Prof. Dr. M. Horn-von Hoegen
Fakultät für Physik
Universität Duisburg-Essen

Übungen zu "Grundlagen der Physik Ia" — Blatt 1

WS 2013/14

Abgabe bis 21. Oktober 2013, 12:00 Uhr
Abgabebox im Kern MF, 2. Etage

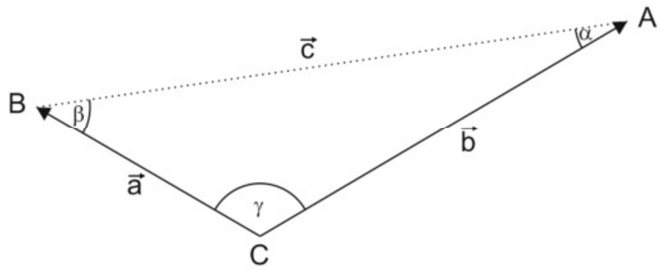
Hinweis: Von den 4 Aufgaben müssen diesmal nur 3 gelöst werden. Suchen Sie Sich 3 Aufgaben aus.

Aufgabe 1

Das Dreieck ABC werde von den beiden Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

entsprechend der Skizze aufgespannt.



a) Berechnen Sie die Längen a, b und c der Dreiecksseiten und die gegenüberliegenden Winkel α, β und γ.

b) Berechnen Sie den Vektor $\vec{s}$, dessen Fußpunkt in C liegt und dessen Spitze die gegenüberliegende Seite halbiert.

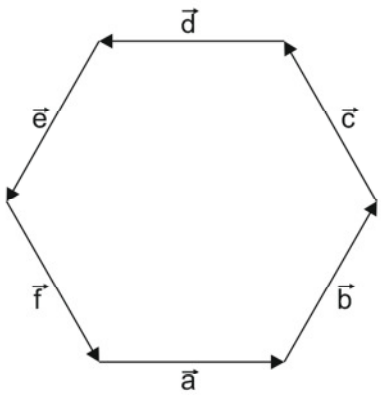
c) Berechnen Sie einen Vektor $\vec{w}$, der den Winkel γ halbiert, wenn man ihn im Punkt C abträgt.

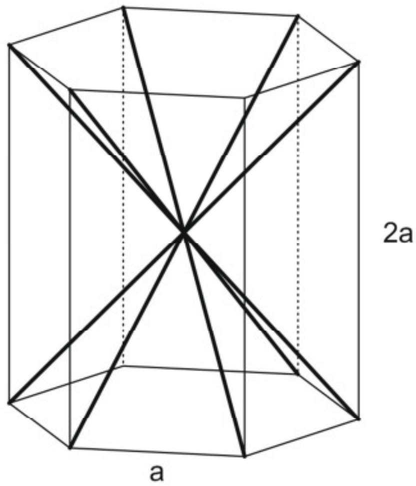
Aufgabe 2

Man bezeichne die Seitenvektoren eines regelmäßigen Sechsecks mit $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}, \vec{f}$ entsprechend der Skizze.

a) Drücken Sie $\vec{c}, \vec{d}, \vec{e}, \vec{f}$ durch $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus.

b) Ein Prisma mit einem regelmäßigen Sechseck als Grundfläche (Seitenlänge a) habe die Höhe $2a$. Welchen Winkel schließen die Raumdiagonalen des Prismas miteinander ein?
Empfehlung: Rechnen Sie so vektoriell wie möglich.





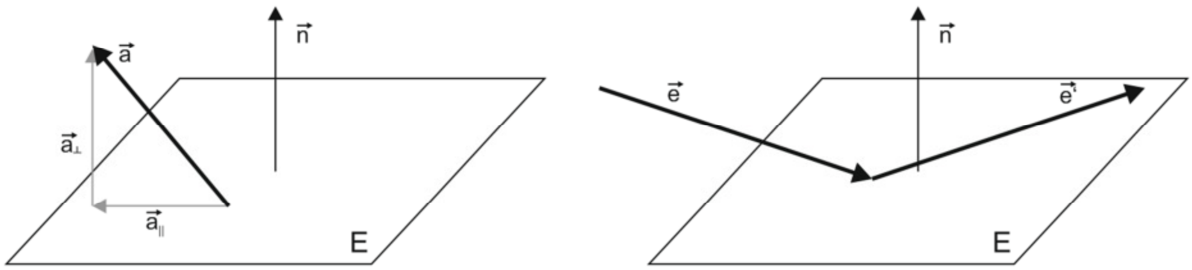
Aufgabe 3

Man betrachte eine Ebene E im Raum; der Einheitsvektor $\vec{n}$ stehe senkrecht zu E.

a) Jeder Vektor $\vec{a}$ lässt sich in der Form
$\vec{a} = \overrightarrow{a_\perp} + \overrightarrow{a_\parallel}$
zerlegen, wobei die Indizes $\perp$ und $\parallel$ sich auf die Ebene E beziehen. $\overrightarrow{a_\perp}$ ist also proportional zu $\vec{n}$.
Drücken Sie $\overrightarrow{a_\perp}$ und $\overrightarrow{a_\parallel}$ durch $\vec{a}$ und $\vec{n}$ aus.

b) Anwendungsbeispiel: Ein Lichtstrahl werde an einer Ebene E spiegelnd reflektiert. Vor der Reflektion breite er sich in Richtung des Einheitsvektors $\vec{e}$ aus. Nach der Reflektion in die Richtung $\overrightarrow{e'}$. Drücken Sie $\overrightarrow{e'}$ durch $\vec{e}$ und durch $\vec{n}$ aus.
Hinweis: Bei der spiegelnden Reflektion kehrt $\overrightarrow{e_\perp}$ seine Richtung um, während $\vec{e}_\parallel$ unverändert bleibt.

c) Überzeugen Sie Sich anhand des Zahlenbeispiels davon, dass $\overrightarrow{e'}$ ein Einheitsvektor ist.
$\vec{n} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{e} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}$.



Aufgabe 4

Die Potenzreihe einer Funktion f um den Entwicklungspunkt x_0 ist i.A. gegeben durch:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$$

Um eine sinnvolle Näherung der Funktion f in der Nähe des Entwicklungspunktes zu erhalten, ist meist eine endliche Anzahl (N) von Termen ausreichend, also

$$f(x) \approx \sum_{n=0}^{N} a_n (x - x_0)^n$$

So kann der Cosinus zum Beispiel bei $x_0 = 0$ mit $\cos(x) \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$ genähert werden.

Entwickeln Sie die Potenzreihen (mittels Taylorentwicklung) der Funktion $f(x) = \sin(x)$ $(N = 5)$ um $x_0 = 0$ bis zum dritten, nicht verschwindenden Term.

Plotten (oder zeichnen) Sie die Sinus-Funktion und deren Potenzreihe bestehend aus…

a) … dem ersten Term, also $\sum_{n=0}^{1} a_n x^n$, …

b) … den ersten zwei Termen $(\sum_{n=0}^{3} a_n x^n)$ …

c) … allen drei Termen $\left(\sum_{n=0}^{5} a_n x^n\right)$…

… für $x \epsilon \left[-\frac{\pi}{2}, 2\pi\right]$. Sie können a), b) und c) gleichzeitig in einem Plot darstellen.