

Übungen zur Mathematik 1 für Studierende der Informatik

Blatt 14

Keine Abgabe – keine Wertung!

Aufgabe 53

Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren. Berechnen Sie im Fall der Konvergenz den Integralwert:

a) $\int_1^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx,$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx,$

c) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx,$

d) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx.$

Aufgabe 54

Ermitteln Sie die uneigentlichen Integrale unter Verwendung der Gammafunktion:

a) $\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{x}\right)^3 dx,$

b) $\int_0^{\infty} x^{2n} e^{-(x^n)} dx, \quad n \in \mathbb{N}.$

Aufgabe 55

Berechnen Sie unter Verwendung der Trapez–Regel einen Näherungswert für das Integral $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$, so dass der Fehler kleiner als 10^{-3} ist.

Aufgabe 56

Ermitteln Sie die Konvergenzradien folgender Potenzreihen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{2^n},$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \dots (2n+2)} \cdot x^n,$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} a^{n^2} \cdot x^n, \quad a > 0.$