



1. Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen des Polynoms

$$p(x) := x^3 - 3x^2 + 4x - 2, \quad x \in \mathbb{C}$$

in  $\mathbb{C}$ . **Hinweis:** Testen Sie  $x = 1$ .

2. Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe

$$s(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{2^k} x^k.$$

Berechnen Sie ferner das Integral

$$\int_0^1 s(x) dx.$$

3. Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{x^2 e^x}.$$

4. Bestätigen Sie, dass die Funktion

$$f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - x, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$$

die Differentialgleichung

$$f'(x) = (x + f(x))^2 \quad \text{und} \quad f(0) = 1$$

erfüllt.

5. Berechnen Sie Stammfunktionen zu den Funktionen  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) := (x-1) \sin(x-1) \quad \text{und} \quad g(x) := x^2 \cos(2x^3).$$

6. Berechnen Sie die Länge der Kurve

$$\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad t \mapsto \begin{pmatrix} 3t^2 \\ t(t^2 - 3) \end{pmatrix}.$$

7. Sind die Vektoren  $(2, 1, 1)^\top, (1, 2, 0)^\top, (1, 0, 0)^\top \in \mathbb{R}^3$  linear unabhängig?

8. Berechnen Sie das Matrizenprodukt

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

sowie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$