

Abgabetermin: Mittwoch, 03.11.2004, vor Beginn der Vorlesung

5. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke:

$$(a) \quad 6!, \quad \sum_{k=1}^4 \frac{1}{k}, \quad \prod_{k=3}^{10} (k-5) \quad ; \quad (b) \quad \binom{5}{2}, \quad \binom{27}{3};$$

$$(c) \quad (n!(n+1)!)^{-1} \prod_{k=1}^n (k(k+1)) \quad ; \quad (d) \quad \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}.$$

Wie lässt sich (d) interpretieren?

6. (a) Beschreiben und skizzieren Sie die Punktmenge

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (|x - y + 2| \leq 3) \wedge (4x + 2 < 2)\}.$$

(b) Geben Sie eine möglichst einfache Beschreibung für die folgende Menge an:

$$J := \left\{ x \in \mathbb{R} : -4 \leq \frac{1}{3-x} \leq 5 \right\}.$$

(c) Besitzen die Mengen

$$A := \left\{ \frac{x^2}{1+x^2} : x \in \mathbb{R} \right\}, \quad B := \left\{ x + \frac{1}{x} : x > 0 \right\}$$

ein Maximum, Minimum, Supremum bzw. Infimum?

7. (a) Sei $z = 4 + 3i$ und $w = 6 + 5i$. Geben Sie z^{-1} und $\frac{w}{z}$ in der Form $a + ib$ an mit $a, b \in \mathbb{R}$.

(b) Stellen Sie $\frac{1+i}{2-i}$ in der Form $a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ dar.

(c) Berechnen Sie z^2, z^3, z^4, z^5 für $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$.

8. Stellen Sie $\sqrt{5 - i12}$ in der Form $a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ dar. Bestimmen Sie ferner alle Lösungen der Gleichung

$$4z + \frac{52}{z} = 24, \quad z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}.$$