

Robuster PI-Beobachter zur Schätzung unbekannter Eingänge sowie zur Anwendung bei nichtlinearen Systemen

Yan Liu, Dirk Söffker

Kontakt: {yan.liu; soeffker}@uni-due.de

Web: www.srs.uni-due.de

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Lehrstuhl Steuerung, Regelung und Systemdynamik
Universität Duisburg-Essen



Motivation

- Proportional-Integral-Beobachter (PI-Beobachter)
 - Störgrößenbeobachter: einfache Entwurfstechnik
- Auslegung als High-Gain-Beobachter
 - Schätzung der Zustände und unbekannter Eingänge
- Große Beobacherverstärkungen
 - gute Schätzqualität
 - Sensitivität gegenüber Störgrößen und Messrauschen
- Numerische Online-Optimierung der Beobacherverstärkung
(Liu, Söffker, Movic 2008)
- Kombination exakter E/A-Linearisierung mit PI-Beobachertechnik möglich
(Liu, Söffker, ASME 2007; Mathmod 2009)

Gliederung

- Proportional-Integral-Beobachter (PI-Beobachter)
- Entwurf eines PI-Beobachters mit adaptierter Verstärkung
 - Konzept der Optimierung
 - Simulationsbeispiel
- Robuster Regelungsansatz für nichtlineare Systeme mittels PI-Beobachter ‚EL+PIO‘
 - Verfahren zum Regelungsentwurf ‚EL+PIO‘
 - Simulationsbeispiel
- Zusammenfassung und Ausblick

Proportional-Integral-Beobachter I

Annahme:

Lineares System mit unbekannten Eingängen

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{N}\mathbf{n}(t) + \mathbf{H}\mathbf{h}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{d}(t)$$

$\mathbf{n}(t)$: dynamische Effekte (unbekannte Eingänge) $\mathbf{n}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{n}(t)$

$\mathbf{h}(t)$: Modellbildungsfehler $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{h}(t)$

$\mathbf{d}(t)$: Messrauschen

\mathbf{N} : Eingangsmatrix ist bekannt

$\mathbf{N}\mathbf{n}(t)$ und $\mathbf{H}\mathbf{h}(t)$: orthogonal

Proportional-Integral-Beobachter II

- PI-Beobachter

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\boldsymbol{x}}}(t) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{n}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{N} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}(t) \\ \hat{\boldsymbol{n}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{u}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}} (\boldsymbol{y}(t) - \hat{\boldsymbol{y}}(t))$$
$$\hat{\boldsymbol{y}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}(t) \\ \hat{\boldsymbol{n}}(t) \end{bmatrix}$$

- Fehler bei der Schätzung

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}(t) &= \hat{\boldsymbol{x}}(t) - \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{f}_e(t) &= \hat{\boldsymbol{n}}(t) - \boldsymbol{n}(t) \end{aligned}$$

Proportional-Integral-Beobachter III

- Fehlerdynamik im Zeitbereich

$$\begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{f}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{L}_1\mathbf{C} & \mathbf{N} \\ -\mathbf{L}_2\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ f_e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1\mathbf{d}(t) - \mathbf{H}\mathbf{h}(t) \\ \mathbf{L}_2\mathbf{d}(t) - \dot{\mathbf{n}}(t) \end{bmatrix}$$

- Fehlerdynamik im Frequenzbereich

$$\begin{aligned} e(s) &= -[\mathbf{I}s - (\mathbf{A} - \mathbf{L}_1\mathbf{C})]^{-1}(\mathbf{H}\mathbf{h}(s) + \mathbf{L}_1\mathbf{d}(s)) \\ f_e(s) &= -[\mathbf{I}s - \mathbf{L}_2\mathbf{C}\mathbf{G}(s)\mathbf{N}]^{-1}(\mathbf{L}_2\mathbf{C}\mathbf{G}(s)\mathbf{L}_1\mathbf{d}(s) \\ &\quad + \mathbf{L}_2\mathbf{C}\mathbf{G}(s)\mathbf{H}\mathbf{h}(s) + \mathbf{L}_2\mathbf{d}(s) - s\mathbf{n}(s)) \end{aligned}$$

mit $\mathbf{G}(s) = (\mathbf{I}s - (\mathbf{A} - \mathbf{L}_1\mathbf{C}))^{-1}$

➡ Auslegungsziel: Aufgabenspezifische Minimierung des Einflusses von $\mathbf{n}(t)$, $\mathbf{h}(t)$ und $\mathbf{d}(t)$

Proportional-Integral-Beobachter IV

- Voraussetzung für den PI-Beobachter-Entwurf

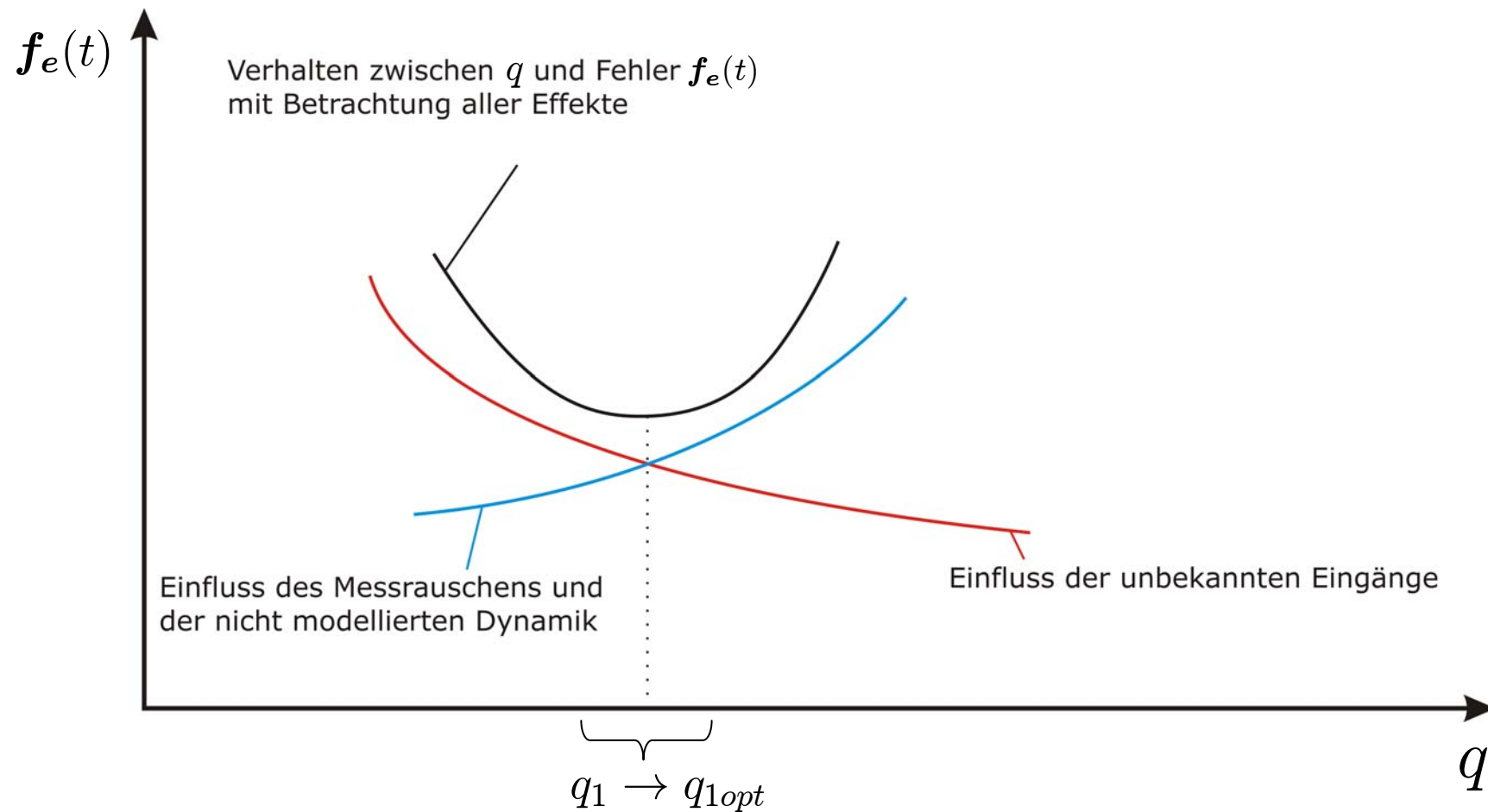
$$\text{Rang} \begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{I}_n - \mathbf{A} & -\mathbf{N} \\ \mathbf{0} & \lambda_i \mathbf{I}_r \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = n + r ,$$

für alle λ_i von \mathbf{A} , mit $\dim(\mathbf{x}(t)) = n$, $\dim(\mathbf{n}(t)) = r$

- Große Beobacherverstärkung $\delta = \frac{\|\mathbf{L}_2\|_2}{\|\mathbf{L}_1\|_2} \Rightarrow$ gute Schätzqualität
- Große Verstärkung in $\|\mathbf{L}\|_2 \Rightarrow$ großer Einfluss von $\mathbf{h}(t)$ und $\mathbf{d}(t)$
(Müller, 1988; Söffker, 1995; Krajcin, 2006)
- Vereinfachte Problembeschreibung (mit der LQR Methode)

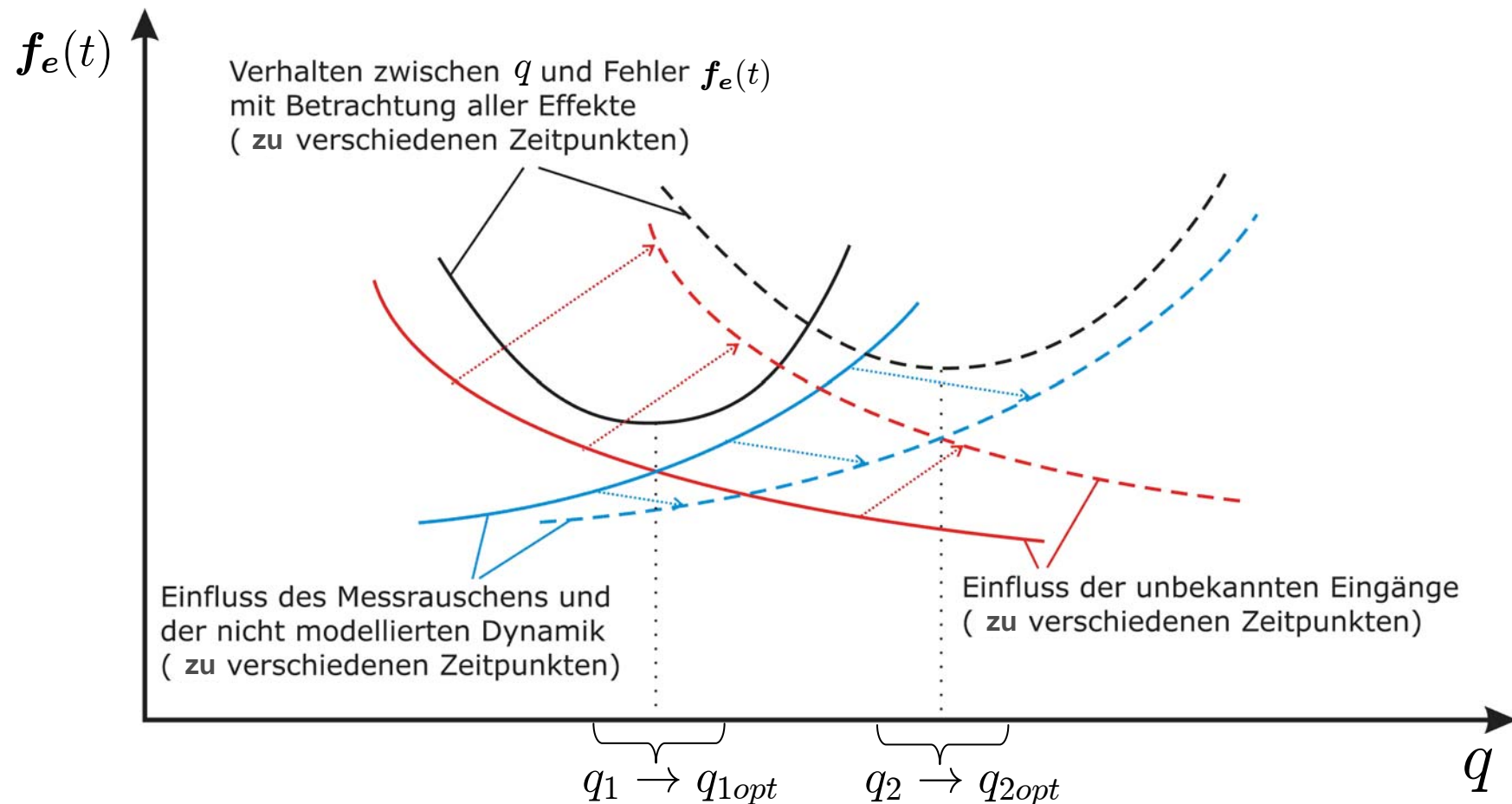
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_d} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & q\mathbf{I}_r \end{bmatrix}, \quad q \gg 0 \Rightarrow \text{große } \delta = \frac{\|\mathbf{L}_2\|_2}{\|\mathbf{L}_1\|_2}, \quad \|\mathbf{L}_2\|_2 \text{ und } \|\mathbf{L}\|_2$$

Proportional-Integral-Beobachter V



➔ Mit Betrachtung aller Effekte: Optimierung von q ist notwendig.

Proportional-Integral-Beobachter VI



➔ Eine Echtzeit-Optimierung von q wird benötigt, da auf Grund der Annahmen alle Eingänge zeitabhängig erscheinen.

(Liu, Söffker, Movic 2008) 8

Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters I

Einige wichtige Aspekte:

- Kopplung zwischen $e(t)$, $f_e(t)$ und $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$
- Vollst. Beobachtbarkeit => Kopplung zwischen $e(t)$ und $e_y(t)$

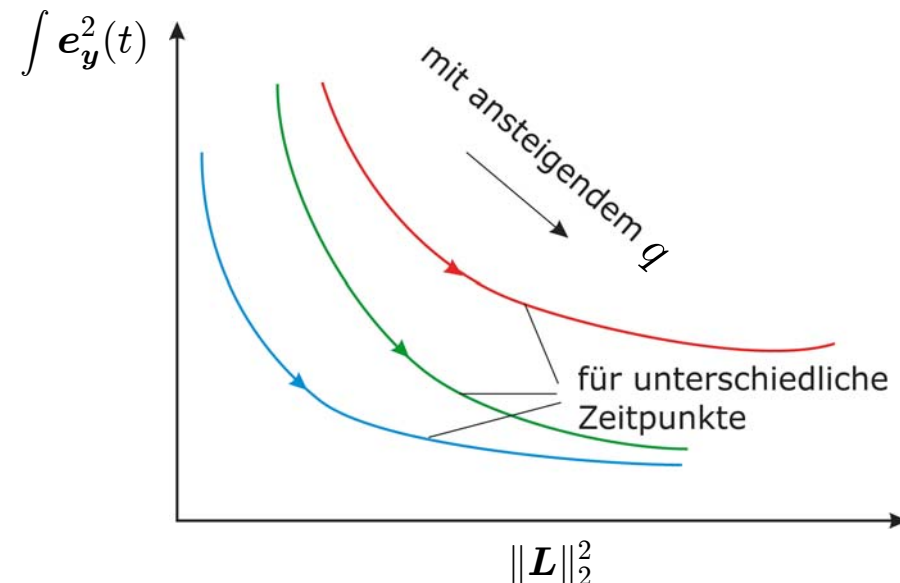
➡ Ausgangsschätzfehler $e_y(t)$ als Maß für die Schätzqualität des Zustands verwendbar.

- Optimierungskriterien

- Minimierung

Ausgangsschätzfehler $\int e_y^2(t)$

- Minimierung Sensitivität $\|\mathbf{L}\|_2^2$
gegenüber Messrauschen



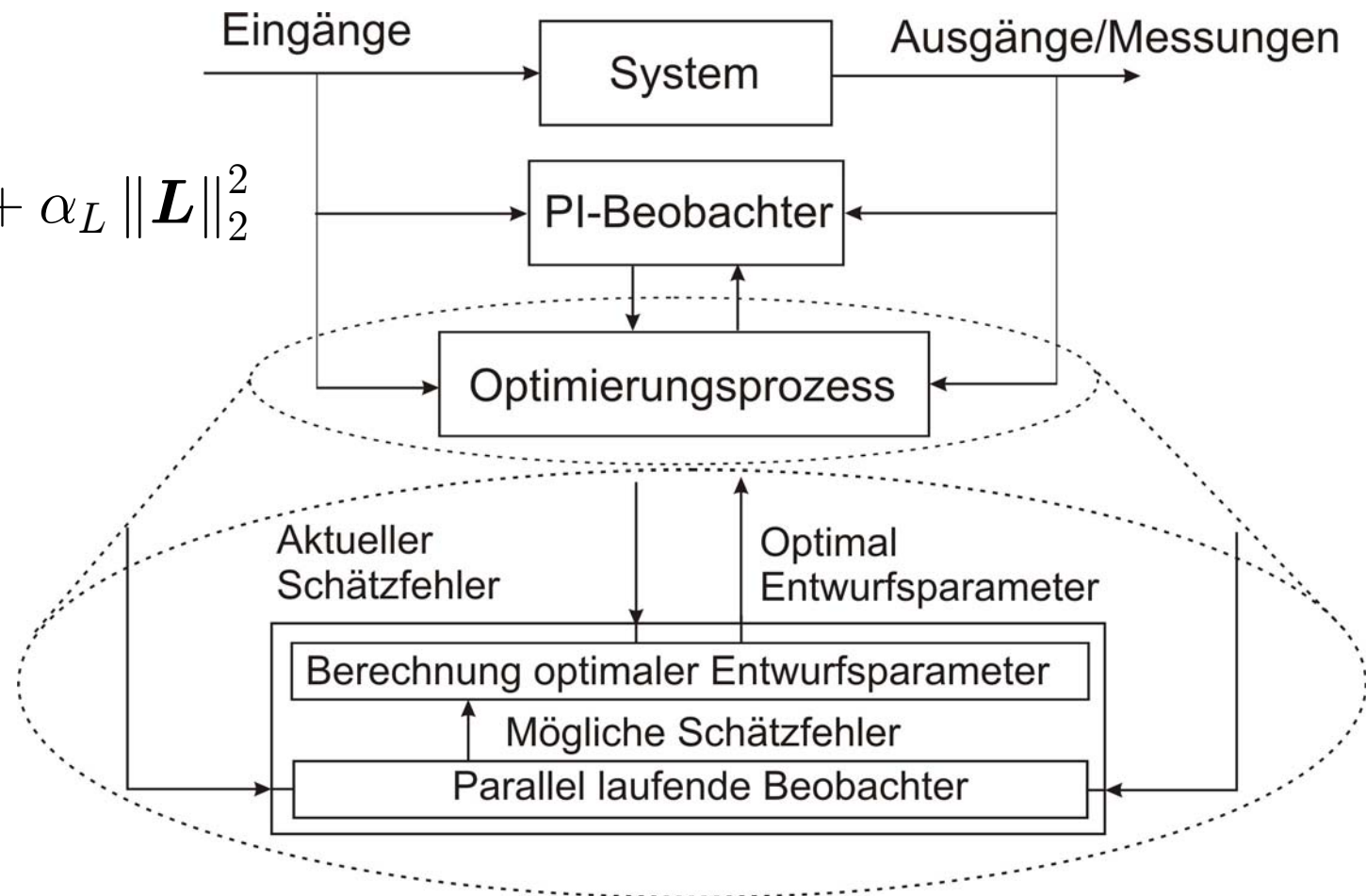
Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters II

- Zielfunktion

$$\min J(q),$$

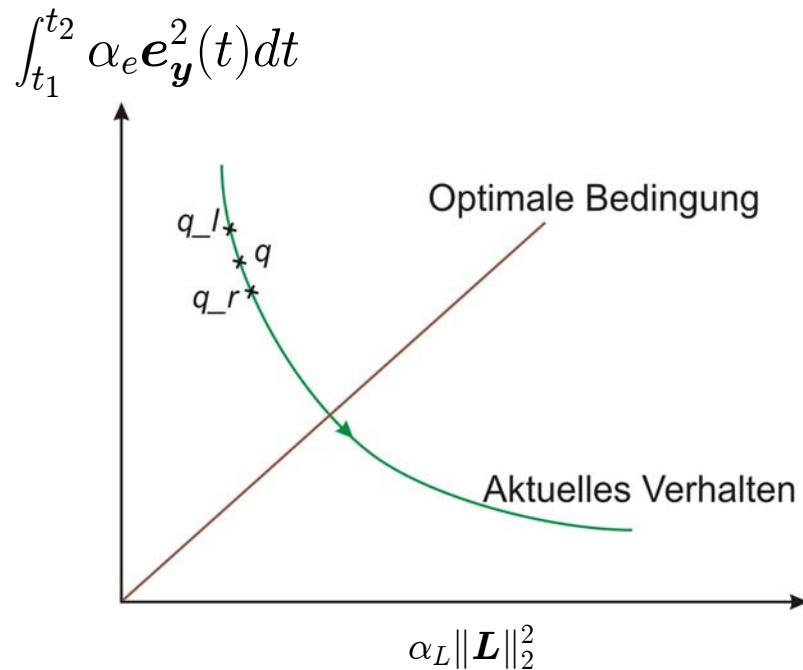
$$J = \int_{t_1}^{t_2} \alpha_e \mathbf{e}_y^2(t) dt + \alpha_L \|\mathbf{L}\|_2^2$$

- Skizze der Vorgehensweise

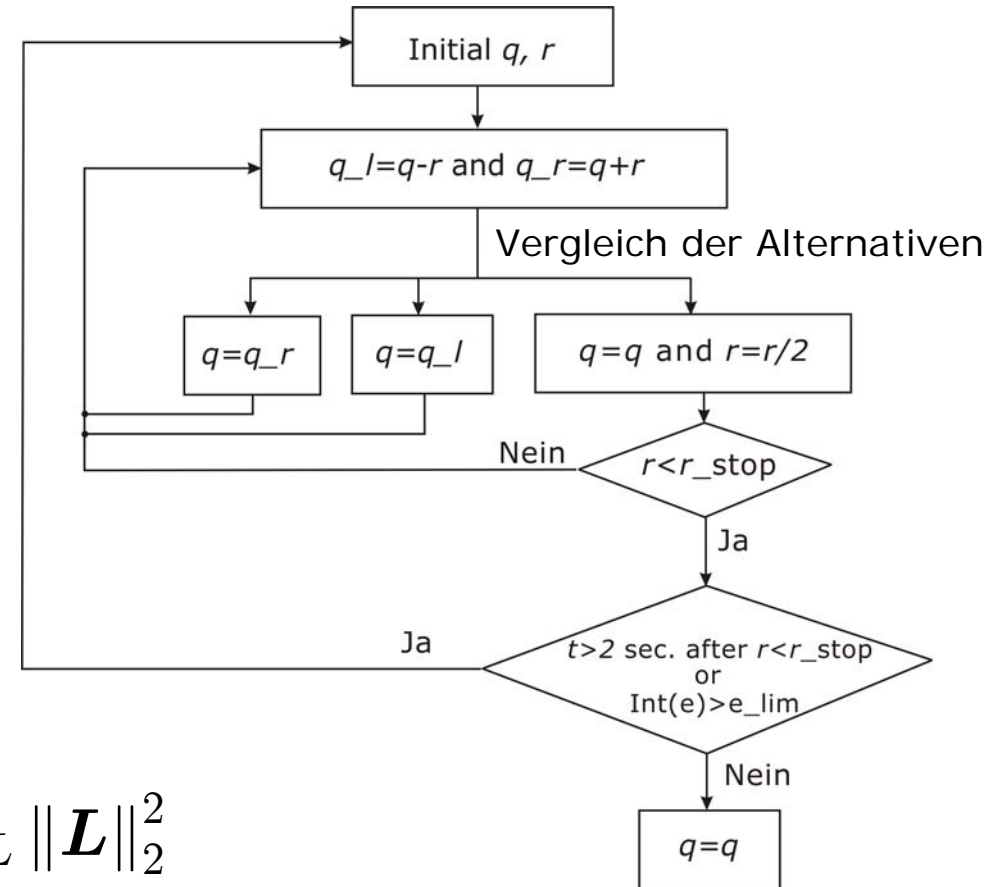


Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters III

Online-Optimierungsalgorithmus



$$\min J(q), \quad J = \int_{t_1}^{t_2} \alpha_e \mathbf{e}_y^2(t) dt + \alpha_L \|\mathbf{L}\|_2^2$$



Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters: *Simulationsbeispiel*

Elastischer Balken als FE-Modell

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(t) + \mathbf{N}n(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{C}_d d(t)$$

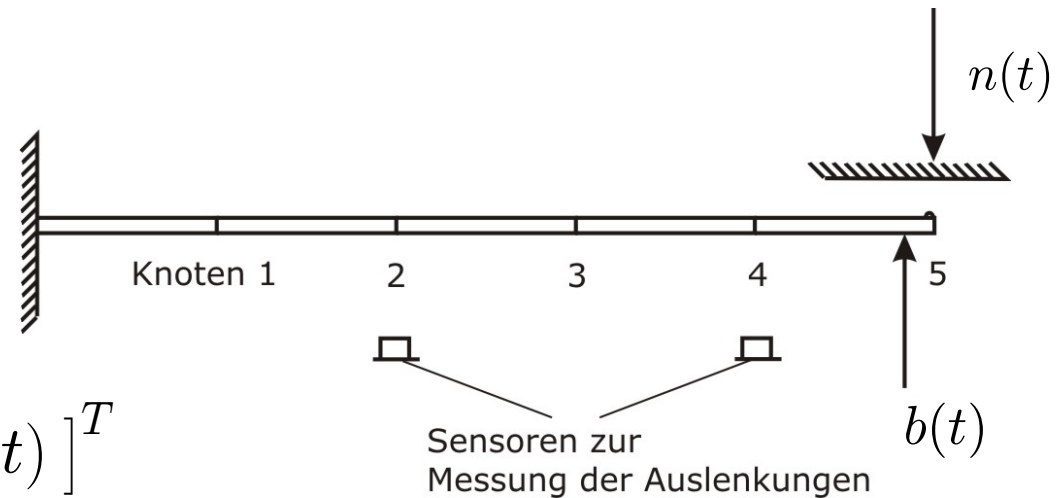
mit $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_{20}(t)]^T$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3(t) \\ x_7(t) \end{bmatrix}$$

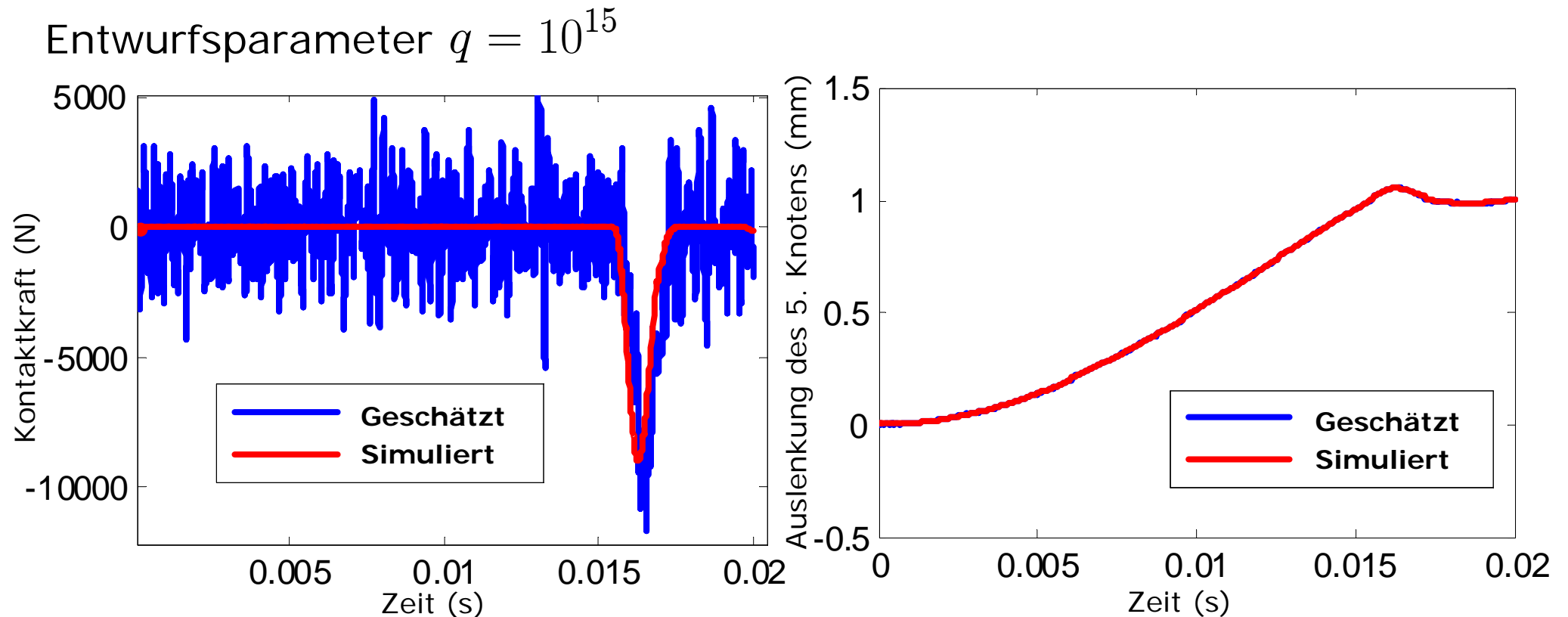
$\mathbf{b}(t)$: bekannte äußere Kraft (z. B. äußere Erregung)

$d(t)$: Messrauschen (weißes Rauschen mit 0.05% von $y(t)$)

$n(t)$: Kontaktkraft, wenn die Auslenkung $x_9(t) \geq 1$:
wird angenommen als unbekannter Eingang $n(t)$



Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters: *Simulationsbeispiel*

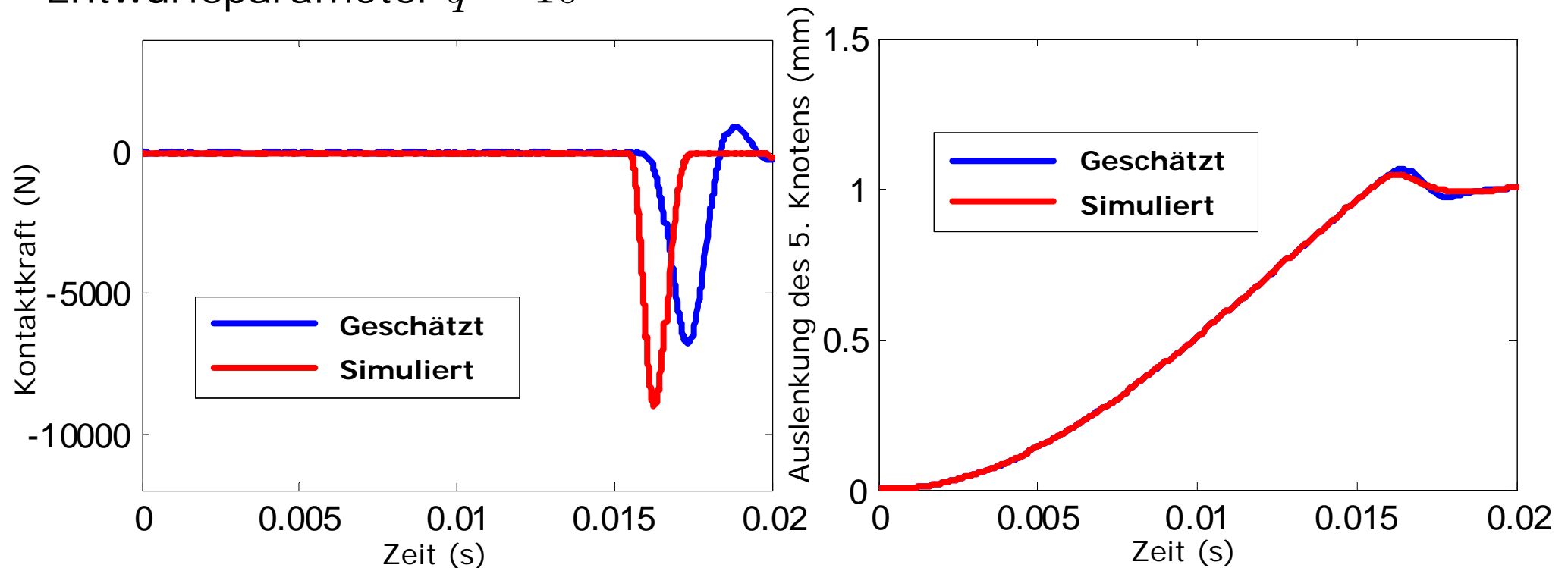


➡ Perfekte Schätzung des Wegverlaufes $x_g(t)$

➡ Mit einem großen konstanten Entwurfsparameter $q = 10^{15}$ weist der geschätzte Kraftverlauf einen verrauschten Verlauf auf.

Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters: *Simulationsbeispiel*

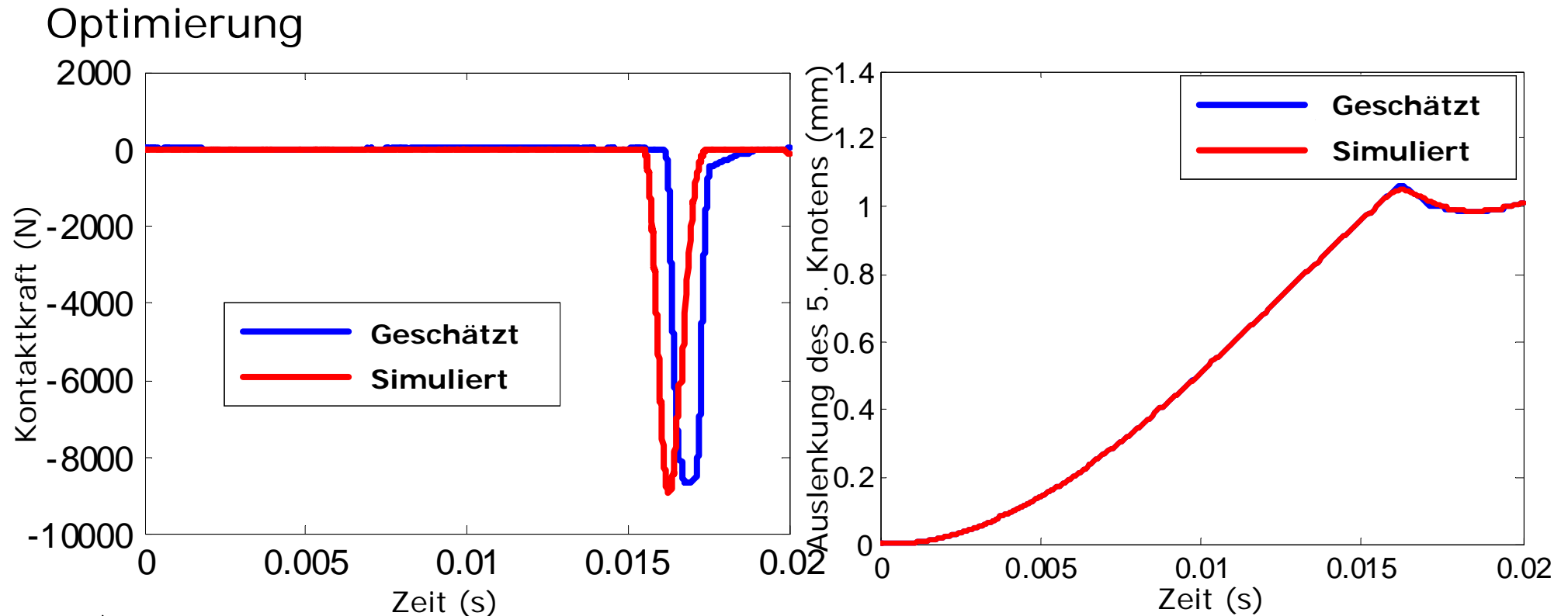
Entwurfsparameter $q = 10^{11}$



- ➡ Nicht perfekte Schätzung des Wegverlaufes $x_9(t)$
- ➡ Mit einem kleinen konstanten Entwurfsparameter $q = 10^{11}$ zeigen sich große Schätzfehler für die Kontaktkraft (unbekannter Eingang).

14

Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters: *Simulationsbeispiel*



➡ Optimierung liefert als Kompromiss:

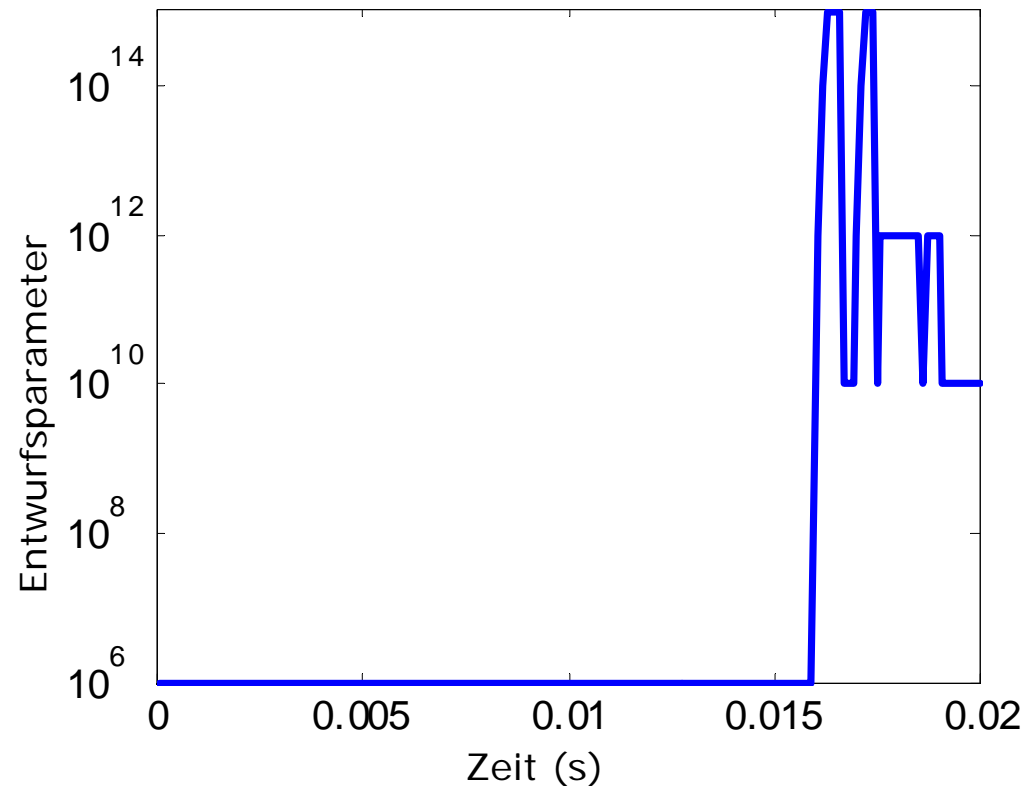
- Kontaktkraft wird approximativ gut abgebildet.
- Wegverlauf $x_9(t)$ wird ebenfalls gut abgebildet.

➡ Hinweis: Verhältnis beider Schätzgrößen bildet die implementierte Kontaktsteifigkeit ab >> Anwendung zur Schadendiagnose

15

Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters: *Simulationsbeispiel*

Zeitverlauf des optimierten Entwurfsparameters

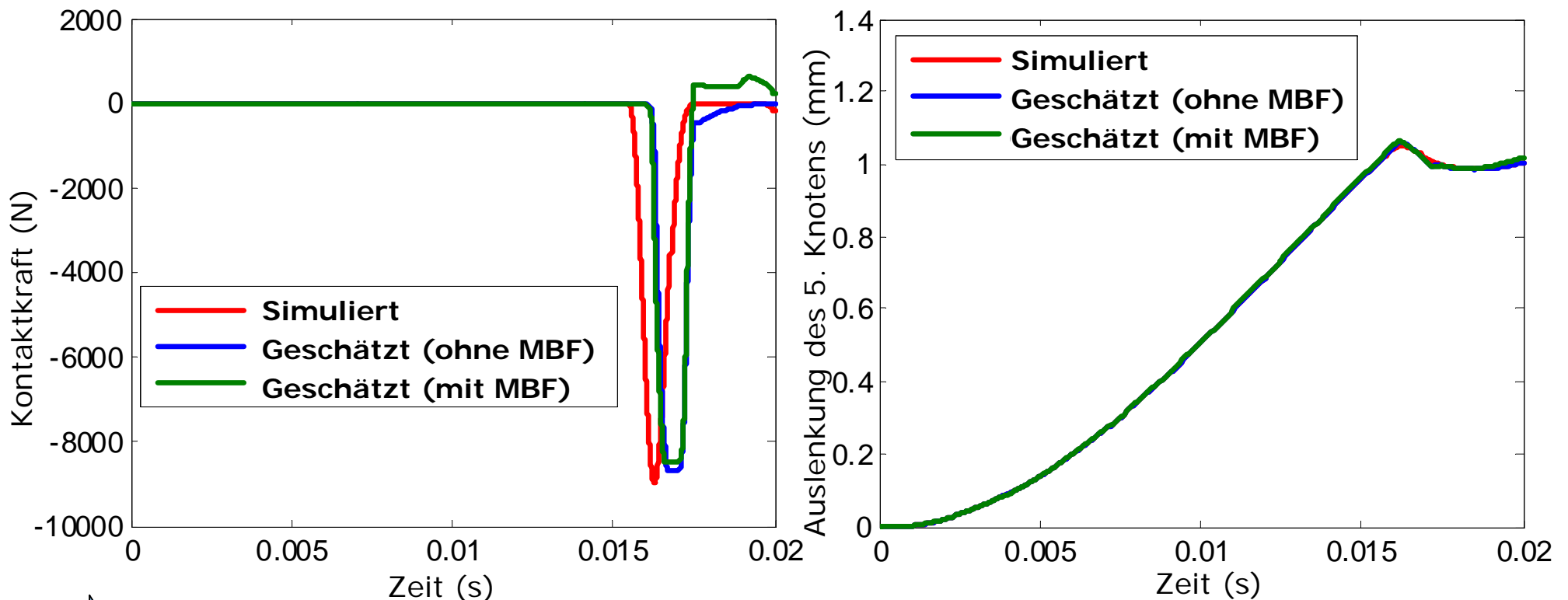


➔ Während des Optimierungsprozesses wird der optimale Parameter basierend auf der Variation verschiedener Effekte ausgewählt.

16

Optimaler Entwurf eines PI-Beobachters: *Simulationsbeispiel*

Optimierung mit MBF

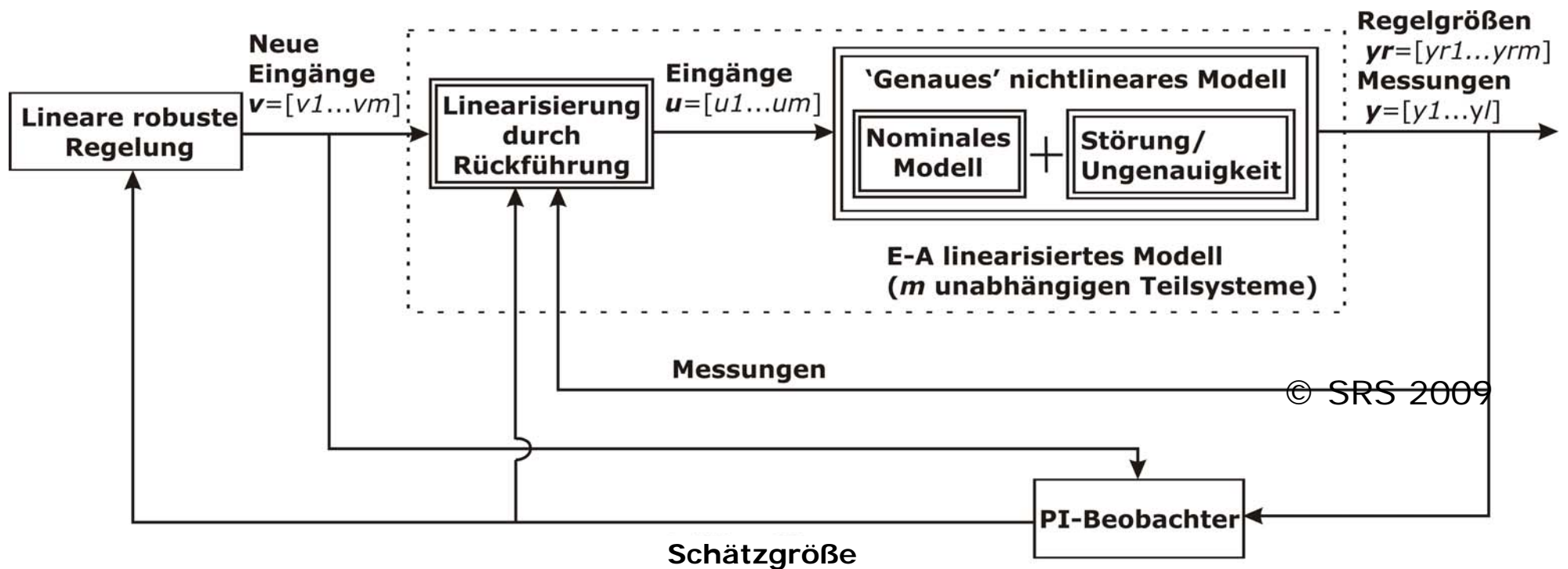


➔ Optimierung liefert gute Schätzungen, auch wenn unbekannte Eingänge, Messrauschen und Modellbildungsfehler gleichzeitig berücksichtigt werden.

(MBF: Modellbildungsfehler in der modalen Dämpfung, 30% kleiner)¹⁷

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter ‚EL+PIO‘ I

Skizze zur Vorgehensweise zur robusten Regelung mittels PI-Beobachter ‚EL+PIO‘



Robuste Regelung mittels PI-Beobachter ‚EL+PIO‘ II

- Betrachtete Klasse E/A-linearisierbarer Systeme

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{N}\mathbf{n}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$$

Unbekannte Eingänge
(Störung/Ungenauigkeit)

- E/A-linearisierte Darstellung

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)}(t) \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ \vdots \\ v_m(t) \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{N}}(\mathbf{x}, t)\mathbf{n}(t)$$

Transformierte
unbekannte Eingänge

- Einheitliche Darstellung

$$y_i^{(r_i)}(t) = v_i(t) + \sum_{j=1}^p L_{\mathbf{N}_{col_j}} L_{\mathbf{f}}^{(r_i-1)} m_i(\mathbf{x}, t) n_j(t), \quad i = 1, \dots, m$$

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter ‚EL+PIO‘ III

- Darstellung als Differenzialgleichung höherer Ordnung

$$y_i^{(r_i)}(t) = v_i(t) + \sum_{j=1}^p L_{N_{col_j}} L_f^{(r_i-1)} m_i(\mathbf{x}, t) n_j(t), \quad i = 1, \dots, m$$

- Zustandsraumdarstellung für **jedes** Teilsystem i

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{b}_i v_i(t) + \bar{\mathbf{N}}_i \bar{n}_i(t)$$

$$y_i(t) = \mathbf{c}_i \mathbf{x}_i(t)$$

➡ Normalform für den PI-Beobachter-Entwurf

$$\text{mit } \mathbf{x}_i(t) = \begin{bmatrix} y_i(t) \\ \dot{y}_i(t) \\ \vdots \\ y_i^{(r_i)}(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{N}}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{r_i \times 1}, \quad \bar{n}_i(t) = \sum_{j=1}^p L_{N_{col_j}} L_f^{(r_i-1)} m_i(\mathbf{x}, t) n_j(t)$$

20

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter ‚EL+PIO‘ IV

- PI-Beobachter-Entwurf für das E/A-linearisierte Verhalten des Teilsystems i

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_i(t) \\ \dot{\hat{n}}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \bar{\mathbf{N}}_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i(t) \\ \hat{n}_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} v_i(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{1i} \\ \mathbf{L}_{2i} \end{bmatrix} (y_i(t) - \hat{y}_i(t))$$

$$\hat{y}_i(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_i & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i(t) \\ \hat{n}_i(t) \end{bmatrix}$$

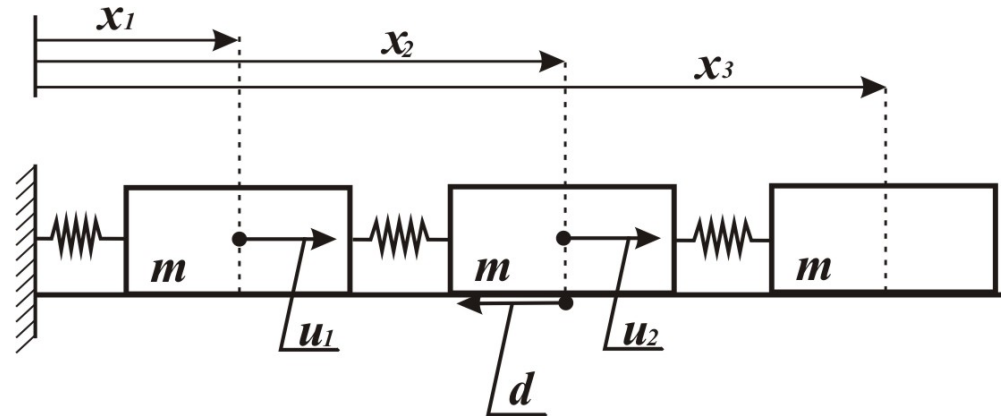
Schätzungen der neuen Zustände $\hat{\mathbf{x}}_i(t) = \left[\hat{y}_i(t) \quad \dot{\hat{y}}_i(t) \quad \cdots \quad \hat{y}_i^{(r_i)}(t) \right]^T$
und der transformierten unbekanntem Eingänge $\hat{n}_i(t)$

- Regelungsentwurf für E/A-linearisiertes i . Teilsystem

$$v_i(t) = -\mathbf{K} \hat{\mathbf{x}}_i(t) - \hat{n}_i(t)$$

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter: *Simulationsbeispiel*

Beispiel: Mechanisches System



$$m\ddot{x}_1(t) = k(-2x_1(t) + x_2(t)) + k_p[-x_1(t)^3 + (x_2(t) - x_1(t))^3] + u_1(t)$$

$$m\ddot{x}_2(t) = k(x_1(t) - 2x_2(t) + x_3(t)) + k_p[(x_3(t) - x_2(t))^3 - (x_2(t) - x_1(t))^3] + u_2(t) + d(\dot{x}_2)$$

$$m\ddot{x}_3(t) = k(x_2(t) - x_3(t)) + k_p(x_2(t) - x_3(t))^3$$

$$\mathbf{y}_{Mess}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

$$\mathbf{y}_{Regel}(t) = [y_1(t) \quad y_2(t)]^T = [x_1(t) \quad x_3(t)]^T$$

Unbekannter
Reibungseinfluss

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter: *Simulationsbeispiel*

Darstellung in Normalform

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \frac{1}{m}\{k(-2x_1(t) + x_2(t)) + k_p[-x_1(t)^3 + (x_2(t) - x_1(t))^3]\} \\ \dot{x}_2(t) \\ \frac{1}{m}\{k(x_1(t) - 2x_2(t) + x_3(t)) + k_p[(x_3(t) - x_2(t))^3 - (x_2(t) - x_1(t))^3]\} \\ \dot{x}_3(t) \\ \frac{1}{m}[k(x_2(t) - x_3(t)) + k_p(x_2(t) - x_3(t))^3] \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}(\mathbf{x},t)}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}(t)} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}} d(\dot{x}_2),$$

$$\mathbf{y}_{Mess}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

$$\mathbf{y}_{Regel}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

Reibungseinfluss
(unbekannter Eingang)

23

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter: *Simulationsbeispiel*

- E/A-linearisiertes Modell

$$\ddot{y}_1(t) = v_1(t)$$

$$y_2^{(4)}(t) = v_2(t) + \left[\frac{k}{m} + \frac{3k_p}{m} (x_2(t) - x_3(t))^2 \right] \left(\frac{d(\dot{x}_2)}{m} \right) = v_2(t) + \bar{n}(t)$$

- Interne Dynamik

$$\begin{aligned} \ddot{x}_2(t) = & \frac{1}{m} \{ k(x_1(t) - 2x_2(t) + x_3(t)) \\ & + k_p [(x_3(t) - x_2(t))^3 - (x_2(t) - x_1(t))^3] + u_2(t) + d(\dot{x}_2) \} \end{aligned}$$

➡ Stabil, wenn die Störung begrenzt ist.

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter: *Simulationsbeispiel*

- Regelung mittels Schätzungen des PI-Beobachters

$$v_1(t) = -20\hat{\dot{x}}_1(t) - 100(x_1(t) - x_{1ref}(t))$$

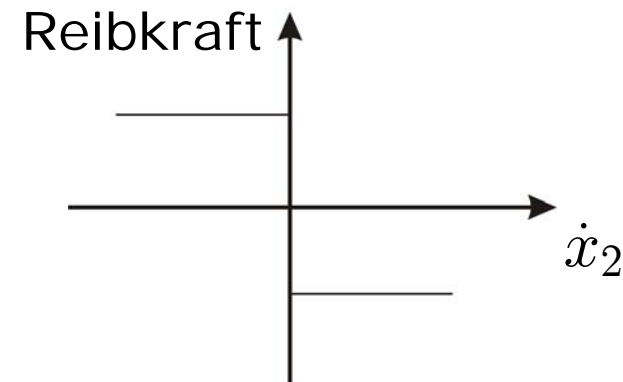
$$v_2(t) = -200\hat{\dot{x}}_3^{(3)}(t) - 15000\hat{\dot{x}}_3(t) - 500000\hat{\dot{x}}_3(t) \\ - 6250000(x_3(t) - x_{3ref}(t)) - \hat{\dot{n}}(t)$$

- Schätzung des Störeinflusses durch Rücktransformation der geschätzten transformierten Unbekannten

$$\hat{d}(\dot{x}_2) = \frac{m\hat{\dot{n}}(t)}{\left[\frac{k}{m} + \frac{3k_p}{m}(x_2(t) - x_3(t))^2\right]}$$

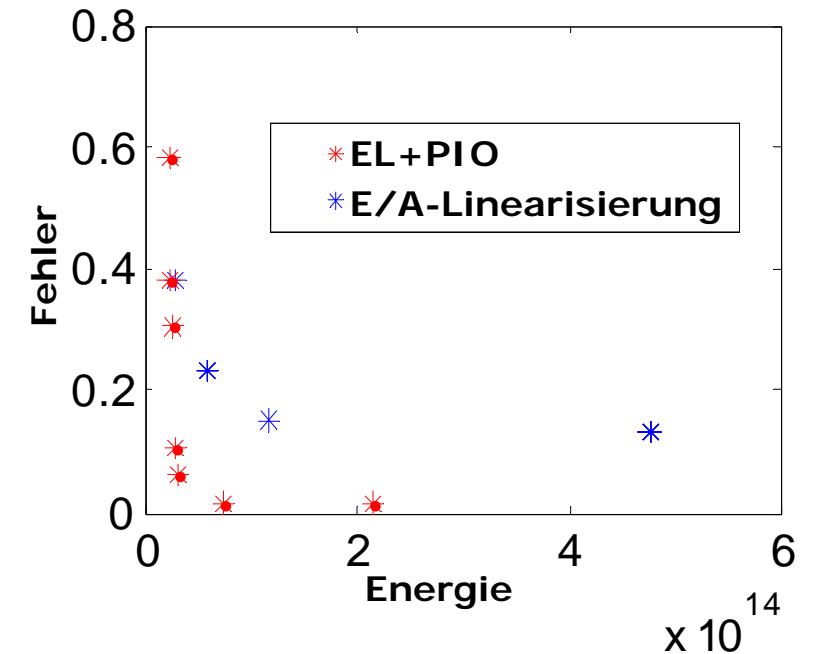
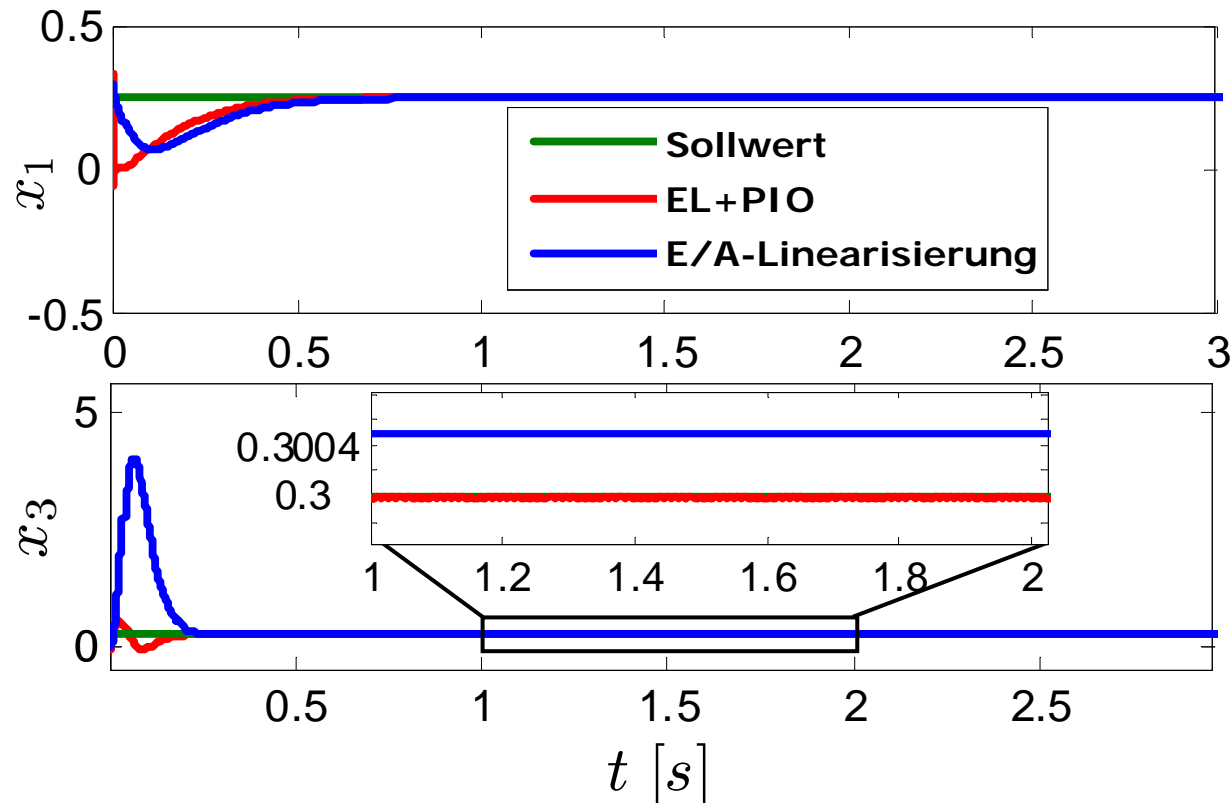
- Gewählter unbekannter Eingang

$$d(\dot{x}_2) = \begin{cases} -0.7mg, & \dot{x}_2 \geq 0 \\ 0.7mg, & \dot{x}_2 < 0 \end{cases}$$



25

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter: *Simulationsbeispiel*

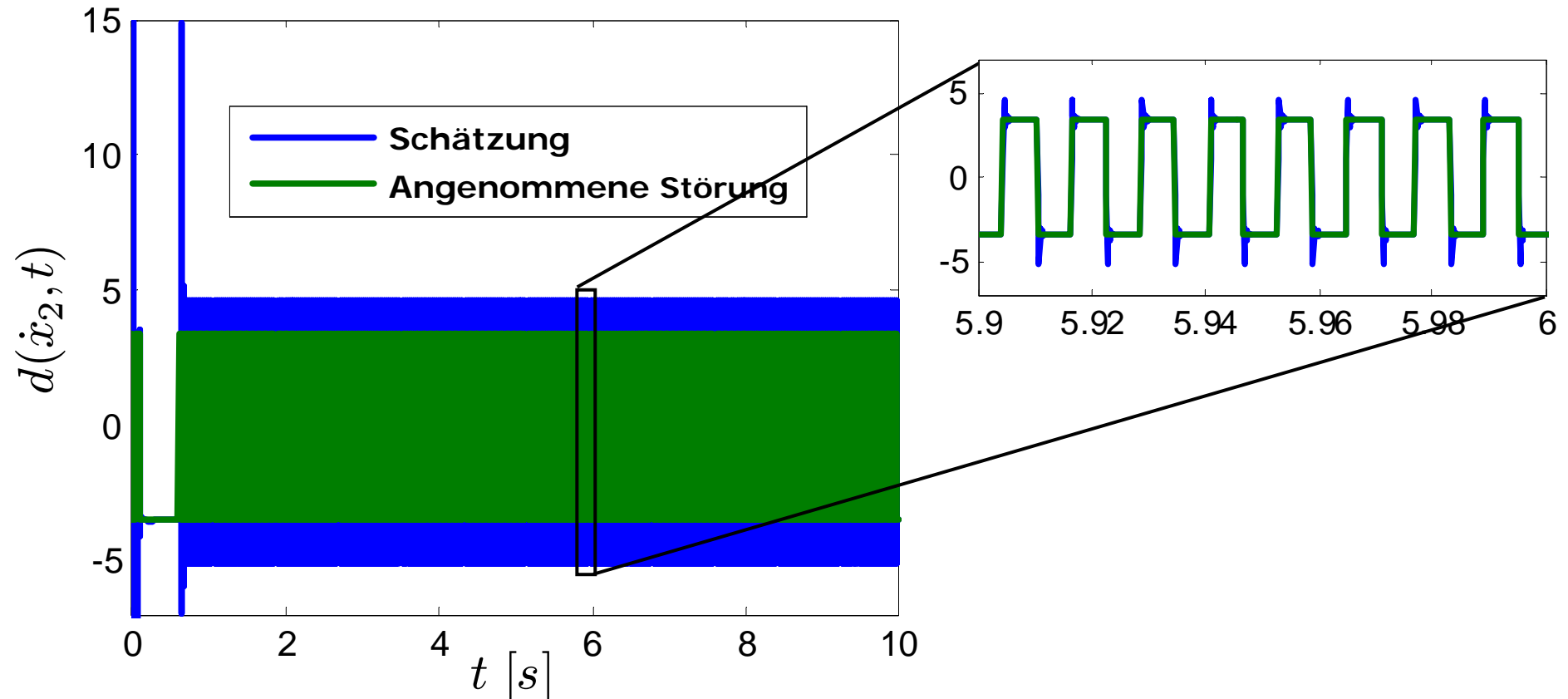


- ➔ Der vorgeschlagene Regelungsansatz ist
- robust gegenüber unbekanntem Eingang (hier: Reibungseinfluss)
 - effektiver als die E/A-Linearisierung

26

Robuste Regelung mittels PI-Beobachter: *Simulationsbeispiel*

Vergleich der geschätzten und der angenommenen Störung



➔ Der vorgeschlagene Regelungsansatz liefert eine gute Schätzung der Störung.

27

Zusammenfassung und Ausblick

- Entwicklung Optimierungsstrategie PI-Beobachter-Entwurf
 - Methode und Simulationsbeispiel
 - > Ergebnis: Variation erzielt Kompromiss
- Entwicklung modellgestützter Regelungsansatz für nichtlineare Systeme mit unbekanntem Eingängen basierend auf dem PI-Beobachter und einer E/A-Linearisierung
 - Methode und Simulationsbeispiel
 - > Ergebnis: Kombination erzielt effizienteres Ergebnis

Ausblick

- Verbesserung des Optimierungsprozesses
- Kombination beider Ansätze
- Praktische Anwendungen

Robuster PI-Beobachter zur Schätzung unbekannter Eingänge sowie zur Anwendung bei nichtlinearen Systemen

Yan Liu, Dirk Söffker

Kontakt: {yan.liu; soeffker}@uni-due.de

Web: www.srs.uni-due.de

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Lehrstuhl Steuerung, Regelung und Systemdynamik
Universität Duisburg-Essen

