

Abgabetermin: Freitag, 07.05.2004, vor Beginn der Vorlesung

5. Betrachten Sie auf $A := \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ die Teilbarkeitsrelation R , d.h. für $m, n \in A$ gilt

$$(m, n) \in R :\Leftrightarrow m|n.$$

Beschreiben Sie R durch

- Aufzählung der Elemente;
 - Angabe der Relationsmatrix M ;
 - Zeichnen des zugehörigen gerichteten Graphen;
 - Zeichnen des Hasse-Diagramms.
6. Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion), daß die Fibonacci-Folge $f(n)$, $n \in \mathbb{N}$ explizit gegeben ist durch

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left[\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}) \right]^n - \left[\frac{1}{2}(1 - \sqrt{5}) \right]^n \right\}, \quad n \geq 1.$$

7. Eine Version der Ackermann-Funktion $A : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ ist definiert durch die Bedingungen

- $A(0, n) = n + 1$, $n \in \mathbb{N}_0$;
- $A(m, 0) = A(m - 1, 1)$, $m \in \mathbb{N}_0$;
- $A(m, n) = A(m - 1, A(m, n - 1))$, $m, n \in \mathbb{N}$.

Man kann durch eine verschachtelte vollständige Induktion zeigen, daß hierdurch in der Tat eine Funktion definiert wird (dies ist nicht Teil der Aufgabe).

- (a) Berechnen Sie $A(1, 3)$ und $A(2, 3)$.
 (b) Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$A(1, n) = n + 2, \quad A(2, n) = 3 + 2n \quad \text{und} \quad A(3, n) = 2^{n+3} - 3.$$

8. (a) Auf wie viele Arten kann man $s \in \mathbb{N}$ verschiedene Bücher auf 3 Studierende verteilen, wenn kein Studierender leer ausgehen soll?
 (b) Bestimmen Sie die Anzahl der zu 240 teilerfremden Zahlen $k \in [240]$.