschiebungsvektor,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{Arm} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

die Massenmatrix,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d + d_{Arm} & -d_{Arm} \\ -d_{Arm} & d_{Arm} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

die Dämpfungsmatrix,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c + c_{Arm} & -c_{Arm} \\ -c_{Arm} & c_{Arm} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

die Steifigkeitsmatrix und

$$\mathbf{p}(t) = \begin{bmatrix} c y_0(t) \\ F_{St}(t) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

der Belastungsvektor. Mit den Zustandsvariablen

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{Zyl}(t) \\ y_{Arm}(t) \\ \dot{y}_{Arm}(t) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

läßt sich das Gleichungssystem (2.13) in ein Zustandsmodell 3. Ordnung überführen (Nissing 1999):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_E \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_E \mathbf{u}(t). \quad (2.20)$$

Dabei stellen

$$\mathbf{A}_E = \begin{bmatrix} -\frac{c + c_{Arm}}{d + d_{Arm}} & \frac{c_{Arm}}{d + d_{Arm}} & \frac{d_{Arm}}{d + d_{Arm}} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_{Arm} d - c d_{Arm}}{m_{Arm} (d + d_{Arm})} & -\frac{c_{Arm} d}{m_{Arm} (d + d_{Arm})} & -\frac{d d_{Arm}}{m_{Arm} (d + d_{Arm})} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

die Systemmatrix des Ersatzmodells,

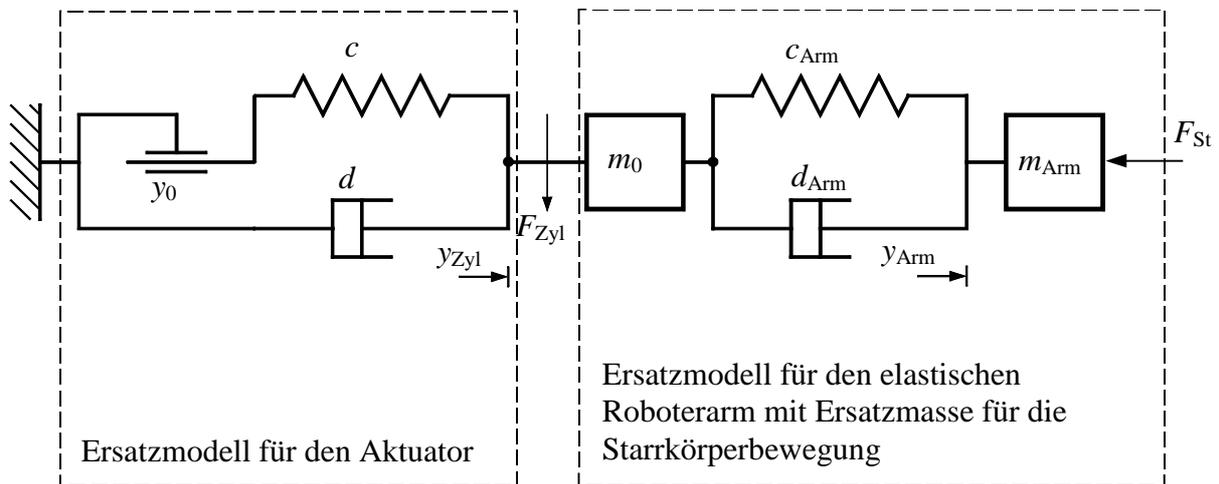
$$\mathbf{B}_E = \begin{bmatrix} \frac{c}{d + d_{\text{Arm}}} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c d_{\text{Arm}}}{m_{\text{Arm}} (d + d_{\text{Arm}})} & \frac{1}{m_{\text{Arm}}} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

die Eingangsmatrix des Ersatzmodells und

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} y_0(t) \\ F_{\text{St}}(t) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

den Eingangsvektor dar.

Ein zweiter Ansatz beschreibt die Starrkörperbewegung des Systems. Für den Fall, daß die Balkenmassen nicht vernachlässigbar klein sind, speziell für die Problematik der fehlenden Endmasse, muß das Modell um eine zusätzliche Masse  $m_0$  erweitert werden (Bild 2.5).



**Bild 2.5:** Ersatzmodell für den Aktuator und den elastischen Arm mit Starrkörperbewegung

Die Matrizen im Gleichungssystem zur Beschreibung der Schwingungen Gl. (2.13) bleiben bestehen, lediglich die Massenmatrix

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & m_{\text{Arm}} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

wird um die Ersatzmasse  $m_0$  zur Beschreibung der Starrkörperbewegung erweitert.

Eine erneute Zustandserweiterung auf die Form

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{\text{Zyl}}(t) \\ \dot{y}_{\text{Zyl}}(t) \\ y_{\text{Arm}}(t) \\ \dot{y}_{\text{Arm}}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

läßt das Gleichungssystem (2.13) in ein Zustandsmodell 4. Ordnung überführen.

Dabei stellen

$$\mathbf{A}_E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c + c_{\text{Arm}}}{m_0} & -\frac{d + d_{\text{Arm}}}{m_0} & \frac{c_{\text{Arm}}}{m_0} & \frac{d_{\text{Arm}}}{m_0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_{\text{Arm}}}{m_{\text{Arm}}} & \frac{d_{\text{Arm}}}{m_{\text{Arm}}} & -\frac{c_{\text{Arm}}}{m_{\text{Arm}}} & -\frac{d_{\text{Arm}}}{m_{\text{Arm}}} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

die Systemmatrix des Ersatzmodells,

$$\mathbf{B}_E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{c}{m_0} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{\text{Arm}}} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

die Eingangsmatrix des Ersatzmodells dar. Der Eingangsvektor  $\mathbf{u}(t)$  hat die Anordnung gemäß Gl.(2.23):

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} y_0(t) \\ F_{\text{St}}(t) \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

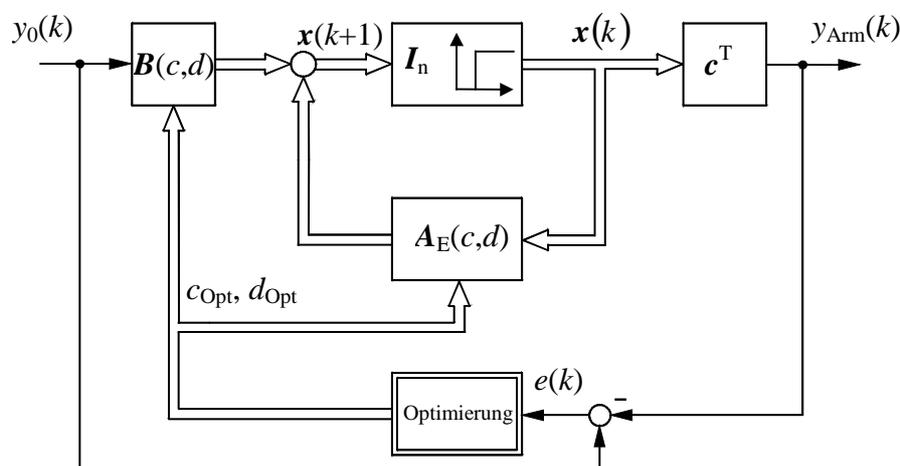
### 3 Optimierung der mechanischen Parameter des Feder-Dämpfer-Elementes

Die Parameter des passiven mechanischen Elementes sind wie schon erwähnt frei wählbar, so daß das System an den Schwingungszustand angepaßt werden kann. Dies kann zum einen experimentell geschehen, zum anderen ist man aber bestrebt, diese Parameter automatisiert anzupassen. Die Optimierungsaufgabe besteht darin, ein möglichst schnelles Systemverhalten bei minimaler Schwingungsneigung zu gewährleisten. Eine Möglichkeit ist die Untersuchung nach den Polen des Systems (Nissing 1999). Drei weitere Parametereinstellverfahren sind Bestandteil dieses Abschnittes. Als Grundlage dient das vereinfachte Ersatzmodell eines elastischen Roboters aus Bild 2.4. Die Ersatzparameter des Arms sind dabei als bekannt vorausgesetzt. Abschnitt 3.1 beinhaltet die Optimierung der Sprungfunktion nach verschiedenen Integralkriterien, bei der die Parameter  $c$  und  $d$  als zeitinvariant angenommen werden. Die Einstellung zeitvarianter mechanischer Parameter ist Inhalt des Abschnittes 3.2. Abschließend findet in Abschnitt 3.3 eine systemabhängige Parametereinstellung statt.

#### 3.1 Sprungantwort mit zeitinvarianten Parametern

Um die Parametereinstellungen mit dem Polvorgabeverfahren vergleichbar zu machen, ist die Einführung eines Bewertungskriteriums – eine Kosten- oder Gütefunktion – notwendig. Dabei erweist sich die Sprungantwort mit dem Eingang  $u(k) = y_0(k)$  und dem Ausgang  $y(k) = y_{\text{Arm}}(k)$  als günstig; die Endeffektorposition  $y_{\text{Arm}}$  soll optimiert werden, und es ist daher sinnvoll diese Größe auch als Ausgang zu definieren. Der Zusammenhang ist im Blockschaltbild 3.1 verdeutlicht. Unter der Nebenbedingung, daß kein Überschwingen auftritt, sollen die Bewertungskriterien, die für einen gegebenen Regelkreis vor allem von der Wahl der Parameter  $c$  und  $d$  und der auf das System einwirkenden Signale abhängen, ein Minimum annehmen:

$$E(c, d, u(k)) = \min_{\substack{c \in [0, \infty] \\ d \in [0, \infty]}} f(k, c, d, u(k)). \quad (3.1)$$



**Bild 3.1:** Blockschaltbild zur zeitinvarianten Parameteroptimierung

Die Parameter  $c$  und  $d$  des Feder-Dämpfer-Elementes liegen dabei in dem Intervall  $[0, \infty]$ , da ansonsten das Gesamtsystem nicht zwangsläufig stabil ist.

Geläufige Kriterien (Schwarz 1996) wie

- das Betragskriterium

$$f(k, c, d, u(k)) = \sum_{k=0}^N |e(k, c, d, u(k))| =: f_1(k, c, d, u(k)), \quad (3.2)$$

- die quadratische Regelfläche

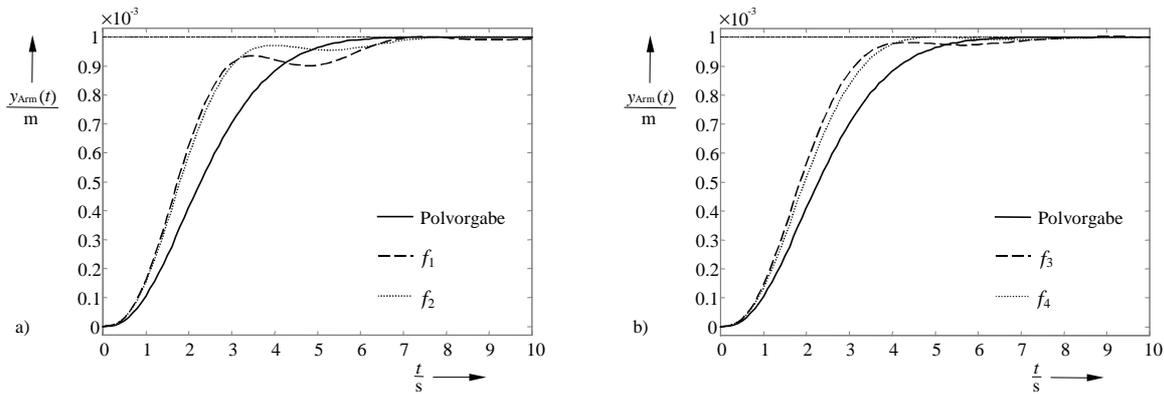
$$f(k, c, d, u(k)) = \sum_{k=0}^N e^2(k, c, d, u(k)) =: f_2(k, c, d, u(k)), \quad (3.3)$$

- oder des ITAE-Kriteriums (**I**ntegral of **t**ime-multiplied **a**bsolute value of **e**rror)

$$f(k, c, d, u(k)) = \sum_{k=0}^N |e(k, c, d, u(k))| k =: f_3(k, c, d, u(k)) \text{ und} \quad (3.4)$$

$$f(k, c, d, u(k)) = \sum_{k=0}^N |e(k, c, d, u(k))| k^2 =: f_4(k, c, d, u(k)) \quad (3.5)$$

finden für die Optimierung der mechanischen Parameter Anwendung. Die Berechnung/Optimierung erfolgt mit dem Algorithmus des Gauß-Newton-Verfahrens (Ljung 1987), welcher im Anhang A detailliert beschrieben ist. Dieser Algorithmus ist beispielsweise im Programmpaket MATLAB enthalten (The MathWorks Inc. 1996). Für die fiktiv gewählten Armparameter:  $m_{\text{Arm}} = 0,1 \text{ kg}$ ,  $d_{\text{Arm}} = 0,01 \text{ Nsm}^{-1}$  und  $c_{\text{Arm}} = 0,3 \text{ Nm}^{-1}$ , sind die Ergebnisse dieser Optimierungen in Bild 3.2 dargestellt. Aus den Diagrammen ist ersichtlich, daß die Optimierung des Gütekriteriums  $f_4$  den Anforderungen an das Systemverhalten am nächsten kommt. Im Vergleich zum Verfahren der Polvorgabe besitzt das System zwar eine geringe Schwingneigung, dafür erreicht es die Ausregelzeit  $t_{5\%}$  (Unbehauen 1984) aber wesentlich schneller. Die Werte der Gelenkparameter sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen. Die Werte der Parameter  $c$  und  $d$  der einzelnen Optimierungsverfahren in Verbindung mit dem Bild 3.2 verdeutlichen, daß größere Werte für  $c$  das Systemverhalten beschleunigen, dafür aber unerwünschte Schwingungen auftreten. Es sei an dieser Stelle jedoch bemerkt, daß die Optimierungsergebnisse nur für diese eine Armkonfiguration gelten, und daß im Einzelfall die Kriterien auf deren Anwendbarkeit zu überprüfen sind.



**Bild 3.2:** Sprungantwort der verschiedenen Optimierungsverfahren für eine Armkonfiguration

- a) Vergleich der Polvorgabe mit den Gütekriterien  $f_1$  und  $f_2$   
 b) Vergleich der Polvorgabe mit den Gütekriterien  $f_3$  und  $f_4$

Parameter \ Verfahren	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	Polvorgabe
$c$ [ $\text{Nm}^{-1}$ ]	0,158	0,115	0,099	0,079	0,053
$d$ [ $\text{Nsm}^{-1}$ ]	0,328	0,229	0,198	0,162	0,13

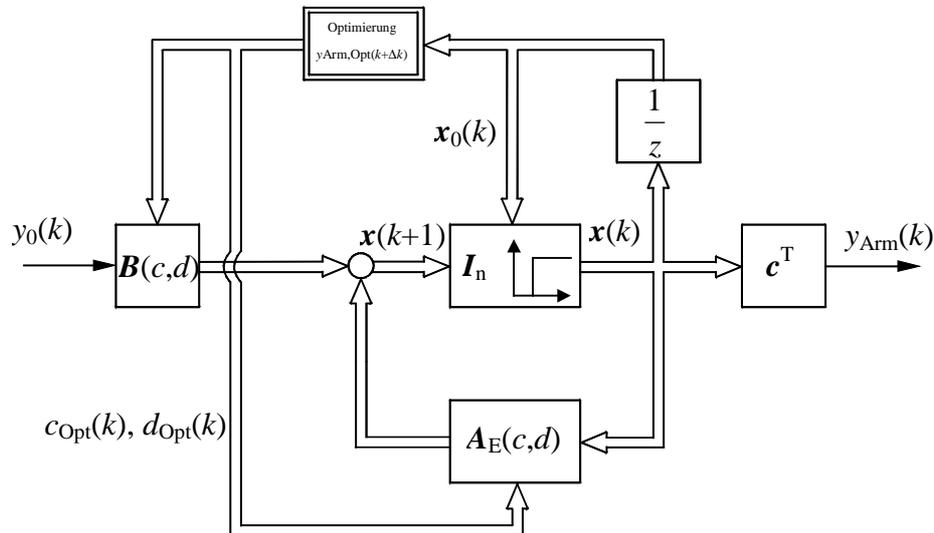
**Tabelle 3.1:** Parameter der Optimierungsverfahren für eine Armkonfiguration

### 3.2 Zeitvariante Parameter durch Vorausrechnung

Der Nachteil bei der Wahl konstanter Parameter ist, daß bei der Bestimmung kleinerer Federsteifigkeiten  $c$  die Schwingungen zwar gedämpft werden, sich die Systemdynamik aber deutlich verschlechtert. Diese Überlegungen führen dazu, die Parameter  $c$  und  $d$  an den entsprechenden Systemzustand anzupassen. Das heißt, daß bei großer Regelabweichung das System schneller reagiert als bei kleiner Regelabweichung. Hier tritt dann die Schwingungsdämpfung in den Vordergrund.

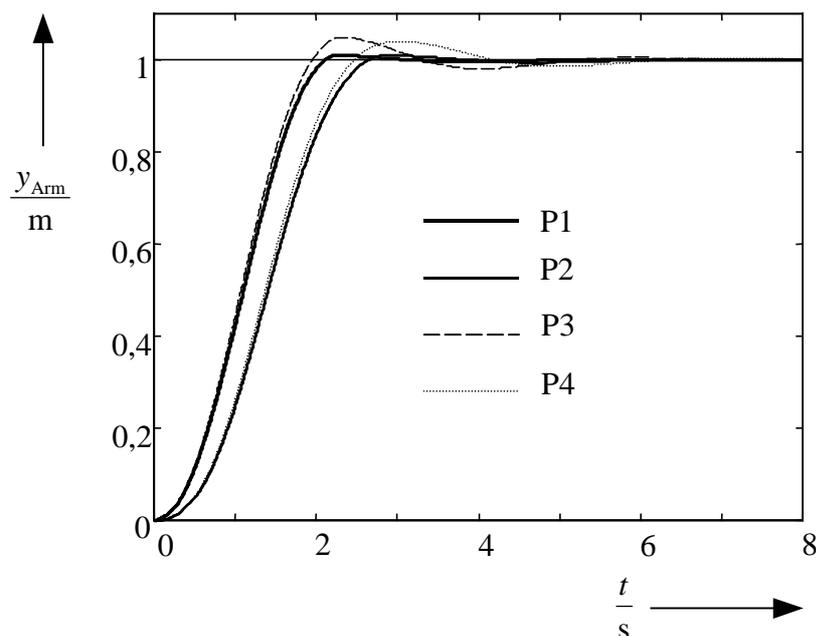
Um diese Adaption zu erzielen, wird zum Zeitpunkt  $k$  mittels des Ersatzmodells und den Anfangsbedingungen  $x_0(k)$  der Systemzustand und insbesondere die Endeffektorposition zum Zeitpunkt  $k+\Delta k$  berechnet. Dabei stellt  $\Delta k$  eine Vorausrechnungszeit dar, für die das Systemverhalten vorhergesagt wird; es hängt dabei von den Parametern  $c$  und  $d$  des Feder-Dämpfer-Elementes ab. Es kann dann zum Zeitpunkt  $k$  eine Aussage zur Endeffektorposition zum Zeitpunkt  $k+\Delta k$  getroffen werden. Unter der Bedingung, daß die Systemdynamik verbessert wird und der Endeffektor nicht schwingen darf, erfolgt eine – mit dem im Anhang A beschriebenen Gauß-Newton-Verfahren – Optimierung der Parameter  $c$  und  $d$  zum Zeitpunkt  $k$  in sofern, daß die vorhergesagte Endeffektorposition  $y_{\text{Arm}}(k+\Delta k)$  der Führungsgröße  $y_0(k+\Delta k)$  am nächsten kommt, mit der Nebenbedingung, daß kein Überschwingen oder nur eine geringe Überschwingweite zulässig ist. Mit diesen gewonnenen Parametern  $c_{\text{Opt}}(k)$  und  $d_{\text{Opt}}(k)$  erfolgt eine Simulation des gesamten Systems für den nächsten Tastschritt  $k+1$ . Zu diesem Zeitpunkt erfolgt eine erneute Berechnung der Endeffek-

torposition. Wieder werden für die bestmögliche Endeffektorposition zum Zeitpunkt  $k+\Delta k+1$  die Parameter  $c$  und  $d$  optimiert. Um die Rechenzeit der Optimierung gering zu halten, gilt  $c \in [0, c_{\max}]$  und  $d \in [0, d_{\max}]$ . Die Vorausrechnungszeit  $\Delta k$  ist experimentell zu ermitteln und hängt vom jeweiligen System sowie der Abtastzeit  $T$  ab. Die Auswirkungen bei der Wahl dieser Vorausrechnungszeit sind am Ende dieses Unterabschnittes erläutert. Das Blockschaltbild 3.3 zeigt den Regelkreis für das Verfahren der adaptiven Änderung der Parameter  $c$  und  $d$ .



**Bild 3.3:** Blockschaltbild zur zeitvarianten Parameteroptimierung

Exemplarisch sind die Ergebnisse für das Ersatzsystem aus Bild 2.4 und den Parametern aus Abschnitt 3.1 in Bild 3.4 für verschiedene Konfigurationen die Sprungantworten des Endeffektors dargestellt. Die Konfigurationsdaten sind der Tabelle 3.2 zu entnehmen.

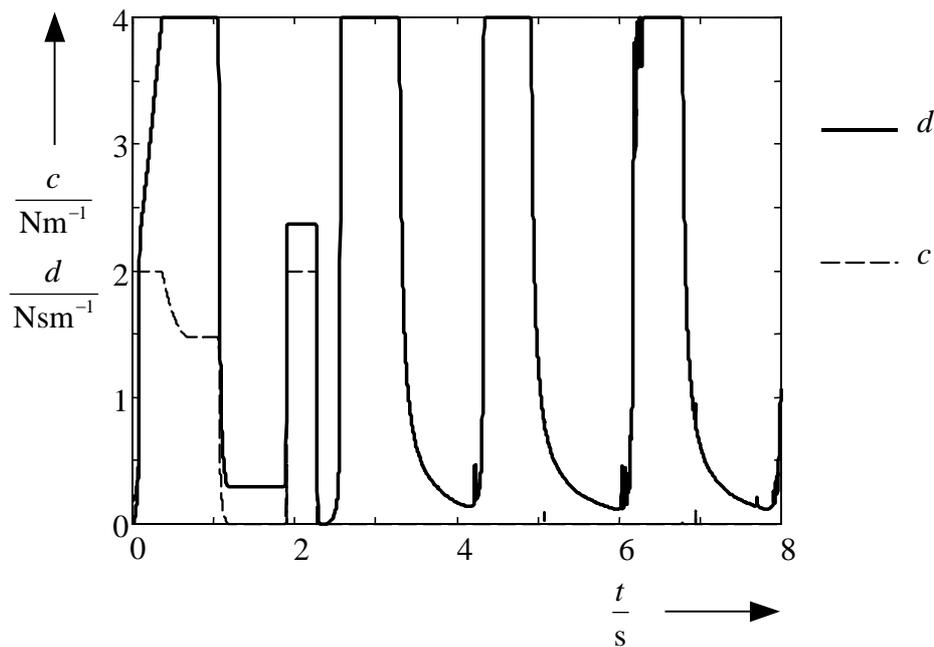


**Bild 3.4:** Sprungantworten für zeitvariante Parameter

Parameter \ Konfig.	P1	P2	P3	P4
$\Delta k$	1500	2000	1500	2000
max. Überschwingen [%]	1	1	5	5
$d_{\max}$ [Nsm <sup>-1</sup> ]	4	4	10	10
$c_{\max}$ [Nm <sup>-1</sup> ]	2	2	5	5

**Tabelle 3.2:** Parameterkonfiguration der zeitvarianten Optimierung

Das Bild 3.4 läßt erkennen, daß das Systemverhalten bei kleinerer Vorausrechnungszeit  $\Delta k = 1500$ , bei einer Abtastzeit von  $T = 0,001$  s, schneller ist. Dies ist das Ergebnis der Optimierung für die Zeit  $k + \Delta k$ . Durch die Optimierung der mechanischen Parameter  $c$  und  $d$  des Feder-Dämpfer-Elementes kann bei großer Regelabweichung die Systemdynamik gesteigert werden, so daß eine schnellere Anpassung an den Sollwert erfolgt. Dies veranschaulicht auch Bild 3.5, welches den zeitlichen Verlauf von  $c$  und  $d$  für die Parametereinstellung P1 illustriert. Eine große Regelabweichung bewirkt eine Steigerung von  $c$  und  $d$ , was ein schnelleres Führungsverhalten zur Folge hat. Verringert sich die Regelabweichung und treten Schwingungen in den Vordergrund, so wird das Feder-Dämpfer-Element weicher (kleinere Steifigkeit und Dämpfung). Durch die damit verbundene höhere Energiedissipation ist eine stärkere Schwingungsdämpfung möglich. Eine größere Vorausrechnungszeit ( $\Delta k = 2000$  für  $T = 0,001$  s) bewirkt eine Optimierung der Parameter  $c$  und  $d$  für einen späteren Zeitpunkt. Dadurch kann das System nicht so schnell auf die Führungsgröße reagieren, wie dies Bild 3.4 für die Parametereinstellung P2 und P4 zeigt. Eine zu kleine Wahl der Vorausrechnungszeit  $\Delta k$  erzeugt bei großer Regelabweichung ebenfalls ein System mit hoher Steifigkeit und Dämpfung. Bei auftretenden Schwingungen ist die Vorausrechnungszeit dann aber nicht groß genug, um genügend Energie zu dissipieren und damit die Schwingungen zu dämpfen.



**Bild 3.5:** Zeitlicher Verlauf von  $c$  und  $d$  für die Parametereinstellung P1

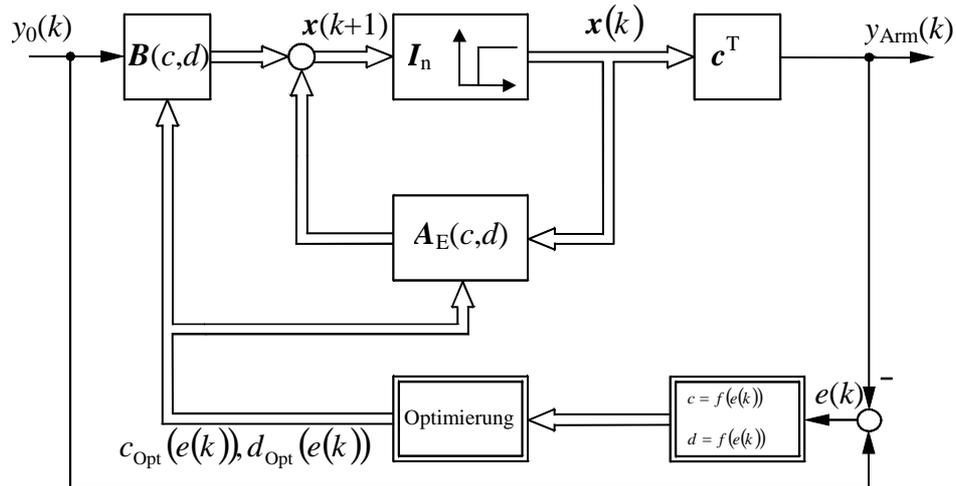
### 3.3 Systemabhängige zeitvariante Parameter

Wie der Abschnitt 3.2 zeigt, erweist sich die Annahme eines starren Systems (hohe Steifigkeit  $c$  und Dämpfung  $d$  des Feder-Dämpfer-Elemente) und damit schnelles Führungsverhalten bei großer Regelabweichung als sinnvoll. Hingegen ist bei kleiner Regelabweichung und auftretenden Schwingungen die Auslegung eines „weicheren“ Aktuators (kleine  $c$  und  $d$ ) zur Schwingungsdämpfung notwendig. Das Blockschaltbild 3.6 zeigt einen Algorithmus, bei dem eine Anpassung der Feder-Dämpfer-Parameter in Abhängigkeit der Regelabweichung erfolgt. Die funktionalen Zusammenhänge zwischen dem Betrag der Regelabweichung und den mechanischen Parametern soll in einem ersten Schritt als affinlinear angenommen werden:

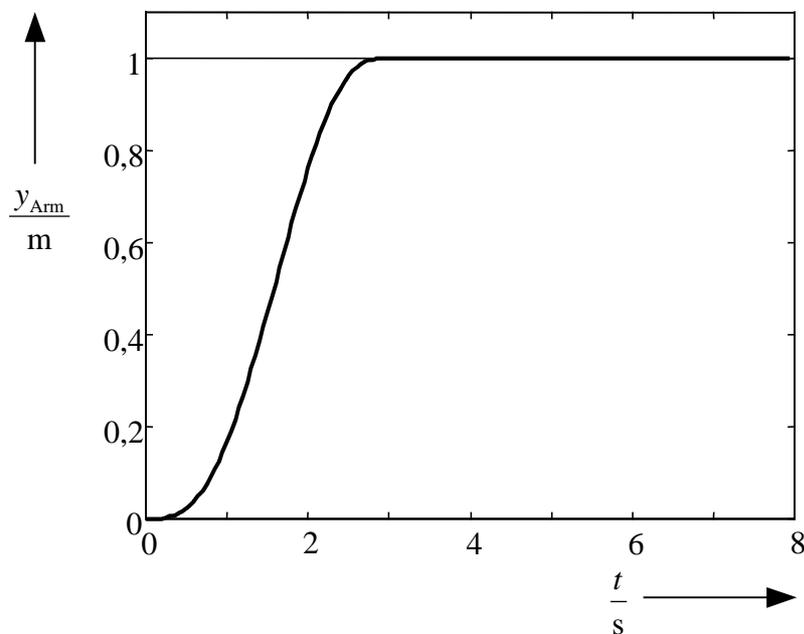
$$\begin{aligned} c &= a_1 + a_2 |e(t)| \\ d &= a_3 + a_4 |e(t)|. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Die Parameterermittlung der Kennlinien ist durch einen Optimierungsprozeß, dem im Anhang A beschriebenen Algorithmus, gegeben. Wie schon im Abschnitt 3.2 erwähnt, kann auch in diesem Verfahren der Optimierungsprozeß durch Angaben über eine maximale Überschwingweite präzisiert werden.

Wie auch schon in den Abschnitten zuvor, erfolgt exemplarisch für das Ersatzmodell aus Bild 2.4 mit den Parametern aus Abschnitt 3.1 eine Ergebnisdiskussion. Im Bild 3.7 ist eine Sprungantwort für systemabhängig optimierte Parameter des virtuellen Elementes dargestellt. Das Systemverhalten ist schnell und zeigt keinerlei Schwingungsneigung.



**Bild 3.6:** Blockschaltbild zur systemabhängigen Parameteroptimierung

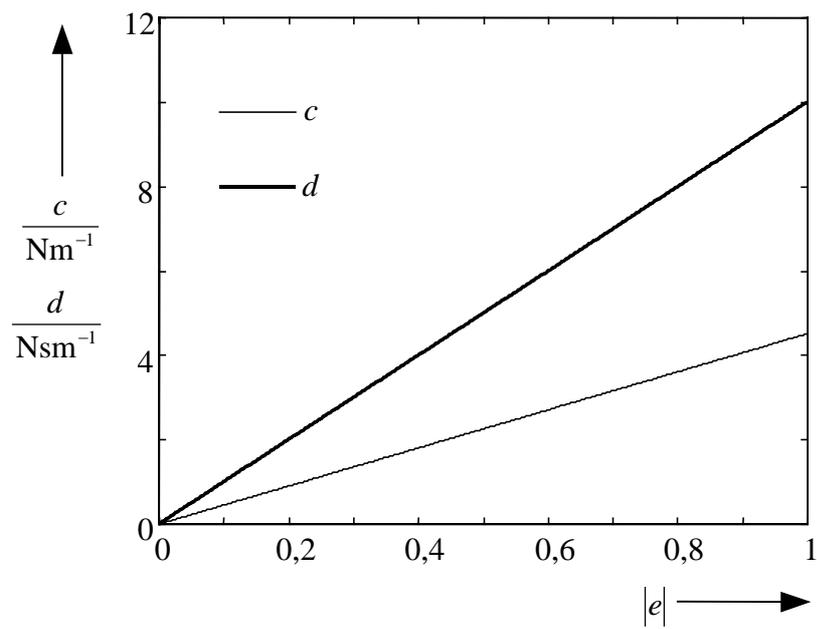


**Bild 3.7:** Sprungantwort für systemabhängige Parameter

Die für diese Armkonfiguration optimierten Parameter der Kennlinien ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 0,0011 \\
 a_2 &= 4,5112 \\
 a_3 &= 0,0052 \text{ und} \\
 a_4 &= 9,9985.
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

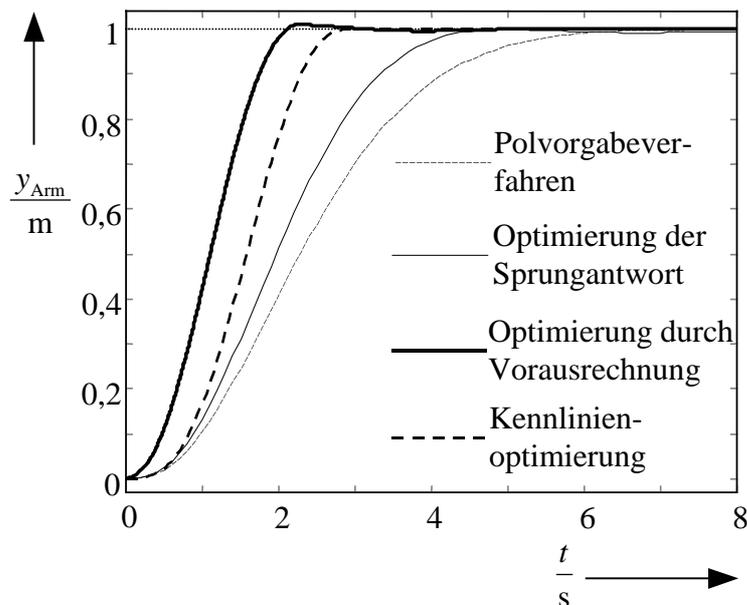
Daraus ergibt sich ein Kennlinienverlauf, wie er in Bild 3.8 dargestellt ist. Für größere Regelabweichungen ist deutlich der Anstieg für die Systemparameter erkennbar, wodurch das Systemverhalten schneller wird.



**Bild 3.8:** Funktionaler Zusammenhang von  $c$  bzw.  $d$  und  $e$

## 4 Gegenüberstellung der Ergebnisse

Abschließend erfolgt an dieser Stelle eine Gegenüberstellung der verschiedenen Optimierungsverfahren exemplarisch für eine Armkonfiguration. Auch die Vor- und Nachteile, sowie die Einsatzfähigkeit der vorgestellten Optimierungsprozesse in der Praxis sind in diesem Abschnitt gegenübergestellt.



**Bild 4.1:** Vergleich der Sprungantworten verschiedener Optimierungsverfahren

In Bild 4.1 sind die Sprungantworten des Endeffektors für verschiedene Optimierungskriterien noch einmal zusammengefaßt. Das ITAE-Kriterium  $f_4$  bei der Optimierung der Sprungantwort und die Parameterkonfiguration P1 bei der Optimierung durch Voraussrechnen werden für dieses Bild herangezogen. Dieses Kriterium, bzw. diese Parametereinstellung beschreibt in dem jeweiligen Optimierungsprozeß das bestmögliche Systemverhalten.

Hier zeigt das Polvorgabeverfahren (Nissing 1999) mit den optimierten Parametern das langsamste Systemverhalten der vier Optimierungsmethoden. Der stationäre Endwert ist erst nach 6 s erreicht. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, daß ein analytischer Zusammenhang zwischen den Parametern  $c$  und  $d$  des Feder-Dämpfer-Elementes besteht. Da zu jeder Steifigkeit  $c$  eine optimale Dämpfung  $d$  existiert, kann diese analytisch ermittelt werden. Die Vorgabe der Steifigkeit erfolgt durch Angabe des Dämpfungsgrades  $D$ ; ein Maß, welches die Schwingungsneigung des Systems beschreibt (Gasch und Knothe 1987). Ein Dämpfungsgrad  $D \geq 1$  beschreibt ein überkritisch gedämpftes System, welches sich durch starke Dämpfung und langsames Systemverhalten auszeichnet. Der Grenzfall  $D = 0$  beschreibt eine ungedämpfte Schwingung (harmonische Bewegung). Die Einstellung des Dämpfungsmaßes  $D \approx 0,7 \dots 0,8$  beschreibt dabei einen Kompromiß zwischen schnellem Systemverhalten und geringer Schwingungsneigung. Dieses Verfahren ist für

die Praxis sehr gut geeignet, da der Nutzer lediglich einen Parameter – den Dämpfungsgrad – einzustellen hat.

Mit Hilfe der Optimierung der Sprungantwort ist ein schnelleres Systemverhalten zu erzielen, der stationäre Endwert wird nach etwa 5 s erreicht. Dabei sei jedoch bemerkt, daß unterschiedliche Integralkriterien, wie sie in Abschnitt 3.1 vorgestellt werden, unterschiedlich gute Ergebnisse liefern. Auch die Wahl von Anfangsbedingungen besitzen einen Einfluß und führen zu teilweise unterschiedlichen Ergebnissen. Die Optimierung der Sprungantwort läßt sich sehr leicht am PC realisieren, bzw. es existieren Tools (The MathWorks Inc. 1996) zur Minimierung/Maximierung des Fehlerintegrals. Dem Vorteil der leichten Anwendbarkeit steht der Nachteil gegenüber, daß lediglich eine Optimierung für einen Eingangssignalverlauf durchgeführt wird. Hat das Eingangssignal einen abweichenden Verlauf, so muß das Fehlerintegral nicht zwangsläufig seinen (hier) minimalen Wert annehmen.

Eine deutliche Verbesserung in der Geschwindigkeit des Systemverhaltens – der stationäre Endwert ist nach 3 s erreicht – wird mit Hilfe der Kennlinienoptimierung (Abschnitt 3.3) erzielt. Der Grund hierfür ist das zeitvariante Verhalten der mechanischen Parameter  $c$  und  $d$ , in Abhängigkeit der Regelabweichung. Die Systemdynamik verbessert sich bei steigender Regelabweichung. Wie schon bei der Optimierung der Sprungantwort läßt sich dieses Verfahren sehr leicht am PC umsetzen, aber auch hier erfolgt die Optimierung lediglich für einen Eingangssprung, so daß bei einem abweichenden Verlauf ein Fehler unabwendbar ist.

Eine Verbesserung der Systemdynamik ist durch die Optimierung der Parameter durch Vorausrechnung (Abschnitt 3.2) zu erzielen, nach etwa 2,5 s ist der Sollwert erreicht. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt in der allgemeinen Anwendbarkeit. Nicht ein bestimmter Eingangssignalverlauf wird für die Optimierung herangezogen, sondern zum Zeitpunkt  $k$  die Eingangsgröße  $y_0(k+\Delta k)$ . Somit spielt es für die Anpassung der Parameter keine Rolle, welches Eingangssignal das System erfährt. Ein Problem bei dieser Methode stellt die Wahl der Vorausrechnungszeit  $\Delta k$  dar. Sie ist systemabhängig; bei zu großer Wahl der Vorausrechnungszeit verlangsamt sich das Systemverhalten, bei zu kleiner Wahl ist eine Erfüllung der Randbedingungen (z.B. maximal 1% Überschwingen) nicht möglich. Eine weitere Schwierigkeit liegt in der praktischen Implementierung. Zu jedem Tastschritt  $k$  muß eine Vorausrechnung des Systemverhaltens und eine Optimierung der Parameter des mechanischen Elementes erfolgen, die zum Zeitpunkt  $k+1$  abgeschlossen sein muß. Um hochdynamische Systeme (z.B. Roboter) regeln zu können, sind Abtastzeiten im Millisekundenbereich oder kleiner von Nöten, so daß sehr hohe Rechenleistungen für die Vorausrechnung und Optimierung gefordert sind, die so nicht praktikabel sind.

Ein in der Praxis auftretendes meßtechnisches Problem stellt die Endeffektorposition  $y_{\text{Arm}}$  dar, sie ist im allgemeinen nicht meßbar. Für die Regelung mit zeitvarianten Parametern  $c$  und  $d$  ist diese Aussage jedoch notwendig.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In dem Forschungsbericht erfolgt eine Untersuchung und Optimierung zur Wahl der Parameter eines virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes. Mit diesem Regelungskonzept lassen sich Schwingungen elastischer Systeme, wie sie beispielsweise bei Großhandhabungssystemen auftreten, dämpfen, indem der Aktuator das Ein-/Ausgangsverhalten eines Feder-Dämpfer-Elementes annimmt. Unter der Verwendung von geeigneten Sensoren läßt sich ein Geschwindigkeitsregler entwerfen, so daß das passive Verhalten des Elementes gewährleistet ist. Es gibt Parametrierungen der zwei neu auftretenden Parameter, bei der die Schwingung des Endeffektors gedämpft und das Systemverhalten möglichst schnell ist. Die Ermittlung und Optimierung dieser Parameter ist Bestandteil dieses Berichtes.

Mit Hilfe eines analytischen Modells läßt sich der Einfluß des Feder-Dämpfer-Elementes auf die Schwingungsdämpfung des Endeffektors beschreiben. In Abschnitt 2 wird dazu ein gelenkig gelagerter elastischer Balken mit Endmasse betrachtet, worin die Strukturdämpfung und das Gelenk, bestehend aus Feder und Dämpfer, in die mathematische Nachbildung eingebunden sind. Die Transformation des aus Differentialgleichungen bestehenden Modells in ein lineares Zustandsmodell, sowie die Applikation dieses Konzeptes auf ein reales System ist ebenfalls Bestandteil dieses Abschnittes. Da das für die Parameteroptimierung notwendige mathematische Modell jedoch im allgemeinen nicht vorhanden und praktikabel ist, erfolgt die Einführung von Ersatzmodellen für den elastischen Arm. Dieser kann zum einen durch ein einfaches Masse-Feder-Dämpfer-Element zum anderen durch einen Masse-Masse-Feder-Dämpfer-Element beschrieben werden. Für die weiteren Untersuchungen wird eine einfache Approximation des Balkens genutzt. Die Optimierung der Parameter des Feder-Dämpfer-Elementes für fiktive Parameter des elastischen Balkens, ist Bestandteil des Abschnitts 3. Dabei stellen die Parameter des Aktuators einen optimalen Wert dar, bei der das Systemverhalten möglichst schnell ist, das System aber nicht zum Schwingen neigt. Zum einen findet eine Optimierung der Sprungantwort nach verschiedenen Integralkriterien statt. Aus dem ITAE-Kriterium resultieren die besten Parameter, sie sind aber zeitinvariant. Zum anderen erfolgt die Optimierung der Parameter durch Vorausrechnung. Dabei ergibt sich die Optimierung der Parameter zum Zeitpunkt  $k$  aus der vorausgerechneten Endeffektorposition zum Zeitpunkt  $k+\Delta k$ . Dadurch ist das Systemverhalten bei großer Regelabweichung schneller, bei kleiner Regelabweichung tritt die Schwingungsdämpfung in den Vordergrund. Ähnlich ist die Systemeigenschaft bei den systemabhängigen Parametern. Hier werden die Zylinderparameter als Funktion der Regelabweichung beschrieben. Abschließend findet in Abschnitt 4 eine Gegenüberstellung der Ergebnisse statt. Die Optimierungsverfahren für zeitvariante Parameter des Feder-Dämpfer-Elementes zeigen das schnellste Systemverhalten, da hier für große Regelabweichungen die Systemdynamik durch Erhöhung der Parameter  $c$  und  $d$  verbessert wird.

In einem nächsten Schritt müssen die Ersatzparameter des elastischen Systems aufgrund der gemessenen Größen aus dem realen System gewonnen werden. Dieses können aber nur die Position des Antriebes, sowie die auf den Aktuator wirkende Kraft sein. Die Posi-

---

tion des Endeffektors kann nicht gemessen werden und kann auch nicht relevant für das Ersatzsystem sein. Mit Hilfe eines onlinefähigen Identifikationsalgorithmus läßt sich auch eine Änderung der Armkonfiguration bei mehreren Armgelenken erfassen und die Parameter des Feder-Dämpfer-Elementes können neu angepaßt werden.

## 6 Literaturverzeichnis

- Bernzen, W.** 1999. Active vibration control of flexible robots using virtual spring-damper systems. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 24. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 69 – 88.
- Canudas de Wit, C., B. Siciliano und G. Bastin** (Eds.). 1996. *Theory of Robot Control*. Berlin: Springer.
- Eykhoff, P.** 1974. *System Identification: Parameter and State Estimation*. London: John Wiley.
- Flügge, W.** 1962. *Handbook of Engineering Mechanics*. New-York: McGraw-Hill.
- Gasch, R. und K. Knothe.** 1987. *Strukturodynamik Band 1: Diskrete Systeme*. Berlin: Springer.
- Gasch, R. und K. Knothe.** 1989. *Strukturodynamik Band 2: Kontinua und ihre Diskretisierung*. Berlin: Springer.
- Hagedorn, P. und S. Otterbein.** 1987. *Technische Schwingungslehre – Band 1: Lineare Schwingungen diskreter mechanischer Systeme*. Berlin: Springer.
- Ljung, L.** 1992. *System Identification Toolbox User's Guide*. Natick: The MathWorks Inc.
- Ljung, L.** 1987. *System Identification – Theory for the User*. Englewood Cliffs/New Jersey: Prentice-Hall.
- Meirovitch, L.** 1967. *Analytical Methods in Vibrations*. Macmillan: New-York.
- Nissing, D., W. Bernzen und H. Schwarz.** 1999. On vibration control of a concrete pump. *European Control Conference (ECC'99)*. Karlsruhe. (angenommener Beitrag).
- Nissing, D.** 1999. *Parameterstudien an einem virtuellen Feder-Dämpfer-Element*. Forschungsbericht Nr. 03/99. Fachgebiet Meß-, Steuer- und Regelungstechnik. Universität Duisburg.
- Ruppert, M.** 1982. *Reglersynthese mit Hilfe der mehrgliedrigen Evolutions-Strategie*. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8 Nr. 51. Düsseldorf: VDI.
- Scales, L. E.** 1985. *Introduction to Non-linear Optimization*. London: Macmillan.
- Schwarz, H.** 1996. *Regelungstechnik – Einführung in die Theorie dynamischer Systeme*. Vorlesungsumdruck zur gleichnamigen Vorlesung. Fachgebiet Meß-, Steuer- und Regelungstechnik. Universität Duisburg.
- Sciavicco, L. und B. Siciliano.** 1996. *Modeling and Control of Robot Manipulators*. McGraw-Hill: New York.

- 
- Slotine, J.-J. E.** und **W. Li.** 1991. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Unbehauen, H.** 1984. *Regelungstechnik I – Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme*. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn.
- The MathWorks Inc.** 1996. *MATLAB – Optimization Toolbox User's Guide*. Natick: The MathWorks Inc.

## A Gauß-Newton-Verfahren

Der in Abschnitt 3 zur Optimierung der Parameter verwendete Algorithmus des iterativen Gauß-Newton-Verfahrens soll in diesem Abschnitt kurz erläutert werden (Ljung 1992). Die allgemeine Darstellung eines SISO-Systems (Single-Input-Single-Output) lautet:

$$A(z^{-1})y(z) = \frac{B(z^{-1})}{F(z^{-1})} z^{-d} u(z) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(z), \quad (\text{A.1})$$

mit den Polynomen

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m} \quad (\text{A.2})$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n},$$

die durch  $z$ -Transformation hervorgehen und dem Polynom

$$C(z^{-1}) = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_p z^{-p} \quad (\text{A.3})$$

das zur Modellierung der Störgröße dient. Die Polynome  $D(z^{-1})$  und  $F(z^{-1})$  sind analog zu  $C(z^{-1})$  (Gl.(A.3)) definiert. Der Term  $z^{-d}$  beschreibt die diskrete Totzeit. Mit dem Vektor  $\theta$ , der die Parameter aus den Polynomen entsprechend Gl.(A.1) enthält, läßt sich ein Fehler

$$e(k, \theta) \quad 1 \leq k \leq N \quad (\text{A.4})$$

mit den Parametern  $\theta$  zum Zeitpunkt  $k$  in einem Fehlervektor

$$\mathbf{e}(\theta) = [e(1, \theta), \dots, e(N, \theta)]^T \quad (\text{A.5})$$

zusammenfassen. Zur Optimierung der Parameter  $\theta$  muß die quadratische Verlustfunktion

$$V(\theta) = \mathbf{e}^T(\theta) \mathbf{e}(\theta) \quad (\text{A.6})$$

ein Minimum annehmen. Eine notwendige Bedingung zur Minimierung der Funktion  $V(\theta)$  ist, daß der Gradient „Null“ ist. Dies bedeutet

$$\nabla V(\theta) = \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta} = \left[ \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial V(\theta)}{\partial \theta_M} \right]^T = \mathbf{0}^T. \quad (\text{A.7})$$

Der geschätzte Parameter  $\hat{\theta}$  kann schrittweise mit Hilfe des Gauß-Newton-Verfahrens (Eykhoff 1974) und einem Startvektor  $\hat{\theta}_0$  mit der Iterationsvorschrift

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i - \mathbf{H}(\hat{\theta}_i)^{-1} \nabla V(\hat{\theta}_i) \quad (\text{A.8})$$

berechnet werden, wobei

$$\mathbf{H}(\theta) := \frac{\partial^2 V(\theta)}{\partial \theta^T \partial \theta} \quad (\text{A.9})$$

die Hessematrix ist. An dieser Stelle kann mit Hilfe der Verlustfunktion aus Gl.(A.6) und der Jacobimatrix

$$\mathbf{J}(\theta) := \frac{\partial \mathbf{e}(\theta)}{\partial \theta} \quad (\text{A.10})$$

ein neuer Ausdruck für den Gradienten aufgeschrieben werden:

$$\nabla V(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial \mathbf{e}^T(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{e}^T(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = 2\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}). \quad (\text{A.11})$$

Mit der Approximation für die Hessematrix (Scales 1985)

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) \approx 2\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \quad (\text{A.12})$$

der iterative Gauß-Newton-Algorithmus kann mit der Formulierung

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_i - \left[ \mathbf{J}_i^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i) \mathbf{J}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i) \right]^{-1} \mathbf{J}_i^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i) \mathbf{e}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}_i) \quad (\text{A.13})$$

beschrieben werden. Ist die Differenz zwischen den geschätzten Parametern  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i$  und  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{i+1}$  kleiner als eine vorgegebene Fehlerschranke, so hat die Iteration einen ausreichend genauen Parameter  $\boldsymbol{\theta}^*$  erreicht.