

Störgrößenreduktion am Beispiel eines hydrostatischen Antriebs eines elastischen Roboters

Markus Bröcker

Forschungsbericht Nr. 4/2000

Mess-, Steuer- und Regelungstechnik

Übersicht: Ist ein nichtlineares System nicht störgrößenentkoppelbar, so verbleibt die Suche nach einem Regelgesetz, welches den Einfluss der Störgröße auf das System zumindest reduziert. Dieser Bericht stellt die Theorie der nichtlinearen Störgrößenreduktion für zwei Systemklassen – den analytischen Systemen mit linear eingehenden Steuerungen sowie den analytischen Systemen mit zeitlich differenzierten Eingangsgrößen – vor. Dabei basiert die Berechnung des Regelgesetzes auf linearen Fehlerdynamikgleichungen, die bezüglich geeigneter Referenztrajektorien ausgelegt sind. Durch Simulationen wird das System Differentialzylinder-Ventil, welches als Anwendungsbeispiel für die nichtlineare Störgrößenreduktion dient, über vorgebbare Störkraftprofile auf die Güte der Störgrößenreduktion geprüft. Die Simulationsergebnisse der Störgrößenreduktion lassen sich an einem hydraulisch angetriebenen elastischen Roboter verifizieren, bei dem eine Achse aus dem System Differentialzylinder-Ventil besteht.

Gerhard-Mercator-Universität Duisburg
Mess-, Steuer- und Regelungstechnik
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	II
1 Einleitung	1
2 Mathematische Grundlagen	3
2.1 Störgrößenreduktion für ALS	3
2.2 Störgrößenreduktion für ASDE	6
3 Störgrößenreduktion eines Differentialzylinders	12
3.1 Deduktion des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes	13
4 Simulationsergebnisse der Störgrößenreduktion eines Differentialzylinders	16
4.1 Selektion und Implementierung eines Störkraftprofils	16
4.2 Simulationsergebnisse	17
5 Ergebnisse der Störgrößenreduktion am Experimentalsystem	22
6 Zusammenfassung und Ausblick	26
7 Literatur	28
Anhang	29
A Definition der Lie-Ableitung	29
B Anwendung des ν-Algorithmus	30
C Technische Daten des Prüfstandes	32

Nomenklatur

Abkürzungen

ALS	Analytisches System mit linear eingehender Steuerung
ASDE	Analytisches System mit zeitlich differenzierten Eingangsgrößen
CAS	Computer Algebra System
MIMO	Multiple Input – Multiple Output
MW	Mittelwertbildner
NSAS	Nonlinear Systems Analysis and Synthesis
SISO	Single Input – Single Output
Σ	System

Logische Verknüpfungen

\forall	Allquantor
\in	Element von

Matrizen, Vektoren

$\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))$	Entkopplungsmatrix eines ALS
$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$	Driftterm eines ALS
$\mathbf{g}_i(\mathbf{x}(t))$	Eingangsvektor eines MIMO-ALS bezüglich des Eingangs u_i
$\mathbf{G}(\mathbf{x}(t))$	Eingangsmatrix eines MIMO-ALS
$\mathbf{h}(\mathbf{x}(t))$	Ausgangsvektor eines MIMO-ALS
$\mathbf{p}(\mathbf{x}(t))$	Eingangsvektor der Störgröße eines ALS
r	Relativer (Vektor-) Grad
r_s	Relativer (Vektor-) Grad der Störgröße
$\tilde{\mathbf{s}}(t)$	Vektor der Störgröße und ihrer zeitlichen Ableitungen
$\mathbf{u}(t)$	Vektor der Eingangsgrößen
$\mathbf{u}_{\text{red}}(t)$	Vektor der störgrößenreduzierenden Eingangsgrößen
$\mathbf{v}(t)$	Vektor der neuen Eingangsgrößen
$\mathbf{x}(t)$	Zustandsvektor
\mathbf{x}_0	Vektor der Anfangsbedingungen
$\mathbf{y}(t)$	Vektor der Ausgangsgrößen
$\boldsymbol{\nu}$	Vektor der höchsten zeitlichen Ableitungen der Eingangs- und Störgrößen zur Störgrößenreduktion eines ASDE

Mengen

\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen

Indizes

0	Arbeitspunkt, Gleichgewichtslage
A, B	Anschluss der Zylinderkammer A, B
Fl	Fluid
ges	Gesamt
i, j, k, l	Laufindizes
max	Maximal
N	Nenngröße
red	Störgrößenreduzierend
Rt	Referenztrajektorie
S	Störung
Zyl	Zylinder

Operatoren und Funktionen

∂	Partielle Ableitung
det	Determinante einer Matrix
$\exp(\cdot)$	Exponentialfunktion
$G(s), G(z)$	Zeitkontinuierliche, zeitdiskrete Übertragungsfunktion
$L_{\mathbf{f}}\lambda(\mathbf{x})$	Lie-Ableitung entlang des Vektorfeldes \mathbf{f}
$L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}\lambda(\mathbf{x})$	Lie-Ableitung entlang des Vektorfeldes \mathbf{f} und danach entlang des Vektorfeldes \mathbf{g}
$L_{\mathbf{f}}^k\lambda(\mathbf{x})$	k -fache Lie-Ableitung entlang des Vektorfeldes \mathbf{f}
$\min(\cdot)$	Minimumoperator
$ \cdot $	Betrag
\prec	Ordnungsrelation

Skalare Größen

A_K	[m ²]	Kolbenfläche des Differentialzylinders
A_R	[m ²]	Kolbenringfläche des Zylinders
B_V	[m ³ /(s $\sqrt{\text{Pa}}$)]	Durchflussbeiwert
b_0	[s ²]	Breite des Glockenkurvenkraftprofils
$c_{r_i-j,i}$	[-]	Reglerkoeffizienten zur Störgrößenreduktion
c_H	[m/s]	Haftreibungsabnahmekoeffizient
D_V	[-]	Dämpfung des Ventils
E_{Fl}	[Pa]	Elastizitätsmodul des Fluids
$e(t)$	[-]	Regelabweichung (allgemein)
$e_i(t)$	[-]	Regelabweichung des i -ten Ausgangs
F_0	[N]	Anfangskraft des Kraftprofils
\dot{F}_0	[N/s]	Anfangswert der zeitlichen Ableitung der Anfangskraft

F_C	[N]	Coulomb'sche Reibkraft
F_H	[N]	Haftreibungskraft
$F_S(t)$	[N]	Störkraft
F_R	[N]	Reibkraft
F_a	[N]	Amplitudenkraft des Kraftprofils
F_m	[N]	Maximalkraft des Glockenkurvenkraftprofils
f_V	[Ns/m]	Koeffizient der viskosen Reibung
H	[m]	Hub des Zylinders
K_V	[-]	Ventilverstärkung
m		Anzahl der Eingangsgrößen
m_{ges}	[kg]	Gesamte beschleunigte Masse
$p_A(t), p_B(t)$	[Pa]	Druck am Arbeitsanschluss A bzw. B
p_{max}	[Pa]	Maximaler Betriebsdruck
p_T	[Pa]	Tankdruck
p_0	[Pa]	Versorgungsdruck
$Q_A(t), Q_B(t)$	[m ³ /s]	Volumenstrom am Anschluss A bzw. B des Zylinders
Q_N	[m ³ /s]	Nennvolumenstrom des Ventils
r		Relativer Grad eines SISO-ALS
r_i		Elemente des relativen (Vektor-) Grades
$r_{S,i}$		Elemente des relativen (Vektor-) Grades der Störgröße
s		Komplexe Variable der zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion
$s(t)$	[-]	Störgröße (allgemein)
t	[s]	Zeit
t_0	[s]	Zeit des Maximums des Glockenkurvenkraftprofils
$U(t)$	[-]	Normierte Ventilspannung
$U_{red}(t)$	[-]	Normierte störgrößenreduzierende Ventilspannung
u_{max}	[V]	Maximale Ventilspannung
$u(t)$	[-]	Stellgröße (allgemein)
$u(t)$	[V]	Ventilspannung
V_{LA}	[m ³]	Leitungs- und Totvolumen (A)
V_{LB}	[m ³]	Leitungs- und Totvolumen (B)
$x_i(t)$	[-]	Zustandsvariable
$y(t)$	[-]	Regelgröße (allgemein)
$y_i(t)$	[-]	i -ter Ausgang
$y_{Rt,i}(t)$	[-]	i -te Referenztrajektorie
$y_{Zyl}(t)$	[m]	Position des Zylinderkolbens
$\dot{y}_{Zyl}(t)$	[m/s]	Geschwindigkeit des Zylinderkolbens
$\ddot{y}_{Zyl}(t)$	[m/s ²]	Beschleunigung des Zylinderkolbens
z	[-]	Komplexe Variable der zeitdiskreten Übertragungsfunktion
Δp_N	[Pa]	Nenndruckabfall am Ventil

ρ_{Fl}	[kg/m ³]	Fluiddichte
φ_0	[rad]	Phasenverschiebung des Kraftprofils
φ	[–]	Flächenverhältnis
ν_i	[–]	Komponenten des Vektors $\boldsymbol{\nu}$
ν_0	[1/s]	Eigenkreisfrequenz des Schwingkraftprofils
ω_0	[1/s]	Eigenfrequenz des Kraftprofils
ω_{V}	[1/s]	Eigenfrequenz des Ventils

1 Einleitung

Was ist unter einer *Störgrößenreduktion* zu verstehen? Mechatronische Systeme z. B. im Bereich der Robotik unterliegen sehr häufig externen Systemeingängen, die unerwünschte Auswirkungen auf die Systemausgänge ausüben und daher als Störgrößen bezeichnet werden. Ausgehend von dem realen System – in diesem Forschungsbericht der hydraulisch angetriebene elastische Roboter „HyRob“ – ist ein wichtiges Hilfsmittel des Regelungstechnikers das Ursache-/Wirkungsverhalten durch eine analytische Modellbildung zu beschreiben. Dies geschieht in den meisten Fällen mittels nichtlinearer Differentialgleichungen, die auf eine nichtlineare Zustandsmodellbeschreibung führen.

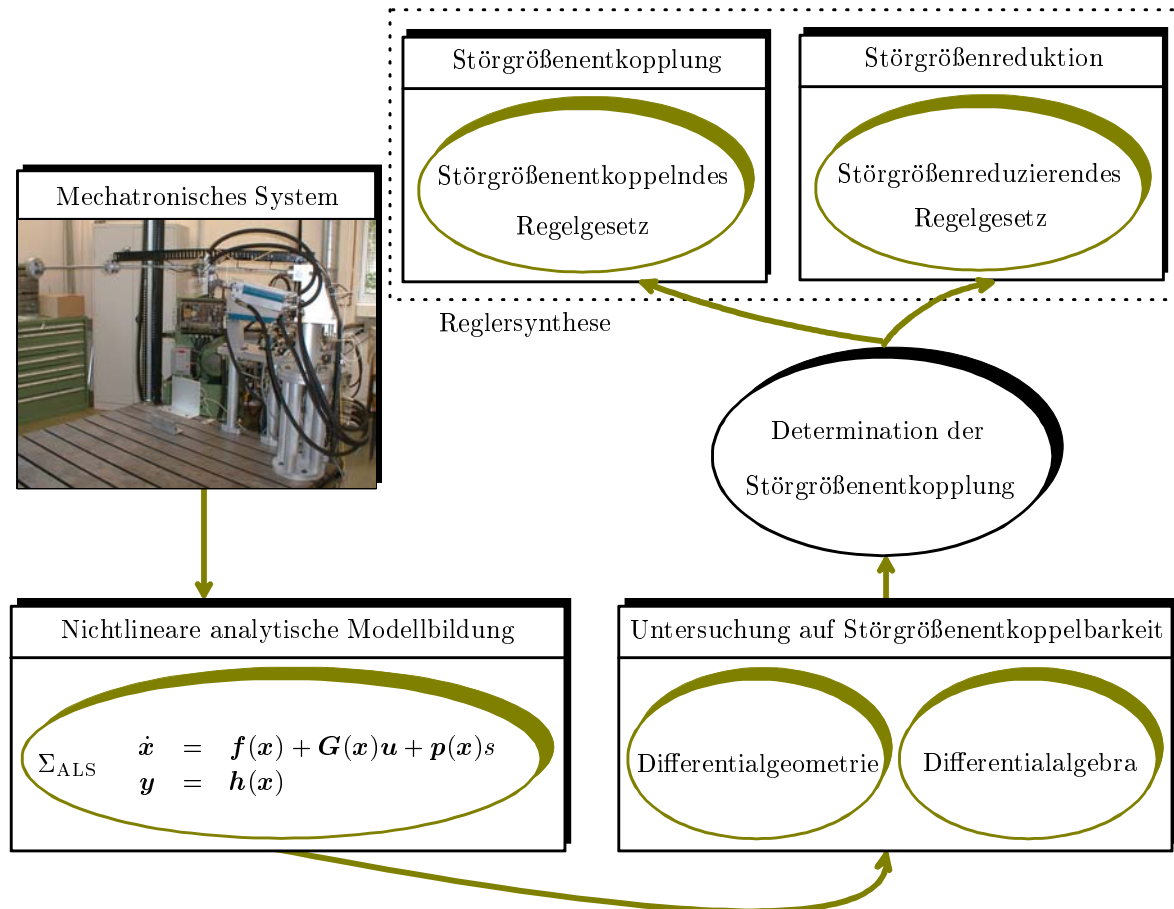


Bild 1.1: Vorgehensweise zur Determination der Störgrößenkopplung oder Störgrößenreduktion vom realen System bis zur Reglersynthese

Untersuchungen in Bröcker und Polzer (1999) und Bröcker (2000) behandeln die Störgrößenkopplung von nichtlinearen Systemen auf differentialalgebraischer und differentialgeometrischer Methodik. Mit diesen Methoden lassen sich Determinationen formulieren, ob ein System störgrößenentkoppelbar ist, also ob die Unabhängigkeit der Systemausgänge von den Störgrößen mit Hilfe eines Regelgesetzes erzielt werden kann. Wenn dies nicht der Fall ist, bleibt die Suche nach einem Regelgesetz, welches den Einfluss der Störgröße auf das System deutlich vermindert. Bei Existenz dieses Regelgesetzes spricht man von

Störgrößenreduktion. Die Vorgehensweise zur Bestimmung eines störgrößenreduzierenden Regelgesetzes ist in Bild 1.1 dargestellt. Dieser Forschungsbericht behandelt die mathematischen Grundlagen eines nichtlinearen Regelungskonzeptes, welches auf linearen Fehlerdynamikgleichungen basiert und für die Störgrößenreduktion ein neues Anwendungsgebiet darstellt. Des Weiteren ist die Deduktion eines störgrößenreduzierenden Regelgesetzes für das System Differentialzylinder–Ventil ein wichtiger Bestandteil dieser Arbeit, da das System Differentialzylinder–Ventil der Basis einer Achse des Roboters „HyRob“ entspricht. In Bröcker (2000) wurde gezeigt, dass dieses System nicht störgrößenentkoppelbar ist. Somit ist die Theorie der Störgrößenreduktion für den Differentialzylinder anwendbar.

Der Bericht gliedert sich wie folgt: In Abschnitt 2 ist die Theorie der Störgrößenreduktion für zwei unterschiedliche mathematische Systemklassen – den *analytischen Systemen mit linear eingehenden Steuerungen (ALS)* und den *analytischen Systemen mit zeitlich differenzierten Eingangsgrößen (ASDE)* – dargestellt. Beide Systemklassen sind in diesem Forschungsbericht auf Mehrgrößensysteme mit gleicher Anzahl an Ein- und Ausgangsgrößen – also auf quadratische Systeme – beschränkt. Die Theorie der nichtlinearen Störgrößenreduktion basiert auf linearen Fehlerdynamikgleichungen, in die die Regelabweichungen und deren zeitliche Ableitungen bezüglich einer Referenztrajektorie eingesetzt werden. Durch Lösen des so erhaltenen Gleichungssystems lässt sich dann das Regelgesetz berechnen. In Rothfuß (1997) ist der gleiche Ansatz zur Stabilisierung eines Trajektorienfolgefehlers allerdings nur für flache Systeme aufgeführt. Außerdem verwendet der Ansatz nach Rothfuß (1997) eine Zustandstransformation, die Definition neuer Eingänge sowie Steuerbarkeitsindizes zum Ermitteln des Regelgesetzes. Die in diesem Forschungsbericht präsentierte Vorgehensweise besticht jedoch durch den Vorteil, dass das Regelgesetz in Originalkoordinaten vorliegt und nur die Referenztrajektorien die Reglereingänge darstellen. Des Weiteren wird erstmalig gezeigt, dass die linearen Fehlerdynamikgleichungen Basis einer Störgrößenreduktion sein können. Auch wird in Abschnitt 2 die Störgrößenreduktion auf ASDE erweitert. Die Modellbildung des Systems Differentialzylinder–Ventil und die Deduktion des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes erfolgt in Abschnitt 3. Durch Implementierung der Regelstrecke und des Regelgesetzes in MATLAB[®]/SIMULINK[®] lassen sich Simulationen mit verschiedenen Störkraftprofilen durchführen, die Aufschluss über die Eigenschaften sowie Grenzen der Störgrößenreduktion liefern (vgl. Abschnitt 4). In Abschnitt 5 sind die Messergebnisse der Störgrößenreduktion am Experimentalsystem „HyRob“ aufgeführt. Eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf weitere mögliche Untersuchungen zur Störgrößenreduktion bilden in Abschnitt 6 den Abschluss dieses Forschungsberichtes.

2 Mathematische Grundlagen

Aufbauend auf den Ergebnissen zur Störgrößenentkopplung nichtlinearer Systeme (Bröcker und Polzer 1999, Bröcker 2000) zeigt dieser Abschnitt die mathematischen Grundlagen zur Berechnung eines nichtlinearen störgrößenreduzierenden Regelgesetzes auf. Unter Störgrößen sind hier die externen störenden Systemeingänge zu verstehen. Die Fragestellung nach der Lösung dieser Aufgabe ergibt sich durch die Untersuchung eines Systems auf Störgrößenentkoppelbarkeit. Resultiert aus der Untersuchung, dass das System nicht störgrößenentkoppelbar ist, so besteht weiterhin die Frage, ob ein Regelgesetz existiert, welches den Einfluss der Störgrößen auf das System zumindest vermindert. Bei Existenz dieses Regelgesetzes spricht man von *Störgrößenreduktion*. Die Störgrößenreduktion ist anwendbar auf ALS. Um auch für ASDE ein entsprechendes störgrößenreduzierendes Regelgesetz berechnen zu können, muss das Konzept für ALS um einen zusätzlichen Algorithmus erweitert werden. Dieser Algorithmus gibt Aussage darüber, wieviele zusätzliche Differentiationsglieder im Stellgesetz zu plazieren sind.

2.1 Störgrößenreduktion für ALS

Für den Ansatz der nichtlinearen Störgrößenreduktion werden ALS der Form

$$\Sigma_{\text{ALS}} \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{G}(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{p}(\mathbf{x}(t))s(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t)) \end{aligned} \quad (2.1)$$

mit $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ als Zustandsvektor, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ als Eingangsvektor, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m$ als Ausgangsvektor und $s(t) \in \mathbb{R}$ als Störgröße betrachtet. Diese Systemklasse ist nicht zwingend notwendig zur Berechnung eines nichtlinearen Regelgesetzes zur Störgrößenreduktion, stellt aber für die Betrachtung praxisrelevanter Systeme eine wichtige Klasse dar. Bei der Berechnung des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes ist das Ermitteln des *relativen (Vektor-) Grades* des nichtlinearen Systems von entscheidender Bedeutung. Dieser relative (Vektor-) Grad \mathbf{r} ist für das umgeschriebene ALS

$$\Sigma_{\text{ALS}} \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \sum_{i=1}^m \mathbf{g}_i(\mathbf{x}(t))u_i(t) + \mathbf{p}(\mathbf{x}(t))s(t) \\ y_1(t) &= h_1(\mathbf{x}(t)) \\ &\vdots \\ y_m(t) &= h_m(\mathbf{x}(t)) \end{aligned} \quad (2.2)$$

folgendermaßen definiert:

Definition 2.1 (Isidori 1995, Schwarz 1999)

Ein MIMO-ALS (2.2) hat den relativen (Vektor-) Grad $\mathbf{r} = [r_1 \ \dots \ r_m]$ im Punkt \mathbf{x}_0 , wenn gilt:

- (i) $L_{\mathbf{g}_j} L_{\mathbf{f}}^k h_i(\mathbf{x}) = 0$, $\forall \mathbf{x}$ in einer Umgebung von \mathbf{x}_0
sowie $((1 \leq j \leq m) \wedge (0 < k < r_i - 1) \wedge (1 \leq i \leq m))$,

mit $r_i = \min\{l | L_{g_j} L_f^{l-1} h_i(\mathbf{x}) \neq 0\}$; $\{i, j\} = 1, 2, \dots, m$.

Für die einzelnen r_i gilt: $1 \leq r_i \leq n - m$, $i = 1, 2, \dots, m$.

- (ii) Die Entkopplungsmatrix $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ ist regulär $\forall \mathbf{x}$ in einer Umgebung von \mathbf{x}_0 , d. h. es gilt: $\det(\mathbf{A}(\mathbf{x}_0)) \neq 0$. \square

Die Berechnung der Lie-Ableitungen ist im Anhang A detailliert beschrieben. Die Komponenten r_i des relativen (Vektor-) Grades geben darüber hinaus die minimale Anzahl der zeitlichen Ableitungen für das Ausgangssignal $y_i(t)$, ($i = 1, \dots, m$) an, bei der eine der Eingangsgrößen $u_j(t)$, ($j = 1, \dots, m$) erstmalig explizit auftritt. Die Entkopplungsmatrix $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ ist gegeben durch:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) := \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(\mathbf{x}) & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2(\mathbf{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_2-1} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(\mathbf{x}) & L_{g_2} L_f^{r_m-1} h_m(\mathbf{x}) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} . \quad (2.3)$$

Parallel zu dem relativen (Vektor-) Grad ist ebenfalls ein *relativer (Vektor-) Grad der Störgröße* \mathbf{r}_S definiert:

Definition 2.2

Ein MIMO-ALS (2.2) hat den relativen (Vektor-) Grad der Störgröße $\mathbf{r}_S = [r_{S,1} \ \dots \ r_{S,m}]$ im Punkt \mathbf{x}_0 , wenn gilt:

$$L_p L_f^k h_i(\mathbf{x}) = 0 \quad , \quad \forall \mathbf{x} \text{ in einer Umgebung von } \mathbf{x}_0$$

$$\text{sowie } (0 < k < r_{S,i} - 1) \wedge (1 \leq i \leq m) \quad ,$$

$$\text{mit } r_{S,i} = l | L_p L_f^{l-1} h_i(\mathbf{x}) \neq 0 ; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad . \quad \square$$

Der relative (Vektor-) Grad der Störgröße lässt sich als Kenngröße für die minimale Anzahl der zeitlichen Ableitungen für das Ausgangssignal $y_i(t)$, ($i = 1, \dots, m$) deuten, bei der die Störgröße $s(t)$ erstmalig auftritt. Des Weiteren gilt für die Definition der Vergleichsoperation zwischen \mathbf{r} und \mathbf{r}_S :

Definition 2.3

Ein System habe den relativen (Vektor-) Grad \mathbf{r} und den (Vektor-) Grad der Störgröße \mathbf{r}_S , dann gilt:

$$\mathbf{r}_S \geq \mathbf{r}, \text{ wenn } r_{S,i} \geq r_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad ,$$

$$\mathbf{r}_S < \mathbf{r}, \text{ wenn } r_{S,i} < r_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad . \quad \square$$

Basierend auf diesen Definitionen lässt sich für $\mathbf{r}_S < \mathbf{r}$ ein nichtlineares Regelgesetz zur Störgrößenreduktion herleiten, welches dem System eine lineare Fehlerdynamik aufprägt. In Rothfuß (1997) ist der gleiche Ansatz zur Stabilisierung eines Trajektorienfolgefehlers

aufgeführt. Die Deduktion nach Rothfuß (1997) verwendet jedoch eine Zustandstransformation sowie die Definition neuer Eingänge v_i ($i = 1, \dots, m$) zum Ermitteln des Regelgesetzes. Ergebnis des Reglers ist eine Integratorkette. Auch ist der Ansatz für flache Systeme aufgeführt und orientiert sich bei der Ordnung der Fehlerdynamik an Steuerbarkeitsindizes. Die in diesem Forschungsbericht dargestellte neue Vorgehensweise basiert jedoch lediglich auf den Gleichungen der linearen Fehlerdynamik. Dadurch lässt sich mittels Einsetzen der Regelabweichungen und deren zeitlichen Ableitungen die Berechnung eines störgrößenreduzierenden Regelgesetzes in Originalkoordinaten angeben. Die Ordnungen der Fehlerdynamikgleichungen sind durch die Komponenten des relativen (Vektor-) Grades bestimmt. Des Weiteren liegt das Regelgesetz direkt für den Systemeingang $\mathbf{u}(t)$ vor und benötigt keine neuen Eingänge, sondern nur die Referenztrajektorien der Systemausgänge. Der Ansatz ist hier für MIMO-ALS aufgeführt, lässt sich aber auch auf andere Systemklassen übertragen – einzige Voraussetzungen sind, dass das System durch analytische Funktionen beschreibbar und der relative (Vektor-) Grad des nichtlinearen Systems berechenbar ist.

Bei Vorgabe der Referenztrajektorien $y_{\text{Rt},i}(t)$ für die Systemausgänge $y_i(t)$, ($i = 1, \dots, m$), gilt für die Regelabweichungen

$$e_i(t) = y_{\text{Rt},i}(t) - y_i(t) \quad , \forall i = 1, \dots, m \quad (2.4)$$

und deren zeitliche Ableitungen

$$e_i^{(j)}(t) = y_{\text{Rt},i}^{(j)}(t) - y_i^{(j)}(t) \quad , \forall (i = 1, \dots, m) \wedge (j = 1, \dots, r_i) \quad . \quad (2.5)$$

Zunächst ist der relative (Vektor-) Grad $\mathbf{r} = [r_1 \dots r_m]$ des Systems zu berechnen. Durch Berechnung der ersten bis zur r_i -ten Ableitung des Ausgangs y_i lassen sich diese in die Gl. (2.4) bzw. Gl. (2.5) einsetzen. Basierend auf den linearen Fehlerdynamikgleichungen r_i -ter Ordnung für quadratische Systeme – also für Systeme mit gleicher Anzahl an Ein- und Ausgängen –

$$\begin{aligned} e_1^{(r_1)}(t) + c_{r_1-1,1} e_1^{(r_1-1)}(t) + c_{r_1-2,1} e_1^{(r_1-2)}(t) + \dots + c_{0,1} e_1(t) &= 0 \\ e_2^{(r_2)}(t) + c_{r_2-1,2} e_2^{(r_2-1)}(t) + c_{r_2-2,2} e_2^{(r_2-2)}(t) + \dots + c_{0,2} e_2(t) &= 0 \\ &\vdots \\ e_m^{(r_m)}(t) + c_{r_m-1,m} e_m^{(r_m-1)}(t) + c_{r_m-2,m} e_m^{(r_m-2)}(t) + \dots + c_{0,m} e_m(t) &= 0 \end{aligned}$$

bzw.

$$e_i^{(r_i)}(t) + \sum_{j=1}^{r_i} c_{r_i-j,i} e_i^{(r_i-j)}(t) = 0 \quad , \forall i = 1, \dots, m \quad (2.6)$$

ergibt sich durch Einsetzen der Gl. (2.4) und Gl. (2.5) in Gl. (2.6) und bei Eindeutigkeit des Gleichungssystems durch Umformen nach $\mathbf{u}(t)$ das störgrößenreduzierende Regelgesetz zu

$$\mathbf{u}_{\text{red}} = \tilde{\mathbf{f}} \left(y_{\text{Rt},1}, \dots, y_{\text{Rt},1}^{(r_1)}, \dots, y_{\text{Rt},m}, \dots, y_{\text{Rt},m}^{(r_m)}, \mathbf{x}, \tilde{\mathbf{s}}, c_{r_i-j,i} \right) \quad (2.7)$$

$\forall (i = 1, \dots, m) \wedge (j = 1, \dots, r_i)$, mit $\tilde{\mathbf{s}}(t) = [s(t), \dot{s}(t), \ddot{s}(t), \dots]^T$. Das gesamte Regelungskonzept ist in Bild 2.1 dargestellt.

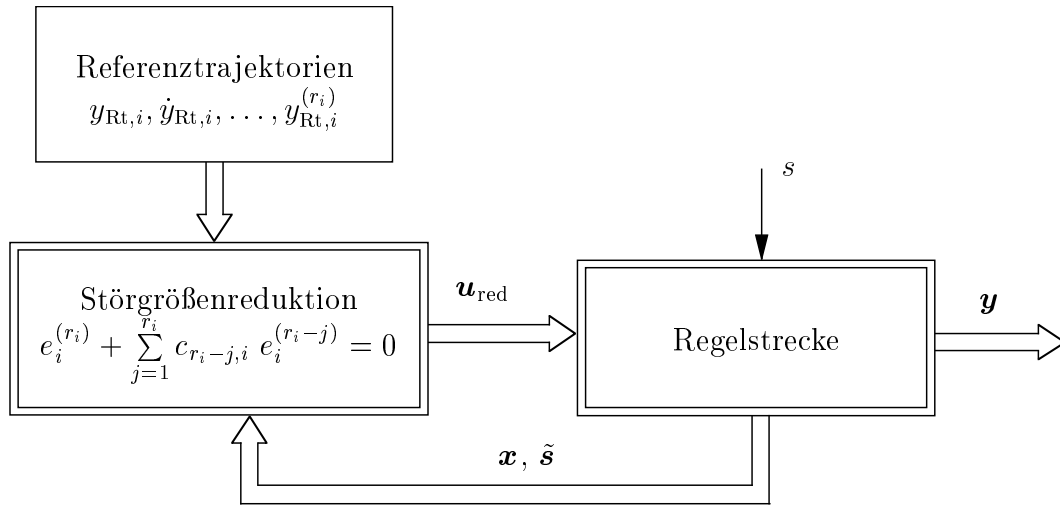


Bild 2.1: Nichtlineare Störgrößenreduktion

2.2 Störgrößenreduktion für ASDE

Der nichtlineare Ansatz zur Störgrößenreduktion ist auf ASDE übertragbar. Die Systemklasse der analytischen Systeme mit zeitlich differenzierten Eingangsgroßen (ASDE) (Wey 1998) ist charakterisiert durch die Zustandsraumdarstellung der Form

$$\Sigma_{\text{ASDE}} \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), s(t), \mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \dots, \mathbf{u}^{(\alpha)}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), s(t)) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Ein ASDE ist für die Modellbildung technischer Anlagen relevant und häufig anzutreffen. Dies zeigte Wey (1998) bereits für ein einfaches mechanisches System – einer Feder-Dämpfer-Kombination. Bei der Berechnung eines störgrößenreduzierenden Regelgesetzes für ein ASDE ist die lineare Fehlerdynamikgleichung (2.6) erneut Basis für die Berechnung des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes. Im Unterschied zu den ALS kann der relative (Vektor-) Grad jedoch nicht mit Hilfe der Lie-Ableitungen berechnet werden. Die Definitionen des *relativen (Vektor-) Grades* \mathbf{r} und des *relativen (Vektor-) Grades der Störgröße* \mathbf{r}_S sind daher wie folgt gegeben:

Definition 2.4

Ein MIMO-ASDE hat den relativen (Vektor-) Grad $\mathbf{r} = [r_1 \dots r_m]$ im Punkt \mathbf{x}_0 , wenn r_i die minimale Anzahl der zeitlichen Ableitungen für das Ausgangssignal $y_i(t)$, ($i = 1, \dots, m$) charakterisiert, bei der eine der Eingangsgroßen $u_j(t)$, ($j = 1, \dots, m$) erstmalig explizit auftritt. \square

Definition 2.5

Ein MIMO-ASDE hat den relativen (Vektor-) Grad der Störgröße $\mathbf{r}_S = [r_{S,1} \dots r_{S,m}]$ im Punkt \mathbf{x}_0 , wenn $r_{S,i}$ die minimale Anzahl der zeitlichen Ableitungen für das Ausgangssignal $y_i(t)$, ($i = 1, \dots, m$) charakterisiert, bei der die Störgröße $s(t)$ erstmalig explizit auftritt. \square

Nach dem Ermitteln des relativen (Vektor-) Grades lässt sich für $r_S < r$ – wie schon bei ALS in Abschnitt 2.1 aufgeführt – mit der Berechnung der zeitlichen Ableitungen der Ausgänge $y_i(t), \dot{y}_i(t), \dots, y_i^{(r_i)}(t)$, dem Einsetzen in die Gl. (2.4) bzw. Gl. (2.5) und durch erneutes Einsetzen dieser Gleichungen in Gl. (2.6) die Umformung nach einem störgrößen-reduzierenden Regelgesetz

$$\mathbf{u}_{\text{red}} = \tilde{\mathbf{f}} \left(y_{\text{Rt},1}, \dots, y_{\text{Rt},1}^{(r_1)}, \dots, y_{\text{Rt},m}, \dots, y_{\text{Rt},m}^{(r_m)}, \mathbf{x}, \tilde{\mathbf{s}}, c_{r_i-j,i}, \dot{u}_1, \dots, u_1^{(\nu_1)}, \dots, \dot{u}_m, \dots, u_m^{(\nu_m)} \right) \quad (2.9)$$

$\forall (i = 1, \dots, m) \wedge (j = 1, \dots, r_i)$, mit $\tilde{\mathbf{s}}(t) = [s(t), \dot{s}(t), \dots, s^{(\nu_{m+1})}(t)]^T$ durchführen. Da in dem Regelgesetz zeitliche Ableitungen der Systemeingänge enthalten sein können, müssen dem Stellgesetz entsprechende Stellgrößen mittels Differentiationsglieder zurückgeführt werden (s. Bild 2.2).

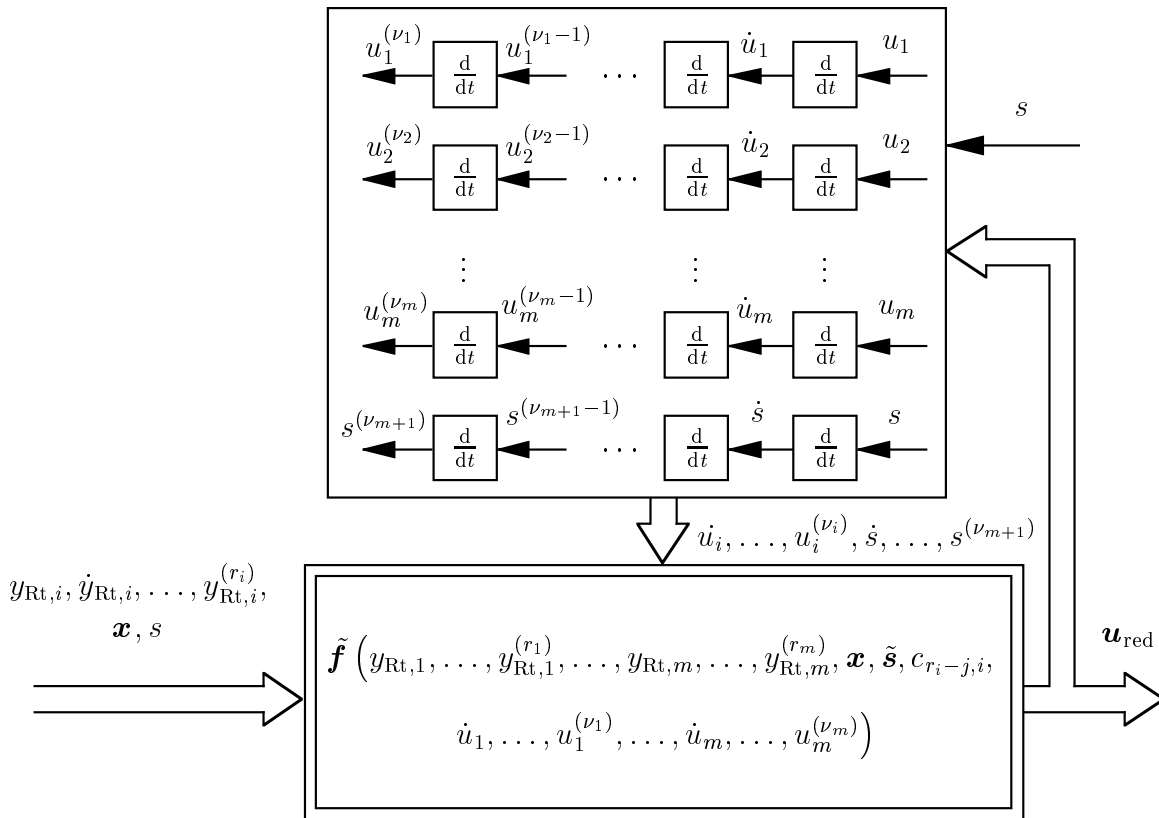


Bild 2.2: Rückführung der Stell- und Störgrößen

Ein Algorithmus ermittelt für die Rückführung den Vektor $\boldsymbol{\nu} = [\nu_1 \ \nu_2 \ \dots \ \nu_{m+1}]^T$, der die höchsten zeitlichen Ableitungen von $u_i(t), s(t)$ in $y_i^{(r_i)}(t)$ berechnet. Wichtige Bestandteile des $\boldsymbol{\nu}$ -Algorithmus sind Definitionen wie „Ordnungsrelation“ (engl.: „ranking“), „Führer“ (engl.: „leader“) und „führende Variable“ (engl.: „leading variable“). Die Ordnungsrelation \prec entspricht dem Analogon zur Monomordnung für Polynome und dient zur Festlegung der Wertigkeit von zeitlich differenzierten Variablen untereinander.

Sowohl die Ordnungsrelation und der Führer, als auch die führende Variable sind für differentielle Polynome definiert. Wenn allerdings die Variablen nur von der Zeit abhängen und die nichtlinearen Terme einfach als Konstanten betrachtet werden (diese sind nicht wichtig für die Orientierung der zeitlichen Variablen untereinander), können diese Begriffe auch auf ASDE übertragen und somit für den ν -Algorithmus verwendet werden. Die Ordnungsrelation für eine Variable entspricht somit (Jirstrand 1998)

$$x \prec \dot{x} \prec \ddot{x} \prec x^{(3)} \prec x^{(4)} \prec \dots \quad (2.10)$$

und von mehreren Variablen (hier: zwei Variablen) untereinander

$$x \prec \dot{x} \prec \ddot{x} \prec \dots \prec y \prec \dot{y} \prec \ddot{y} \prec \dots \quad (2.11)$$

oder

$$y \prec \dot{y} \prec \ddot{y} \prec \dots \prec x \prec \dot{x} \prec \ddot{x} \prec \dots \quad (2.12)$$

Für den Algorithmus sind nur die Ordnungsrelationen nach Gl. (2.11) und Gl. (2.12) zugelassen. Dies entspricht der ersten Eigenschaft der Ordnungsrelation nach Kolchin (1973). Des Weiteren werden die Begriffe Führer und führende Variable definiert:

Definition 2.6

Der Führer $\text{ld}(f)$ einer nichtlinearen Funktion f ist die höchstrangige zeitliche Ableitung. Die entsprechende Variable $\text{lv}(f)$ wird führende Variable genannt. \square

Beispiel 2.7

Mit der Ordnungsrelation nach Gl. (2.11) gilt:

$$f = x\dot{y} - (\dot{x})^2(\ddot{y})^3 \quad , \quad \text{ld}(f) = \ddot{y} \quad \text{und} \quad \text{lv}(f) = y \quad . \quad \square$$

Algorithmus 2.1

Berechnung des Vektors $\nu = [\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_{m+1}]^T$ für die Rückführung der Stell- und Störgrößen

$$\nu_1 = 0, \nu_2 = 0, \dots, \nu_{m+1} = 0$$

FÜR $j = 1$ BIS m SCHRITTWEITE 1

FÜR $i = 1$ BIS m SCHRITTWEITE 1

Schritt $j.i.1.$

Ordnungsrelation ist:

$$s \prec \dot{s} \prec \dots \prec u_k \prec \dot{u}_k \prec \dots \prec u_{k-1} \prec \dot{u}_{k-1} \prec \dots \prec u_i \prec \dot{u}_i \prec \dots$$

mit $k \in \{m, \dots, 1\} \setminus \{i\}$

Schritt $j.i.2.$

Ermittle $\text{ld}(y_j^{(r_j)}) := \eta_i$ mit $\text{lv}(y_j^{(r_j)}) = u_i$

$\Rightarrow \tilde{\nu}_i$ -te Ableitung von u_i

Schritt $j.i.3.$ FALLS $\tilde{\nu}_i > \nu_i$ DANN $\nu_i = \tilde{\nu}_i$

ENDE FALLS

ENDE FÜR

Schritt $j.m + 1.1.$

Ordnungsrelation ist:

$$u_m \prec \dot{u}_m \prec \dots \prec u_{m-1} \prec \dot{u}_{m-1} \prec \dots \prec u_1 \prec \dot{u}_1 \prec \dots \prec s \prec \dot{s} \prec \dots$$

Schritt $j.m + 1.2.$ Ermittle $\text{ld}(y_j^{(r_j)}) := \eta_{m+1}$ mit $\text{lv}(y_j^{(r_j)}) = s$ $\Rightarrow \tilde{\nu}_{m+1}$ -te Ableitung von s Schritt $j.m + 1.3.$ FALLS $\tilde{\nu}_{m+1} > \nu_{m+1}$ DANN $\nu_{m+1} = \tilde{\nu}_{m+1}$

ENDE FALLS

ENDE FÜR

Ergebnis ist $\boldsymbol{\nu} = [\nu_1 \ \nu_2 \ \dots \ \nu_{m+1}]^T$. □

Das folgende Beispiel verdeutlicht die Vorgehensweise zur Berechnung eines störgrößenreduzierenden Regelgesetzes für ein ASDE.

Beispiel 2.8

Es sei folgendes ASDE mit den Eingängen $u_1(t)$, $u_2(t)$, der Störgröße $s(t)$ und den beiden Ausgängen $y_1(t)$, $y_2(t)$ gegeben:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} x_1^2 x_2 + s \\ x_5^2 u_1 + \dot{u}_1 \\ -x_5 + s \\ x_2 x_3^2 u_2 - \dot{u}_2 - 2 \sin(x_2) s \\ s^2 - x_1 x_4 + \dot{u}_1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Die benötigten zeitlichen Ableitungen für die Systemausgänge ergeben sich zu:

$$\dot{y}_1 = x_1^2 x_2 + s \quad (2.14)$$

$$\dot{y}_2 = -x_5 + s \quad (2.15)$$

$$\ddot{y}_1 = 2 x_1^3 x_2^2 + 2 x_1 x_2 s + x_1^2 x_5^2 u_1 + x_1^2 \dot{u}_1 + \dot{s} \quad (2.16)$$

$$\ddot{y}_2 = x_1 x_4 - \dot{u}_1 - s^2 + s \quad (2.17)$$

$$y_2^{(3)} = -2 s \dot{s} + x_1^2 x_2 x_4 + x_4 s + x_1 x_2 x_3^2 u_2 - 2 x_1 \sin(x_2) s - x_1 \dot{u}_2 - \ddot{u}_1 + \ddot{s} \quad (2.18)$$

Für den relativen (Vektor-) Grad gilt $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2] = [2 \ 3]$ und für den relativen (Vektor-) Grad der Störgröße $\mathbf{r}_S = [r_{S,1} \ r_{S,2}] = [1 \ 1]$. Beide Systemausgänge sind folglich nicht von der Störgröße $s(t)$ entkoppelbar, aber störgrößenreduzierbar. Somit sind die beiden Fehlerdynamikgleichungen nach Gl. (2.6) festgelegt:

$$\ddot{e}_1 + c_{1,1} \dot{e}_1 + c_{0,1} e_1 = 0 \quad (2.19)$$

$$e_2^{(3)} + c_{2,2} \ddot{e}_2 + c_{1,2} \dot{e}_2 + c_{0,2} e_2 = 0 \quad , \quad (2.20)$$

mit $c_{1,1} = 2 D_1 \omega_1$ und $c_{0,1} = \omega_1^2$. Einsetzen der Gl. (2.14) bis Gl. (2.18) in den Vektor der Regelabweichungen Gl. (2.4) und dessen zeitliche Ableitungen Gl. (2.5) liefert:

$$\begin{aligned} e_1 &= y_{\text{Rt},1} - x_1 \\ \dot{e}_1 &= \dot{y}_{\text{Rt},1} - (x_1^2 x_2 + s) \\ \ddot{e}_1 &= \ddot{y}_{\text{Rt},1} - (2 x_1^3 x_2^2 + 2 x_1 x_2 s + x_1^2 x_5^2 u_1 + x_1^2 \dot{u}_1 + \dot{s}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

und

$$\begin{aligned} e_2 &= y_{\text{Rt},2} - x_3 \\ \dot{e}_2 &= \dot{y}_{\text{Rt},2} - (-x_5 + s) \\ \ddot{e}_2 &= \ddot{y}_{\text{Rt},2} - (x_1 x_4 - \dot{u}_1 - s^2 + s) \\ e_2^{(3)} &= \ddot{y}_{\text{Rt},2}^{(3)} + 2 s \dot{s} - x_1^2 x_2 x_4 - x_4 s - x_1 x_2 x_3^2 u_2 + 2 x_1 \sin(x_2) s \\ &\quad + x_1 \dot{u}_2 + \ddot{u}_1 - \ddot{s} \quad . \end{aligned} \quad (2.22)$$

Durch Einsetzen der Gl. (2.21) in Gl. (2.19) und der Gl. (2.22) in Gl. (2.20) sowie Lösen des Gleichungssystems nach $\mathbf{u}_{\text{red}} = [u_1 \ u_2]^T$ folgt für das störgrößenreduzierende Regelgesetz:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{\ddot{y}_{\text{Rt},1} - 2 x_1^3 x_2^2 - 2 x_1 x_2 s - x_1^2 \dot{u}_1 - \dot{s} + 2 D_1 \omega_1 \dot{y}_{\text{Rt},1} - 2 D_1 \omega_1 x_1^2 x_2 - 2 D_1 \omega_1 s}{x_1^2 x_5^2} \\ &\quad + \frac{\omega_1^2 y_{\text{Rt},1} - \omega_1^2 x_1}{x_1^2 x_5^2} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{y_{\text{Rt},2}^{(3)} + 2 s \dot{s} - x_1^2 x_2 x_4 - x_4 s + 2 x_1 \sin(x_2) s + x_1 \dot{u}_2 + \ddot{u}_1 - \ddot{s}}{x_1 x_2 x_3^2} \\ &\quad + \frac{c_{2,2} (\ddot{y}_{\text{Rt},2} + s^2 - x_1 x_4 + \dot{u}_1 - \dot{s}) + c_{1,2} (\dot{y}_{\text{Rt},2} + x_5 - s)}{x_1 x_2 x_3^2} \\ &\quad + \frac{c_{0,2} (y_{\text{Rt},2} - x_3)}{x_1 x_2 x_3^2} \quad . \end{aligned} \quad (2.24)$$

Durch Anwendung des Algorithmus 2.1 lässt sich der $\boldsymbol{\nu}$ -Vektor zu $\boldsymbol{\nu} = [2 \ 1 \ 2]^T$ berechnen (vgl. Anhang B). Folglich sind dem Regelgesetz mindestens \ddot{u}_1 , \dot{u}_2 und \ddot{s} zurückzuführen. Das Beispiel mit der gestörten Regelstrecke nach Gl. (2.13) und dem Regelgesetz nach Gl. (2.23) und Gl. (2.24) wird anschließend in MATLAB[®]/SIMULINK[®] durch Simulationsstudien verifiziert. Der Anfangszustandsvektor ist zu $\mathbf{x}_0 = [0,25 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1]^T$ gewählt. Für die Referenztrajektorien gilt weiter:

$$y_{\text{Rt},1}(t) = 0,05 \sin(2t) + 0,25$$

$$y_{\text{Rt},2}(t) = 0,5 \sin(4t) + 2 \quad .$$

Als optimale Reglereinstellung haben sich die Koeffizienten

$$D_1 = 0,8 \quad , \quad \omega_1 = 100 \quad , \quad c_{2,2} = 140 \quad , \quad c_{1,2} = 6600 \quad , \quad c_{0,2} = 144000$$

bewährt. Bei Anregung der Regelstrecke mit der Störung

$$s(t) = 5 \sin(4t + 4) + 10$$

zeigt sich, dass die Systemausgänge im Anfangsbereich den Referenztrajektorien noch nicht folgen können, da der Einfluss der Störung zu groß ist. Nach ca. 0,2 s folgen die

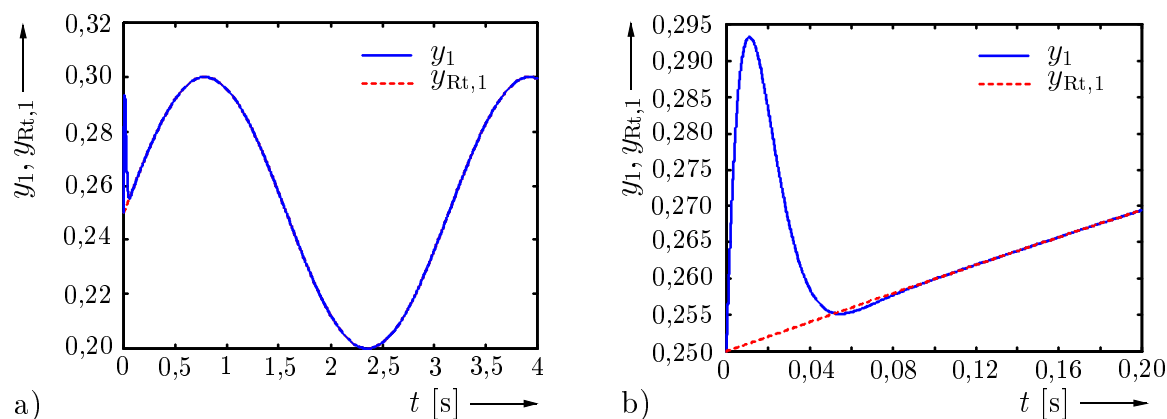


Bild 2.3: Störgrößenreduzierter Systemausgang y_1 : (a) Gesamtbereich (b) Anfangsbereich der Trajektorien

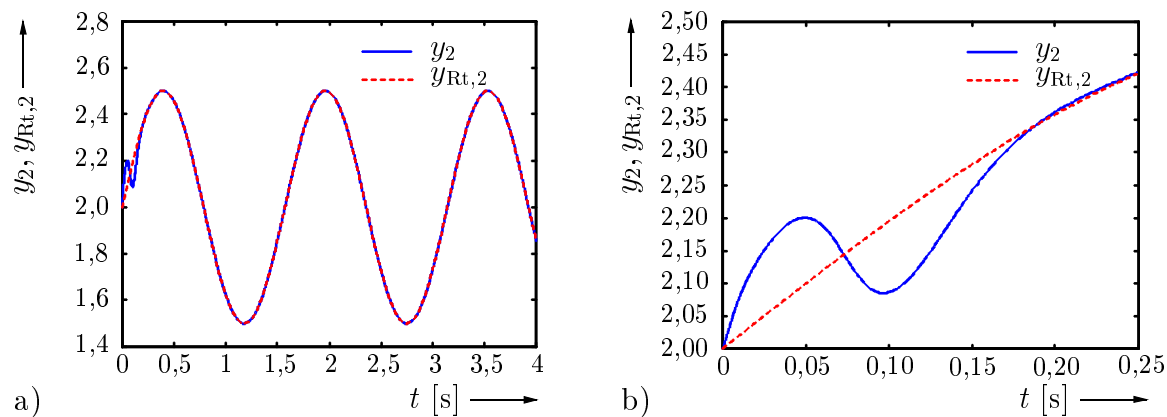


Bild 2.4: Störgrößenreduzierter Systemausgang y_2 : (a) Gesamtbereich (b) Anfangsbereich der Trajektorien

beiden Ausgänge aber sehr gut den Referenztrajektorien (s. Bild 2.3 und Bild 2.4). Dieses Phänomen ist charakteristisch für die Störgrößenreduktion. \square

3 Störgrößenreduktion eines Differentialzylinders

In Bröcker (2000) wurde gezeigt, dass das System Differentialzylinder–Ventil (s. Bild 3.1) nicht störgrößenentkoppelbar ist. Daher ist es sinnvoll für den Differentialzylinder ein störgrößenreduzierendes Regelgesetz gemäß Abschnitt 2 zu berechnen.

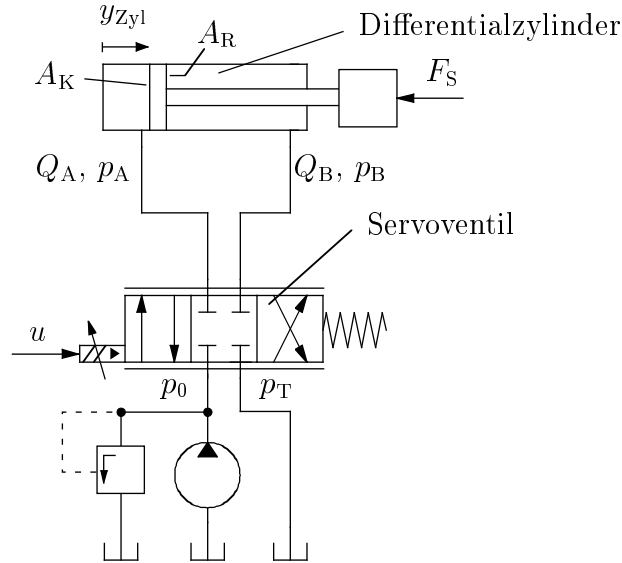


Bild 3.1: System Differentialzylinder–Ventil

Das System Differentialzylinder–Ventil ist als SISO-ALS mittels Fallunterscheidung für den Systemeingang – der normierten Ventilspannung U – beschreibbar.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= \frac{1}{m_{\text{ges}}} \left(\left(x_3 - \frac{x_4}{\varphi} \right) A_K - F_R(x_2) - F_S \right) \\
 \dot{x}_3 &= \frac{E_{F1}}{V_A(x_1)} (-A_K x_2 + B_V K_V a_1(x_3) U) \\
 \dot{x}_4 &= \frac{E_{F1}}{V_B(x_1)} \left(\frac{A_K}{\varphi} x_2 - B_V K_V a_2(x_4) U \right)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

mit

$$F_R(x_2) = \begin{cases} f_V x_2 + F_C + F_H \exp\left(-\frac{x_2}{c_H}\right) & , \text{für } x_2 \geq 0 \\ f_V x_2 - F_C - F_H \exp\left(\frac{x_2}{c_H}\right) & , \text{für } x_2 < 0 \end{cases} . \tag{3.2}$$

Die Größen $a_1(x_3)$ und $a_2(x_4)$ sind für eingeschränkte Druckbereiche

$$p_T \leq x_3 \leq p_0 \tag{3.3}$$

und

$$p_T \leq x_4 \leq p_0 \tag{3.4}$$

folgendermaßen definiert:

$$a_1(x_3) = \begin{cases} \sqrt{p_0 - x_3} & , \text{ für } U \geq 0 \\ \sqrt{x_3 - p_T} & , \text{ für } U < 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad (3.5)$$

$$a_2(x_4) = \begin{cases} \sqrt{x_4 - p_T} & , \text{ für } U \geq 0 \\ \sqrt{p_0 - x_4} & , \text{ für } U < 0 \end{cases} . \quad (3.6)$$

Bei Hinzunahme der Betrags- und Signumfunktion gelten $a_1(x_3)$ und $a_2(x_4)$ über alle Druckbereiche:

$$a_1(x_3) = \begin{cases} \text{sign}(p_0 - x_3) \sqrt{|p_0 - x_3|} & , \text{ für } U \geq 0 \\ \text{sign}(x_3 - p_T) \sqrt{|x_3 - p_T|} & , \text{ für } U < 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad (3.7)$$

$$a_2(x_4) = \begin{cases} \text{sign}(x_4 - p_T) \sqrt{|x_4 - p_T|} & , \text{ für } U \geq 0 \\ \text{sign}(p_0 - x_4) \sqrt{|p_0 - x_4|} & , \text{ für } U < 0 \end{cases} . \quad (3.8)$$

Allerdings handelt es sich bei dem Systemmodell dann nicht mehr um ein ALS. Dennoch ist auch auf dieses System das Konzept der Störgrößenreduktion anwendbar. Der Systemausgang y ist dabei die Zylinderkolbenposition y_{Zy1} und die Störgröße s die Kraft F_S . Die Zustände entsprechen den physikalischen Größen

$$\begin{aligned} x_1 = y_{Zy1} & \quad \text{Position des Zylinderkolbens [m]}, \\ x_2 = \dot{y}_{Zy1} & \quad \text{Geschwindigkeit des Zylinderkolbens [ms}^{-1}\text{]}, \\ x_3 = p_A & \quad \text{Druck in der Zylinderkammer A [Pa]}, \\ x_4 = p_B & \quad \text{Druck in der Zylinderkammer B [Pa]}. \end{aligned}$$

Als Vereinfachungen werden m_{ges} und E_{F1} als konstante Größen angenommen. Die Ölvolumina $V_A(x_1)$ und $V_B(x_1)$ setzen sich zusammen aus dem Volumen des Öls in den Zylinderkammern und dem Ölvolumen in den Leitungen (V_{LA} , V_{LB}):

$$V_A(x_1) = V_{LA} + x_1 A_K \quad , \quad (3.9)$$

$$V_B(x_1) = V_{LB} + (H - x_1) \frac{A_K}{\varphi} \quad . \quad (3.10)$$

3.1 Deduktion des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes

Für die Berechnung der zeitlichen Ableitungen des Systemausgangs sowie für die Berechnung des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes findet das CAS MAPLE[®] Anwendung. Des Weiteren wird der relative Grad mit dem Softwarepaket NSAS (Lemmen u. a. 1995) berechnet. Das Ergebnis dieser Berechnung ist, dass der relative Grad für den Differentialzylinder $r = 3$ beträgt. Somit müssen die ersten drei zeitlichen Ableitungen des

Systemausgangs $y = y_{Zy1} = x_1$ berechnet werden:

$$\dot{y}_{Zy1} = x_2 \quad (3.11)$$

$$\ddot{y}_{Zy1} = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \left(\left(x_3 - \frac{x_4}{\varphi} \right) A_K - F_R(x_2) - F_S \right) \quad (3.12)$$

$$y_{Zy1}^{(3)} = \frac{A_K}{m_{\text{ges}}} \left(\frac{E_{F1}(-A_K x_2 + B_V K_V a_1(x_3)U)}{V_A(x_1)} - \frac{E_{F1} \left(\frac{A_K x_2}{\varphi} - B_V K_V a_2(x_4)U \right)}{V_B(x_1)\varphi} \right) - \frac{\frac{dF_R(x_2)}{dx_2} \left(\left(x_3 - \frac{x_4}{\varphi} \right) A_K - F_R(x_2) - F_S \right)}{m_{\text{ges}}^2} - \frac{\dot{F}_S}{m_{\text{ges}}} \quad (3.13)$$

Für die Regelabweichung sowie deren zeitliche Ableitungen gilt nach Gl. (2.4) und Gl. (2.5):

$$\begin{aligned} e &= y_{Rt} - y_{Zy1} \\ \dot{e} &= \dot{y}_{Rt} - \dot{y}_{Zy1} \\ \ddot{e} &= \ddot{y}_{Rt} - \ddot{y}_{Zy1} \\ e^{(3)} &= y_{Rt}^{(3)} - y_{Zy1}^{(3)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

und somit die Fehlerdynamikgleichung nach Gl. (2.6):

$$e^{(3)} + c_2 \ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_0 e = 0 \quad (3.15)$$

Durch Einsetzen der Gl. (3.11)–(3.13) in Gl. (3.14) lassen sich diese zu

$$e = y_{Rt} - x_1 \quad (3.16)$$

$$\dot{e} = \dot{y}_{Rt} - x_2 \quad (3.17)$$

$$\ddot{e} = \ddot{y}_{Rt} - \frac{1}{m_{\text{ges}}} \left(\left(x_3 - \frac{x_4}{\varphi} \right) A_K - F_R(x_2) - F_S \right) \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} e^{(3)} &= y_{Rt}^{(3)} - \frac{A_K E_{F1}(-A_K x_2 + B_V K_V a_1(x_3)U)}{V_A(x_1)m_{\text{ges}}} \\ &\quad + \frac{A_K E_{F1} \left(\frac{A_K x_2}{\varphi} - B_V K_V a_2(x_4)U \right)}{V_B(x_1)m_{\text{ges}}\varphi} \\ &\quad + \frac{\frac{dF_R(x_2)}{dx_2} \left(\left(x_3 - \frac{x_4}{\varphi} \right) A_K - F_R(x_2) - F_S \right)}{m_{\text{ges}}^2} + \frac{\dot{F}_S}{m_{\text{ges}}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

bestimmen. Durch erneutes Einsetzen der Gl. (3.16)–(3.19) in Gl. (3.15) und anschließendem Auflösen der Gleichung nach der Ventilspannung U , ergibt für das störgrößenreduzierende Regelgesetz:

$$U_{\text{red}} = \frac{U_Z}{U_N} \quad , \text{ mit} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
U_Z &= y_{\text{Rt}}^{(3)} V_A(x_1) V_B(x_1) \varphi^2 m_{\text{ges}}^2 + E_{\text{F1}} A_K^2 m_{\text{ges}} V_B(x_1) \varphi^2 x_2 + E_{\text{F1}} A_K^2 m_{\text{ges}} V_A(x_1) x_2 \\
&+ \frac{dF_{\text{R}}(x_2)}{dx_2} V_A(x_1) V_B(x_1) \varphi (\varphi A_K x_3 - A_K x_4 - \varphi F_{\text{R}}(x_2) - \varphi F_{\text{S}}) \\
&+ \dot{F}_{\text{S}} V_A(x_1) V_B(x_1) \varphi^2 m_{\text{ges}} \\
&+ c_2 V_A(x_1) V_B(x_1) \varphi m_{\text{ges}} (\varphi m_{\text{ges}} \ddot{y}_{\text{Rt}} - \varphi A_K x_3 + A_K x_4 + \varphi F_{\text{R}}(x_2) + \varphi F_{\text{S}}) \\
&+ c_1 V_A(x_1) V_B(x_1) \varphi^2 m_{\text{ges}}^2 (\dot{y}_{\text{Rt}} - x_2) + c_0 V_A(x_1) V_B(x_1) \varphi^2 m_{\text{ges}}^2 (y_{\text{Rt}} - x_1) \\
U_{\text{N}} &= E_{\text{F1}} A_K m_{\text{ges}} \varphi B_{\text{V}} K_{\text{V}} (V_B(x_1) \varphi a_1(x_3) + V_A(x_1) a_2(x_4)) \quad .
\end{aligned}$$

Das Regelgesetz nach Gl. (3.20) benötigt als Systemeingänge die Referenztrajektorie y_{Rt} und deren zeitliche Ableitungen $\dot{y}_{\text{Rt}}, \ddot{y}_{\text{Rt}}, y_{\text{Rt}}^{(3)}$, die allerdings off-line berechnet werden können. Als gemessene Größen müssen dem störgrößenreduzierenden Regelgesetz die Zustände x_1 bis x_4 , die Störkraft F_{S} und deren zeitliche Ableitung \dot{F}_{S} zurückgeführt werden. Die Reglerparameter c_0, c_1, c_2 sind dem Übertragungsverhalten eines PT₃-Systems entsprechend zu optimieren.

4 Simulationsergebnisse der Störgrößenreduktion eines Differentialzylinders

In diesem Abschnitt sind die Simulationsergebnisse für die Störgrößenreduktion des Systems Differentialzylinder–Ventil aufgeführt. Da bei dem Prüfstand keine Störgrößen generiert werden können, sondern lediglich die Eigenschwingungen des elastischen Endeffektorarms die Störkraft erzeugen, sollen in diesem Abschnitt verschiedene Störkraftprofile zur Untersuchung der Störgrößenreduktion zum Einsatz kommen. Die Simulationsergebnisse zeigen deutlich die hervorragende Leistung, aber auch die Grenzen der Störgrößenreduktion. Sowohl die Regelstrecke, als auch das störgrößenreduzierende Regelgesetz nach Gl. (3.20) stehen in MATLAB[®]/SIMULINK[®] zur Verfügung. Die Simulation verwendet als Systemparameter die technischen Daten nach Anhang C, die den nominellen Parametern des hydraulisch angetriebenen elastischen Roboterprüfstandes „HyRob“ entsprechen.

4.1 Selektion und Implementierung eines Störkraftprofils

Für die Störkraft F_S sollen in der Simulation diverse Störkraftprofile zum Einsatz kommen. Die Selektion aus einer Vielfalt an möglichen Testsignalen ist an einige Faktoren gebunden. Das Störkraftprofil muss eine differenzierbare Funktion sein, da das Regelgesetz \dot{F}_S enthält. Des Weiteren sollen die Kraftprofile eine maximale Störkraft $F_{S,\max}$ zum Zeitpunkt $t = 0$ oder zu einem beliebigen Zeitpunkt aufbringen. Das Kraftprofil soll außerdem auch in der Praxis in ähnlicher Art und Weise wiederzufinden sein. Unter Berücksichtigung dieser Faktoren werden im Folgenden drei Störkraftprofile in MATLAB[®]/SIMULINK[®] implementiert. Das erste Kraftprofil ist ein Sinussignal:

$$F_{S,1}(t) = F_a \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + F_0 \quad . \quad (4.1)$$

Das zweite Kraftprofil

$$F_{S,2}(t) = F_m \exp\left(-\frac{(t - t_0)^2}{b_0}\right) \quad (4.2)$$

ist der analytischen Funktion der Gauss'schen Glockenkurve nachempfunden. Eine besonders hohe Praxisrelevanz bezüglich des Prüfstandes „HyRob“ erfüllt das dritte Kraftprofil, welches nach der analytischen Lösung einer Differentialgleichung 2. Ordnung der allgemeinen Form

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2D\omega\dot{x} + \omega^2 x &= 0 \\ x(t=0) &= x_0 \\ \dot{x}(t=0) &= \dot{x}_0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

ausgelegt ist (vgl. Hagedorn und Otterbein 1987). Das Kraftprofil lautet

$$F_{S,3}(t) = \sqrt{F_0^2 + \frac{1}{\nu_0^2}(\dot{F}_0 + D\omega_0 F_0)^2} \exp(-D\omega_0 t) \cos(\nu_0 t - \varphi_0) \quad (4.4)$$

und entspricht für die Störkraft bei $0 < D < 1$ einer schwach gedämpften und bei $-1 < D < 0$ einer angefachten Schwingkraft. Für die Eigenkreisfrequenz ν_0 und die Phasenverschiebung φ_0 der Schwingung gilt:

$$\nu_0 = \omega_0 \sqrt{1 - D^2} \quad (4.5)$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{\dot{F}_0 + D\omega_0 F_0}{\nu_0 F_0} \quad (4.6)$$

4.2 Simulationsergebnisse

Die Störkraftprofile aus Abschnitt 4.1 bilden die Grundlage der Simulationsstudie. Jedes Kraftsignal ruft eine eigene Charakteristik der Störgrößenreduktion am Differentialzylinder hervor. Somit lässt sich anhand von diesen Simulationsergebnissen sehr anschaulich bezüglich der Störkraftcharakteristik auf die Wirkungsweise des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes schließen.

Als Referenztrajektorie für die Zylinderkolbenposition wird

$$y_{\text{Rt}} = 0,05 \sin(2,5t) + 0,125 \quad [\text{m}] \quad (4.7)$$

gewählt. Startposition des Zylinderkolbens ist $x_{1,0} = H/2$. Die Reglerkoeffizienten ergeben heuristisch eingestellt die optimalen Werte

$$c_0 = 2267222,099 \text{ s}^{-3}, \quad c_1 = 52672,22098 \text{ s}^{-2}, \quad c_2 = 400 \text{ s}^{-1} \quad (4.8)$$

Die Kraftkennwerte der drei Störkraftprofile aus Abschnitt 4.1 lauten für $F_{\text{S},1}$

$$F_a = 200 \text{ N} \quad , \quad \omega_0 = 6 \text{ s}^{-1} \quad , \quad F_0 = 500 \text{ N} \quad , \quad \varphi_0 = 0 \text{ rad} \quad , \quad (4.9)$$

sowie für $F_{\text{S},2}$

$$F_m = 2000 \text{ N} \quad , \quad t_0 = 3 \text{ s} \quad , \quad b_0 = 1 \text{ s}^2 \quad (4.10)$$

und $F_{\text{S},3}$

$$\begin{aligned} F_0 &= 1500 \text{ N} \quad , \quad \dot{F}_0 = 0 \text{ N s}^{-1} \quad , \quad \omega_1 = 8 \text{ s}^{-1} \quad , \quad D = 0,1 \quad , \\ \nu_0 &= 7,9599 \text{ s}^{-1} \quad , \quad \varphi_0 = 0,1002 \text{ rad} \quad . \end{aligned} \quad (4.11)$$

In Bild 4.1(a)-(f) sind die Ergebnisse für das erste Störkraftprofil $F_{\text{S},1}$ aufgeführt. Wie in Bild 4.1(a) zu erkennen ist, folgt die Zylinderkolbenposition y_{Zyl} sehr gut der geforderten Referenztrajektorie y_{Rt} . Lediglich im Anfangsbereich ist eine relativ geringe Verzögerung zu verzeichnen, die charakteristisch für die Störgrößenreduktion ist (vgl. Beispiel 2.8 in Abschnitt 2.2). Die Zylinderkolbengeschwindigkeit \dot{y}_{Zyl} folgt ebenfalls gut der Sollgeschwindigkeitstrajektorie \dot{y}_{Rt} . Kleinere Abweichungen sind durch die zeitliche Ableitung zu begründen (s. Bild 4.1(b)). In Bild 4.1(c) sind die Störkraft F_{S} sowie in Bild 4.1(d) die beiden Zylinderkammerdrücke p_A und p_B dargestellt. Die Werte der beiden Drücke bleiben immer unter dem Nominalwert des Betriebsdruckes $p_0 = 50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, so dass in

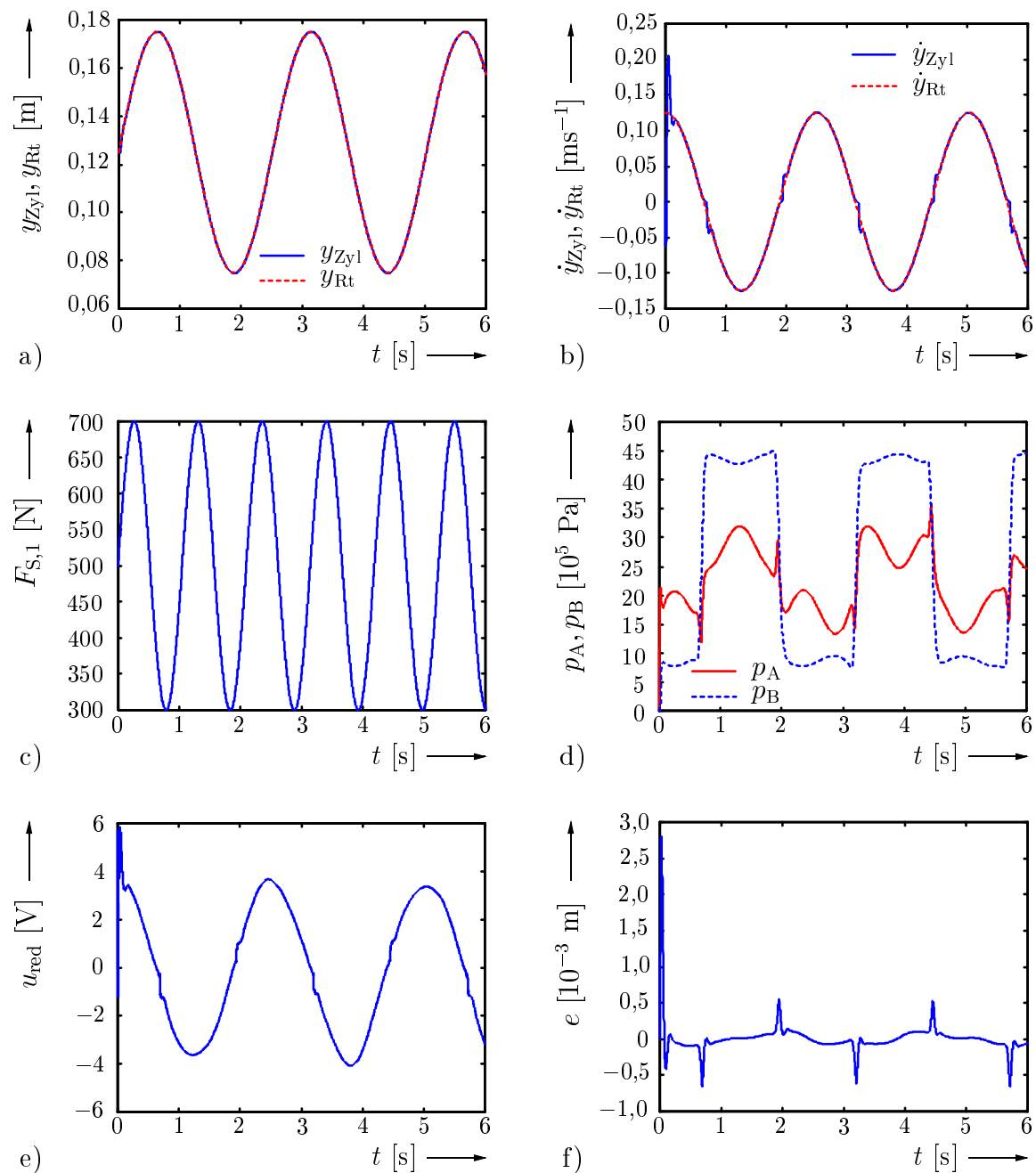


Bild 4.1: Simulation der Störgrößenreduktion mit Kraftprofil $F_{S,1}$:

- (a) Zylinderkolbenposition (b) Zylinderkolbengeschwindigkeit (c) Störkraft
- (d) Zylinderkammerdrücke (e) Ventilspannung (f) Regelabweichung

dem Regelgesetz die Beträge und die Signumfunktionen in den beiden Größen $a_1(x_3)$ und $a_2(x_4)$ keine Berücksichtigung finden (vgl. Gl. (3.7) und Gl. (3.8) in Abschnitt 3). Anhand der Ventilspannung u_{red} ist in Bild 4.1(e) zu sehen, dass besonders im Anfangsbereich – also zum Zeitpunkt $t \approx 0$ – die Spannungsreserve fast gänzlich zur Kompensation der Störkraft verwendet wird. Bild 4.1(f) verdeutlicht, dass die Störgrößenreduktion die Regelabweichung e der Zylinderkolbenposition auf ein tolerierbares Maß verringert. Auch

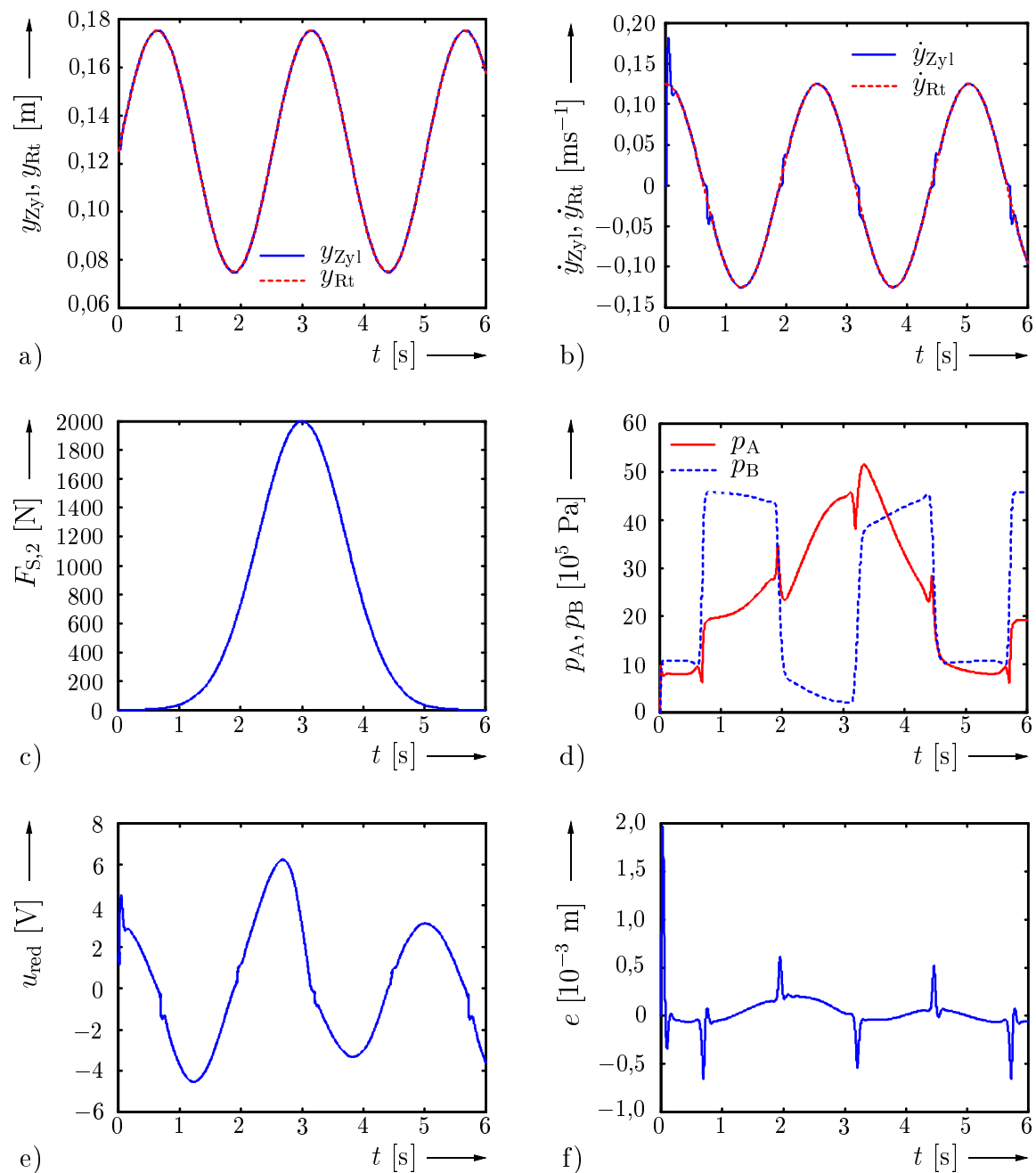


Bild 4.2: Simulation der Störgrößenreduktion mit Kraftprofil $F_{S,2}$:

- (a) Zylinderkolbenposition (b) Zylinderkolbengeschwindigkeit (c) Störkraft
- (d) Zylinderkammerdrücke (e) Ventilspannung (f) Regelabweichung

bei Verwendung des Störkraftprofils $F_{S,2}$ (s. Bild 4.2) folgt die Zylinderkolbenposition y_{Zy1} sehr gut der geforderten Referenztrajektorie y_{Rt} . Wenn die Störkraft ihr Maximum von $F_{S,max} = 2000$ N erreicht, wird deutlich, dass der Druck p_A kurzfristig die Grenze des Betriebsdruckes p_0 übersteigt. Daher sind für dieses Störkraftprofil Gl. (3.7) und Gl. (3.8) der Größen $a_1(x_3)$ und $a_2(x_4)$ erforderlich. Die Ventilspannung u_{red} erhöht sich ebenfalls bei Erreichen des Störkraftmaximums. Die Regelabweichung e bei Verwen-

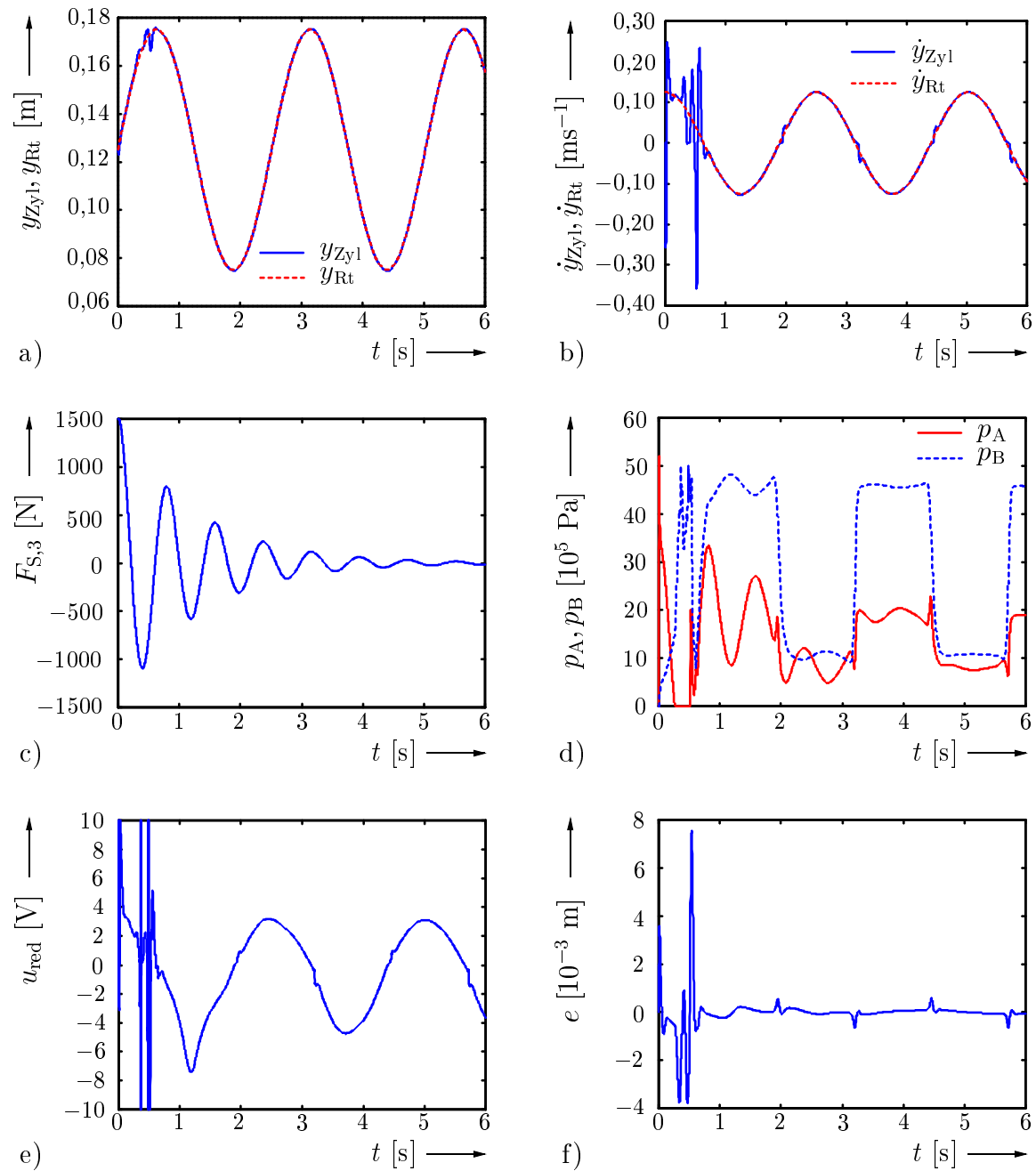


Bild 4.3: Simulation der Störgrößenreduktion mit Kraftprofil $F_{S,3}$:

- (a) Zylinderkolbenposition (b) Zylinderkolbengeschwindigkeit (c) Störkraft
- (d) Zylinderkammerdrücke (e) Ventilspannung (f) Regelabweichung

dung des Störkraftprofils $F_{S,2}$ in Bild 4.2(f) ist kleiner als die Regelabweichung des ersten Störkraftprofils in Bild 4.1(f). Wird als Störkraft die schwach gedämpfte Schwingkraft $F_{S,3}$ nach Gl. (4.4) mit der Anfangskraft $F_0 = 1500$ N angewandt, so zeigt sich, dass das störgrößenreduzierende Regelgesetz seine Grenzen findet. Bild 4.3(a) spiegelt wider, dass die Zylinderkolbenposition y_{Zy1} innerhalb der ersten Sekunde der Referenztrajektorie y_{Rt} zum Teil nicht folgen kann. Das Störkraftintervall ist in diesem Bereich zu groß. Die

dadurch entstehenden hohen Beschleunigungsschwankungen bewirken einen Druckabfall in der Druckkammer A in Bild 4.3(d), so dass die Störkraft nicht mehr kompensierbar ist. Die Spannungsreserve von u_{red} ist für den Anfangsbereich bei ± 10 V verbraucht. Die Regelabweichung e ist folglich relativ hoch. Bemerkenswert hierbei ist, dass die Anfangskraft $F_0 = 1500$ N von $F_{S,3}$ kleiner als $F_{S,\text{max}} = 2000$ N von $F_{S,2}$ ist. Folglich ist gerade bei der Störgrößenreduktion des Differentialzylinders nicht nur der Wert der maximalen Störkraft, sondern auch das Kraftintervall sowie der Zeitpunkt des Kraftansatzes von Bedeutung.

5 Ergebnisse der Störgrößenreduktion am Experimentalsystem

Zur Untersuchung verschiedenster Regelungskonzepte steht dem Fachgebiet Mess-, Steuer- und Regelungstechnik ein hydraulisch angetriebener elastischer Roboter „HyRob“ zur Verfügung. Dieser dreiachsige Roboter ist elastisch ausgelegt, da er wesentliche Eigenschaften von Großmanipulatoren aufweisen soll. Neben den durch die Elastizitäten bedingten Strukturschwingungen treten zusätzlich je nach Handhabungstätigkeit Störkräfte an den Hydraulikzylinderkolbenstangen auf. Der Roboter ist in Bild 5.1 dargestellt, wobei das Foto den Istzustand (zwei Achsen) und die Prinzipskizze den dreiachsigen Zustand des Roboters erläutert. Die dritte Achse wird für die Störgrößenreduktion demontiert. Die Messungen zur Untersuchung des nichtlinearen störgrößenreduzierenden Regelgesetzes werden mit dem ersten Hydraulikzylinder – also der ersten Achse des Roboters – durchgeführt. Hieraus resultiert eine Bewegung um die vertikale Koordinatenachse. Der zweite Zylinder bleibt eingefahren und wird als zusätzliche elastische Endlast betrachtet.

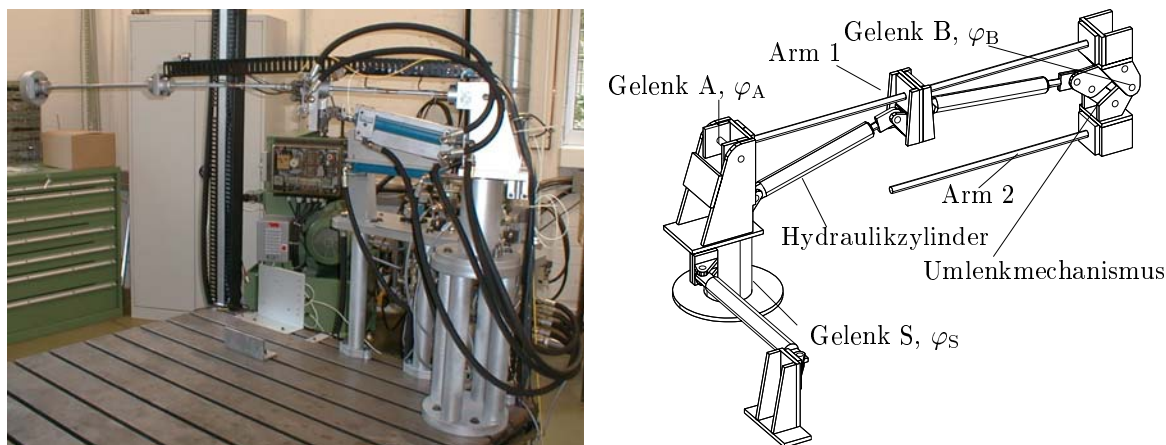


Bild 5.1: Experimentalsystem „HyRob“

Die technischen Daten des Prüfstandes sind in Anhang C detailliert aufgeführt. Der Datenaustausch zwischen Digitalrechner und dem Experimentalsystem findet über A/D- und D/A-Umsetzer statt. Des Weiteren ist die Abtastzeit zu $T_A = 0,001$ s gewählt. Das störgrößenreduzierende Regelgesetz nach Gl. (3.20) ist in dem Computerprogramm MATLAB[®]/SIMULINK[®] implementiert. Durch den Modus *Real-Time Workshop* ist es dann möglich von dem SIMULINK[®]-Programm einen Quellcode in der Programmiersprache C automatisch erzeugen zu lassen und diesen auf einen externen digitalen Signalprozessor (DSP) zu übertragen. Alle für den Prozess benötigten Größen sind messbar und Parameter können online variiert werden. Die Regelung benötigt die gemessenen Größen y_{Zyl} , p_A , p_B und F_S . Zusätzlich sind durch zeitliches Ableiten die aus den Messgrößen abgeleiteten Größen \dot{y}_{Zyl} und \dot{F}_S zu ermitteln. Dies geschieht durch eine ge-

eignete Messgrößenverarbeitung, die zusätzlich zu den Differentiationsgliedern auch aus vierfachen Mittelwertbildnern (MW) und einem einfachen Chebyshev-Filter zweiter Ordnung zur Filterung des Rauschens besteht. Diese Glieder können aus zeitdiskreten Standardübertragungsgliedern in MATLAB[®] erstellt werden. Als einfaches Chebyshev-Filter gilt für die zeitdiskrete Übertragungsfunktion

$$G_1(z) = \frac{b_1 + b_2 z^{-1}}{a_1 + a_2 z^{-1}} \quad , \quad (5.1)$$

mit $a_1 = 1$, $a_2 = -0,9298$, $b_1 = b_2 = 0,0351$. Das gesamte Regelungskonzept und die Messgrößenverarbeitung ist in Bild 5.2 dargestellt.

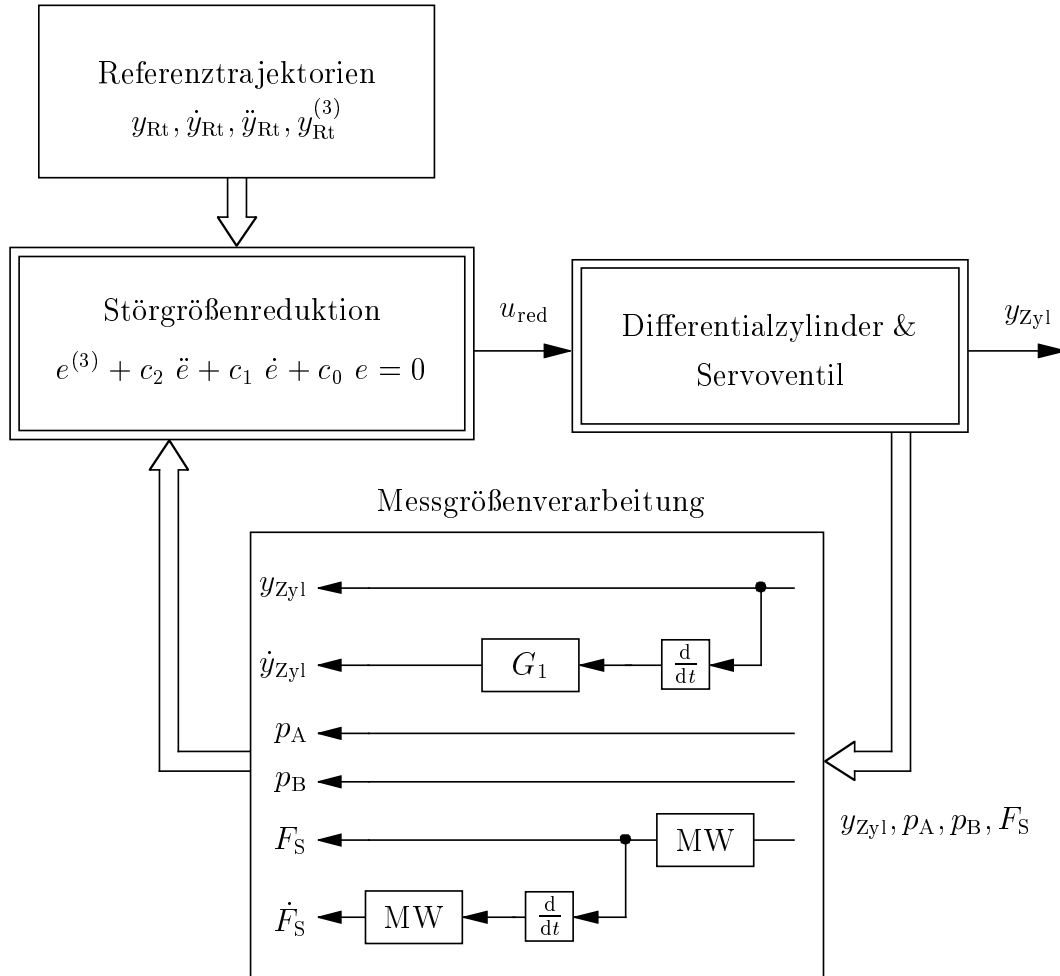


Bild 5.2: Störgrößenreduktion des Differentialzylinders am „HyRob“

Als Referenztrajektorie für die Zylinderkolbenposition wird die gleiche Trajektorie wie bei den Simulationsergebnissen nach Gl. (4.7) zugrunde gelegt. Die für den „HyRob“ optimalen Reglerkoeffizienten lauten

$$c_0 = 17916511,81 \text{ s}^{-3}, \quad c_1 = 115833,0236 \text{ s}^{-2}, \quad c_2 = 660 \text{ s}^{-1} \quad . \quad (5.2)$$

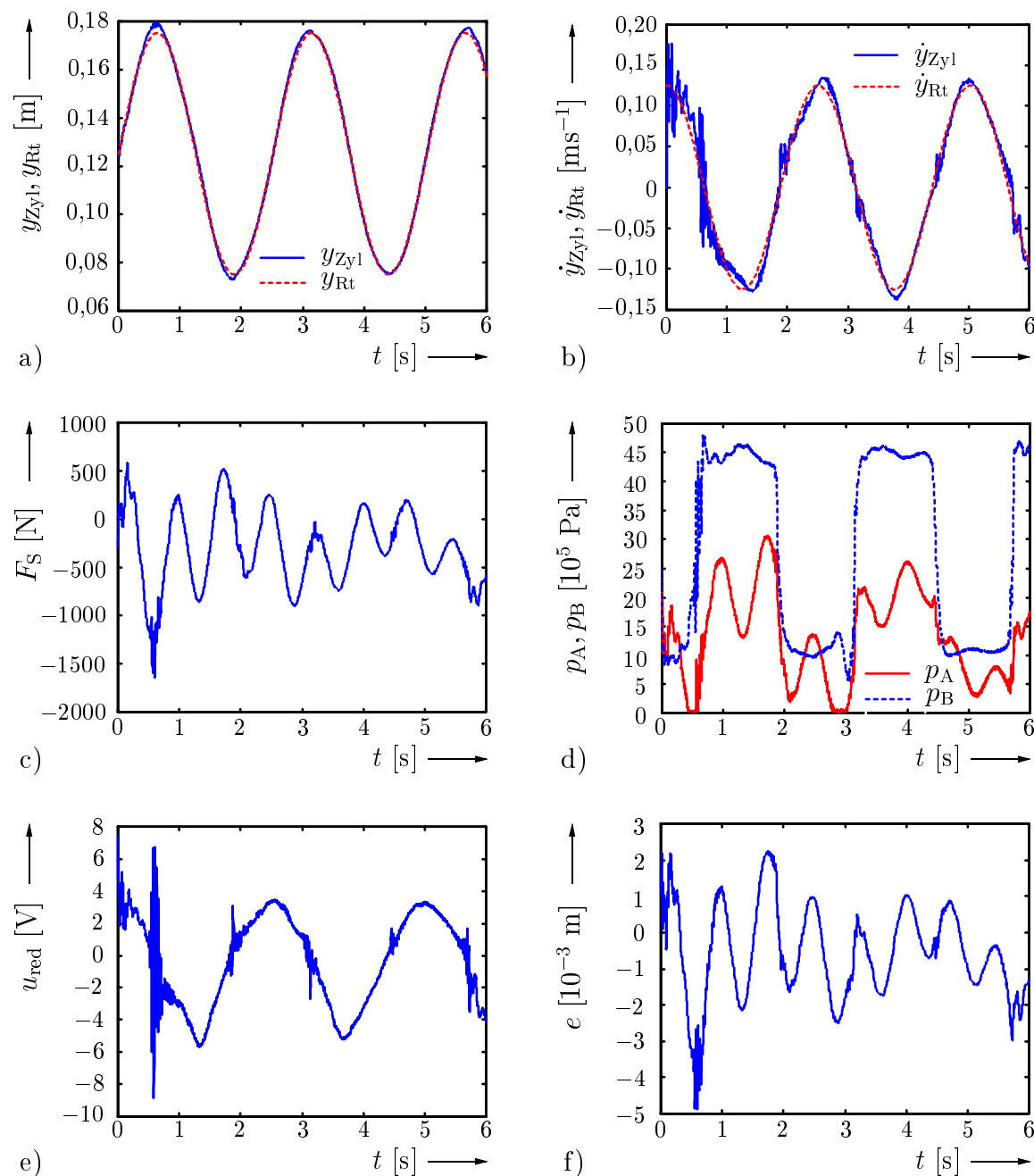


Bild 5.3: Messergebnisse der Störgrößenreduktion am „HyRob“:

- (a) Zylinderkolbenposition (b) Zylinderkolbengeschwindigkeit (c) Störkraft
 (d) Zylinderkammerdrücke (e) Ventilspannung (f) Regelabweichung

Die gemessenen Größen in Bild 5.3(a)-(f) zeigen, dass die Störgrößenreduktion qualitativ das gleich gute Verhalten wie in der Simulation beim „HyRob“ bewirkt. Die Zylinderkolbenposition y_{Zyl} in Bild 5.3(a) folgt der Referenztrajektorie fast über den Gesamtbereich. Bei der ersten Umkehrung des Sinussignals stimmt die Position allerdings nicht mit der Referenztrajektorie überein. Wie schon bei den Simulationsergebnissen zu erkennen ist, ist zu diesem Zeitpunkt das Störkraftintervall zu groß, um eine exakte Positionierung zu

gewährleisten. Die Zylinderkolbengeschwindigkeit \dot{y}_{Zyl} in Bild 5.3(b) folgt ebenfalls gut der Sollgeschwindigkeitstrajektorie \dot{y}_{Rt} . Die gemessene Störkraft F_{S} in Bild 5.3(c) ist von dem Positionsverlauf und den elastischen Schwingungen abhängig. Die Werte der beiden Zylinderkammerdrücke p_{A} und p_{B} (vgl. Bild 5.3(d)) überschreiten nicht den Betriebsdruck $p_0 = 50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Der Verlauf der Ventilspannung u_{red} in Bild 5.3(e) verdeutlicht, dass diese im Zeitbereich von $0,5 - 0,7 \text{ s}$ fast gänzlich die Reserve von $\pm 10 \text{ V}$ erreicht. Dies ist der Zeitbereich, in dem die Position nicht exakt erreicht wird. Bild 5.3(f) verdeutlicht, dass auch in der Praxis die Störgrößenreduktion die Regelabweichung e auf ein tolerierbares Maß verringert. Obwohl am „HyRob“ die Störkraft nicht generierbar ist, zeigen die Messergebnisse die erfolgreiche Implementierung der Störgrößenreduktion sowie die Übertragbarkeit der qualitativen Ergebnisse der Simulation auf das Experimentalsystem.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Dieser Forschungsbericht befasst sich mit einem nichtlinearen Regelungskonzept, welches für den Einsatz der Störgrößenreduktion neuartig ist. Die Notwendigkeit einer Störgrößenreduktion ist dann gegeben, wenn ein nichtlineares System nicht störgrößenentkoppelbar ist. In Abschnitt 2 wird zunächst die nichtlineare Störgrößenreduktion für quadratische MIMO-ALS vorgestellt. Diese basiert auf linearen Fehlerdynamikgleichungen, deren Ordnung entscheidend von dem relativen (Vektor-) Grad des Systems abhängig ist. Durch Einsetzen der Regelabweichungen und deren zeitlichen Ableitungen bezüglich einer Referenztrajektorie und anschließendem Lösen des Gleichungssystems nach den Systemeingängen liefert das störgrößenreduzierende Regelgesetz. In das Regelgesetz gehen daher nur noch die Referenztrajektorien als neue Eingänge ein und die Reglerparameter sind durch Polvorgabe der Fehlerdynamik optimierbar. Die Erweiterung der Störgrößenreduktion auf die Systemklasse der MIMO-ASDE basiert auf der gleichen Methodik wie bei den ALS. Hierbei ist ebenfalls wieder der relative (Vektor-) Grad zu bestimmen. Dieser lässt sich jedoch nicht wie bei den ALS mittels Lie-Ableitungen berechnen. Trotzdem ist der relative (Vektor-) Grad auch für ASDE bestimmbar. Charakteristisch für ASDE ist, dass das Regelgesetz zusätzlich zu den übrigen Systemgrößen auch von den zeitlichen Ableitungen der Systemeingänge abhängig sein kann. Daher berechnet ein ν -Algorithmus die höchsten zeitlichen Ableitungen der Systemeingänge und der Störgröße mit Hilfe von Ordnungsrelationen. Für ein theoretisches Beispiel eines ASDE wird die Deduktion des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes explizit aufgeführt und durch Simulation in MATLAB[®]/SIMULINK[®] verifiziert.

Von elementarer Bedeutung ist die Deduktion des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes des Systems Differentialzylinder–Ventil in Abschnitt 3, da dieses einer Achse des hydraulisch angetriebenen elastischen Roboters „HyRob“ entspricht. Das Resultat liefert die Erkenntnis, dass zur Regelung nicht nur die Zustandsgrößen des Systems und die Störkraft zu messen sind, sondern auch die zeitliche Ableitung der Störkraft benötigt wird. Im Gegensatz zur flachheitsbasierten Regelung eines Differentialzylinders (Lemmen und Bröcker 1999) ist in dem störgrößenreduzierenden Regelgesetz neben der zeitlichen Ableitung der Störkraft auch die Störkraft selbst enthalten. Abschnitt 4 analysiert mit Hilfe der Implementierung der Regelstrecke sowie des störgrößenreduzierenden Regelgesetzes in MATLAB[®]/SIMULINK[®] den Einfluss diverser Störkraftprofile auf die Güte der Störgrößenreduktion. Dabei zeigt sich, dass die Zylinderkolbenposition allgemein sehr gut der Referenztrajektorie folgen kann. Bei Erreichen bestimmter Störkraftmaxima und Störkraftintervalle ist jedoch zu erkennen, dass die Regelungsgüte auch begrenzt ist. Am Experimentalsystem „HyRob“ findet schließlich die experimentelle Erprobung der Störgrößenreduktion statt (vgl. Abschnitt 5). An diesem Prüfstand können zwar keine beliebigen Störkräfte generiert werden (die Störkraft wird durch die elastische Verformungen und durch den Trajektorienverlauf erzeugt), jedoch gelten die in den Simulationen gewonnenen Erkenntnisse auch bei den Messungen. Neben der inkrementell gemessenen Zylinderkol-

benposition und den beiden piezoresistiv gemessenen Zylinderkammerdrücken wird das Messsignal eines Kraftsensors, der an dem Ende der Zylinderkolbenstange appliziert ist, für das störgrößenreduzierende Regelgesetz verwendet. Die gemessene Zylinderkolbenposition folgt der Referenztrajektorie ebenfalls sehr gut und kleinere Abweichungen der Zylinderkolbenposition sind durch das relativ hohe Störkraftintervall zu begründen.

In dem vorliegenden Bericht wird die nichtlineare Störgrößenreduktion vorgestellt, auf eine neue Systemklasse erweitert und Simulationsergebnisse an einem Experimentalsystem verifiziert. Dabei ist der Ansatz bislang darauf beschränkt, dass alle Systemausgänge von der Störgröße nicht entkoppelt werden können. Für Systeme, bei denen aber sowohl nicht störgrößenentkoppelbare, als auch störgrößenentkoppelbare Ausgänge existieren, ist eine Symbiose aus einer Störgrößenentkopplung sowie einer Störgrößenreduktion möglich. Falls das System Differentialzylinder-Ventil durch ein weiteres Ventil erweitert wird, entsteht ein MIMO-ALS mit dem Zylinderkammerdruck B als zweiten Ausgang. Dieses System kann als Exempel für eine solche Symbiose dienen. Des Weiteren existiert auch ein Differentialzylinderprüfstand, an dem extern vorgebbare Störkräfte erzeugt werden können. Somit sollten sich die in den Simulationen gewonnenen Kenntnisse der Störgrößenreduktion auch in der Praxis belegen lassen. Für die Zukunft ist die Montage eines Unwuchterregers am „HyRob“ geplant, mit dem sich auch an diesem Prüfstand Störkräfte generieren lassen.

7 Literatur

- Bröcker, M.** 2000. *Zur differentialgeometrischen Störgrößentkopplung nichtlinearer Systeme*. Forschungsbericht 03/00. MSRT. Universität Duisburg.
- Bröcker, M.** und **J. Polzer**. 1999. *Erweiterter Algorithmus zur differentialalgebraischen Störgrößentkopplung*. Forschungsbericht 09/99. MSRT. Universität Duisburg.
- Hagedorn, P.** und **S. Otterbein**. 1987. *Technische Schwingungslehre – Lineare Schwingungen diskreter mechanischer Systeme*. Berlin: Springer.
- Isidori, A.** 1995. *Nonlinear Control Systems*. 3. Auflage. Berlin: Springer.
- Jirstrand, M.** 1998. *Constructive Methods for Inequality Constraints in Control*. Dissertation. Department of Electrical Engineering, Linköping University. Linköping/Schweden.
- Kolchin, E. R.** 1973. *Differential Algebra and Algebraic Groups. Pure And Applied Mathematics*. 54. New York/USA: Academic Press.
- Lemmen, M.** und **M. Bröcker**. 1999. Nonlinear Control of Hydraulic Differential Cylinders. *Proc. of 1st Pedagogical School of the Nonlinear Control Network*. Athen/Griechenland. 441–444.
- Lemmen, M., T. Wey** und **M. Jelali**. 1995. *NSAS – ein Computer-Algebra-Paket zur Analyse und Synthese nichtlinearer Systeme*. Forschungsbericht 20/95. MSRT. Universität Duisburg.
- Rothfuß, R.** 1997. *Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme. VDI Fortschritt-Berichte. Reihe 8*. 664. Düsseldorf: VDI.
- Schwarz, H.** 1999. *Einführung in die Systemtheorie nichtlinearer Regelungen*. Aachen: Shaker.
- Wey, T.** 1998. *Nichtlineare Regelungssysteme – ein differentialalgebraischer Ansatz*. Vorlesungsumdruck. MSRT. Universität Duisburg.

A Definition der Lie-Ableitung

Die Lie-Ableitung ist eine im Rahmen der Differentialgeometrie häufig benutzte Operation, um die Empfindlichkeit einer Funktion λ von den Koordinaten \mathbf{x} in Richtung eines Vektorfeldes \mathbf{f} darzustellen. Sie stellt somit die Ableitung einer skalaren Funktion entlang eines Vektorfeldes dar und verwendet als Argumente eine reellwertige Funktion λ und ein Vektorfeld \mathbf{f} .

Es sei λ eine skalare Funktion und \mathbf{f} ein Vektorfeld der Dimension n , dann ist die Lie-Ableitung von λ entlang \mathbf{f} definiert zu:

$$L_{\mathbf{f}}\lambda(\mathbf{x}) := \frac{\partial\lambda}{\partial\mathbf{x}} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial\lambda}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial\lambda}{\partial x_n} \right] \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} . \quad (\text{A.1})$$

Die Ableitung als Ergebnis ist wiederum eine skalare Funktion. Die wiederholte Lie-Ableitung ist auch möglich. Bei einer Lie-Ableitung von λ entlang \mathbf{f} und danach entlang \mathbf{g} ergibt sich:

$$L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}\lambda(\mathbf{x}) := \frac{\partial L_{\mathbf{f}}\lambda(\mathbf{x})}{\partial\mathbf{x}} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial L_{\mathbf{f}}\lambda(\mathbf{x})}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial L_{\mathbf{f}}\lambda(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right] \cdot \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} . \quad (\text{A.2})$$

Für die k -fache Ableitung von λ entlang eines Vektorfeldes \mathbf{f} ergibt sich eine rekursive Darstellung:

$$L_{\mathbf{f}}^k\lambda(\mathbf{x}) := \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{k-1}\lambda(\mathbf{x})}{\partial\mathbf{x}} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{k-1}\lambda(\mathbf{x})}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{k-1}\lambda(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right] \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} . \quad (\text{A.3})$$

B Anwendung des ν -Algorithmus

In diesem Abschnitt ist Berechnung des Vektors ν mit Hilfe des Algorithmus 2.1 zu dem Beispiel 2.8 aufgeführt. Die benötigten zeitlichen Ableitungen \dot{y}_1 und $y_2^{(3)}$ sind bereits in Beispiel 2.8 berechnet.

Berechnung des Vektors $\nu = [\nu_1, \nu_2, \nu_3]^T$ für die Rückführung der Stell- und Störgrößen

$$\nu_1 = 0, \nu_2 = 0, \nu_3 = 0$$

$$\underline{j = 1, i = 1}$$

Schritt 1.1.1.

Ordnungsrelation ist:

$$s \prec \dot{s} \prec \dots \prec u_2 \prec \dot{u}_2 \prec \dots \prec u_1 \prec \dot{u}_1 \prec \dots$$

Schritt 1.1.2.

$$\begin{aligned} \text{ld}(y_1^{(r_1)}) &= \text{ld}(\ddot{y}_1) = \dot{u}_1 \quad \text{mit } \text{lv}(\ddot{y}_1) = u_1 \\ \Rightarrow \tilde{\nu}_1 &= 1, \text{ da } \tilde{\nu}_1\text{-te Ableitung von } u_1 \end{aligned}$$

Schritt 1.1.3.

$$\tilde{\nu}_1 > \nu_1, \text{ da } 1 > 0 \Rightarrow \nu_1 = \tilde{\nu}_1 = 1$$

$$\underline{j = 1, i = 2}$$

Schritt 1.2.1.

Ordnungsrelation ist:

$$s \prec \dot{s} \prec \dots \prec u_1 \prec \dot{u}_1 \prec \dots \prec u_2 \prec \dot{u}_2 \prec \dots$$

Schritt 1.2.2.

$$\begin{aligned} \text{ld}(y_1^{(r_1)}) &= \text{ld}(\ddot{y}_1) = 0 \quad \text{mit } \text{lv}(\ddot{y}_1) = u_2 \\ \Rightarrow \tilde{\nu}_2 &= 0, \text{ da } \tilde{\nu}_2\text{-te Ableitung von } u_2 \end{aligned}$$

Schritt 1.2.3.

$$\tilde{\nu}_2 = \nu_2, \text{ da } 0 = 0 \Rightarrow \nu_2 = 0$$

Schritt 1.3.1.

Ordnungsrelation ist:

$$u_2 \prec \dot{u}_2 \prec \dots \prec u_1 \prec \dot{u}_1 \prec \dots s \prec \dot{s} \prec \dots$$

Schritt 1.3.2.

$$\begin{aligned} \text{ld}(y_1^{(r_1)}) &= \text{ld}(\ddot{y}_1) = \dot{s} \quad \text{mit } \text{lv}(\ddot{y}_1) = s \\ \Rightarrow \tilde{\nu}_3 &= 1, \text{ da } \tilde{\nu}_3\text{-te Ableitung von } s \end{aligned}$$

Schritt 1.3.3.

$$\tilde{\nu}_3 > \nu_3, \text{ da } 1 > 0 \Rightarrow \nu_3 = \tilde{\nu}_3 = 1$$

$$\underline{j = 2, i = 1}$$

Schritt 2.1.1.

Ordnungsrelation ist:

$$s \prec \dot{s} \prec \dots \prec u_2 \prec \dot{u}_2 \prec \dots \prec u_1 \prec \dot{u}_1 \prec \dots$$

Schritt 2.1.2.

$$\begin{aligned} \text{ld}(y_2^{(r_2)}) &= \text{ld}(y_2^{(3)}) = \ddot{u}_1 \quad \text{mit } \text{lv}(y_2^{(3)}) = u_1 \\ \Rightarrow \tilde{\nu}_1 &= 2, \text{ da } \tilde{\nu}_1\text{-te Ableitung von } u_1 \end{aligned}$$

Schritt 2.1.3.

$$\tilde{\nu}_1 > \nu_1, \text{ da } 2 > 1 \Rightarrow \nu_1 = \tilde{\nu}_1 = 2$$

$$\underline{j = 2, i = 2}$$

Schritt 2.2.1.

Ordnungsrelation ist:

$$s \prec \dot{s} \prec \dots \prec u_1 \prec \dot{u}_1 \prec \dots \prec u_2 \prec \dot{u}_2 \prec \dots$$

Schritt 2.2.2.

$$\begin{aligned} \text{ld}(y_2^{(r_2)}) &= \text{ld}(y_2^{(3)}) = \dot{u}_2 \quad \text{mit } \text{lv}(y_2^{(3)}) = u_2 \\ \Rightarrow \tilde{\nu}_2 &= 1, \text{ da } \tilde{\nu}_2\text{-te Ableitung von } u_2 \end{aligned}$$

Schritt 2.2.3.

$$\tilde{\nu}_2 > \nu_2, \text{ da } 1 > 0 \Rightarrow \nu_2 = \tilde{\nu}_2 = 1$$

Schritt 2.3.1.

Ordnungsrelation ist:

$$u_2 \prec \dot{u}_2 \prec \dots \prec u_1 \prec \dot{u}_1 \prec \dots \prec s \prec \dot{s} \prec \dots$$

Schritt 2.3.2.

$$\begin{aligned} \text{ld}(y_2^{(r_2)}) &= \text{ld}(y_2^{(3)}) = \ddot{s} \quad \text{mit } \text{lv}(y_2^{(3)}) = s \\ \Rightarrow \tilde{\nu}_3 &= 2, \text{ da } \tilde{\nu}_3\text{-te Ableitung von } s \end{aligned}$$

Schritt 2.3.3.

$$\tilde{\nu}_3 > \nu_3, \text{ da } 2 > 1 \Rightarrow \nu_3 = \tilde{\nu}_3 = 2$$

Ergebnis ist $\boldsymbol{\nu} = [\nu_1 \ \nu_2 \ \nu_3]^T = [2 \ 1 \ 2]^T$.

C Technische Daten des Prüfstandes

Die technischen Daten des hydraulischen Aktors Differentialzylinder, des Stellgliedes Servoventil und des Versorgungsaggregats Pumpe bei dem Prüfstand „HyRob“ (hydraulisch angetriebener elastischer Roboter) sind im Folgenden aufgeführt. Die Angaben des Differentialzylinders und des Servoventils beziehen sich dabei auf die erste Achse des Roboters. Messungen am Prüfstand vervollständigen die Herstellerangaben.

- Differentialzylinder (Rexroth CD 160 B25/18–0250 Z10 X/01 HH DM11T)

A_K	$= 490,87 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	Kolbenfläche des Zylinders
A_R	$= 236,40 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$	Ringfläche des Zylinders
c_H	$= 0,0190 \text{ ms}^{-1}$	Haftreibungsabnahmekoeffizient
d_K	$= 0,025 \text{ m}$	Kolbendurchmesser
d_S	$= 0,018 \text{ m}$	Kolbenstangendurchmesser
f_V	$= 175 \text{ Nsm}^{-1}$	Koeffizient der viskosen Reibung
F_C	$= 120 \text{ N}$	Coulombsche Reibkraft
F_H	$= 185 \text{ N}$	Haftreibkraft
H	$= 0,25 \text{ m}$	Hub des Zylinders
m_{ges}	$= 20 \text{ kg}$	gesamte beschleunigte Masse (geschätzt)
V_{LA}	$= 1,0996 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$	Leitungs- und Totvolumen (A)
V_{LB}	$= 9,4248 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$	Leitungs- und Totvolumen (B)
φ	$= 2,076$	Flächenverhältnis $\varphi = \frac{A_K}{A_R}$

- Servoventil (Rexroth 4 WSE 2 EE 10–45/10B9 ET 210 Z9 EM)

B_V	$= 9,6214 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/(\text{s} \sqrt{\text{Pa}})$	Durchflussbeiwert
D_V	$= 1$	Dämpfung
K_V	$= 1$	Verstärkung
Q_N	$= 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$	Nennvolumenstrom
u_{max}	$= 10 \text{ V}$	max. Ventil-Ansteuerspannung
Δp_N	$= 7 \text{ MPa}$	Ventildruckabfall
ω_V	$= 550 \text{ s}^{-1}$	Eigenfrequenz

- Versorgungsaggregat (Bosch 6–9340 SSH 01–1.0–1)

E_{Fl}	$= 1800 \text{ MPa}$	Elastizitätsmodul des Öls
p_{max}	$= 16 \text{ MPa}$	maximaler Betriebsdruck
p_0	$= 5 \text{ MPa}$	Versorgungsdruck
p_T	$= 0,1 \text{ MPa}$	Tankdruck
Q_{max}	$= 3,667 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$	maximaler Volumenstrom
ϑ_{Fl}	$= 40 \text{ }^\circ\text{C}$	Öltemperatur
ρ_{Fl}	$= 880 \text{ kg/m}^3$	Öldichte